

Радіоастрономічний Інститут
Національна академія наук України

Інститут радіофізики та електроніки ім. О. Я. Усикова
Національна академія наук України

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

ЯЧИН ВОЛОДИМИР ВАСИЛЬОВИЧ

УДК 537.86

ДИСЕРТАЦІЯ
РОЗСІЯННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ НА ТРИВИМІРНИХ
ДВОПЕРІОДИЧНИХ БАГАТОШАРОВИХ МАГНІТОДІЕЛЕКТРИЧНИХ
СТРУКТУРАХ

01.04.03 – радіофізика

Подається на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

_____ В. В. Ячин

Науковий консультант: Просвірнін Сергій Леонідович, доктор фізико-математичних наук, професор

Харків – 2018

АНОТАЦІЯ

Ячин В.В. Розсіяння електромагнітних хвиль на тривимірних двоперіодичних багат шарових магнітодіелектричних структурах. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.03 «Радіофізика». – Радіоастрономічний інститут НАН України, Інститут радіофізики та електроніки ім. О. Я. Усикова НАН України, Харків, 2018.

У дисертації вирішено актуальну проблему радіофізики - створення нового ефективного методу розв'язання векторних задач розсіяння на тривимірних багат шарових двоперіодичних магнітодіелектричних структурах. Метою дисертації є розробка і дослідження штучних двоперіодичних структур з унікальними електродинамічними характеристиками. **Наукова новизна** дисертації полягає в створенні і використанні нового достовірного методу розв'язання векторних багатомодових задач розсіяння на багат шарових магнітодіелектричних двоперіодичних структурах в частотній області, а також в виявленні нових фізичних явищ і ефектів, пов'язаних з резонансами різного походження, такими як резонанси замкненої моди, інтерференційні резонанси, резонанси, пов'язані з аномаліями Вуда.

Досліджено електродинамічні характеристики різних типів періодичних структур, таких як магнітодіелектричні одношарові структури з отворами у формі гамадіонів і С-подібними отворами, тришарова структура із співвісними отворами, 3D кіральні решітки, що перетворюють поляризацію, магнітооптичні фотонні структури, метаматеріал з механічною перебудовою геометрії елементарної комірки, CFRP вуглепластик. Запропоновано і досліджено диференціальні фазові секції на основі періодичних решіток. Розглянуто застосування перфорованого гіромагнітного шару як поляризатора Брюстера. Виявлено ефекти повного проходження похило

падаючого пучка Гауса крізь перфорований шар фериту і зсув максимумів x - і y - компонент поля пучка, відбитого від гіромагнітного перфорованого шару, в протилежних напрямках. Одержані результати мають велику практичну цінність в галузі радіофізики, радіоелектроніки, оптоелектроніки і інтегральної оптики.

Ключові слова: періодичні структури, метод інтегральних функціоналів, фотонні кристали, метаматеріали, ефект Фарадея, кіральність, ґраткові резонанси.

ABSTRACT

Yachin V.V. Electromagnetic waves scattering from three-dimensional double-periodic multilayered magnetodielectric structures. - Manuscript of qualifying scientific work.

Thesis for doctor of science degree in physics and mathematics by specialty 01.04.03 "Radiophysics". - Institute of Radio Astronomy of the NAS of Ukraine, O. Ya. Usikov Institute for Radiophysics and Electronics of the NAS of Ukraine Kharkiv, 2018.

In the dissertation, the important problem of electromagnetics, i.e. the development of a new effective method of solving vector scattering problems related to 3-D multilayered double-periodical magnetodielectric structures, is solved. The thesis is aimed at the development and study of artificial double-periodic structures with unique electromagnetic characteristics. Using a new reliable method for solving full-wave vector problem of plane wave scattering from multilayered magnetodielectric double-periodic structure in the frequency domain, the effects of resonant interaction of EM waves in periodic structures are revealed and analyzed. New phenomena and effects in trapped-mode resonances, interference resonances, and resonances associated with Wood's anomalies are investigated. The electromagnetic characteristics of different types of periodic structures such as magnetodielectric single-layered structures with apertures in the form of gamadions and C-shaped openings, threelayered structure with coaxial apertures, polarization converters in the form of 3D chiral gratings,

magneto-optical photonic structures, metamaterial with mechanically tunable elementary cell, carbon-fiber reinforced plastic are studied. The differential phase sections based on periodic gratings are proposed and investigated. The use of perforated gyromagnetic layer as a Brewster's polarizer is considered. The effects of the nearly total Gaussian beam transmission through perforated ferrite layer and the shift of the maxima of the x - and y - components of the beam field reflected from the gyromagnetic perforated layer in the opposite directions are revealed. The obtained results have great practical value in the field of radiophysics, radioelectronics, optoelectronics and integrated optics.

Keywords: periodic structures, the method of integral functionals, photonic crystals, metamaterials, Faraday effect, chirality, grating resonances.

СПИСОК ОСНОВНИХ ПУБЛІКАЦІЙ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Основні результати дисертації висвітлено в **20 статтях** у профільних журналах:

1. **V.V. Yachin**, N.V.Ryazantseva, N.A.Khizhnyak, "The scattering of electromagnetic waves by a periodic magnetodielectric structures with arbitrary profiles and inhomogeneous media" *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, Vol.11, No.11, 1349-1366, 1997.
2. **V.V. Yachin** and N.V.Ryazantseva, "The scattering of electromagnetic waves by rectangular-cell double-periodic magnetodielectric gratings" *Microwave and optical technology letters*, Vol.23, No.3, November 5, pp.177-183, 1999.
3. N.V. Sidorchuk, **V.V. Yachin**, and S.L. Prosvirnin, "Low-Frequency Approximation for the Problem of Electromagnetic Wave Propagation in a Doubly- Periodic Magnetodielectric Layer" *Telecommunications and Radio Engineering*, vol. 59, No.5 pp. 52-59, 2003.
4. **В.В. Ячин**, Исключение сингулярности в задачах рассеяния на трехмерных магнитодиэлектрических структурах с выделенным направлением, *Радиофизика и электроника*, Харьков, т.8, № 2, сс. 197-200, 2003.

5. **V.V. Yachin** “Suppression principle in the problems of scattering by double-periodic magneto-dielectric structures” Telecommunications and Radio Engineering, vol. 61, No.1 pp. 26-32, 2004.
6. **В.В. Ячин**, Н.В. Сидорчук, Рассеяние электромагнитных волн на двупериодическом магнитоэлектрическом слое, Радиофизика и радиоастрономия, т.10, № 1, сс. 50-61, 2005.
7. **V.V. Yachin**, “Substantiation of the Field Functional Method as Applied to Scattering by a Doubly Periodic Magnetodielectric Structure,” Computational Mathematics and Mathematical Physics, vol. 46, No. 9, pp. 1668-1673, 2006.
8. А.В. Грибовский, С.Л. Просвирнин, Н.В. Сидорчук, В.В. Хардилов, **В.В. Ячин**, Некоторые методы теории планарных метаматериалов, Физика волновых процессов и радиотехнические системы, т.10, № 3, сс. 27-31, 2007.
9. **V. Yachin** and K. Yasumoto, “Method of Integral Functionals for Electromagnetic Wave Scattering from a Double Periodic Magnetodielectric Layer,” J. Opt. Soc. Am. A, Vol. 24, No. 11, pp. 3606-3618, 2007.
10. **В.В. Ячин**, Т.Л. Зиненко, В.К. Киселев, Квазистатическое приближение для рассеяния плоской волны на двухпериодическом гиротропном слое. Радиофизика и радиоастрономия, т.14, № 2, сс. 174-183, 2009.
11. **V.V. Yachin**, T.L. Zinenko, V.K. Kiseliyov, S.N. Vorobyov “Diffraction of 3-D Gaussian beam with circular symmetry of the field space distribution on permeable screens at small angle of incidence” RadioPhysics and RadioAstronomy, v1.i3, pp. 241-247, 2010.
12. **V. Yachin**, K. Watanabe and K. Yasumoto, “ Method of Integral Functionals for Electromagnetic Wave Scattering from Three- Dimensional Gratings,” Advanced Techniques for Microwave Systems Editor: Giuseppe Schettini Part A. Transmission lines and Periodic Structures, Research Signpost, pp.85-102, 2011.

13. **V.V. Yachin**, T.L. Zinenko, V.K. Kiseliyov, "Diffraction of a three-dimensional Gaussian beam with a circular symmetry on penetrable screens," Telecommunications and Radio Engineering, vol.71, no.8, pp. 677-691, 2012.
14. **V.V. Yachin**, V.K. Kiseliyov, Ye.M. Kuleshov, P.K. Nesterov, T.L. Zinenko Reflectometry of Carbon Fiber Reinforced Plastic (CFRP) in Sub- Terahertz Frequency Range: Theory and Experiment. Telecommunications and Radio Engineering, 73(11) pp. 1005-1015, 2014.
15. T.L. Zinenko, **V.V. Yachin**, & Marciniak, M. Brewster's angle polarizer design based on a gyrotropic double-periodic perforated layer. Optical and Quantum Electronics, 46(6), 779-790, 2014.
16. V.I. Bezborodov, O. Kosiak, Y.M. Kuleshov, & **Yachin, V.V.** Differential phase sections based on form birefringence in The terahertz frequency range. Telecommunications and Radio Engineering, 74(8) pp. 735-744, 2015.
17. V.I. Bezborodov, O. Kosiak, Y.M. Kuleshov, & **Yachin, V.V.** Form Birefringent Structures Matching to Free Space in the terahertz frequency range. Telecommunications and Radio Engineering, 74(19) pp. 1767-1776, 2015.
18. P. K. Nesterov, **V.V. Yachin**, T.L. Zinenko, & Kuleshov, Y.M. Characterization of CFRP Thermal degradation by THz polarization-frequency reflectometry method in subterahertz frequency range. IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology, 6(1), 91-98, 2016.
19. **V. Yachin**, L. Ivzhenko, S. Polevoy, & Tarapov, S. Resonant response in mechanically tunable metasurface based on crossed metallic gratings with controllable crossing angle. Applied Physics Letters, 109(22), 221905, 2016.
20. **V.V. Yachin**, & Zinenko, T.L. 3-D Gaussian beam scattering from a gyromagnetic perforated layer: Quasi-static approach. Optics Communications, 380, 425-433, 2016.

та в 12 тезах, опублікованих у збірниках доповідей на міжнародних конференціях:

21. **V. Yachin** and K. Yasumoto, “ Analysis of Three-Dimensional Metallic Gratings Using the Method of Integral Functionals,” Proceedings of 2009 1st International Conference on Computer, Communication, Control and Information Technology, Calcutta, Feb. 2009, pp. 10-19.
22. **V.V. Yachin**, T.L. Zinenko, “Three-Dimensional Gaussian Beam with Circular Cross Section Scattered from Double-Periodic Magneto-Dielectric Slab at a Small Angle of Incidence,” Proceedings of International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagn. Theory, Lviv, Ukraine, Sept. 2009, pp. 135-138.
23. **V.V. Yachin**, T.L. Zinenko, V. K. Kiseliyov, “Three-Dimensional Gaussian Beam with Circular Cross Section Scattered from Double-Periodic Magneto-Dielectric Slab at an arbitrary angle of incidence,” Proceedings of 2010 International Kharkov Symposium on Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter and Submillimeter waves, June 2010, A-9, pp. 1-3.
24. **V.V. Yachin**, T.L.Zinenko, V.K. Kiseliyov, “Three-Dimensional Gaussian Beam with Circular Cross Section Scattered from an Anisotropic Slab,” Proceedings of 2010 International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory, 2010, Kiev, Ukraine, NME-5, Sept. 6-8, pp. 1-4.
25. **V.V. Yachin**, V.K. Kiseliyov, Ye.M. Kuleshov, P.K. Nesterov, T.L. Zinenko,” Application of the method of integral functional for evaluation of the CFRP polarization-frequency response in sub-THz frequency range and experimental verification of the results,” Proc. Int. Symp. Physics and Engineering of MM and Sub-MM Waves (MSMW-13), Kharkov, Ukraine, WT-3, June 2013, pp.82-84.
26. **V.V. Yachin**, T.L. Zinenko, V.K. Kiseliyov, M. Marciniak,” Optimization of gyrotropic double-periodic perforated layer for Brewster’s angle polarization design,” Proc. Int. Symp. Physics and Engineering of MM and Sub-MM Waves (MSMW-13), Kharkov, Ukraine, A-17, June 2013, pp.225-227.

27. **V.V. Yachin**, P.K. Nesterov, T.L. Zinenko, "Experimental study of thermal degradation influence on carbon fiber reinforced plastics reflectivity in sub-terahertz frequency range", Proceedings of the 2014 International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET 2014) 26-28, Dnipropetrovsk, Ukraine. – ET-8, August 2014, pp. 83-85.
28. V.I. Bezborodov, O.S. Kosiak, E.M. Kuleshov and **V.V. Yachin**. "Differential phase sections based on form birefringence effect operating in the terahertz frequency range." Microwaves, Radar, and Wireless Communication (MIKON), 2014 20th International Conference on. IEEE, 2014.
29. **Yachin, Vladimir V.**, and Tatiana L. Zinenko. "Fano-shape grating resonances of 3D infinite double-periodic grating of thin dielectric bricks." Electronics and Nanotechnology (ELNANO), 2016 IEEE 36th International Conference on. IEEE, 2016.
30. **V.V. Yachin**, & Zinenko, T. L. Plane wave scattering from a double-periodic gyrotropic layer. In Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter and Submillimeter Waves (MSMW), 2016 9th International Kharkiv Symposium on Physics and Engineering of Microwaves, (2016, June), (pp. 1-4). IEEE.
31. **V.V. Yachin**, & Zinenko, T.L. Plane wave scattering by a double-periodic gyromagnetic layer analyzed by the integral functional method: Full-wave solution. In Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET), 2016 IEEE International Conference on IEEE, 2016, July, pp. 260-263, IEEE.
32. **V.V. Yachin**, & Zinenko, T.L.. Polarization Conversion by Metamaterial Composed of a Periodic Array of Metallic Square Helixes Embedded in a Dielectric Layer In the 2017 IEEE First Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON) , 2017, May-June.

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ	12
ВСТУП	13
РОЗДІЛ 1 ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ	25
РОЗДІЛ 2 РОЗСІЯННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ НА ДВОПЕРІОДИЧНОМУ МАГНІТОДІЕЛЕКТРИЧНОМУ ШАРІ, БАГАТОМОДОВЕ РОЗВ'ЯЗАННЯ	47
2.1 Об'ємні інтегральні рівняння макроскопічної електродинаміки.....	47
2.2 Розсіяння ЕМ хвиль на провідних структурах	54
2.3 Метод інтегральних функціоналів в задачах розсіяння електромагнітних хвиль на двоперіодичному магнітодіелектричному шарі.....	58
2.3.1 Розв'язання для внутрішніх полів структури	62
2.3.2 Вирази для зовнішніх полів структури	70
2.4 Обґрунтування методу інтегральних функціоналів для задач розсіяння на періодичних магнітодіелектричних структурах	71
2.4.1 Достовірність чисельних розрахунків	79
2.5 Поведінка геометричних резонансів частотно-селективних екранів при зміні їх товщини	85
2.6 Фано-резонанси 3D нескінченних двоперіодичних решіток з тонких діелектричних паралелепіпедів	89
2.7 Диференціальні фазові секції на основі 2D нескінченних періодичних решіток з діелектричних брусків	95
2.7.1 Експериментальне дослідження ДФС	98

2.8 Висновки до розділу 2.....	101
РОЗДІЛ 3 РОЗСІЯННЯ ПЛОСКИХ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ НА БАГАТОШАРОВИХ ДВОПЕРІОДИЧНИХ МАГНІТОДІЕЛЕКТРИЧНИХ СТРУКТУРАХ, БАГАТОМОДОВЕ РОЗВ'ЯЗАННЯ	102
3.1 Схеми розв'язання для N шарів	102
3.1.1 Метод розв'язання крайової задачі	103
3.1.2 Специфіка розв'язання електродинамічної задачі (рекурсивні схеми).....	105
3.2 Резонанс на замкнених модах у багатошарових провідних екранах, періодично перфорованих співвісними круглими отворами.....	111
3.3 Резонансний відгук механічно керованих екранів на основі схрещених металевих решіток із брусів з контрольованим кутом схрещування.....	114
3.3.1 Експериментальне підтвердження резонансів на схрещених решітках. Механічно перестроювана метаповерхня	116
3.4 Конвертація поляризації метаматеріалом, що складається з періодично розташованих металевих спіралей, що вбудовані в шар діелектрика.....	122
3.5 Композитні матеріали, армовані вуглецевими волокнами (CFRP). Теорія та експеримент.....	127
3.5.1 Дослідження впливу термічної дії на відбивні властивості поверхні CFRP.....	132
3.6 Висновки до розділу 3.....	137

РОЗДІЛ 4 РОЗСІЯННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ НА ДВОПЕРІОДИЧНОМУ ГІРОТРОПНОМУ ШАРІ. БАГАТОМОДОВЕ РОЗВ'ЯЗАННЯ	138
--	-----

4.1 Метод інтегральних функціоналів у задачах розсіювання електромагнітних хвиль на двоперіодичному гіромагнітному шарі	139
--	-----

4.1.1 Розсіювання на гіромагнітному двоперіодичному шарі при $L / \lambda \ll 1$	147
---	-----

4.2 Гіротропний двоперіодичний перфорований шар як поляризатор Брюстера	152
--	-----

4.3 Екстраординарне посилення ефекту Фарадея в решітковому резонансі двоперіодичного гіромагнітного шару	159
---	-----

4.4 Висновки до розділу 4	163
---------------------------------	-----

РОЗДІЛ 5 РОЗСІЯННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПУЧКІВ НА ДВОПЕРІОДИЧНОМУ МАГНІТОДІЕЛЕКТРИЧНОМУ ШАРІ	164
---	-----

5.1 Дифракція тривимірного гауссівського пучка з круговою симетрією розподілу поля на проникних екранах	164
--	-----

5.2 Дифракція тривимірного гауссівського пучка з круговою симетрією розподілу поля на двоперіодично перфорованому гіромагнітному шарі	178
---	-----

5.3 Висновки до розділу 5	195
---------------------------------	-----

ВИСНОВКИ	196
----------	-----

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	199
----------------------------	-----

ДОДАТОК А Список публікацій здобувача за темою дисертації	232
---	-----

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ

ДФС	диференціальні фазові секції
ЖИГ	залізо ітрієвий гранат
ММ	метаматеріал
МО	магнітооптичні ефекти
ФК	фотонні кристали
ЭМ	електромагнітний
BIG	bismuth iron garnet
CFRP -	carbon-fiber reinforced plastic
CEM	computational electromagnetics
EIT	electromagnetically induced transparency
FDTD	Finite-Difference Time-Domain
FEM	finite element method
FR	Faraday rotation
FSS	frequency selective surface
FTIR	Fourier-Transform Infrared
IE	integral equations
LHM	left handed material
LP	linear polarization
MEMS	microelectromechanical system
MS	Metasurfaces
PDE	partial differential equation
PEC	perfect electric conductor
SRR	split ring resonator
SWG	subwavelength Grating
YIG	yttrium iron garnet

ВСТУП

Актуальність теми. З часів винаходу дифракційних решіток американським астрономом Девідом Ріттенхаусом у 1785 році і згодом, незалежно від нього, німецьким оптиком Йозефом Фраунгофером велика увага приділяється створенню періодичних структур та систем і аналізу пов'язаних з ними електродинамічних процесів. Нинішній етап розвитку фізики періодичних структур розпочався з введення поняття фотона Альбертом Ейнштейном у 1905 році і подальшим винаходом рубінового лазера Теодором Майманом у 1960 році. У цей час оптика стала асоціюватися з фотонікою. З розвитком фотоніки сталися великі зміни у багатьох галузях науки і техніки, таких як телекомунікація, радіофізика, інтегральна оптика, у біології стали застосовуватися наскрізні оптичні методи візуалізації і маніпуляції. Прогрес в усіх перелічених вище галузях істотно залежить від створення нових оптичних кристалів, матеріалів і структур. Розробки різних типів фотонних наноструктур привели до великої різноманітності одно-, дво- і тривимірних магнітодіелектричних і металевих періодичних структур. Вони демонструють якісно нові й дивовижні лінійно-оптичні, нелінійно-оптичні та квантово-оптичні властивості, що забезпечують надійний контроль поширення світла і взаємодії світла з речовиною. Експериментальні роботи з дослідження електродинамічних характеристик періодичних структур стимулювалися безпосередньо новими теоретичними концепціями, такими як тривимірні смугові заборонені зони і штучний магнетизм на оптичних частотах у метаматеріалах. У свою чергу, експерименти стимулювали розвиток нових теоретичних досліджень, спрямованих на всебічне вивчення періодичних структур. Таким чином, експеримент і теорія взаємно збагатили один одну.

Відкриття Фарадеєм явища обертання площини поляризації лінійно поляризованої ЕМ-хвилі в зовнішньому магнітному полі при проходженні цієї хвилі крізь гіротропний шар, тобто магнітооптичного (МО) ефекту, відомо більше 150 років. З того часу ефект Фарадея використовується в різних магніто-

оптичних пристроях. Хоча МО-явища досить слабкі, особливо в оптичному діапазоні, існує низка можливостей щодо їх посилення, не пов'язаних зі збільшенням зовнішнього магнітного поля. Одна з них – використання резонансів різної природи.

Останніми роками велика увага приділяється вивченню метаматеріалів. Метаматеріали є новими синтетичними матеріалами з періодичною структурою, які розроблені для досягнення унікальних властивостей, що зазвичай не зустрічаються в природі. Разом із метаматеріалами розглядаються метаповерхні – як їх двовимірні аналоги. Першими метаматеріалами були композити і штучні діелектрики. Пізніше терміни «метаматеріал» і «метаповерхня» почали застосовувати до матеріалів, ефективна діелектрична проникність і ефективна магнітна проникність яких одночасно набувають від'ємних значень на заданій частоті. Існує інший клас метаматеріалів, відмінною особливістю яких є майже нульовий показник заломлення, який зазвичай не зустрічається в природі. Метаматеріали мають широкий діапазон застосувань в електродинаміці на частотах від мікрохвильових до оптичних, включаючи екранування і поглинання. Вони можуть використовуватися для створення нових типів антен, електронних перемикачів, «ідеальних лінз» і резонаторів.

Важливим завданням є контроль параметрів розсіяння в періодичних структурах шляхом зміни температури, тиску, зовнішніх електричних і магнітних полів. Як повідомляється в нещодавно опублікованих оглядах, у реконфігурованих і настроюваних періодичних структурах та матеріалах на їх основі можна виділити три категорії методів керування електродинамічними характеристиками періодичних структур: фізична (структурна) зміна, зміна стану матеріалу і використання керованих елементів у схемі будови періодичної комірки. Перші дві категорії охоплюють майже увесь частотний спектр від мікрохвиль до оптики, а третя – застосовується тільки на мікрохвильових частотах.

Таким чином, на сучасному етапі розробка різних електродинамічних пристроїв на базі періодичних структур вимагає вивчення і глибокого теоретичного осмислення різних аспектів взаємодії ЕМ-хвиль з періодичними структурами. Особливу роль в аналізі електродинамічних процесів у періодичних структурах відіграє резонансна взаємодія ЕМ-хвиль і структури, тому аналіз фізичних процесів, що мають перебіг під час взаємодії ЕМ-хвиль і періодичної структури, вимагає створення адекватного математичного апарату, що враховує будову і матеріальні параметри періодичних структур і метаматеріалів.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертація виконувалася у рамках досліджень відділу теоретичної радіофізики Радіоастрономічного інституту Національної академії наук України відповідно до держбюджетних НДР, які виконувались за Цільовими програмами наукових досліджень Відділення фізики та астрономії НАН України: «Дослідження радіовипромінювання Землі та планет Сонячної системи. Теорія дифракції та розповсюдження електромагнітних хвиль» (0100U006421), «Електродинаміка композиційних середовищ з плоскими періодично розташованими металевими включеннями резонансних розмірів» (0102U002485), «Дослідження радіовипромінювання планет Сонячної системи. Теорія дифракції та розповсюдження електромагнітних хвиль» (0103U007919), «Гіпертонка структура мілісекундних сполохів та низькочастотні модуляції декаметрового радіовипромінювання планети Юпітер. Фізичні процеси розсіювання та випромінювання електромагнітних хвиль» (0107U000025), «Теоретичні та експериментальні дослідження резонансного збудження поверхневих хвиль у напів- та надпровідникових періодичних наноструктурах та визначення можливостей створення на цій основі нанофотонних та наноелектронних пристроїв. Розроблення дослідного зразка фільтра субміліметрового діапазону» (0110U004538), «Дослідження розсіювання електромагнітних хвиль складними періодичними структурами та метаматеріалами, розробка електродинамічних методів проектування мікрострічкових та хвилевідних фазованих антенних

решіток» (0111U000064), «Математичні моделі та фізичні основи розробки метаматеріалів на основі металевих та магнітодіелектричних періодичних структур, розробка електродинамічних методів проектування мікрострічкових та хвилевідних антен» (0116U000036), «Нестаціонарні процеси в активних мікро- та наноструктурах, що містять плазмонні та підсилюючі компоненти» (0116U005693).

В.В. Ячин був учасником та виконавцем наукових проектів, які фінансувалися країнами, що входять до Організації економічного співробітництва та розвитку (ОЕСР) та/або Європейського Союзу (ЄС).

В.В. Ячин був виконавцем проекту ENCOMB-Extended Non-Destructive Testing of Composite Bonds (Project number 266225, call (part) identifier FP7-AAT-2010-RTD-1) «Розширений неруйнівний контроль з'єднань композиційних матеріалів» (0110 U00665681).

Мета і задачі дослідження. Метою дисертаційної роботи є знаходження і дослідження нових фізичних явищ і закономірностей взаємодії електромагнітних полів з тривимірними багат шаровими періодичними структурами і середовищами (метаматеріалами). Одним з основних завдань дисертації є розробка нових періодичних структур, в яких, за рахунок спеціально підібраної структури елементарної комірки, виникають нові резонансні ефекти, що приводять до зміни поляризаційної структури поля і його інтенсивності.

Об'єктом дослідження дисертації є фізичний процес розсіяння електромагнітного поля тривимірними багат шаровими періодичними структурами і штучними середовищами, що мають складну структуру періодичної комірки, яка містить оптично-активні включення.

Предметом дослідження дисертації є закономірності взаємодії електромагнітних хвиль, характеристики процесів амплітудно-поляризаційного перетворення електромагнітних полів, природа резонансних режимів роботи в тривимірних періодичних структурах.

У дисертації розв'язано такі задачі:

1. Розв'язано векторну задачу розсіяння плоскої монохроматичної хвилі на двоперіодичному магнітодіелектричному шарі з довільним розподілом магнітної і діелектричної проникностей по елементарній комірці структури у багатомодовому режимі. Отримано вирази для розсіяних полів.
2. Розроблено нові рекурсивні схеми знаходження коефіцієнтів розсіяння для задачі дифракції плоскої монохроматичної хвилі на багат шаровій магнітодіелектричній двоперіодичній структурі з довільним розподілом магнітної і діелектричної проникностей по елементарному тривимірному періоду структури у багатомодовому режимі. Отримано вирази для розсіяних полів.
3. Розв'язано векторну задачу розсіяння плоскої монохроматичної хвилі на двоперіодичному гіротропному шарі з довільним розподілом магнітної і діелектричної проникностей по елементарній комірці структури у багатомодовому режимі. Отримано вирази для розсіяних полів.
4. Одержано аналітичні вирази для коефіцієнтів розсіяння для двоперіодичного гіротропного шару з довільним розподілом магнітної і діелектричної проникностей по елементарній комірці структури у квазістатичному наближенні.
5. Розв'язано задачі розсіяння тривимірного хвильового пучка Гаусса з циліндричною симетрією розподілу поля на двоперіодичному магнітодіелектричному і гіротропному шарах з поляризаційно незалежними елементарними комірками структур у квазістатичному наближенні.

Методи дослідження. Для розв'язання поставлених у дисертації задач було використано такі основні теоретичні і чисельні методи дослідження:

1. Методи розв'язання інтегральних рівнянь макроскопічної електродинаміки, метод «інтегральних функціоналів».
2. Методи дискретизації, метод Фур'є-аналізу.
3. Методи розв'язання матричних диференціальних рівнянь другого

порядку з постійними коефіцієнтами.

4. Методи матричної алгебри.

5. Метод Галеркіна.

Наукова новизна одержаних результатів визначається новими фізичними ефектами, передбаченими в дисертаційній роботі, у результаті досліджень багатомодових процесів розсіювання електромагнітних хвиль на тривимірних багат шарових двоперіодичних структурах з довільною структурою елементарної комірки, що містить різні типи метало-магнітодіелектричних матеріалів. У дисертації отримано такі нові результати:

- Розроблено новий метод розв'язання векторних задач розсіювання плоских ЕМ-хвиль на двоперіодичному магнітодіелектричному шарі у багатомодовому режимі в частотній області на основі об'ємних інтегральних рівнянь макроскопічної електродинаміки. Доведено єдиність розв'язку і проведено оцінку достовірності чисельних результатів.
- Запропоновано і досліджено новий клас частотно-селективних поверхонь, що являють собою періодично перфоровані ідеально провідні екрани з отворами у формі гамадіонів, які мають чотирикратну симетрію обертання або С-подібні отвори. Показано, що на основі таких поверхонь можна створити ефективні режекторні фільтри, добротністю яких можна керувати шляхом зміни товщини екранів.
- Уперше отримано і досліджено ЕП-подібний (ЕП – електромагнітно індукована прозорість) резонанс при нормальному падінні плоскої хвилі на двоперіодичну повністю діелектричну структуру, який виникає при суміщенні решіткових резонансів (аномалій Вуда) за допомогою зміни конфігурації періодів структури і її розмірів.
- Уперше для ТГц-діапазону довжин хвиль запропоновано, теоретично обґрунтовано й експериментально досліджено диференціальні фазові секції для квазіоптичних хвилеводів на основі діелектричної структури,

що складається з переміжних шарів слюди і лавсану або шарів полістиролу з повітряними проміжками.

- Розроблено нові рекурсивні схеми розв'язку векторних задач розсіяння плоских ЕМ-хвиль на багатошарових двоперіодичних магнітодіелектричних структурах у багатомодовому режимі в частотній області на основі методу інтегральних функціоналів.
- Запропоновано і досліджено новий клас періодичних структур, які є ідеально провідними екранами із співвісними отворами, в яких можливий режим збудження замкненої моди. Розглянуто можливість використання таких структур як дихроїчних частотних фільтрів на резонансах замкненої і решіткової мод.
- Передбачено, вивчено й експериментально підтверджено резонанс відбиття / проходження в схрещених решітках. Продемонстровано можливість механічного керування резонансними властивостями такої структури в над- широкому частотному діапазоні.
- Запропоновано і досліджено новий клас метаматеріалів на основі періодично розташованих квадратних спіралей, розміщених у діелектричному шарі, що обертають площину поляризації ЕМ-хвиль.
- Запропоновано нову теоретичну модель існуючих композитів, що являють собою армований вуглепластик. З використанням запропонованої моделі дано рекомендації з виявлення термічної деградації таких вуглепластиків.
- Уперше методом інтегральних функціоналів розв'язано векторну задачу дифракції плоскої ЕМ-хвилі на двоперіодичному гіротропному шарі у багатомодовому режимі.
- Уперше розглянуто застосування перфорованого гіромагнітного шару як поляризатора Брюстера. Розроблено нові методики ефективного пошуку

параметрів поляризатора Брюстера, що пропускає тільки TE - або TM -компоненти поля падаючої хвилі.

- Уперше продемонстровано явище екстраординарного збільшення ефекту Фарадея при використанні структур, які є перфорованими ідеально провідними шарами з отворами, заповненими залізо-ітрієвим гранатом. Показано, що резонанс відбувається на решіткових модах і належить до резонансів магнітного типу.
- Уперше розв'язано задачу розсіювання тривимірного пучка Гаусса з циліндричною симетрією розподілу поля на перфорованому магнітодіелектричному шарі та гіротропному шарі з поляризаційно незалежною формою отвору перфорації.
- Уперше виявлено ефект, який полягає в протилежному зміщенні максимумів x - і y -компонент поля, відбитого від гіромагнітного шару з отворами, при похилому падінні TE -поляризованого пучка Гаусса.
- Уперше виявлено ефект повного проходження похило падаючого TM -поляризованого пучка Гаусса без зміни його форми при певних товщинах шару фериту з малими квадратними отворами в широкій області кутів його падіння.

Практичне значення одержаних результатів. У дисертаційній роботі розроблено новий метод розв'язання векторних задач розсіювання електромагнітного випромінювання на тривимірних багат шарових метало-магнітодіелектричних двоперіодичних структурах, що дозволило розглянути низку практично важливих задач. Багат шарові періодичні структури з різних матеріалів широко використовуються в приладобудуванні в частотних діапазонах від мікрохвильового до оптичного. На основі таких структур можуть бути створені різного роду смугові фільтри, дільники пучка і дуплексери для квазіоптичних та мікрохвильових пристроїв. Крім того, їх можна використовувати для створення слабовідбивних і поглинаючих покриттів.

Багатошарові періодичні структури можуть служити складовими елементами трансформаторів поляризації, поляризаторів електромагнітного випромінювання, сенсорів тощо. Вони можуть бути використані як поляризаційні селективні невзаємні екрани та як дільники променя. В області інтегральної оптики ці структури можуть використовуватись для створення різних затворів і модуляторів, керованих зовнішнім електричним або магнітним полем.

Метаматеріали з механічним деформаційним настроюванням елементарної комірки можуть бути ефективними для керування характеристиками ЕМ-хвиль і отримання адаптивного відгуку без зусиль із проектування і виготовлення періодичних структур з електронним настроюванням. Розроблений у дисертації метаматеріал дозволяє здійснювати його механічне настроювання без необхідності зміни напруги зміщення, введення нелінійних компонентів і microelectromechanical systems (MEMS). При цьому частота резонансу може бути змінена в широких межах.

Терагерцовий діапазон залишається діапазоном, який є слабо забезпеченим системами каналізації. До числа елементів хвилевідного тракту, що служать для перетворення поляризації, належать диференціальні фазові секції. У дисертації було запропоновано, розроблено і досліджено чвертьхвильові і напівхвильові широкосмугові диференціальні фазові секції в ТГц частотному діапазоні.

Створення моделі вуглепластику, що являє собою періодично укладені вуглецеві волокна в епоксидній матриці, дозволило ефективно моделювати електродинамічні процеси розсіяння для різних сценаріїв опромінення і температурного режиму. Така модель дозволяє вивчати фізичні явища, що спостерігаються у вуглепластику, визначати безконтактним способом його стан і ступінь деградації матеріалу. Цей підхід має велике значення у виробництві та експлуатації сучасних літальних апаратів.

Ще одним практично важливим об'єктом досліджень цієї дисертаційної роботи є двоперіодична структура з гіротропного матеріалу або так званий

магніто-фотонний кристал. У такому кристалі існують різні види резонансів, що сприяють посиленню магнітооптичних ефектів. Величезну роль у техніці НВЧ грають прилади на основі таких ефектів. Особлива роль відводиться ефекту Фарадея. Завдяки істотному збільшенню кута обертання Фарадея у двоперіодичній структурі є можливість мініатюризувати прилади, наприклад, такі як модулятори або затвори. Крім того, передбачений ефект може бути використано для створення нових планарних елементів інтегральної оптики. Він також може бути застосований в 3D дисплеях і телекомунікаційних приладах.

Особистий внесок здобувача. У дисертації було використано наукові статті [1–20] і матеріали тез доповідей на конференціях [21–32]. В опублікованих із співавторами статтях [1, 2, 9, 12] особистий внесок здобувача полягає в участі у виборі об'єктів дослідження, розробленні методу розв'язання задач розсіювання, розробленні відповідних комп'ютерних алгоритмів і налагодженні програм, проведенні числового моделювання, а також обговоренні отриманих результатів. У статтях [3, 6, 8, 10, 11, 13, 15, 20] внесок здобувача полягає в участі у виборі об'єктів дослідження, розробленні методу розв'язання задач розсіювання, а також обговоренні отриманих результатів. У статтях [14, 16, 17–19] запропоновано теоретичний метод розв'язання задач розсіювання, розроблення відповідних комп'ютерних алгоритмів і налагодження програм, проведення числового моделювання, а також у обговоренні отриманих результатів. Статті [4, 5, 7] опубліковані дисертантом без співавторства. Роботи були виконані в співавторстві з Безбородовим В. І., Воробйовим С. М., Грибовським А. В., Івженко Л. І., Зиненко Т. Л., Кисельовим В. К., Косяком О. С., Кулешовим Є. М., Нестеровим П. К., Полевим С. Ю., Просвірніним С. Л., Сидорчук Н. В., Тараповим С. І., Хардіковим В. В., Хижняком М. А., Marciniak M., Watanabe K., Yasumoto K.

Матеріали спільних робіт були використані в дисертаціях на здобуття вченого звання кандидата фізико-математичних наук:

Сидорчук Н. В. «Розсіяння електромагнітних хвиль двоякоперіодичними магнітодіелектричними структурами»;

Івженко Л. І. «Спектральні властивості анізотропних метаматеріалів мікрохвильового діапазону довжин хвиль»;

Косяк О. С. «Квазіоптичні поляризаційні перетворювачі терагерцового діапазону».

Апробація результатів дисертації. Результати роботи за темою дисертації доповідалися й обговорювалися на семінарах відділу теоретичної радіофізики Радіоастрономічного інституту НАН України, на науково-кваліфікаційному семінарі «Теорія дифракції та дифракційна електроніка» в ІРЕ ім. О.Я. Усикова НАН України і семінарі відділу квазіоптики в Інституті радіофізики і електроніки ім. О.Я. Усикова НАН України, а також на таких міжнародних конференціях і симпозіумах :

- The International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory “ММЕТ” (Kharkiv 1998, 2000, 2012; Kiev 2002, 2010; Dnipropetrovsk 2014; Lviv 2016);

- The International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic Theory "DIPED" (Lviv 1999, 2001, 2009);

- The International Symposium Physics and Engineering of MM and Sub-MM Waves “MSMW” (Kharkiv 2001, 2007, 2010, 2013, 2016);

- The International Conference on Microwaves, Radar, and Wireless Communication “MIKON” (Gdansk 2014);

- The International Conference on Electronics and Nanotechnology “ELNANO” (Kiev 2016);

- The International Conference on Electrical and Computer Engineering “UKRCON” (Kiev 2017).

Публікації. Результати дисертації було опубліковано в 43 наукових роботах, у тому числі в 20 статтях [1–20] у профільних наукових журналах і в 23 збірках доповідей на українських і міжнародних конференціях [21–43].

Структура і обсяг роботи. Дисертація складається з анотації, вступу, п'ятих розділів, висновків, списку цитованої літератури і додатка. Робота містить 235 сторінок, 73 рисунки, 2 таблиці і 327 бібліографічних посилань.

Автор вдячний професорові Просвірніну С.Л. за наукове консультування роботи над дисертацією, професорові Кисельову В.К. за корисні поради, а також усім співробітникам відділу теоретичної радіофізики Радіоастрономічного інституту НАН України і відділу квазіоптики Інституту радіофізики і електроніки ім. О.Я. Усикова НАН України за підтримку і допомогу в роботі.

РОЗДІЛ 1

ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ

Періодична структура – це структура або система, що переходить сама в себе при зсуві на деяку кінцеву відстань. Найменша величина цієї відстані d називається періодом. У загальному випадку при такому визначенні періодичні структури нескінченні і служать ідеалізованими моделями для теоретичного вивчення реальних об'єктів. За числом незалежних просторових напрямів зсуву періодичні структури розрізняють як одновимірно (а), двовимірно (б) і тривимірно (в) періодичні структури (рис. 1.1).

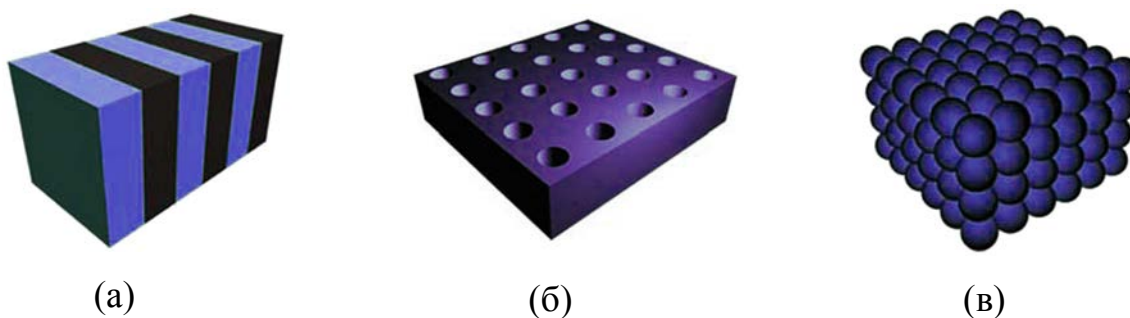


Рис. 1.1 - Типи періодичних структур

Такі об'єкти характеризуються унікальними фізичними властивостями і завдяки ним знайшли широке застосування в різних технічних галузях життєдіяльності людини. Електродинамічний аспект вивчення і використання таких структур пов'язаний із взаємодією ЕМ-поля з такими об'єктами і перевипромінюванням його в простір. Електродинамічно пасивні 3D періодичні шаруваті структури знаходять широке застосування як частотно-селективні поверхні [44], фотонно-кристалічні пластини [45], метаматеріали [46], відбивні антени [47]. Градацію періодичних структур можна провести, враховуючи величину відношення довжини електромагнітної хвилі, що падає на структуру, до періоду структури. Діапазон I у таблиці 1.1 відповідає області, де період структури набагато менше довжини хвилі, тобто квазістатичному діапазону. У цій області класичні формули усереднення використовують для одержання

еквівалентних ефективних властивостей середовища, застосовуючи закони електростатики для локальних полів, що збуджуються в частинках (ефективна діелектрична проникність ϵ , магнітна проникність μ тощо). Визначення ефективних властивостей і моделювання електромагнітних відгуків системи періодично розташованих включень (частинок), занурених в однорідний матеріал з відомими матеріальними параметрами, є задачею з історією, що починається з часів Максвелла і Релея. Наприклад, формули Максвелла–Гарнета [48] або Бругемана [49], які визначають ефективні матеріальні параметри такого середовища, з успіхом використовуються і нині [50–52].

Табл. 1.1 Три характерні частотні області для композитних матеріалів

Ефективне середовище (I)	Диспергуюче ефективне середовище (II)	Багатохвильовий опис розсіяння ЕМ-хвиль (III)
Теорія ґрунтується на квазістатичному наближенні	Теорія ґрунтується на резонансній взаємодії періодичної комірки з ЕМ-полем	Теорія ґрунтується на резонансній взаємодії ЕМ-поля і структури
		
Напря́м збі́льшення величини відношення періоду структури до довжини хвилі		

Діапазон II у таблиці 1.1 відповідає області, де період структури все ще малий у порівнянні з довжиною електромагнітної хвилі, яка взаємодіє зі структурою. У цьому випадку елементарні комірки структури побудовані таким чином, що через геометричні форми елементів комірок або через їх матеріальні властивості вони можуть резонувати з падаючим на структуру випромінюванням. Такі періодичні структури утворюють новий клас штучних матеріалів – метаматеріали (ММ). У цьому випадку можлива широка різноманітність унікальних розсіювальних властивостей структур, які зазвичай не зустрічаються в природі. Наприклад, таких як у матеріалів з негативним або майже нульовим коефіцієнтом заломлення та ін. Матеріали з унікальними властивостями мають широкий діапазон потенційних застосувань в електродинаміці в діапазоні довжин хвиль від довгих мікрохвиль до оптичних. Такі матеріали можуть застосовуватись як підкладки для антен, поглинаючі

матеріали, електронні перемикачі, бездисперсійні лінзи і резонатори, а також здійснювати екранування. І це лише деякі з можливих застосувань. В області II резонують елементи комірки, а не сама решітка. Це той діапазон, де середовище є диспергуючим, але його електромагнітні властивості ми все ще можемо характеризувати ефективними параметрами ε і μ . Початок сучасним дослідженням в області метаматеріалів було покладено теоретичною роботою В.Г. Веселаго [53], а потім Д.Б. Пендрі, Д.Р. Сміт та інші дослідники здійснили фізичну реалізацію конкретних структур [54]. Концепція матеріалів з негативним коефіцієнтом заломлення n , у зв'язку з цим, унікальними фізичними властивостями, виникла набагато раніше. Фактично, ці типи матеріалів були передбачені теорією, вік якої налічує більше століття. Ще 1898 року Дж. Бозе скористався скрученими мідними дротами в мікрохвильовому експерименті, вивчаючи поляризацію [55]. Крім того, штучний магнетизм згадується у класичних підручниках про антени [56], а штучна плазма або композитні матеріали з негативним ε відомі з 1960-х років [57]. Проте усіма визнається той факт, що російський вчений Віктор Веселаго 1967 року в роботі [53] показав, що матеріали з одночасним негативним ε і μ матимуть екзотичні властивості, такі як протилежні напрями фазової і групової швидкостей хвиль, що поширюються, інверсія доплерівського зсуву і порушення закону Снелліуса. Відтоді такі матеріали відомі у світовій літературі як *left handed materials* (LHM). Проте також відомо, що в 1957 році Д.В. Сивухін у роботі [58] вже коротко розглянув властивості таких матеріалів, а в [59] Г. Лемб припустив існування зворотних хвиль, тобто таких, що поширюються з протилежними фазовою і груповою швидкостями, але його приклади стосувалися механічних систем, які були описані в книзі з оптики [60]. В цій книзі А. Шустер відзначив цю роботу Г. Лемба і прокоментував її значення для оптичних середовищ. Зокрема, він стверджував, що навколишнє середовище з властивостями, що підтримують існування зворотної хвилі, має бути знайдене.

Переворот у LHM, або метаматеріалах, стався в 1996 році, коли Д.Б. Пендрі із співавторами реалізували плазмоподібний матеріал з використанням

дротяного середовища (рис. 1.2 (а)), діелектрична проникність якого була негативною [61]. Пізніше, в 1999 році, Д.Б. Пендрі зі співавторами створили штучні магнітні матеріали, магнітна проникність яких була негативною (рис. 1.2 (б)) [62]. У цій роботі були представлені добре відомі тепер резонатори з розіркненим кільцем, split ring resonator (SRR), які використовувалися для досягнення магнітного відгуку. Перший штучний LHM був зроблений Д.Р. Смітом у 2001 році з використанням комбінації дротів і SRR (рис. 1.2 (в)) [63]. У його відомому експерименті було підтверджено явище негативної рефракції (рис. 1.2 (г)). Експериментальна реалізація LHM привернула до себе велику увагу дослідників, за нею послідувала величезна кількість як теоретичних, так і експериментальних досліджень метаматеріалів з різною конфігурацією періоду. Було досліджено можливості їх виготовлення широко- або багатодіапазонними [64], вузькосмуговими [65], незалежними від кутів падіння на них хвиль [66] і їх поляризації [67], перестроюваними на розтягваних субстратах [68] та ін.

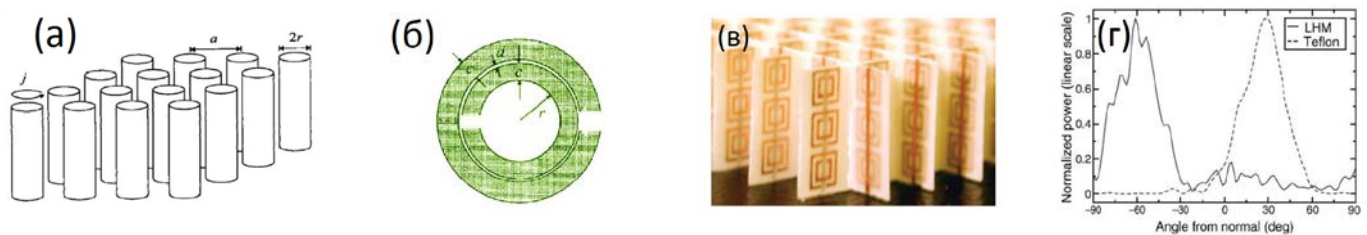


Рис. 1.2 - Компоненти створених штучних матеріалів з негативними матеріальними параметрами: (а) масив металевих дротів [61], (б) двоконтурний кільцевий резонатор [62], (в) метаматеріал, що має від'ємний показник заломлення [63], (г) кутові залежності експериментальних спектрів проходження при від'ємному показнику заломлення [63]

Через складність структури періодичної комірки дуже часто важко отримати аналітичні вирази для ефективних матеріальних параметрів метаматеріалів. В якості альтернативи ми можемо знайти ефективні параметри, ґрунтуючись на результатах чисельного моделювання задачі розсіяння [69–72]. Перший крок процедури пошуку полягає в тому, щоб обчислити коефіцієнти

проходження і відбиття метаматеріалу, використовуючи чисельні методи. Імпеданс і показник заломлення пов'язані з коефіцієнтом проходження (t) і коефіцієнтом відбиття (r) за допомогою рівнянь [69]

$$z_{eff} = \pm \sqrt{\frac{(1+r)^2 - t^2}{(1-r)^2 - t^2}}, \quad (1.1)$$

$$n_{eff} = \pm \cos^{-1} \left[\frac{1}{k_0 L} \left(\frac{1-r^2+t^2}{2t} \right) \right] + \frac{2m\pi}{k_0 L}. \quad (1.2)$$

Тут k_0 – хвильове число у вакуумі, що визначається як $k_0 = 2\pi/\lambda_0$, L – товщина метаматеріалу, m – ціле число. Ми можемо визначити z_{eff} і n_{eff} з рівнянь (1.1) і (1.2), враховуючи, що метаматеріали є пасивними середовищами, тобто коли реальна частина z_{eff} і уявна частина n_{eff} є додатними [69]. Таким чином, ϵ_{eff} і μ_{eff} можуть бути легко отримані відповідно до виразів $\epsilon_{eff} = n_{eff}/z_{eff}$ і $\mu_{eff} = n_{eff} z_{eff}$. Проте треба зазначити, що процес пошуку ϵ_{eff} і μ_{eff} не є тривіальним, особливо коли електромагнітна хвиля падає на метаматеріал під кутом [72], або у разі, коли метаматеріали є анізотропними або біанізотропними [70].

Незважаючи на унікальні властивості, ЛНМ мають великі втрати і вузьку смугу пропускання. Тому науковці шукають інші унікальні характеристики метаматеріалів поза контекстом негативної рефракції. Друга революція в області конструювання метаматеріалів сталася на рубежі 2005–2006 років, коли середовище з градієнтним показником заломлення було реалізоване для обгинання електромагнітними хвилями різних перешкод [73]. Тоді ж було запропоновано техніку оптичної трансформації (трансформаційна оптика) для створення «плащів-невидимок» і для керування поширенням електромагнітних хвиль із використанням метаматеріалів [74, 75]. Відтоді назві «метаматеріал» надають набагато ширшого значення, ніж ЛНМ, і воно вже не вимагає обов'язкової наявності у метаматеріалу негативної діелектричної і магнітної проникностей. Таким чином, було відкрито наступну сторінку у створенні нових матеріалів. У [76, 77] було повідомлено про експериментальну

реалізацію «плаща-невидимки» в мікрохвильовій області, однак тільки на окремих частотах.

При використанні включень з матеріалів, чутливих до різних зовнішніх впливів, властивості метаматеріалів можуть мінятися. Такі керовані метаматеріали можуть використовуватися для перемикання і модуляції електромагнітного випромінювання [78]. На мікрохвильових частотах для створення керованого метаматеріалу застосовуються включення в елементарну комірку метаматеріалу елементів з електронним керуванням, таких як діоди і варактори [79]. У міру просування за частотою у бік коротких хвиль, напівпровідники часто використовуються для досягнення динамічно перестроюваних метаматеріалів. Були продемонстровані різні підходи до модуляції електромагнітного випромінювання, включаючи електричне й оптичне накачування метаматеріалів з напівпровідниковими складовими [80–83], електрокерування за допомогою напруги зміщення, що змінює анізотропну оптичну стала включень з рідкого кристала [84, 85], керування зовнішнім магнітним полем [86, 87] і використання термічного керування [88, 89]. Крім того, для досягнення зміни електромагнітного відгуку (microelectromechanical system, MEMS) у метаматеріалах використовується елементарна комірка, що механічно перебудовується [90].

Електромагнітні властивості метаматеріалів, включаючи можливість їх роботи на певній довжині хвилі, диктуються їх геометрією. Таким чином, їх можна легко масштабувати у більшій частині електромагнітного спектра. Режим ТГц (300 ГГц – 10 ТГц), або так званий «THz Gap», є складним для освоєння, оскільки в цьому спектральному проміжку спостерігається сильне атмосферне поглинання [91]. Крім того, є нестача або повна відсутність джерел, детекторів, модуляторів або їх аналогів, які б працювали як у радіочастотному, так і в інфрачервоному / оптичному діапазонах [92]. Разом з тим існує безліч потенційних застосувань для пристроїв, які можуть працювати в цій частині електромагнітного спектра, таких як виявлення небезпечних предметів за допомогою сканування [93], всепогодна навігація [94] і раннє діагностування

захворювань [95]. У 2004 році конструкція резонатора з розімкненим кільцем (split ring resonator (SRR)) була масштабована до частоти 13 ТГц (для періодичної комірки близько 10...36 мкм). Було показано, що вона має сильний магнітний відгук на частоті близько 1 ТГц [96], тобто без будь-яких додаткових змін структура показала майже ідентичний відгук на три порядки вище за частотою, ніж її аналог, просто шляхом масштабування. Гнучкість таких конструкторських рішень дозволила розробити ТГц-метаматеріали і з їх допомогою – такі пристрої і системи, як модулятори [97], датчики [98], засоби активного просторового маскування [99].

Ще одне цікаве і, можливо, найпоширеніше застосування метаматеріалів – це конструювання на їх основі поглиначів, обумовлене можливістю елементів елементарної комірки метаматеріалу поглинати електричну і магнітну складові ЕМ-хвилі [100, 101]. Уперше це було продемонстровано в 2008 році в мікрохвильовому діапазоні, де 88 % поглинання була досягнуто на частоті 11,5 ТГц [100]. Поглинання енергії електромагнітного спектра за допомогою метаматеріалів від мікрохвильового до оптичного діапазону довжин хвиль використовується у багатьох застосуваннях і пристроях [102].

Явище поляризації ЕМ-хвиль забезпечує додатковий інформаційний канал у радіо- й оптичному діапазонах для різних цілей і використовується в таких пристроях, як двополяризовані радары, у поляриметричних вимірюваннях, у волоконно-оптичному зв'язку тощо. Щоб маніпулювати поляризаційним станом падаючої плоскої хвилі, використовуються пристрої, які називаються поляризаційними трансформаторами. Їхніми найважливішими функціями є маніпуляції з лінійною поляризацією, наприклад, за допомогою обертання площини поляризації при проходженні через структуру, а також поляризаційна вибірковість, тобто здатність відбивати або пропускати плоскі хвилі залежно від їх поляризації. Прикладом поляризаційного трансформатора може служити кіральний метаматеріал [103, 104], який здатний обертати площину поляризації на 90° . Кіральні структури, які здатні обертати площину поляризації, називаються твіст-поляризаторами. Такі поляризатори спочатку

використовувалися в мікрохвильовому діапазоні для антен наземних станцій [105], які працюють на двох поляризаціях. В оптичному діапазоні поляризаційні трансформатори можуть бути застосовані в оптоелектроніці в системах відображення [106]. Ще одним важливим класом поляризаційних трансформаторів є перетворювачі лінійної поляризації на кругову.

Природні матеріали з оптичною активністю, тобто здатні обертати площину поляризації, серед яких такі анізотропні матеріали, як кварц, кристалічний гіпс і ізотропний скипидарний газ, були вперше вивчені Д.Ф. Араго (1811) і Ж.Б. Біо (1812) [107, 108]. Оскільки природна оптична активність цих речовин дуже слабка [106], то використання оптично тонких композитних шарів, з огляду на їх обертальну здатність, особливо в оптичному діапазоні, може бути дуже ефективним.

Метаповерхні (metasurface, MS) є альтернативою об'ємним тривимірним метаматеріалам. Метаповерхні – це двовимірні аналоги метаматеріалів, що визначаються як оптично тонкі і щільні двовимірні масиви періодично розміщених елементів, які мають незвичайні і корисні властивості. Завдяки двовимірній природі метаповерхневих структур, вони займають менше фізичного простору і можуть демонструвати нижчі втрати [109, 110].

Область III таблиці 1.1 відповідає резонансам, пов'язаним з періодичністю структури. Традиційна частотно-селективна поверхня [44] відноситься до цього третього діапазону. Іноді резонанси частотно-селективної поверхні можуть бути пов'язані з резонансами розсіювачів, а не з періодичністю структури. Коли в такому режимі працюють звичайні частотно-селективні поверхні (frequency selective surfaces, FSS), тоді відмінності між діапазонами II і III немає. Історично застосування FSS включало резонансні роздільники і деплексори променя для квазіоптичних пристроїв, тобто рефлекторних антен [111] і покриттів для антенних обтічників [112]. У більшості випадків, коли резонансна поведінка бажана, FSS реалізують у вигляді періодичних масивів металевих патчів або апертур у металевому екрані. Вибір форми патча або апертури, їх розмірів і, можливо, матеріалу підкладки, є основною частиною

процедури проектування FSS. Патч-масиви (або FSS з дипольним типом структури комірки) проектується таким чином, щоб мати властивості режекторного фільтра для плоских хвиль, тобто бути ідеально відбиваючими екранами у вузькій смузі частот. Їх компліментарні аналоги, тобто FSS з апертурним типом комірки, демонструють ідеальне пропускання для хвиль у робочій зоні спектра ЕМ-хвиль. При резонансі елементарної комірки, що забезпечує необхідні властивості звичайних FSS, треба дотримуватись розміру патча або апертури, щонайменше, порядку половини довжини хвилі. Насправді, FSS можуть проявляти множинні резонанси у випадку збільшення частоти, тоді як необхідна поляризованість елемента масиву зазвичай досяжна в найнижчому резонансі або в декількох перших резонансах у разі багатосмугових FSS. З іншого боку, у більшості пристроїв відсутність вищих дифракційних порядків у відбитих полях і тих, що пройшли, є однією з основних вимог, яка обмежує період елементарної комірки FSS зверху [113].

У діапазоні III таблиці 1.1 взаємодія електромагнітного поля з періодичною структурою має складний характер. Це відбувається внаслідок того, що довжина падаючої хвилі наближається до величини періоду структури, і в цьому випадку ми можемо більше не замислюватися над тим, що композитний матеріал поводить себе як ефективне середовище. У такій періодичній системі необхідно враховувати моди Флоке–Блоха більш високого порядку, ніж нульова. У цій області спектра такі структури вже не належать до метаматеріалів або метаповерхонь і називаються фотонними структурами або фотонними кристалами [45].

Фотонні кристали (ФК) є штучними періодичними діелектричними або металевими структурами, створеними для керування поширенням світла [114, 115]. Модою ЕМ-хвилі, що поширюється у фотонному кристалі, є блохівська хвиля [116], а її дисперсійна залежність – це фотонна зонна структура, що містить смуги запирання, тобто діапазони частот, в яких заборонено поширення світла в структурі. До теперішнього часу більшість застосувань ФК

орієнтуються на наявність заборонених зон, а різні пристрої на їх основі призначені для відбиття, захоплення і каналізації світла [107, 108].

Поведінка світла, що поширюється у фотонному кристалі, може бути інтуїтивно зрозумілою, якщо порівнювати її з поведінкою електронів у твердотільних матеріалах. Проходячи крізь ґратку атомів, електрони взаємодіють з періодичним потенціалом, що приводить до формування дозволених і заборонених енергетичних станів електронів. Світло, що поширюється у фотонному кристалі, взаємодіє з періодично модульованим показником заломлення, що призводить до утворення дозволених і заборонених зон для поширення ЕМ-хвиль у ФК. Фотонний кристал забороняє будь-яке поширення світла з довжиною хвилі, що потрапляє в заборонену зону, дозволяючи при цьому іншим довжинам хвиль вільно поширюватися. Зонні структури залежать від конкретної геометрії і складу фотонного кристала, тобто від таких величин, як стала ґратки, діаметр елемента ґратки, і контрасту показника заломлення. Можна створити дозволені смуги у фотонних заборонених зонах шляхом введення точкових дефектів або ліній дефектів у ґратках фотонних кристалів. Точкові і лінійні дефекти обумовлюють локалізацію ЕМ-енергії в дефектних модах і можуть бути використані для створення оптичних резонаторів та фотонно-кристалічних хвилеводів.

Аналогія між електронними і електромагнітними хвилями є простим наслідком формального зв'язку між рівнянням Шредингера для електронних хвильових функцій і рівняннями Максвелла для ЕМ-хвиль. Насправді, без урахування спінів частинок, гармонічна електромагнітна хвиля в діелектрику без втрат задовольняє рівнянню (1.3), яке формально аналогічний рівнянню (1.4), що визначає хвильову функцію для електрона з масою m в потенціалі кристалічної ґратки V :

$$\nabla \times [\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r})] = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(\mathbf{r}) \mathbf{E}(\mathbf{r}) \quad (1.3)$$

$$\nabla^2 \psi(r) = \frac{2m}{\hbar^2} (E - V(r)) \psi(r). \quad (1.4)$$

Різниця між спінами фотонів, що є бозонами, і електронів, що є ферміонами, приводить до різної статистики для заселеності енергетичних рівнів, а також пояснює, що ці два рівняння мають різний характер: рівняння для фотонів є векторним, тоді як рівняння для електронів – скалярним. Коротке порівняння (1.3) з рівнянням (1.4) показує, що відносна діелектрична проникність $\varepsilon(r)$ (квадрат показника заломлення n) є для фотонів аналогом потенціалу V для електронів. За аналогією з електронними рівнями напівпровідників стає інтуїтивно зрозумілим, що періодична варіація $\varepsilon(r)$ може привести до формування фотонних заборонених зон. Іншими словами, для певного діапазону частот або, що еквівалентно, довжин хвиль, світло не може поширюватися в діелектрику, якими б не були його поляризація і напрямок поширення. Розглядаючи діелектрик без втрат, світловий пучок, що падає на такий матеріал, має бути повністю відбитий для конкретної частоти-носія пучка.

Сама концепція фотонної забороненої зони спочатку виникла з бажання досягнення повного контролю над спонтанним випромінюванням і, врешті, решт, проектування одномодових мікрорезонаторів для лазерів [119–121]. Пошук можливості повного утримання світла в трьох вимірах нині є складним завданням, технологічні труднощі якого не можна ігнорувати. Нині в науковому співтоваристві визнається той факт, що новаторські експерименти, проведені Е. Яблоновичем із співавторами [122] зі створення ФК з тривимірною зоною замикання в мікрохвильовому діапазоні, ще не скоро зможуть бути відтворені у ближньому інфрачервоному і видимому діапазонах довжин хвиль. З цієї причини зусилля значною мірою перейшли від розгляду тривимірних фотонних кристалів до двовимірних фотонних кристалів, з основною ідеєю, що двовимірні фотонні кристали можуть бути прямим продовженням плоских приладів інтегральної оптики, що дозволяє реалізувати оптичні пристрої в набагато компактнішому варіанті, ніж існуючі нині. На щастя, ця ідея співпала з величезним зростанням телекомунікаційних систем у частотному діапазоні 1,3...1,5 мкм, що вимагало розробки «оптичної

мікросхеми», здатної одночасно аналізувати число оптичних сигналів, що постійно збільшується як в оптичному волокні, так і в періодично модульованому діелектричному шарі. Дійсно, розвиток галузі науки, пов'язаної з фотонними кристалами, між кінцем XX і початком XXI століття безпосередньо залежав від великого попиту на інноваційні пристрої і системи оптичного зв'язку. Дисперсійні властивості ФК є придатними для створення компактних і високоефективних демультіплексорів з розділенням сигналу за довжиною хвилі [123–125]. Цей пристрій дозволяє розділяти інформаційні канали, які створюються на різних довжинах хвиль, в одному хвилеводі.

Незважаючи на слабо розвинену технологію для виробництва 2D і 3D ФК, існує ряд напрямів оптоелектроніки, в яких можуть бути використані і використовуються такі структури. Найбільш важливими є лазерна техніка, оптичні ізолятори, нелінійна нанооптика і оптоволоконний зв'язок, пристрої зображення і перетворювачі електромагнітного випромінювання. ФК є перспективними для розробки і створення квантових комп'ютерів [126]. Розвиток нових фотонних технологій дуже важливий, оскільки очікується, що в осяжному майбутньому напівпровідникова мікроелектроніка досягне фундаментальних обмежень своєї функціональності. Ці обмеження часто обговорюються в контексті закону Мура [127] і його обмежень [128]. Зокрема, передбачається, що інтегровані фотонні мікросхеми дозволять оптичним системам бути більш компактними порівняно з сучасними дискретними оптичними компонентами і мати більш високу продуктивність порівняно з мікроелектронними мікросхемами. Очікується також, що інтегровані фотонні мікросхеми будуть сумісні з наноелектронними компонентами [129] і будуть краще захищені від електромагнітних завад.

Введення нелінійних матеріалів у фотонну структуру приводить до появи дуже корисних ефектів. Нелінійні матеріали змінюють свій показник заломлення при падінні на них високоінтенсивного випромінювання [130]. Такі зміни показника заломлення можуть привести до істотної зміни основних характеристик системи. Ці ефекти започаткували новий клас оптичних

пристроїв, таких як оптичні елементи зберігання інформації [131], логічні елементи [132, 133] і оптичні обмежувачі потужності [134]. Оптичні обмежувачі потужності можуть бути використані, щоб уникнути ушкодження оптичних датчиків. Їх функція визначається зростанням відбивної здатності нелінійної структури ФК при збільшенні інтенсивності вхідного випромінювання. При цьому вихідна оптична інтенсивність залишається постійною. Дискретні оптичні солітони [135] усередині нелінійного ФК можуть використовуватися для зберігання інформації. Такі солітони, керовані випромінюванням, дозволяють здійснювати записування і зчитування інформації. Принцип оптичних логічних елементів ґрунтується на тому факті, що потужності одного оптичного сигналу недостатньо для істотної зміни властивостей структури. Проте, коли два сигнали надходять на нелінійний елемент структури, зміна показника заломлення виявляється такою, що змінюються також оптичні властивості всього ФК, зокрема, коефіцієнтів проходження і відбиття. При цьому можуть виникати такі дві ситуації. Перша – коли оптичний затвор є закритим при низькій інтенсивності випромінювання і відкривається при високій інтенсивності, тим самим реалізуючи логічний елемент «ТА». Друга ситуація – протилежна, коли при низькій інтенсивності випромінювання затвор відкривається, а зростання інтенсивності призводить до закриття затвора. Ця ситуація – для затвора «ТА-НІ».

Мікрохвильові магнітні наноструктури [136, 137] часто розглядаються як найбільш ймовірні кандидати для інтеграції з фотонними пристроями. Це пов'язано з тим, що багато фізичних процесів, які беруть участь у магнітооптичних явищах, добре вивчені (див., наприклад, [138]), і багато магнітооптичних пристроїв [138, 139] (наприклад, магнітооптичні приводи) мали величезний комерційний успіх у минулому і продовжують використовуватися нині. Крім того, у магнітних носіях для зберігання даних магнітні наноструктури використовувалися у поєднанні з нанoeлектронікою (наприклад, у зчитувальних головках і магнітних запам'ятовувальних пристроях з довільним доступом).

Галузь досліджень, що об'єднує магнітні і фотонні явища, називається магнітоплазмонікою. Керування оптичними властивостями поверхневих плазмонів з використанням магнітних ефектів було, ймовірно, уперше запропоновано К.В. Чіу і Д.Д. Куїнном [140]. Вони досліджували вплив зовнішнього статичного магнітного поля на дисперсійні співвідношення поверхневих плазмонів у металі. Поверхневі плаزمони – це хвилі, що поширюються уздовж межі метал–діелектрик [141–143]. Локалізований поверхневий плазмон є результатом утримання поверхневої хвилі в металевій наночастинці, розмір якої порівнянний або менший, ніж довжина хвилі збудження. При плазмонному резонансі на металевих наночастках збуджується сильно локалізоване інтенсивне електричне поле. Відомо, що є різновиди геометрій наночастинок або сформованих з них груп, наприклад наноантен [144] або періодичних систем, які посилюють локальне поле в резонансі. Таким чином, у багатьох практичних випадках ці металеві частинки можуть взаємодіяти з оптично активними матеріалами для забезпечення активного керування плазмонами [142, 143]. Зокрема, плаزمони можуть контролюватися магнітним полем, прикладеним до гібридного пристрою, який складається з металевої плазмонної періодичної наноструктури у поєднанні з феромагнітним шаром. В той час, коли перша підтримує локалізовані плазмонні моди, що поширюються з низькими втратами на поглинання, останній виявляє велику магнітооптичну активність, що відкриває шляхи для надшвидкого контролю електромагнітного випромінювання в таких пристроях, як магнітоплазмонний перемикач або високочутливий біологічний датчик. Оглядові статті Г. Армеллеса (Armelles) із співавторами [145], В.В. Темнова [146] і И.С. Максимова [147], спеціальний випуск з проблем магнітоплазмоніки [148], а також книга [149] є основами сучасної магнітоплазмоніки.

Слід зазначити, що неминучі втрати на поглинання в металах на оптичних довжинах хвиль мотивують дослідників у галузі фотоніки (див., наприклад, [150]), метаматеріалів і наноантен до використання альтернативних матеріалів, таких як напівпровідники [151] і діелектрики [152, 153]. Зрозуміло, що в усіх

діелектричних періодичних наноструктурах відбувається значно менше локальне посилення поля порівняно з металевими наноструктурами. Проте посилення, що створюється за допомогою повністю діелектричних наноструктур з малими втратами на поглинання, часто відкриває нові можливості порівняно з металевими наноструктурами. Природно, що та сама стратегія заміщення металів діелектриками працює і в області магнітооптики. Наприклад, Б. Бей (Bai) із співавторами [154] продемонстрували теоретично сильні ефекти поляризаційного перетворення, включаючи сильний ефект Кера при відбитті хвилі нульового порядку від решітки bismuth iron garnet (BIG), вбудованої в діелектричний матеріал. Локалізація поля, яка дає збільшений магнітооптичний ефект, була досягнута за рахунок збудження витікаючих хвиль, які поширюються в BIG-шарі з великим показником заломлення, в напрямках, перпендикулярних зовнішньому статичному магнітному полю.

Композитні матеріали, метаматеріали і фотонні кристали можна розглядати і моделювати як періодичні двовимірні або тривимірні структури. Упродовж останніх декількох десятиліть було розроблено різні аналітичні і чисельні методи для моделювання електромагнітного розсіяння, каналізації електромагнітного випромінювання, а також різних електромагнітних явищ, що відбуваються в періодичних структурах. З появою досить потужних комп'ютерів в середині 1960-х років виникла нова форма електромагнітного аналізу – чисельне електродинамічне моделювання (СЕМ). Піонери в цій області, такі як К.С. Йі [155], Р.Ф. Харрінгтон [156] та інші продемонстрували, що чисельні рішення рівнянь Максвелла можуть бути використані для точного опису електромагнітної поведінки реальних антенних систем. Уперше з'явилася можливість проаналізувати широкий діапазон структур і точно визначити розподіл струму та поля без побудови і вимірювання цих структур в лабораторії. Зрозуміло, що комп'ютери здолали великий шлях з 1960-х років, приблизно раз на два роки вдвічі збільшуючи швидкість і об'єм пам'яті. Успіхи методів моделювання і програмного забезпечення СЕМ також відчули

експоненціальне зростання, що було всебічно висвітлено в публікації 1991 року [157].

Усі методи СЕМ використовують чисельні схеми для розв'язання рівнянь Максвелла в тій чи іншій формі. Проте вживана спеціальна техніка і форма рівнянь мають величезний вплив на придатність того або іншого методу для аналізу конкретної задачі. Наприклад, за допомогою певних методів можна розв'язати рівняння Максвелла в частотній області (тобто для окремої частоти), тоді як інші працюють у часовій області (зазвичай розраховується імпульсний відгук системи). Нині методи СЕМ досить добре розроблені, і часто вони дозволяють зробити повне і точне передбачення того, як періодичні структури будуть взаємодіяти з ЕМ-випромінюванням, що дозволяє виконати оптимізацію конструкції періодичної структури перед її виготовленням. Крім того, вони допомагають розглядати деякі фізичні явища, які було б дуже складно змодельовати аналітично, наприклад, міжелементну взаємодію, біанізотропію або втрати потужності в системі. Серед найбільш поширених комерційних інструментів моделювання – такі як CST Microwave Studio [158], HFSS [159] і Comsol [160].

Методи в частотній області, як правило, ефективніші при моделюванні задач для структур у вузькій смузі частот або з високою добротністю відгуку. До числа методів просторово-частотної області належать, наприклад, такі методи, як диференціальний метод [161,162], модальний метод Фур'є (FMM) [163, 164] і метод кінцевих елементів [165]. Схема розв'язання методом Finite Element Method (FEM) включає розбиття області періодичної комірки структури на суму елементів простої форми (наприклад, трикутники у двовимірній задачі, або тетраедри – у тривимірній). Елементарні рівняння, що апроксимують електромагнітне поле просторового елемента розбиття, виводяться з рівнянь Максвелла. Цей наближений вираз для поля є інтерполяційною функцією з невідомими коефіцієнтами. Вибір функції інтерполяції – це компроміс між бажаною якістю наближення і ступенем функції інтерполяції. Високий порядок функції інтерполяції може дати добре

наближення до точного розв'язку, але при цьому знадобиться більше число невідомих, що збільшує часові і ресурсні витрати на моделювання. Після вибору функції інтерполяції невідомі коефіцієнти функції мають бути обчислені для кожного елемента і зберігатися у вигляді елементарних матриць. Ці матриці згодом збираються в загальну розряджену матрицю, і отримана система рівнянь розв'язується з використанням ітераційної техніки. Власні значення, що виходять у результаті, є частотами допустимих мод системи, а відповідні власні вектори є значеннями поля у вузлах сітки.

Для багатьох застосувань рівняння Максвелла є лінійними, тому рівняння в частотній області виводяться з використанням перетворення Фур'є рівнянь Максвелла за часом. Для лінійних рівнянь, в якості незалежного розв'язку, може існувати часовий гармонічний розв'язок, тоді як для нелінійних рівнянь початковий за часом гармонічний сигнал збуджує більш високі за частотою гармоніки, які змішуються між собою. Гармонічні за часом розв'язки для різних частот можна потім накласти один на одного для отримання розв'язку в часовій області для лінійної задачі [166]. Для забезпечення найкращої відповідності теоретичних розрахунків експериментальним результатам необхідно знати дисперсійні характеристики матеріальних параметрів об'єктів, що використовуються в експерименті. З цією метою часто використовуються частотно-залежні моделі, такі як модель Друде для металів у інфрачервоній і оптичній областях спектра.

Методи в часовій області більше придатні для моделювання процесів розсіяння в широкій смузі частот на структурах з великою, порівняно з довжиною хвилі, елементарною коміркою, що має складну будову. З числа таких методів добре зарекомендував себе метод Finite-Difference Time-Domain (FDTD) [167], в якому використовується скінченнорізницева схема розв'язання в просторово-часовій області. Метод FDTD ґрунтується на дискретизації рівнянь Максвелла, записаних у диференціальній формі. Сітки для магнітного і електричного полів зміщені одна щодо одної в часі і просторі на половину кроку дискретизації за кожною зі змінних. Досить прості скінченнорізницеві

рівняння дозволяють визначити електричне і магнітне поля в даний момент часу на основі відомих значень поля в попередній момент часу. При цьому необхідно задати початкові і граничні умови. Слід зазначити, що природа збудження (імпульс або плоска хвиля) і бажаний формат виведення (функція часу або частоти) мало впливають на вибір оптимального методу розв'язання для конкретної задачі.

Інший вид класифікації методів СЕМ залежить від форми рівнянь Максвелла, тобто інтегральної або диференціальної. Інтегральна форма рівнянь Максвелла описує поведінку полів і струмів на замкнутих контурах або замкнутих поверхнях довільного розміру і форми. Диференціальна форма рівнянь Максвелла описує поведінку полів і струмів у конкретних точках простору. Проте методи моделювання СЕМ, що ґрунтуються на розв'язанні рівнянь Максвелла в інтегральній формі, принципово відрізняються від методів, що ґрунтуються на розв'язанні рівнянь Максвелла в диференціальній формі. У методах, що ґрунтуються на розв'язанні диференціальних рівнянь (диференціальні рівняння в часткових похідних, або методи *partial differential equation* (PDE)), як правило, аналізується геометрія задачі шляхом розбиття всієї структури і простору навколо неї на дрібні ділянки. Електромагнітна взаємодія на кожній ділянці моделюються незалежно. Електромагнітне поле на кожній ділянці взаємодіє тільки з полями частин, які знаходяться поруч. У задачах, які пов'язані з ЕМ-випромінюванням, що поширюється до нескінченності (відкрита геометрія), потрібно використовувати «поглинаючу межу», що визначає край простору задачі. Ефективність методів PDE, які застосовуються до відкритих геометрій, сильно залежить від ефективності поглинаючих меж. При використанні методів інтегральних рівнянь *Integral Equations* (IE) зазвичай тільки межі між областями задачі з різними електромагнітними властивостями розбиваються на ділянки. Наприклад, у тривимірній структурі «ділянки» є 2D ділянками поверхні або одновимірними сегментами. Методи IE зазвичай вимагають менше елементів, ніж методи PDE, проте кожна ділянка простору в методі IE зазвичай взаємодіє з будь-якою

іншою ділянкою, незалежно від того, де вона знаходиться, тому кількість обчислень, що беруть участь у розв'язанні задачі, необов'язково є меншою. Для нелінійної задачі доцільніше розв'язувати рівняння в диференціальній формі. Проте, у випадку лінійної задачі, принцип лінійної суперпозиції дозволяє нам спочатку отримати розв'язок диференціального рівняння для точкового джерела. Це функція Гріна [168], або фундаментальне розв'язання диференціального рівняння. За допомогою функції Гріна можна отримати інтегральне рівняння, розв'язок якого є розв'язком початкової задачі [169]. Перевагою розв'язання інтегрального рівняння є те, що функція Гріна є точною функцією поширення, за допомогою якої ми можемо отримати точні значення поля, що поширюється з точки А в точку В. Отже, немає помилки, пов'язаної з розбиттям простору координатною сіткою, яка використовується в розв'язках, що ґрунтуються на диференціальних рівняннях. Для хвильових задач помилка, що пов'язана з дисперсією сітки, викликає похибку у фазовій швидкості хвилі, викликаючи кумулятивну фазову помилку, величина якої може перевищити припустимі значення. Помилка дисперсії сітки стає більш серйозною проблемою зі збільшенням розміру задачі. Отже, щільність дискретизації сітки повинна збільшуватися зі збільшенням розміру задачі, що веде до збільшення часу обчислень [170].

Техніки багатомодового моделювання (full-wave analyses) є найбільш ефективними, оскільки розмір структури, що аналізується, порівнянна з довжиною хвилі (наприклад, від $0,1\lambda$ до 10λ). Менші об'єкти часто легше моделюються статичними або квазістатичними методами. Великі об'єкти часто краще підходять для аналізу з використанням квазіоптичних і оптичних асимптотичних методів, наприклад фізичної або геометричної оптики.

За допомогою описаних вище методів моделювання можна розв'язувати задачі розсіяння на таких об'єктах, як періодичні структури з різною геометрією і матеріальними параметрами елементарних комірок. Для їх виготовлення існує безліч доступних методів, які варіюються залежно від розміру і складності структури. Типові методи для мікрохвильових частот, де розміри комірок

становлять близько сотень мікрон або більше, включають технологію виготовлення друкованих плат (printed circuit board, PCB) [171]. В умовах переходу до ТГц-діапазону, де період структури складає вже близько десятків мікрон, РСВ-методи більше не є надійними. У цьому випадку частіше за інші застосовуються методи фотолітографії, в яких металевий і діелектричний шари осаджуються і структуруються в періодичну систему [172]. Фотолітографія з глибоким ультрафіолетом використовується для створення структур, що працюють в інфрачервоному діапазоні [173], коли елементарні комірки мають розміри близько мікрона. Проте, частіше на цих довжинах хвиль зустрічаються покровові методи, такі як електронно-променева [174] і сфокусована йонно-променева [175] літографії. Існує багато інших типів і методів виготовлення структур, таких як наноштампувальна літографія [176] і колоїдна нанолітографія [177]. У той час, як в теорії періодичні структури досить просто масштабуються за шкалою електромагнітного спектра, практичні обмеження зробили неможливою реалізацію періодичних структур за межами видимого діапазону. Наприклад, елементарні субхвильові комірки вимагають чіткості геометрії, якої важко досягти на сучасному етапі розвитку технологій. Крім того, треба брати до уваги, що метали мають великі втрати на більш високих частотах у таких структурах.

Подібно до методів виготовлення, методи вимірювання характеристик розсіяння періодичних структур залежать не тільки від частотного діапазону вимірів, але і від тієї електромагнітної характеристики, яку потрібно виміряти. На мікрохвильових частотах векторні аналізатори кіл (vector network analyzers, VNA) використовуються для генерації і вимірювання фази й амплітуди сигналу. У цьому методі для приймання і випромінювання зазвичай застосовуються рупорні антени. Різні помножувачі, подовжувачі і фільтри розширили цю техніку вимірювань до низькочастотного ТГц-діапазону, хоча частіше вона застосовується для досліджень на радіочастотах. Найчастіше в ТГц-режимі використовується ТГц-спектроскопія в часовій області, яка також дає можливість вимірювати амплітуди і фази розсіяних полів. Часовий імпульс

використовується як тестовий сигнал, а Фур'є-перетворення дає інформацію в частотній області. Fourier-Transform Infrared (FTIR) спектроскопія охоплює велику частину електромагнітного спектра – від ТГц до видимого. Основна ідея – це використання інтерферометра Майкельсона для отримання спектральної інформації про зразок. Існуючі системи дозволяють використовувати різні комбінації джерел, детекторів і роздільників пучків, а також реалізувати можливість вимірювання проходження, відбиття і кутової залежності штучних матеріалів на основі періодичних структур. Крім того, системи FTIR часто використовуються спільно з мікроскопом з рухомою платформою, що дозволяє використовувати растрову мікроскопію. Додаткові методи, такі як еліпсометрія, оптична мікроскопія і багато інших, існують для додаткової характеристики періодичної структури в ЕМ-хвильовому спектральному діапазоні.

Таким чином, представлений огляд літератури свідчить про те, що нині штучні композитні матеріали, такі як метаматеріали і фотонні періодичні структури, широко застосовуються в побудові функціональних пристроїв нового покоління з тенденцією до створення більш мініатюрних і широкосмугових структур з можливістю керування їх характеристиками різними способами. Процеси, що відбуваються в таких електродинамічних системах, моделюються з метою поліпшення властивостей існуючих і створення нових структур, які мають екстраординарні характеристики.

Нині існує безліч методів, що дозволяють моделювати процеси розсіювання на періодичних структурах. Проте, при зміні частотного діапазону, кожен з методів має обмеження. Головним чином це стосується вивчення процесів розсіювання на металевих структурах. Наприклад, для розрахунку частотно-селективних металевих поверхонь використовується модель ідеального провідника, яка придатна для моделювання періодичних структур у діапазоні частот від мікрохвильового до інфрачервоного. В оптичному діапазоні ця модель вже не може бути використана, оскільки провідність металів у цьому діапазоні істотно зменшується.

Найбільш плідними для аналізу періодичних структур, на нашу думку, є методи, що використовують апарат функції Гріна в частотній області, оскільки за їх допомоги можливе більш ефективне моделювання фізичних явищ і ефектів, пов'язаних із високodobотною резонансною взаємодією ЕМ-поля і періодичної структури. У цьому випадку серйозні труднощі можуть виникнути при дискретизації інтегральних рівнянь, що призводить до нелінійної залежності часу розрахунку від товщини структури. Проте новий метод інтегральних функціоналів, запропонований і використаний у дисертації, є вільним від вказаних вище недоліків.

Різноманітність об'єктів, проаналізованих у цій роботі, дозволяє в досить загальному вигляді провести аналіз придатності методу інтегральних функціоналів до розв'язання широкого кола задач розсіювання на періодичних структурах з різних матеріалів у діапазоні довжин хвиль від мікрохвильового до оптичного.

РОЗДІЛ 2

РОЗСІЯННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ НА ДВОПЕРІОДИЧНОМУ МАГНІТОДІЕЛЕКТРИЧНОМУ ШАРІ, БАГАТОМОДОВЕ РОЗВ'ЯЗАННЯ

2.1. Об'ємні інтегральні рівняння макроскопічної електродинаміки

Використання об'ємних інтегральних рівнянь є ефективним, коли обмежене розсіювальне середовище або об'єкт дуже неоднорідні. Історично метод об'ємних інтегральних рівнянь було розроблено ще в 1913 році W. Esmarch (див. Born and Wolf, 1980, стор. 98) [178]. Вагомий внесок в розробку цих рівнянь внесли К. Мюлер (1957) [179], М.А. Хижняк (1958) [180], Д.Х. Ричмонд (1965) [181,182], Р.Ф. Харінгтон (1968) [183], А.Д. Поджио і Є.К. Мілер (1973) [184], С. Стром (1975) [185], W.C. Chew (1990) [186] і О.Б. Самохін (1990) [187]. У цьому розділі ми пропонуємо новий ефективний чисельний метод у частотній області, який дозволяє використовувати один і той же алгоритм для розрахунку різних електродинамічних характеристик як магнітодіелектричних, так і металевих решіток. Найбільш плідними для аналізу такого роду структур, на нашу думку, є методи, що використовують апарат функції Гріна в частотній області, оскільки він дозволяє ефективніше розглянути фізичні явища і ефекти, пов'язані з високодобротною резонансною взаємодією ЕМ-поля і періодичної структури. У методі використовується поняття двоперіодичного магнітодіелектричного шару як базового структурного елементу довільної тривимірної шаруватої періодичної структури. Для розв'язання задачі розсіяння використовуються об'ємні інтегральні рівняння для еквівалентних електричних і магнітних поляризаційних струмів цього періодичного шару у векторному вигляді в багатомодовому режимі. Розділ написано за результатами, що опубліковані в роботах [2–9, 16, 17, 21–28, 39, 40].

Для виведення об'ємних інтегральних рівнянь будемо додержуватися роботи [188]. Електромагнітне поле виникає поблизу електричних струмів та зарядів і у вільному просторі характеризується двома векторними фізичними

величинами – напруженостями електричного і магнітного полів, які визначаються рівняннями Максвелла через задані струми і заряди таким чином:

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad (2.1.1)$$

$$\operatorname{rot}\mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{J}, \quad (2.1.2)$$

$$\operatorname{div}\mathbf{E} = 4\pi\rho, \quad (2.1.3)$$

$$\operatorname{div}\mathbf{H} = 0. \quad (2.1.4)$$

Тут $\mathbf{J}(\mathbf{r},t)$ і $\rho(\mathbf{r},t)$ – об'ємна густина електричних струмів і об'ємна густина зарядів, які в загальному випадку є функціями координат і часу. Рівняння (2.1.1–2.1.4) є емпіричними фундаментальними рівняннями фізики, які не можна звести до простіших рівнянь. Вони є лінійними диференціальними рівняннями першого порядку в частинних похідних.

Той факт, що ЕМ-поле описується рівняннями в частинних похідних, свідчить про те, що воно має континуальний характер, тобто є безперервним у просторі й часі. Поле існує в усіх точках заданої області простору і змінюється безперервно при переході від однієї точки простору до іншої. Лінійність рівнянь означає, що вони задовольняють принципу суперпозиції, тобто якщо відомі поля $\mathbf{E}_1(\mathbf{r},t)$ та $\mathbf{H}_1(\mathbf{r},t)$, що створені заданим розподілом струмів і зарядів $\mathbf{J}_1(\mathbf{r},t)$ та $\rho_1(\mathbf{r},t)$, і поля $\mathbf{E}_2(\mathbf{r},t)$ та $\mathbf{H}_2(\mathbf{r},t)$, що створені розподілом струмів і зарядів $\mathbf{J}_2(\mathbf{r},t)$, $\rho_2(\mathbf{r},t)$, то струми і заряди з густиною $\mathbf{J}(\mathbf{r},t) = \mathbf{J}_1(\mathbf{r},t) + \mathbf{J}_2(\mathbf{r},t)$ і $\rho(\mathbf{r},t) = \rho_1(\mathbf{r},t) + \rho_2(\mathbf{r},t)$ створюють ЕМ-поле:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \mathbf{E}_1(\mathbf{r},t) + \mathbf{E}_2(\mathbf{r},t), \quad \mathbf{H}(\mathbf{r},t) = \mathbf{H}_1(\mathbf{r},t) + \mathbf{H}_2(\mathbf{r},t). \quad (2.1.5)$$

У випадку змінних у часі струмів і зарядів доцільно ввести скалярний $\varphi(\mathbf{r},t)$ і векторний $\mathbf{A}(\mathbf{r},t)$ потенціали за допомогою виразів:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = -\operatorname{grad}\varphi(\mathbf{r},t) - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}(\mathbf{r},t)}{\partial t}, \quad (2.1.6)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r},t) = \operatorname{rot}\mathbf{A}(\mathbf{r},t), \quad (2.1.7)$$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial \varphi(\mathbf{r},t)}{\partial t} + \operatorname{div}\mathbf{A}(\mathbf{r},t) = 0. \quad (2.1.8)$$

Тоді рівняння (2.1.1–2.1.4), з використанням калібрування Лоренца $\frac{1}{c} \frac{\partial \varphi(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \text{div} \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = 0$, зводяться за допомогою цих потенціалів до двох хвильових рівнянь

$$\Delta \varphi(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = -4\pi \rho(\mathbf{r}, t), \quad (2.1.9)$$

$$\Delta \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c} \mathbf{J}(\mathbf{r}, t). \quad (2.1.10)$$

Розв'язання цих диференціальних рівнянь другого порядку може бути записано у формі запізнювальних потенціалів як

$$\varphi(\mathbf{r}, t) = \int_V \left(\frac{\rho(\mathbf{r}', t')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right)_{t' = t - \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}{c}} d\mathbf{r}', \quad (2.1.11)$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{c} \int_V \left(\frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}', t')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right)_{t' = t - \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}{c}} d\mathbf{r}'. \quad (2.1.12)$$

Для спрощення запису електромагнітних полів можна перейти до їх фур'є-компонент. Тоді

$$\varphi_w(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\mathbf{r}, t) e^{-i\omega t} dt = \int_V \frac{\rho_w(\mathbf{r}') e^{-ik|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}', \quad (2.1.13)$$

де $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}$, $\rho_w(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \rho(\mathbf{r}, t) e^{-i\omega t} dt$ – фур'є-

компонента густини електричного заряду, k – хвильове число. Аналогічно, для фур'є-компоненти векторного потенціалу

$$\mathbf{A}_w(\mathbf{r}) = \int_V \frac{\mathbf{J}_w(\mathbf{r}') e^{-ik|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}' \quad (2.1.14)$$

калібрування Лоренца матиме вигляд

$$\varphi_w(\mathbf{r}) = -\frac{1}{ik} \text{div} \mathbf{A}_w(\mathbf{r}). \quad (2.1.15)$$

Таким чином, використовуючи тільки векторний потенціал, вираз для електромагнітного поля, (2.1.6–2.1.8) записують у такий спосіб (індекс w у подальших записах опущено):

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{i\omega} (\text{grad div} + k^2) \int_V \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}') e^{-ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} d\mathbf{r}', \quad (2.1.16)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \frac{1}{c} \text{rot} \int_V \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}') e^{-ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} d\mathbf{r}'. \quad (2.1.17)$$

З приведенного вище розгляду випливає, що в теорії ЕМ-поля напруженості електричного і магнітного полів визначаються в усьому просторі за допомогою співвідношень (2.1.16, 2.1.17), які є повним розв'язком системи початкових рівнянь Максвелла (2.1.1–2.1.4) і повністю їм еквівалентні.

Макроскопічне електромагнітне поле в матеріальному нерухомому середовищі, яке може бути анізотропним, нестационарним, неоднорідним, нелінійним по полю та ін., описується рівняннями Максвелла в диференціальній формі:

$$\text{rot} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}, \quad (2.1.18)$$

$$\text{rot} \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{J}_0(\mathbf{r}, t), \quad (2.1.19)$$

$$\text{div} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = 4\pi(\rho(\mathbf{r}, t) + \rho_0(\mathbf{r}, t)), \quad (2.1.20)$$

$$\text{div} \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = 0. \quad (2.1.21)$$

Тут $\mathbf{J}_0(\mathbf{r}, t)$ і $\rho_0(\mathbf{r}, t)$ – густини електричних струмів і зарядів, наведених у матеріальному тілі падаючою хвилею, які служать джерелом ЕМ-полів. $\mathbf{J}(\mathbf{r}, t)$ і $\rho(\mathbf{r}, t)$ – густини електричних струмів і зарядів, що породжені первинним ЕМ-полем. Відповідно до принципу суперпозиції, повне ЕМ-поле в заданій точці простору визначається як сума первинного електромагнітного поля і вторинного поля, створеного наведеними струмами і зарядами. $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ – вектор магнітної індукції, який визначається напруженістю магнітного поля $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$. В ізотропних середовищах $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mu \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$, де $\mu = 1 + \chi$ – магнітна проникність речовини, а χ – її магнітна сприйнятливність.

Визначення ЕМ-полів у різних областях простору, що породжуються заданою системою струмів і зарядів за наявності інших матеріальних тіл, є основною задачею макроскопічної електродинаміки. Електродинаміка є

макроскопічною, оскільки вона оперує значеннями електромагнітних величин для ділянок поля, об'єми яких у багато разів перевищують об'єми атомів і молекул. Густина електричного струму в матеріальному середовищі визначається за допомогою узагальненого закону Ома і дозволяє формально виключити наведені струми і заряди з рівнянь поля та перетворити їх на рівняння макроскопічної електродинаміки:

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}, t) = \sigma \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \frac{\chi}{\mu} \text{rot} \mathbf{B}(\mathbf{r}, t), \quad (2.1.22)$$

де σ – провідність середовища. Густина електричних зарядів пов'язана зі струмом рівнянням безперервності таким чином:

$$\frac{\partial \rho(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \text{div} \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) = 0. \quad (2.1.23)$$

Фур'є-компоненти рівнянь (2.1.18–2.1.21), з урахуванням співвідношень (2.1.22, 2.1.23), мають такий вигляд:

$$\text{rot} \mathbf{E}(\mathbf{r}) = -i \frac{\omega}{c} \mathbf{B}(\mathbf{r}), \quad (2.1.24)$$

$$\text{rot} \mathbf{B}(\mathbf{r}) \left(1 - \frac{4\pi}{\mu c} \right) = \frac{i\omega}{c} \left(1 + \frac{4\pi\sigma}{i\omega} \right) \mathbf{E}(\mathbf{r}) + \frac{4\pi}{c} \mathbf{J}(\mathbf{r}), \quad (2.1.25)$$

$$\text{div} \left(1 + \frac{4\pi\sigma}{i\omega} \right) \mathbf{E}(\mathbf{r}) = 4\pi \rho(\mathbf{r}), \quad (2.1.26)$$

$$\text{div} \mathbf{B}(\mathbf{r}) = 0. \quad (2.1.27)$$

Слід зазначити, що $\mathbf{B}(\mathbf{r}) \left(1 - \frac{4\pi}{\mu c} \right) = \mathbf{H}(\mathbf{r})$, а діелектрична проникність речовини

визначається як $\varepsilon = 1 + \frac{4\pi\sigma}{i\omega}$. Вектор $\mathbf{D}(\mathbf{r}) = \varepsilon \mathbf{E}(\mathbf{r})$ називається вектором

електричної індукції. Тоді рівняння (2.1.24–2.1.26) називаються рівняннями макроскопічної електродинаміки і визначають ЕМ-поле за наявності матеріальних тіл з діелектричною та магнітною проникностями ε і μ . У загальному випадку вектори електричної і магнітної індукції визначаються таким чином:

$$\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi \mathbf{P}, \quad \mathbf{B} = \mathbf{H} + 4\pi \mathbf{M}, \quad (2.1.28)$$

де вектор $\mathbf{P}$ є електричною поляризацією одиниці об'єму середовища, а $\mathbf{M}$ – магнітною поляризацією. Зв'язок цих векторів з векторами $\mathbf{E}$ і $\mathbf{H}$ визначається матеріальними рівняннями, які разом з рівняннями Максвелла є повною системою рівнянь ЕМ-поля. Для лінійних залежностей, коли ε і μ змінюються при зміні частоти падаючого поля, ці співвідношення записуються як

$$\mathbf{D} = \varepsilon(\omega)\mathbf{E}, \quad \mathbf{B} = \mu(\omega)\mathbf{H}. \quad (2.1.29)$$

Це приклад залежностей для ізотропного диспергуючого середовища, тобто середовища, що має однакові властивості в усіх напрямках в кожній точці простору і які змінюються залежно від частоти падаючого поля. У загальному лінійному випадку для анізотропних середовищ компоненти магнітної і електричної індукції у декартовій системі координат записуються таким чином:

$$\begin{aligned} D_x &= \varepsilon_{11}E_x + \varepsilon_{12}E_y + \varepsilon_{13}E_z & B_x &= \mu_{11}H_x + \mu_{12}H_y + \mu_{13}H_z \\ D_y &= \varepsilon_{21}E_x + \varepsilon_{22}E_y + \varepsilon_{23}E_z, & B_y &= \mu_{21}H_x + \mu_{22}H_y + \mu_{23}H_z \\ D_z &= \varepsilon_{31}E_x + \varepsilon_{32}E_y + \varepsilon_{33}E_z & B_z &= \mu_{31}H_x + \mu_{32}H_y + \mu_{33}H_z \end{aligned} \quad (2.1.30)$$

У більш компактному вигляді вони записуються як

$$\mathbf{D} = \hat{\varepsilon}\mathbf{E}, \quad \mathbf{B} = \hat{\mu}\mathbf{H}, \quad (2.1.31)$$

де $\hat{\varepsilon} = \varepsilon_{ik}$, $\hat{\mu} = \mu_{ik}$, $i, k = 1, 2, 3$ – тензори діелектричної і магнітної проникності другого рангу. Середовища, що мають тензорну діелектричну проникність, це гіроелектричні середовища. Прикладом такого середовища є плазма в постійному магнітному полі. Середовища, що мають тензорну магнітну проникність, це гіромагнітні середовища. Прикладом такого середовища може служити ферит у постійному магнітному полі або в магнітному полі, що повільно змінюється. Речовини, що мають гіромагнітні та гіроелектричні властивості одночасно, ще не були знайдені.

Концепцію об'ємних інтегральних рівнянь можна тоді проілюструвати таким чином. Нехай внутрішнє поле розсіювального тіла відоме, тоді розсіювальне поле може бути завжди знайдене простим інтегруванням. Дійсно, рівняння Максвелла (2.1.24–2.1.27) усередині об'єму матеріального тіла V , за відсутності заданих струмів і зарядів, можна записати у вигляді:

$$\text{rot}\mathbf{E}(\mathbf{r}) = -i\frac{\omega}{c}\mathbf{H}(\mathbf{r}) - i\frac{\omega}{c}(\mu-1)\mathbf{H}(\mathbf{r}), \quad (2.1.32)$$

$$\text{rot}\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \frac{i\omega}{c}\mathbf{E}(\mathbf{r}) + \frac{i\omega}{c}(\varepsilon-1)\mathbf{E}(\mathbf{r}), \quad (2.1.33)$$

$$\text{div}\mathbf{E}(\mathbf{r}) = -\text{div}(\varepsilon-1)\mathbf{E}(\mathbf{r}), \quad (2.1.34)$$

$$\text{div}\mathbf{H}(\mathbf{r}) = -\text{div}(\mu-1)\mathbf{H}(\mathbf{r}). \quad (2.1.35)$$

Порівнюючи ці рівняння з початковими рівняннями ЕМ-поля у вільному просторі (2.1.1–2.1.4), можна зробити формальний висновок, що праві частини рівнянь можна розглядати як деяку еквівалентну об'ємну густину струмів і зарядів:

$$\mathbf{J}^e(\mathbf{r}) = \frac{i\omega}{4\pi}(\varepsilon-1)\mathbf{E}(\mathbf{r}), \quad \rho^e = -\frac{1}{4\pi}\text{div}(\varepsilon-1)\mathbf{E}(\mathbf{r}), \quad (2.1.36)$$

$$\mathbf{J}^m(\mathbf{r}) = \frac{i\omega}{4\pi}(\mu-1)\mathbf{H}(\mathbf{r}), \quad \rho^m = -\frac{1}{4\pi}\text{div}(\mu-1)\mathbf{H}(\mathbf{r}). \quad (2.1.37)$$

Для симетрії рівнянь визначаються об'ємні магнітні струми і заряди, хоча в природі магнітні заряди і струми не існують. Тоді, за аналогією з (2.1.16, 2.1.17), розв'язок рівнянь може бути представлено у вигляді інтегралів від відомих внутрішніх ЕМ-полів. Якщо розсіювальне матеріальне тіло характеризується проникностями $\varepsilon \neq 1$, $\mu = 1$, то еквівалентні об'ємні електричні струми і заряди є відмінними від нуля, і розсіювальні ЕМ-поля записуються таким чином:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi}(\text{graddiv} + k^2)\int_V G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')\mathbf{J}^e(\mathbf{r}')d\mathbf{r}', \quad (2.1.38)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = -\frac{ik}{4\pi}\text{rot}\int_V G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')\mathbf{J}^e(\mathbf{r}')d\mathbf{r}'. \quad (2.1.39)$$

Якщо ситуація є дуальною попередній, тобто коли $\varepsilon = 1$, $\mu \neq 1$, то відмінними від нуля є еквівалентні об'ємні магнітні струми і заряди, що визначають розсіяне поле як

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi}(\text{graddiv} + k^2)\int_V G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')\mathbf{J}^m(\mathbf{r}')d\mathbf{r}', \quad (2.1.40)$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{ik}{4\pi}\text{rot}\int_V G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')\mathbf{J}^m(\mathbf{r}')d\mathbf{r}'. \quad (2.1.41)$$

Повне поле поза розсіювальним тілом, згідно з принципом суперпозиції, є сумою падаючих і розсіяних хвиль:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) + \frac{1}{4\pi}(\nabla\nabla + k^2)\int_V G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')\mathbf{J}^e(\mathbf{r}')d\mathbf{r}' + \frac{ik}{4\pi}\nabla\times\int_V G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')\mathbf{J}^m(\mathbf{r}')d\mathbf{r}', \quad (2.1.42)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{H}_0(\mathbf{r}) + \frac{1}{4\pi}(\nabla\nabla + k^2)\int_V G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')\mathbf{J}^m(\mathbf{r}')d\mathbf{r}' - \frac{ik}{4\pi}\nabla\times\int_V G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')\mathbf{J}^e(\mathbf{r}')d\mathbf{r}', \quad (2.1.43)$$

де $\mathbf{E}_0(\mathbf{r})$, $\mathbf{H}_0(\mathbf{r})$ – зовнішнє ЕМ-поле, що породжується заданою системою струмів і зарядів, $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \exp(ik|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)/|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ – функція Гріна вільного простору. Положення точки $\mathbf{r}$ розмежовує сенс виразів (2.1.41, 2.1.42). Коли $\mathbf{r} \in V$, ці вирази є інтегральними рівняннями, а коли $\mathbf{r} \notin V$, вони визначають розсіяні поля. Ці рівняння є інтегральними рівняннями макроскопічної електродинаміки, які тотожні рівнянням Максвелла і відповідним граничним умовам [187, 188].

Схема розв'язання крайових електродинамічних задач розсіювання за допомогою цих інтегральних рівнянь, таким чином, розпадається на декілька кроків. На першому кроці, коли $\mathbf{r} \in V$, тобто точка спостереження знаходиться у середині розсіювача, шукають внутрішнє поле за допомогою розв'язання інтегральних рівнянь, а на другому кроці за відомим внутрішнім полем знаходять розсіяні поля.

2.2. Розсіювання ЕМ-хвиль на провідних структурах

У високочастотній електродинаміці, як і у будь-якій іншій фізичній теорії, прийнято ряд ідеалізацій. Використання ідеалізованих об'єктів можливе, якщо деталі, опущені при ідеалізації, не є істотними. Однією з таких ідеалізацій є ідеальний провідник (perfect electric conductor, PEC) замість реального металу в діапазоні частот, де реальна провідність металу настільки велика, що його можна вважати таким, що ідеально проводить (для реальних металів це діапазон від радіо- до ТГц-частот). У цьому випадку тангенціальні компоненти електричного поля на поверхні металу дорівнюють нулю:

$$\mathbf{E}_t = 0. \quad (2.2.1)$$

Ці умови справедливі для об'єкта з $|\varepsilon| \gg 1$ і не залежать від співвідношення між ε' і ε'' . Це вірно для металевих об'єктів з великою реальною провідністю або для об'єктів з великою реальною діелектричною проникністю [189]. У (2.1.26) діелектрична проникність визначена як $\varepsilon(w) = 1 + \frac{4\pi\sigma}{iw} = 1 + \frac{4\pi \operatorname{Im} \sigma}{w} + \frac{4\pi \operatorname{Re} \sigma}{iw}$. У випадку, коли $\operatorname{Re} \sigma \rightarrow \infty$, провідник є ідеально провідним. Вивчати розсіяння ЕМ-хвиль на структурах, що ідеально проводять, за допомогою інтегральних рівнянь (2.1.41, 2.1.42) важко, оскільки якщо $|\varepsilon| \rightarrow \infty$, повне електричне поле усередині розсіювального тіла наближається до нуля ($|\mathbf{E}| \rightarrow 0$), а вираз для інтегралів набирає вигляду невизначеності $(0 \cdot \infty)$. Проте в теорії електромагнетизму широко використовуються інтегральні рівняння, що містять інтеграли по поверхні розсіювального тіла і називаються рівняннями Кірхгофа–Котлера. Абсолютно ясно, що будь-які строгі інтегральні представлення початкових диференціальних рівнянь в математичному відношенні еквівалентні між собою. Тому інтегральні рівняння Кірхгофа–Котлера повинні походити з рівнянь (2.1.41, 2.1.42).

Перепишемо рівняння (2.1.41, 2.1.42) в [190]:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}) = & \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) + \frac{1}{4\pi i k \varepsilon_1} (\nabla \nabla + k_1^2) \left\{ i k \int_V \mathcal{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{E}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' - \nabla \times \int_V G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{H}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \right\} - \\ & - \frac{1}{4\pi} \nabla \times \left\{ i k \int_V \mathcal{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{H}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' + \nabla \times \int_V G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{E}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \right\} - \frac{1}{4\pi} (\Delta + k_1^2) \int_V G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{E}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}', \end{aligned} \quad (2.2.2)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(\mathbf{r}) = & \mathbf{H}_0(\mathbf{r}) + \frac{1}{4\pi i k \varepsilon_1} (\nabla \nabla + k_1^2) \left\{ i k \int_V \mathcal{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{H}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' + \nabla \times \int_V G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{E}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \right\} + \\ & + \frac{1}{4\pi} \nabla \times \left\{ i k \int_V \mathcal{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{E}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' - \nabla \times \int_V G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{H}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \right\} - \frac{1}{4\pi} (\Delta + k_1^2) \int_V G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{H}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'. \end{aligned} \quad (2.2.3)$$

Введемо два вектори $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ і $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ таким чином:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = i k \int_V \mathcal{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{E}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' - \nabla \times \int_V G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{H}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}', \quad (2.2.4)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = ik \int_V \mu G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{H}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' + \nabla \times \int_V G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{E}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'. \quad (2.2.5)$$

Тоді співвідношення (2.2.2, 2.2.3) матимуть вигляд:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) + \frac{1}{4\pi ik \varepsilon_1} (\nabla \nabla + k_1^2) \mathbf{A}(\mathbf{r}) - \frac{1}{4\pi} \nabla \times \mathbf{B}(\mathbf{r}) - \frac{1}{4\pi} (\Delta + k_1^2) \int_V G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{E}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}', \quad (2.2.6)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{H}_0(\mathbf{r}) + \frac{1}{4\pi ik \varepsilon_1} (\nabla \nabla + k_1^2) \mathbf{B}(\mathbf{r}) + \frac{1}{4\pi} \nabla \times \mathbf{A}(\mathbf{r}) - \frac{1}{4\pi} (\Delta + k_1^2) \int_V G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{H}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'. \quad (2.2.7)$$

З'ясуємо фізичний зміст векторів $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ і $\mathbf{B}(\mathbf{r})$. Враховуючи, що $ik \hat{\varepsilon} \mathbf{E}(\mathbf{r}') = \nabla_{\mathbf{r}'} \times \mathbf{H}(\mathbf{r}')$, знаходимо

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \int_V \nabla_{\mathbf{r}'} \times \mathbf{H}(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\mathbf{r}' - \nabla_{\mathbf{r}} \times \int_V G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{H}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'. \quad (2.2.8)$$

Оскільки функція $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ залежить від $\mathbf{r}, \mathbf{r}'$ тільки у вигляді різниці $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$, маємо

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \int_V \nabla_{\mathbf{r}'} \times (\mathbf{H}(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')) d\mathbf{r}' = \oint_{\Sigma} [\mathbf{n}, \mathbf{H}(\mathbf{r}')] G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') ds, \quad (2.2.9)$$

аналогічно,

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = - \oint_{\Sigma} [\mathbf{n}, \mathbf{E}(\mathbf{r}')] G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') ds, \quad (2.2.10)$$

де Σ – поверхня, що охоплює об'єм V , $\mathbf{n}$ – зовнішня нормаль до цієї поверхні, ε_1 і μ_1 – відносні діелектрична і магнітна проникності зовнішнього простору, $k_1 = \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} k$. Отже,

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}) = & \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) + \frac{1}{4\pi ik \varepsilon_1} (\nabla \nabla + k_1^2) \oint_{\Sigma} [\mathbf{n}, \mathbf{H}(\mathbf{r}')] G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') ds + \\ & + \frac{1}{4\pi} \nabla \times \oint_{\Sigma} [\mathbf{n}, \mathbf{E}(\mathbf{r}')] G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') ds - \frac{1}{4\pi} (\Delta + k_1^2) \int_V G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{E}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}', \end{aligned} \quad (2.2.11)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(\mathbf{r}) = & \mathbf{H}_0(\mathbf{r}) - \frac{1}{4\pi ik \varepsilon_1} (\nabla \nabla + k_1^2) \oint_{\Sigma} [\mathbf{n}, \mathbf{E}(\mathbf{r}')] G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') ds + \\ & + \frac{1}{4\pi} \nabla \times \oint_{\Sigma} [\mathbf{n}, \mathbf{H}(\mathbf{r}')] G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') ds - \frac{1}{4\pi} (\Delta + k_1^2) \int_V G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{H}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'. \end{aligned} \quad (2.2.12)$$

Для точок $\mathbf{r}$ поза об'ємом V останні інтеграли в (2.2.11) і (2.2.12) дорівнюють нулю, тому

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) + \frac{1}{4\pi i k \varepsilon_1} (\nabla \nabla + k_1^2) \oint_{\Sigma} [\mathbf{n}, \mathbf{H}(\mathbf{r}')] G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') ds + \frac{1}{4\pi} \nabla \times \oint_{\Sigma} [\mathbf{n}, \mathbf{E}(\mathbf{r}')] G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') ds, \quad (2.2.13)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{H}_0(\mathbf{r}) - \frac{1}{4\pi i k \varepsilon_1} (\nabla \nabla + k_1^2) \oint_{\Sigma} [\mathbf{n}, \mathbf{E}(\mathbf{r}')] G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') ds + \frac{1}{4\pi} \nabla \times \oint_{\Sigma} [\mathbf{n}, \mathbf{H}(\mathbf{r}')] G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') ds. \quad (2.2.14)$$

Отже, повне поле поза об'ємом V визначається як сума поля падаючої хвилі і поля, що визначається тангенціальними складовими полів на поверхні розсіювального тіла. Таким чином, завдання поля на поверхні тіла повністю визначає поле і в усьому навколишньому просторі.

Інтегральні рівняння Кірхгофа–Котлера не містять в собі в явному вигляді діелектричну і магнітну проникності речовини. Ця обставина дозволяє використовувати їх для встановлення зв'язку між полями, розсіяними на магнітодіелектричних та ідеально провідних матеріальних тілах однієї і тієї ж геометрії. У рівняннях Кірхгофа–Котлера присутні лише поверхневі інтеграли, що містять тангенціальні складові напруженостей електричного і магнітного полів. При довільних ka ці рівняння мають вигляд (2.2.13, 2.2.14), причому

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = - \oint_{\Sigma} [\mathbf{n}, \mathbf{E}(\mathbf{r}')] G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') ds = ik\beta \int_V G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{H}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' + \nabla \times \int_V G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{E}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}', \quad (2.2.15)$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \oint_{\Sigma} [\mathbf{n}, \mathbf{H}(\mathbf{r}')] G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') ds = ik\varepsilon \int_V G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{E}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' - \nabla \times \int_V G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{H}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'. \quad (2.2.16)$$

Розглянемо наслідки, що випливають із співвідношень (2.2.15, 2.2.16). Зауважимо, передусім, що в ідеальному провіднику, незважаючи на те, що $|\varepsilon| \rightarrow \infty$, вектор $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ залишається скінченним, тому

$$\int_V G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{E}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \rightarrow 0. \quad (2.2.17)$$

З іншого боку, на поверхні ідеально провідного тіла тангенціальна складова напруженості електричного поля дорівнює нулю, отже, $\mathbf{B}(\mathbf{r}) \equiv 0$. Для цього з (2.2.15) випливає, що поряд з виконанням (2.2.17), потрібно покласти $\hat{\mu} = 0$. Із (2.2.15, 2.2.16) випливає також, що якщо на поверхні ідеального провідника тангенціальна складова напруженості електричного поля дорівнює нулю, то усередині його і нормальна складова електричного поля дорівнює нулю. Розглянуті особливості векторів $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ і $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ дозволяють одержати розв'язок

зовнішньої крайової задачі електродинаміки для ідеально провідного розсіювального тіла за відомим розв'язком відповідної крайової задачі для матеріального тіла із заданими геометрією і проникностями ε і μ . Дійсно, щоб з відомого розв'язку крайової задачі для тіла із заданими ε і μ одержати розв'язок відповідної крайової задачі тієї ж геометрії, необхідно для області поза розсіювальним тілом $\mathbf{r} \notin V$ здійснити граничний перехід

$$|\varepsilon| \rightarrow \infty, |\mu| \rightarrow 0, \varepsilon\mu = \text{const}. \quad (2.2.18)$$

Співвідношення, що одержані в результаті цього граничного переходу, розв'язують поставлену задачу [188]. Цікаво зазначити, що $|\mu| \rightarrow 0$ відповідає властивостям надпровідника. Граничний перехід (2.2.18) є відомим в електродинаміці, але апарат інтегральних рівнянь дозволяє довести його просто і фізично наочно. Цей перехід використовується в дисертаційній роботі там, де здійснюється перехід «магнітодіелектрик – ідеальний провідник».

2.3. Метод інтегральних функціоналів у задачах розсіювання електромагнітних хвиль на двоперіодичному магнітодіелектричному шарі

На сьогодні розроблено різні чисельні й аналітичні методи моделювання електромагнітного розсіювання на періодичних структурах. Список цих методів включає розширений метод ефективного середовища [191], диференціальний метод [192], модальний метод Фур'є [193, 194], метод моментів [195], метод узгодження мод [196, 197], метод кінцевих елементів [198, 199], гібридний метод з використанням формалізму методів кінцевих елементів та інтегральних рівнянь [200, 201] і методи в часовій області [202-205]. Метод ефективного середовища є аналітичним методом, за допомогою якого можна знаходити функцію ЕМ відгуку фотонних структур при обмеженні його застосування для розміру постійної решітки відносно довжини хвилі. Фур'є-модальний метод широко використовується для аналізу решіток з діелектричних матеріалів з періодичним рельєфом. Цей метод ґрунтується на розкладанні електромагнітних полів і розподілі діелектричної проникності в періодичному

шарі за гармоніками Флоке–Фур'є. Такий підхід обмежує застосування методу для металевих решіток, в яких дифракційні елементи періодичного шару мають високий контраст проникності. Типові металеві решітки, що утворюються з РЕС-шару, періодично перфорованого отворами, зазвичай аналізуються з використанням методу перерозкладів. Передбачається, що отвори є частиною хвилеводу з РЕС-стінками, поля всередині отворів зображуються власними модами хвилеводу, і, нарешті, поля сполучаються через отвори з тими, що поза решітковим шаром, з дотриманням періодичних граничних умов. Такий підхід не можна застосовувати до металевих решіток в оптичному діапазоні довжин хвиль, де матеріальні параметри металів сильно відрізняються від параметрів РЕС. Метод скінченних елементів і методи в часовій області, такі як методи FDTD і FETD, є універсальними і застосовуються як до діелектричної, так і до металевої решіток з довільною конфігурацією періоду. Проте, для використання цих методів потрібно мати великий обсяг обчислювальних і часових ресурсів для обчислень.

Геометрію задачі, яка тут обговорюватиметься, схематично показано на рис. 2.3.1. З напівпростору () на магнітодіелектричний двоперіодичний шар під кутом відносно осі падає лінійно поляризована плоска хвиля одиничної амплітуди. Падаюча плоска хвиля може бути виражена як суперпозиція ТЕ- і ТМ-поляризованих хвиль.

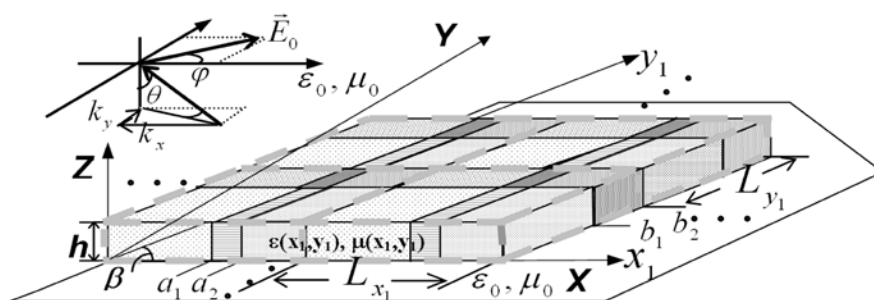


Рис. 2.3.1 – Двоперіодичний магнітодіелектричний шар завтовшки h , на який падає ЕМ плоска хвиля. Просторово-періодична елементарна комірка з періодами L_{x_1} і L_{y_1} уздовж x_1 - і y_1 -осей складається з паралелепіпедів, що характеризуються комплексними відносними діелектричною і магнітною проникностями. Вісь x_1 паралельна x -осі, тоді як y_1 -вісь утворює кут β з x -віссю.

Для TE (TM)-поляризованої падаючої хвилі електричний (магнітний) вектор поля $\mathbf{E}_0(\mathbf{r})$ ($\mathbf{H}_0(\mathbf{r})$) лежить у площині x - y під кутом φ відносно осі x . Двоперіодичний шар завтовшки h складається з періодично розташованих паралелепіпедів у x_1 - y_1 - z координатах. Відносна діелектрична проникність і магнітна проникність i -го паралелепіпеда у напрямі осі x_1 і j -го паралелепіпеда в напрямі осі y_1 позначені як ε_{ij} і μ_{ij} , відповідно. Тоді $\mathbf{J}_{ij}^e(x_1, y_1, z)$ і $\mathbf{J}_{ij}^h(x_1, y_1, z)$ (що мають сенс еквівалентних електричних поляризаційних струмів та магнітних поляризаційних струмів) у кожному з сегментів елементарної комірки пов'язані з електричним і магнітним полями в сегментах таким чином:

$$\mathbf{J}_{ij}^e(x_1, y_1, z) = \begin{cases} (\varepsilon_{ij} - 1)\mathbf{E}_{ij}(x_1, y_1, z) \\ \text{если } a_{i-1} \leq x_1 \leq a_i \text{ и } b_{j-1} \leq y_1 \leq b_j, \\ 0, \text{ на іншій частині комірки} \end{cases} \quad (2.3.1)$$

$$\mathbf{J}_{ij}^h(x_1, y_1, z) = \begin{cases} (\mu_{ij} - 1)\mathbf{H}_{ij}(x_1, y_1, z) \\ \text{если } a_{i-1} \leq x_1 \leq a_i \text{ и } b_{j-1} \leq y_1 \leq b_j \\ 0, \text{ на іншій частині комірки.} \end{cases} \quad (2.3.2)$$

Електричні і магнітні поля, що зображуються за допомогою інтегральних рівнянь (2.1.42) і (2.1.43), безперервні на інтерфейсах періодичного шару $z = 0$ і $z = h$, тоді як вони є розривними на межах паралелепіпедів з ε_{ij} і μ_{ij} усередині шару. Щоб уникнути сингулярності інтегральних рівнянь, ми використовуємо такі співвідношення для функції Гріна:

$$k^2 G + \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} = -4\pi\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') - \frac{\partial^2 G}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 G}{\partial z^2}, \quad (2.3.3)$$

$$k^2 G + \frac{\partial^2 G}{\partial y^2} = -4\pi\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') - \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 G}{\partial z^2}. \quad (2.3.4)$$

Підставляючи рівняння (2.3.3) і (2.3.4) в рівняння (2.1.42) і (2.1.43), і розташовуючи точку спостереження усередині (i, j) -го сегмента елементарної комірки, інтегральні рівняння запишемо таким чином:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{ij} E_{x,ij}(\mathbf{r}) \\ \varepsilon_{ij} E_{y,ij}(\mathbf{r}) \\ E_{z,ij}(\mathbf{r}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{0x}(\mathbf{r}) \\ E_{0y}(\mathbf{r}) \\ E_{0z}(\mathbf{r}) \end{pmatrix} + \frac{ik}{4\pi} \int_V \begin{pmatrix} 0 & -\frac{\partial G}{\partial z} & \frac{\partial G}{\partial y} \\ \frac{\partial G}{\partial z} & 0 & -\frac{\partial G}{\partial x} \\ -\frac{\partial G}{\partial y} & \frac{\partial G}{\partial x} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_x^h(\mathbf{r}') \\ J_y^h(\mathbf{r}') \\ J_z^h(\mathbf{r}') \end{pmatrix} d\mathbf{r}' \\
+ \frac{1}{4\pi} \int_V \begin{pmatrix} -\frac{\partial^2 G}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 G}{\partial z^2} & \frac{\partial^2 G}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 G}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 G}{\partial y \partial x} & -\frac{\partial^2 G}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 G}{\partial z^2} & \frac{\partial^2 G}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 G}{\partial z \partial x} & \frac{\partial^2 G}{\partial z \partial y} & k^2 G + \frac{\partial^2 G}{\partial z^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_x^e(\mathbf{r}') \\ J_y^e(\mathbf{r}') \\ J_z^e(\mathbf{r}') \end{pmatrix} d\mathbf{r}', \quad (2.3.5)$$

$$\begin{pmatrix} \mu_{ij} H_{x,ij}(\mathbf{r}) \\ \mu_{ij} H_{y,ij}(\mathbf{r}) \\ H_z(\mathbf{r}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_{0x}(\mathbf{r}) \\ H_{0y}(\mathbf{r}) \\ H_{0z}(\mathbf{r}) \end{pmatrix} - \frac{ik}{4\pi} \int_V \begin{pmatrix} 0 & -\frac{\partial G}{\partial z} & \frac{\partial G}{\partial y} \\ \frac{\partial G}{\partial z} & 0 & -\frac{\partial G}{\partial x} \\ -\frac{\partial G}{\partial y} & \frac{\partial G}{\partial x} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_x^e(\mathbf{r}') \\ J_y^e(\mathbf{r}') \\ J_z^e(\mathbf{r}') \end{pmatrix} d\mathbf{r}' \\
+ \frac{1}{4\pi} \int_V \begin{pmatrix} -\frac{\partial^2 G}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 G}{\partial z^2} & \frac{\partial^2 G}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 G}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 G}{\partial y \partial x} & -\frac{\partial^2 G}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 G}{\partial z^2} & \frac{\partial^2 G}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 G}{\partial z \partial x} & \frac{\partial^2 G}{\partial z \partial y} & k^2 G + \frac{\partial^2 G}{\partial z^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_x^h(\mathbf{r}') \\ J_y^h(\mathbf{r}') \\ J_z^h(\mathbf{r}') \end{pmatrix} d\mathbf{r}'. \quad (2.3.6)$$

Припустимо, що кожен сегмент елементарної комірки є прямокутним паралелепіпедом. У цьому випадку $\varepsilon_{ij} E_{x,ij}(\mathbf{r})$, $\varepsilon_{ij} E_{y,ij}(\mathbf{r})$, $\mu_{ij} H_{x,ij}(\mathbf{r})$ і $\mu_{ij} H_{y,ij}(\mathbf{r})$ є безперервними перпендикулярно межах паралелепіпедів у напрямках x - і y -осей. Таким чином, інтегральні рівняння, приведені до такого виду, є придатними для використання розкладання поля в них у подвійний ряд Фур'є–Флоке [194].

2.3.1. Розв'язання для внутрішніх полів структури

Рівняння (2.3.5) і (2.3.6) розв'язуються відносно розсіяних полів усередині двоперіодичного шару. Оскільки поля усередині шару не розділяються на TE - і TM -поляризовані хвилі, усі шість компонент поля мають бути розглянуті одночасно. Використовуючи теорему Флоке, поляризаційні струми $\mathbf{J}_{ij}^e(x_1, y_1, z)$ і $\mathbf{J}_{ij}^h(x_1, y_1, z)$ періодичних сегментів, що визначаються виразами (2.3.1) і (2.3.2), можна представити таким чином:

$$\mathbf{J}_{ij}^{e(h)}(x_1, y_1, z) = \sum_{q=-\infty}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \mathbf{F}_{ij,pq}^{e(h)}(z) e^{i(k_{x_1} + \frac{2\pi p}{L_{x_1}})x_1} e^{i(k_{y_1} + \frac{2\pi q}{L_{y_1}})y_1}, \quad (2.3.7)$$

де

$$\mathbf{F}_{ij,pq}^{e(h)}(z) = \frac{1}{L_{x_1} L_{y_1}} \int_{b_{j-1}}^{b_j} \int_{a_{i-1}}^{a_i} e^{-i(k_{x_1} + \frac{2\pi p}{L_{x_1}})x_1} e^{-i(k_{y_1} + \frac{2\pi q}{L_{y_1}})y_1} \mathbf{J}_{ij}^{e(h)}(x_1, y_1, z) dx_1 dy_1, \quad (2.3.8)$$

$k_{x_1} = k \sin \theta \sin \varphi$, $k_{y_1} = k \sin \theta \sin(\varphi + \beta)$. $\mathbf{F}_{ij,pq}^{e(h)}(z)$ означає невідомі спектральні амплітуди поляризаційних струмів у (i, j) -му сегменті. Тоді сума еквівалентного струму поляризації $\mathbf{J}^{e(h)}(x_1, y_1, z)$ двоперіодичного шару може бути виражена таким чином:

$$\mathbf{J}^{e(h)}(x_1, y_1, z) = \sum_{j=1}^{M_y} \sum_{i=1}^{M_x} \mathbf{J}_{ij}^{e(h)}(x_1, y_1, z) = \sum_{j=1}^{M_y} \sum_{i=1}^{M_x} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \mathbf{F}_{ij,pq}^{e(h)}(z) e^{i(k_{x_1} + \frac{2\pi p}{L_{x_1}})x_1} e^{i(k_{y_1} + \frac{2\pi q}{L_{y_1}})y_1}, \quad (2.3.9)$$

де M_x і M_y означають загальні числа сегментів на періодичній комірці уздовж x_1 - і y_1 -осей координат, відповідно, де (x_1, y_1, z) -косоугольна система координат. Використовуючи (2.3.9) разом з інтегральним зображенням фур'є-функції Гріна

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i\zeta(x-x') + i\eta(y-y') + i|z-z'|\sqrt{k^2 - \eta^2 - \zeta^2}}}{\sqrt{k^2 - \eta^2 - \zeta^2}} d\eta d\zeta, \quad (2.3.10)$$

і перетворення між двома системами координат (x_1, y_1) і (x, y)

$$x_1 = x - y \cot \beta, \quad y_1 = y \operatorname{cosec} \beta, \quad (2.3.11)$$

ми отримуємо таке співвідношення:

$$\int_V \mathbf{J}^{e(h)}(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\mathbf{r}' = 2\pi i \sum_{j=1}^{M_y} \sum_{i=1}^{M_x} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} e^{i\xi_p x} e^{i\gamma_{pq} y} \mathbf{I}_{ij,pq}^{e(h)}(z) \quad (2.3.12)$$

де

$$\mathbf{I}_{ij,pq}^{e(h)}(z) = \frac{1}{\kappa_{pq}} \int_0^h \mathbf{F}_{ij,pq}^{e(h)}(z') e^{i|z-z'|\kappa_{pq}} dz', \quad (2.3.13)$$

$$\xi_p = k_x + \frac{2\pi p}{L_{x_1}}, \quad \gamma_{pq} = k_y + \frac{2\pi}{\sin \beta} \left(\frac{q}{L_{y_1}} - \frac{p}{L_{x_1}} \cos \beta \right), \quad \kappa_{pq} = \sqrt{k^2 - \xi_p^2 - \gamma_{pq}^2}.$$

Вираз для інтегральних функціоналів $\mathbf{I}_{ij,pq}^{e(h)}(z)$, які відіграють важливу роль у цьому аналізі, визначається за допомогою (2.3.13). Після того, як $\mathbf{I}_{ij,pq}^{e(h)}(z)$ визначено, спектральні складові поляризаційних струмів $\mathbf{F}_{ij,pq}^{e(h)}(z)$, що визначаються за допомогою (2.3.8), можуть бути отримані із співвідношення

$$\mathbf{F}_{ij,pq}^{e(h)}(z) = \frac{1}{2i} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} \mathbf{I}_{ij,pq}^{e(h)}(z) + \kappa_{pq}^2 \mathbf{I}_{ij,pq}^{e(h)}(z) \right), \quad (2.3.14)$$

що можна легко перевірити, якщо двічі диференціювати за z вираз (2.3.13). Дотримуючись методу Галеркіна, рівняння (2.3.5) і (2.3.6) з підстановкою (2.3.12) помножують на функції $e^{-i(k_{x_1} + \frac{2\pi p}{L_{x_1}})x_1} e^{-i(k_{y_1} + \frac{2\pi q}{L_{y_1}})y_1}$ та інтегрують за x_1 і y_1 на площині сегмента $a_{i-1} < x_1 < a_i$, $b_{j-1} < y_1 < b_j$. Це дає такий набір пов'язаних диференціальних рівнянь для невідомих інтегральних функціоналів $\mathbf{I}_{ij,pq}^{e(h)}(z)$:

$$\begin{pmatrix} \frac{\varepsilon_{ij}}{(\varepsilon_{ij}-1)} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \kappa_{pq}^2 \right) I_{x,ij,pq}^e(z) \\ \frac{\varepsilon_{ij}}{(\varepsilon_{ij}-1)} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \kappa_{pq}^2 \right) I_{y,ij,pq}^e(z) \\ \frac{1}{(\varepsilon_{ij}-1)} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \kappa_{pq}^2 \right) I_{z,ij,pq}^e(z) \end{pmatrix} = 2i\alpha_{i,p}\alpha_{j,q} \begin{pmatrix} E_{0x} e^{ik_z z} \\ E_{0y} e^{ik_z z} \\ E_{0z} e^{ik_z z} \end{pmatrix} - \sum_{s=-\infty}^{\infty} \sum_{r=-\infty}^{\infty} \alpha_{i,p-r}\alpha_{j,q-s} \mathbf{M}_{rs}^e(z), \quad (2.3.15)$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\mu_{ij}}{(\mu_{ij}-1)} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \kappa_{pq}^2 \right) I_{x,ij,pq}^h(z) \\ \frac{\mu_{ij}}{(\mu_{ij}-1)} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \kappa_{pq}^2 \right) I_{y,ij,pq}^h(z) \\ \frac{1}{(\mu_{ij}-1)} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \kappa_{pq}^2 \right) I_{z,ij,pq}^h(z) \end{pmatrix} = 2i\alpha_{i,p}\alpha_{j,q} \begin{pmatrix} H_{0x} e^{ik_z z} \\ H_{0y} e^{ik_z z} \\ H_{0z} e^{ik_z z} \end{pmatrix} - \sum_{s=-\infty}^{\infty} \sum_{r=-\infty}^{\infty} \alpha_{i,p-r} \alpha_{j,q-s} \mathbf{M}_{rs}^h(z), \quad (2.3.16)$$

де

$$\mathbf{M}_{rs}^{e(h)}(z) = \begin{pmatrix} \gamma_{rs}^2 - \frac{\partial^2}{\partial z^2} & -\xi_r \gamma_{rs} & i\xi_r \frac{\partial}{\partial z} \\ -\gamma_{rs} \xi_r & \xi_r^2 - \frac{\partial^2}{\partial z^2} & i\gamma_{rs} \frac{\partial}{\partial z} \\ i\xi_r \frac{\partial}{\partial z} & i\gamma_{rs} \frac{\partial}{\partial z} & k^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{x,rs}^{e(h)}(z) \\ I_{y,rs}^{e(h)}(z) \\ I_{z,rs}^{e(h)}(z) \end{pmatrix} \pm ik \begin{pmatrix} 0 & -\frac{\partial}{\partial z} i\gamma_{rs} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & -i\xi_r \\ -i\gamma_{rs} & i\xi_r & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{x,rs}^{h(e)}(z) \\ I_{y,rs}^{h(e)}(z) \\ I_{z,rs}^{h(e)}(z) \end{pmatrix}, \quad (2.3.17)$$

$$I_{\nu,pq}^{e(h)}(z) = \sum_{j=1}^{M_y} \sum_{i=1}^{M_x} I_{\nu,ij,pq}^{e(h)} \quad (\nu = x, y, z), \quad (2.3.18)$$

$$\alpha_{i,p-r} = \frac{1}{L_{x_1}} \int_{a_{i-1}}^{a_i} e^{-i\frac{2\pi(p-r)}{L_{x_1}}x_1} dx_1, \quad \alpha_{j,q-s} = \frac{1}{L_{y_1}} \int_{b_{j-1}}^{b_j} e^{-i\frac{2\pi(q-s)}{L_{y_1}}y_1} dy_1. \quad (2.3.19)$$

Для подальшого аналізу ми зрізатимемо порядок просторових гармонік $p, q \in \{-N, N\}$ і визначатимемо вектори стовпців $\tilde{\mathbf{F}}_{\nu,ij}^{e(h)}(z)$ ($\nu = x, y, z$) і $\tilde{\mathbf{I}}_{\nu,ij}^{e(h)}(z)$, що складаються з $(2N+1)^2$ елементів $\{F_{\nu,ij,pq}^{e(h)}(z)\}$ і $\{I_{\nu,ij,pq}^{e(h)}(z)\}$, відповідно, таким чином:

$$\tilde{\mathbf{F}}_{\nu,ij}^{e(h)}(z) = [F_{\nu,ij,-N,-N}^{e(h)} \cdots F_{\nu,ij,N,-N}^{e(h)} \cdots F_{\nu,ij,00}^{e(h)} \cdots F_{\nu,ij,-N,N}^{e(h)} \cdots F_{\nu,ij,N,N}^{e(h)}]^T \quad (2.3.20)$$

$$\tilde{\mathbf{I}}_{\nu,ij}^{e(h)}(z) = [I_{\nu,ij,-N,-N}^{e(h)} \cdots I_{\nu,ij,N,-N}^{e(h)} \cdots I_{\nu,ij,00}^{e(h)} \cdots I_{\nu,ij,-N,N}^{e(h)} \cdots I_{\nu,ij,N,N}^{e(h)}]^T \quad (2.3.21)$$

Тут верхній індекс означає транспонування вказаного вектора. Складаючи (2.3.15) і (2.3.16) за всіма сегментами елементарної комірки і використовуючи

співвідношення $\sum_{j=1}^{M_y} \sum_{i=1}^{M_x} \alpha_{i,p} \alpha_{j,q} = \delta_{p0} \delta_{q0}$, де δ_{pr} означає символ Кронекера,

отримаємо такі співвідношення між спектральною густиною струмів поляризації у двох різних сегментах:

$$\tilde{\mathbf{F}}_{x(y),ij}^e(z) = \frac{\varepsilon_{kl}(\varepsilon_{ij} - 1)}{\varepsilon_{ij}(\varepsilon_{kl} - 1)} \mathbf{A}_{ij} \mathbf{A}_{kl}^{-1} \cdot \tilde{\mathbf{F}}_{x(y),kl}^e(z), \quad (2.3.22)$$

$$\tilde{\mathbf{F}}_{z,ij}^e(z) = \frac{\varepsilon_{ij} - 1}{\varepsilon_{kl} - 1} \mathbf{A}_{ij} \mathbf{A}_{kl}^{-1} \cdot \tilde{\mathbf{F}}_{z,kl}^e(z), \quad (2.3.23)$$

де

$$\mathbf{A}_{ij} = [\alpha_{i,p-r} \alpha_{j,q-s}]. \quad (2.3.24)$$

Аналогічні співвідношення для $\tilde{\mathbf{F}}_{\nu,ij}^h(z)$ магнітного струму поляризації можуть бути одержані, якщо замінити ε_{kl} на μ_{ij} у (2.3.22) і (2.3.23). Співвідношення (2.3.22), (2.3.23) і відповідні співвідношення для $\tilde{\mathbf{F}}_{\nu,ij}^h(z)$ будуть використані надалі для пошуку інтегральних функціоналів $I_{\nu,ij,pq}^{e(h)}(z)$ ($\nu = x, y, z$), що задовольняють рівнянням (2.3.15) і (2.3.16).

Загальні розв'язки пов'язаних неоднорідних диференціальних рівнянь (2.3.15) і (2.3.16) є сумою частинних розв'язків і розв'язків відповідних однорідних диференціальних рівнянь [206]. Частинні розв'язки безпосередньо пов'язані зі збудженням $(0,0)$ -просторової гармоніки падаючою плоскою хвилею. Надалі ми зосередимо наш аналіз на випадку падіння TE -поляризованої хвилі, електричне поле якої задається як $\mathbf{E}_0 = (E_{0x}, E_{0y}, 0)$. Розв'язок задачі для розсіяння TM -поляризованої хвилі з магнітним полем $\mathbf{H}_0 = (H_{0x}, H_{0y}, 0)$ можна легко вивести з розв'язку для розсіяння TE -поляризованої хвилі, використовуючи дуальність електричного і магнітного полів. З простого аналізу рівнянь (2.3.15) і (2.3.16) частинний розв'язок для розсіяння TE -поляризованої хвилі має вигляд:

$$I_{x(y),pq}^e = \frac{2i}{k^2} E_{0x(0y)} \delta_{p0} \delta_{q0} e^{ik_z z}, \quad I_{z,pq}^e = 0, \quad (2.3.25)$$

$$I_{x,pq}^h = I_{y,pq}^h = I_{z,pq}^h = 0. \quad (2.3.26)$$

Розв'язки відповідних однорідних диференціальних рівнянь можна записати у вигляді $\tilde{\mathbf{I}}_{\nu}^{e(h)} = e^{\chi z} \tilde{\mathbf{W}}_{\nu}^{e(h)}$ ($\nu = x, y, z$), де χ – невідома стала і $\tilde{\mathbf{W}}_{\nu}^{e(h)}$ –

невідомі вектори-стовпці, які визначені в тій самій формі, що й вирази для векторів (2.3.20) і (2.3.21). Тоді однорідні диференціальні рівняння (2.3.15) і (2.3.16) перетворюються до вигляду:

$$\begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{V}}_{x,ij}^{e(h)} \\ \tilde{\mathbf{V}}_{y,ij}^{e(h)} \\ \tilde{\mathbf{V}}_{z,ij}^{e(h)} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \Gamma^2 - \chi^2 \mathbf{I} & -\Xi \Gamma & i\chi \Xi \\ -\Xi \Gamma & \Xi^2 - \chi^2 \mathbf{I} & i\chi \Gamma \\ i\chi \Xi & i\chi \Gamma & (1 + \chi^2) \mathbf{I} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{W}}_x^{e(h)} \\ \tilde{\mathbf{W}}_y^{e(h)} \\ \tilde{\mathbf{W}}_z^{e(h)} \end{pmatrix} \mp ik \begin{pmatrix} \mathbf{0} & -\chi \mathbf{I} & i\Gamma \\ \chi \mathbf{I} & \mathbf{0} & -i\Xi \\ -i\Gamma & i\Xi & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{W}}_x^{h(e)} \\ \tilde{\mathbf{W}}_y^{h(e)} \\ \tilde{\mathbf{W}}_z^{h(e)} \end{pmatrix}, \quad (2.3.27)$$

де

$$\Xi = \text{diag}(\xi_p \delta_{pr} \delta_{qs}), \quad \Gamma = \text{diag}(\gamma_{pq} \delta_{pr} \delta_{qs}), \quad \mathbf{K} = \text{diag}(\kappa_{pq} \delta_{pr} \delta_{qs}), \quad (2.3.28)$$

$$\tilde{\mathbf{V}}_{x(y),ij}^e = \mathbf{A}_{ij}^{-1} (\mathbf{K}^2 + \chi^2 \mathbf{I}) \cdot \tilde{\mathbf{I}}_{x(y),ij}^e \frac{\varepsilon_{ij}}{\varepsilon_{ij} - 1}, \quad (2.3.29)$$

$$\tilde{\mathbf{V}}_{z,ij}^e = \mathbf{A}_{ij}^{-1} (\mathbf{K}^2 + \chi^2 \mathbf{I}) \cdot \tilde{\mathbf{I}}_{z,ij}^e \frac{1}{\varepsilon_{ij} - 1}, \quad (2.3.30)$$

$$\tilde{\mathbf{V}}_{x(y),ij}^h = \mathbf{A}_{ij}^{-1} (\mathbf{K}^2 + \chi^2 \mathbf{I}) \cdot \tilde{\mathbf{I}}_{x(y),ij}^h \frac{\mu_{ij}}{\mu_{ij} - 1}, \quad (2.3.31)$$

$$\tilde{\mathbf{V}}_{z,ij}^h = \mathbf{A}_{ij}^{-1} (\mathbf{K}^2 + \chi^2 \mathbf{I}) \cdot \tilde{\mathbf{I}}_{z,ij}^h \frac{1}{\mu_{ij} - 1}, \quad (2.3.32)$$

Ξ , Γ , $\mathbf{K}$ – діагональні матриці розміру $(2N+1)^2 \times (2N+1)^2$. Матриця $\mathbf{A}_{ij}$ визначається формулами (2.3.24) і (2.3.19); $\mathbf{I}$ є одиничною матрицею. Для розв'язання однорідної частини диференціального матричного рівняння (2.3.15)–(2.3.16) використовуються вирази

$$F_{\nu,ij,pq}^{e(h)}(z) = \frac{1}{2i} (\chi^2 + \kappa_{pq}^2) I_{\nu,ij,pq}^{e(h)}(z) \quad (\nu = x, y, z), \quad (2.3.33)$$

$$F_{\nu,pq}^{e(h)}(z) = \sum_{j=1}^{M_y} \sum_{i=1}^{M_x} F_{\nu,ij,pq}^{e(h)} = \frac{1}{2i} (\chi^2 + \kappa_{pq}^2) I_{\nu,pq}^{e(h)}(z) \quad (\nu = x, y, z), \quad (2.3.34)$$

водночас (2.3.33) виводиться з (2.3.14).

Використовуючи (2.3.33) в рівняннях (2.3.22), (2.3.23) і відповідні рівняння для $\tilde{\mathbf{F}}_{\nu,ij}^h$, маємо такі співвідношення:

$$\tilde{\mathbf{I}}_{x(y),ij}^e = \frac{\varepsilon_{ij} - 1}{\varepsilon_{ij}} (\mathbf{K}^2 + \chi^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{A}_{ij} \cdot \tilde{\mathbf{V}}_{x(y),kl}^e, \quad (2.3.35)$$

$$\tilde{\mathbf{I}}_{z,ij}^e = (\varepsilon_{ij} - 1)(\mathbf{K}^2 + \chi^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{A}_{ij} \cdot \tilde{\mathbf{V}}_{z,kl}^e, \quad (2.3.36)$$

$$\tilde{\mathbf{I}}_{x(y),ij}^h = \frac{\mu_{ij} - 1}{\mu_{ij}} (\mathbf{K}^2 + \chi^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{A}_{ij} \cdot \tilde{\mathbf{V}}_{x(y),kl}^h, \quad (2.3.37)$$

$$\tilde{\mathbf{I}}_{z,ij}^h = (\mu_{ij} - 1)(\mathbf{K}^2 + \chi^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{A}_{ij} \cdot \tilde{\mathbf{V}}_{z,kl}^h. \quad (2.3.38)$$

Використовуючи рівняння (2.3.35)–(2.3.38), рівняння (2.3.27), одержані для кожного сегмента, підсумовують за всіма сегментами елементарної

комірки. З використанням $\tilde{\mathbf{I}}_v^{e(h)}(z) = \sum_{j=1}^{M_y} \sum_{i=1}^{M_x} \tilde{\mathbf{I}}_{v,ij}^{e(h)}(z) = e^{\chi z} \tilde{\mathbf{W}}_v^{e(h)} \quad (v=x, y, z)$

характеристичне рівняння для визначення χ , $\tilde{\mathbf{W}}_v^e$ і $\tilde{\mathbf{W}}_v^h$ набуде такого вигляду:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{D}_x^e & -\Xi \Gamma & i\chi \Xi & 0 & -i\chi \mathbf{I} & -\Gamma \\ -\Xi \Gamma & \mathbf{D}_y^e & i\chi \Gamma & i\chi \mathbf{I} & 0 & \Xi \\ i\chi \Xi & i\chi \Gamma & \mathbf{D}_z^e & \Gamma & -\Xi & 0 \\ 0 & i\chi \mathbf{I} & \Gamma & \mathbf{D}_x^h & -\Xi \Gamma & i\chi \Xi \\ -i\chi \mathbf{I} & 0 & -\Xi & -\Xi \Gamma & \mathbf{D}_y^h & i\chi \Gamma \\ -\Gamma & \Xi & 0 & i\chi \Xi & i\chi \Gamma & \mathbf{D}_z^h \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{W}}_x^e \\ \tilde{\mathbf{W}}_y^e \\ \tilde{\mathbf{W}}_z^e \\ \tilde{\mathbf{W}}_x^h \\ \tilde{\mathbf{W}}_y^h \\ \tilde{\mathbf{W}}_z^h \end{pmatrix} = \mathbf{0}, \quad (2.3.39)$$

де

$$\mathbf{D}_x^{e(h)} = \mathbf{B}_x^{e(h)} (\mathbf{K}^2 + \chi^2 \mathbf{I}) + (\Gamma^2 - \chi^2 \mathbf{I}), \quad (2.3.40)$$

$$\mathbf{D}_y^{e(h)} = \mathbf{B}_y^{e(h)} (\mathbf{K}^2 + \chi^2 \mathbf{I}) + (\Xi^2 - \chi^2 \mathbf{I}), \quad (2.3.41)$$

$$\mathbf{D}_z^{e(h)} = \mathbf{B}_z^{e(h)} (\mathbf{K}^2 + \chi^2 \mathbf{I}) + (1 + \chi^2) \mathbf{I}, \quad (2.3.42)$$

$$\mathbf{B}_x^e = \mathbf{B}_y^e = \left(\sum_{j=1}^{M_y} \sum_{i=1}^{M_x} \frac{(\varepsilon_{ij} - 1)}{\varepsilon_{ij}} \mathbf{A}_{ij} \right)^{-1}, \quad \mathbf{B}_z^e = \left(\sum_{j=1}^{M_y} \sum_{i=1}^{M_x} (\varepsilon_{ij} - 1) \mathbf{A}_{ij} \right)^{-1}, \quad (2.3.43)$$

$$\mathbf{B}_x^h = \mathbf{B}_y^h = \left(\sum_{j=1}^{M_y} \sum_{i=1}^{M_x} \frac{(\mu_{ij} - 1)}{\mu_{ij}} \mathbf{A}_{ij} \right)^{-1}, \quad \mathbf{B}_z^h = \left(\sum_{j=1}^{M_y} \sum_{i=1}^{M_x} (\mu_{ij} - 1) \mathbf{A}_{ij} \right)^{-1}. \quad (2.3.44)$$

Після громіздких, але простих алгебричних маніпуляцій характеристичне рівняння (2.3.39) зводиться до матричного рівняння 2×2 блочного типу для $\tilde{\mathbf{W}}_x^e$ і $\tilde{\mathbf{W}}_y^e$:

$$[\mathbf{D}] \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{W}}_x^e \\ \tilde{\mathbf{W}}_y^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_1 & \mathbf{D}_2 \\ \mathbf{D}_3 & \mathbf{D}_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{W}}_x^e \\ \tilde{\mathbf{W}}_y^e \end{bmatrix} = \chi^2 \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{W}}_x^e \\ \tilde{\mathbf{W}}_y^e \end{bmatrix}. \quad (2.3.45)$$

Блок-матриці $\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_4$ розмірності $(2N+1)^2 \times (2N+1)^2$ виражаються через матриці $\mathbf{\Xi}$, $\mathbf{\Gamma}$, $\mathbf{K}$, і $\mathbf{B}_\nu^{e(h)}$ ($\nu = x, y, z$), які визначаються формулами (2.3.28), (2.3.43) та (2.3.44), і в дисертації не наведені. Таким чином, невідома стала χ і вектори-стовпці $\tilde{\mathbf{W}}_x^e$ і $\tilde{\mathbf{W}}_y^e$ є власними значеннями і власними векторами 2×2 блочної матриці $[\mathbf{D}]$. Інші невідомі вектори стовпці $\tilde{\mathbf{W}}_z^e$, $\tilde{\mathbf{W}}_x^h$, $\tilde{\mathbf{W}}_y^h$, і $\tilde{\mathbf{W}}_z^h$ пов'язані з $\tilde{\mathbf{W}}_x^e$ і $\tilde{\mathbf{W}}_y^e$ через рівняння (2.3.39). Використовуючи розв'язки рівнянь (2.3.45), (2.3.39) і частинні розв'язки (2.3.25), (2.3.26), загальні розв'язки для інтегральних функціоналів, що задовольняють рівнянням (2.3.15) і (2.3.16), представляються таким чином:

$$I_{x(y),pq}^e(z) = \sum_{m=1}^{2(2N+1)^2} (c_m^+ e^{\chi_m z} + c_m^- e^{-\chi_m z}) W_{x(y),pq,m}^e + \frac{2i}{k^2} E_{0x(0y)} e^{ik_z z}, \quad (2.3.46)$$

$$I_{z,pq}^e(z) = \sum_{m=1}^{2(2N+1)^2} (c_m^+ e^{\chi_m z} + c_m^- e^{-\chi_m z}) W_{z,pq,m}^e, \quad (2.3.47)$$

$$I_{\nu,pq}^h(z) = \sum_{m=1}^{2(2N+1)^2} (c_m^+ e^{\chi_m z} + c_m^- e^{-\chi_m z}) W_{\nu,pq,m}^h \quad (\nu = x, y, z). \quad (2.3.48)$$

Тут $\{c_m^\pm\}$ – невідомі сталі, а нижній індекс m вказує на m -е власне значення і відповідний власний вектор, що задовольняє рівнянню (2.3.45). Слід зазначити, що існує $2(2N+1)^2$ власних значень χ_m^2 . Невідомі коефіцієнти $\{c_m^\pm\}$ можуть бути визначені з умови, що збуджені електричні і магнітні поля усередині двоперіодичного шару повинні зникати за відсутності падаючого поля, тобто коли $E_{0x} = E_{0y} = 0$. Використовуючи перший і другий рядки рівняння (2.3.5), цю умову задовольняють таким чином

$$\int_V \begin{pmatrix} -\frac{\partial^2 G}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 G}{\partial z^2} & \frac{\partial^2 G}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 G}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 G}{\partial y \partial x} & -\frac{\partial^2 G}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 G}{\partial z^2} & \frac{\partial^2 G}{\partial y \partial z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_x^e(\mathbf{r}') \\ J_y^e(\mathbf{r}') \\ J_z^e(\mathbf{r}') \end{pmatrix} d\mathbf{r}' +$$

$$+ik \int_V \begin{pmatrix} 0 & -\frac{\partial G}{\partial z} & \frac{\partial G}{\partial y} \\ \frac{\partial G}{\partial z} & 0 & -\frac{\partial G}{\partial x} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_x^h(\mathbf{r}') \\ J_y^h(\mathbf{r}') \\ J_z^h(\mathbf{r}') \end{pmatrix} d\mathbf{r}' = 0. \quad (2.3.49)$$

Підставляючи вирази (2.3.46)–(2.3.48) до (2.3.34), невідомі спектральні амплітуди поляризаційних струмів $F_{\nu,qp}^{e(h)}(z)$ ($\nu = x, y, z$) і їх інтеграли $\int_0^h F_{\nu,pq}^{e(h)}(z') e^{i|z-z'|\kappa_{pq}} dz'$ зображують через власні значення χ_m і пов'язані з ними власні вектори $W_{\nu,pq,m}^{e(h)}$ для внутрішньої області $0 > z > h$. Ці результати використовуються разом з виразами (2.3.12) і (2.3.13) в рівнянні (2.3.49). Рівняння переписується, використовуючи факт ортогональності просторових гармонік $\{e^{\pm i\kappa_{pq}z}\}$, і, таким чином, визначається система лінійних алгебричних рівнянь для знаходження $\{c_m^{\pm}\}$ такого вигляду:

$$\sum_{m=1}^{2(N+1)^2} u_{x,pq,m}^+ c_m^+ + \sum_{m=1}^{2(N+1)^2} u_{x,pq,m}^- c_m^- = \frac{4k_z}{k^2} E_{0x} \delta_{q0} \delta_{p0} \quad (2.3.50)$$

$$\sum_{m=1}^{2(N+1)^2} u_{y,pq,m}^+ c_m^+ + \sum_{m=1}^{2(N+1)^2} u_{y,pq,m}^- c_m^- = \frac{4k_z}{k^2} E_{0y} \delta_{q0} \delta_{p0} \quad (2.3.51)$$

$$\sum_{m=1}^{2(N+1)^2} v_{x,pq,m}^+ c_m^+ e^{\chi_m h} + \sum_{m=1}^{2(N+1)^2} v_{x,pq,m}^- c_m^- e^{-\chi_m h} = 0 \quad (2.3.52)$$

$$\sum_{m=1}^{2(N+1)^2} v_{y,pq,m}^+ c_m^+ e^{\chi_m h} + \sum_{m=1}^{2(N+1)^2} v_{y,pq,m}^- c_m^- e^{-\chi_m h} = 0, \quad (2.3.53)$$

де

$$u_{x,pq,m}^{\pm} = (\pm\chi_m + i\kappa_{pq})[(\gamma_{pq}^2 + \kappa_{pq}^2)W_{x,pq,m}^e - \xi_p \gamma_{pq} W_{y,pq,m}^e - \xi_p \kappa_{pq} W_{z,pq,m}^e + \kappa_{pq} W_{y,pq,m}^h - \gamma_{pq} W_{z,pq,m}^h], \quad (2.3.54)$$

$$u_{y,pq,m}^{\pm} = (\pm\chi_m + i\kappa_{pq})[-\xi_p \gamma_{pq} W_{x,pq,m}^e + (\xi_p^2 + \kappa_{pq}^2)W_{y,pq,m}^e - \gamma_{pq} \kappa_{pq} W_{z,pq,m}^e - \kappa_{pq} W_{x,pq,m}^h + \xi_p W_{z,pq,m}^h], \quad (2.3.55)$$

$$v_{x,pq,m}^{\pm} = (\pm\chi_m - i\kappa_{pq})[(\gamma_{pq}^2 + \kappa_{pq}^2)W_{x,pq,m}^e - \xi_p \gamma_{pq} W_{y,pq,m}^e + \xi_p \kappa_{pq} W_{z,pq,m}^e - \kappa_{pq} W_{y,pq,m}^h - \gamma_{pq} W_{z,pq,m}^h], \quad (2.3.56)$$

$$v_{y,pq,m}^{\pm} = (\pm\chi_m - i\kappa_{pq})[-\xi_p \gamma_{pq} W_{x,pq,m}^e + (\xi_p^2 + \kappa_{pq}^2)W_{y,pq,m}^e + \gamma_{pq} \kappa_{pq} W_{z,pq,m}^e + \kappa_{pq} W_{x,pq,m}^h + \xi_p W_{z,pq,m}^h]. \quad (2.3.57)$$

Слід зазначити, що за допомогою рівнянь (2.3.50)–(2.3.53) можна визначити кожен компоненту просторової гармоніки, позначену нижніми індексами p і q .

2.3.2. В и р а з и д л я з о в н і ш н і х п о л і в с т р у к т у р и

Розв'язки $\{c_m^\pm\}$ рівнянь (2.3.50)–(2.3.53) підставляємо в рівняння (2.3.46)–(2.3.48) для визначення інтегральних функціоналів $I_{\nu,pq}^{e(h)}(z)$ ($\nu = x, y, z$).

Підставляючи результати в (2.3.34), отримаємо такі співвідношення:

$$\int_0^h F_{\nu,pq}^{e(h)}(z') e^{i\kappa_{pq}|z-z'|} dz' = \frac{e^{-i\kappa_{pq}z}}{2i} \sum_{m=1}^{2(2N+1)^2} \left[c_m^+ (e^{(\chi_m+i\kappa_{pq})h} - 1)(\chi_m - i\kappa_{pq}) - c_m^- (e^{(\chi_m-i\kappa_{pq})h} - 1)(\chi_m + i\kappa_{pq}) \right] W_{\nu,pq,m}^{e(h)} - \quad (2.3.58)$$

для відбитого поля в області $z < 0$ і

$$\int_0^h F_{\nu,pq}^e(z') e^{i\kappa_{pq}|z-z'|} dz' = \frac{e^{i\kappa_{pq}z}}{2i} \sum_{m=1}^{2(2N+1)^2} \left[c_m^+ (e^{(\chi_m-i\kappa_{pq})h} - 1)(\chi_m + i\kappa_{pq}) - c_m^- (e^{-(\chi_m+i\kappa_{pq})h} - 1)(\chi_m - i\kappa_{pq}) \right] W_{\nu,pq,m}^e + \frac{i}{k^2} (\kappa_{00} + k_z)(\delta_{vx}E_{0x} + \delta_{vy}E_{0y})\delta_{p0}\delta_{q0} e^{i\kappa_{00}z} [e^{ih(k_z-\kappa_{00})} - 1] \quad (2.3.59)$$

$$\int_0^h F_{\nu,pq}^h(z') e^{i\kappa_{pq}|z-z'|} dz' = \frac{e^{i\kappa_{pq}z}}{2i} \sum_{m=1}^{2(2N+1)^2} \left[c_m^+ (e^{(\chi_m-i\kappa_{pq})h} - 1)(\chi_m + i\kappa_{pq}) - c_m^- (e^{-(\chi_m+i\kappa_{pq})h} - 1)(\chi_m - i\kappa_{pq}) \right] W_{\nu,pq,m}^h - \quad (2.3.60)$$

для поля, що пройшло крізь структуру, в області $z > h$. Підставляючи рівняння (2.3.58) в рівняння (2.1.42) і використовуючи вираз (2.3.12), відбите електричне поле в області $z < 0$ записуємо таким чином:

$$E_x^r(x, y, z) = -\frac{1}{4} \sum_{p=-N}^N \sum_{q=-N}^N \frac{e^{i(\xi_p x + \gamma_{pq} y - \kappa_{pq} z)}}{\kappa_{pq}} \sum_{m=0}^{2(2N+1)^2} \left[c_m^+ (\chi_m - i\kappa_{pq}) - c_m^- (\chi_m + i\kappa_{pq}) \right] \left[(1 - \xi_p^2) W_{x,pq,m}^e - \xi_p \gamma_{pq} W_{y,pq,m}^e + \xi_p \kappa_{pq} W_{z,pq,m}^e - \gamma_{pq} W_{z,pq,m}^h - \kappa_{pq} W_{y,pq,m}^h \right] \quad (2.3.61)$$

$$E_y^r(x, y, z) = -\frac{1}{4} \sum_{p=-N}^N \sum_{q=-N}^N \frac{e^{i(\xi_p x + \gamma_{pq} y - \kappa_{pq} z)}}{\kappa_{pq}} \sum_{m=0}^{2(2N+1)^2} \left[c_m^+ (\chi_m - i\kappa_{pq}) - c_m^- (\chi_m + i\kappa_{pq}) \right] \left[(1 - \gamma_{pq}^2) W_{y,pq,m}^e - \xi_p \gamma_{pq} W_{x,pq,m}^e + \gamma_{pq} \kappa_{pq} W_{z,pq,m}^e + \xi_p W_{z,pq,m}^h + \kappa_{pq} W_{x,pq,m}^h \right] \quad (2.3.62)$$

$$E_z^r(x, y, z) = -\frac{1}{4} \sum_{p=-N}^N \sum_{q=-N}^N \frac{e^{i(\xi_p x + \gamma_{pq} y - \kappa_{pq} z)}}{\kappa_{pq}} \sum_{m=0}^{2(2N+1)^2} \left[c_m^+ (\chi_m - i\kappa_{pq}) - c_m^- (\chi_m + i\kappa_{pq}) \right] \left[(1 - \kappa_{pq}^2) W_{z,pq,m}^e + \xi_p \kappa_{pq} W_{x,pq,m}^e + \gamma_{pq} \kappa_{pq} W_{y,pq,m}^e - \xi_p W_{y,pq,m}^h + \gamma_{pq} W_{x,pq,m}^h \right]. \quad (2.3.63)$$

Аналогічні вирази, використовуючи (2.3.59), (2.3.60), записуємо для поля, що пройшло крізь двоперіодичний шар, у термінах власних значень χ_m і власних векторів, що їм відповідають $W_{\nu,pq,m}^{e(h)}$ ($\nu = x, y, z$) в області $z > h$. Існування, єдиність і збіжність розв'язку задачі розсіювання, одержаного за допомогою методу інтегральних функціоналів, у загальному випадку наводяться в наступному розділі дисертації.

2.4. Обґрунтування методу інтегральних функціоналів для задач розсіювання на періодичних магнітодіелектричних структурах

Розв'язанню задач, що пов'язані із взаємодією електромагнітного поля з тривимірними періодичними магнітодіелектричними структурами як фотонними кристалами, на сучасному етапі приділяється пильна увага. Ці структури вважаються перспективними для розроблення вузькосмугових лазерів, оптичних комп'ютерів, вузлів комп'ютерних мереж більш високої продуктивності, але особливо великі перспективи є в розробці оптичних мереж з високою щільністю каналів передачі. Усі ці розробки перебувають у віданні фотоніки, яка нестримно розвивається.

Початок вивченню періодичних структур з позицій фотоніки було покладено статтею [122] і продовжено в інших публікаціях, число яких набагато перебільшило тисячу. Проте в цих роботах приділяється недостатньо уваги обґрунтованості вживаних математичних методів. Автори більшості робіт обмежуються непрямыми свідченнями правильності результатів моделювання і прямою перевіркою виконання основних законів збереження. Цей факт знижує рівень довіри до одержаних результатів. У цьому розділі розглядаються деякі питання обґрунтування достовірності розрахунку розсіювання на двоперіодичних магнітодіелектричних структурах методом інтегральних функціоналів.

Розглянемо задачу розсіювання електромагнітної хвилі двоперіодичною магнітодіелектричною решіткою з втратами, що розташована між двома

однорідними й ізотропними напівпросторами, які характеризуються дійсними сталими ε_1, μ_1 (див. рис. 2.4.1). Хвиля падає на структуру з напівпростору $z > 0$ і може бути розкладена на дві складові, тобто на TE -поляризовану і TH -поляризовану складову, з амплітудами A_0^E і A_0^H відповідно. Залежність від часу обирається у вигляді $e^{i\omega t}$.

Метою розв'язання задачі дифракції є визначення повної матриці розсіювання періодичної структури, тобто визначення амплітуд відбитих хвиль і хвиль, що пройшли в результаті дифракції плоскої довільно падаючої електромагнітної хвилі. У такій постановці математична задача полягає у визначенні у середині області V , що обмежена поверхнею S , векторів комплексних амплітуд напруженості електричного і магнітного полів $\vec{E}, \vec{H}$, що задовольняють системі рівнянь Максвелла для гармонічних коливань (2.1.24), (2.1.25) в V

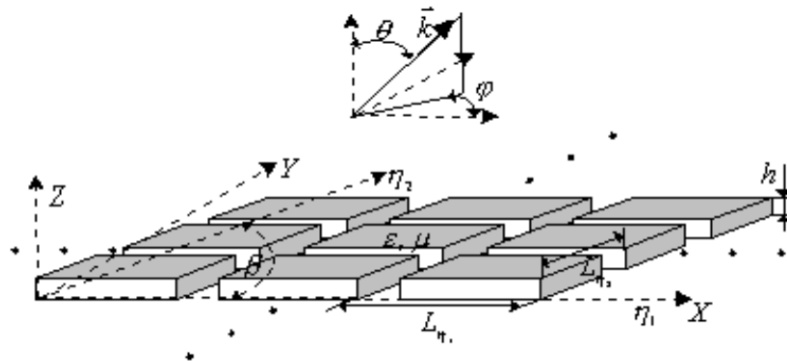


Рис. 2.4.1 – Геометрія задачі розсіювання

$$\nabla \times \vec{E}(\vec{r}') = -ik\hat{\mu} \vec{H}(\vec{r}') \quad (2.4.1)$$

$$\nabla \times \vec{H}(\vec{r}') = ik\hat{\varepsilon} \vec{E}(\vec{r}'), \quad \text{де } k = \frac{\omega}{c}, \quad (2.4.2)$$

і умовам на межі «періодична структура – напівпростір», що полягають у вимозі безперервності тангенціальних складових векторів напруженості електричного і магнітного полів, а також умовам випромінювання, що забезпечують відсутність хвиль, які приходять з нескінченності, за винятком

тієї, що падає. Ми скористаємося так званими парціальними умовами випромінювання і збудження, які для областей хвильового типу сформульовані А. Г. Свешніковим у роботі [207], і в цій задачі для компонент електромагнітного поля, що поширюється поза структурою, мають вигляд

$$F(\vec{r}) = \sum_{p,m=-\infty}^{\infty} \text{Re} \kappa_{p,m}^1 R_{p,m} e^{-i\kappa_{p,m}^1 z} \xi_{p,m}(\eta_1, \eta_2) + e^{ik_z z} F_0(z_1, x, y), \text{ де } z \geq z_1, \quad (2.4.3)$$

$$\text{і } F(\vec{r}) = \sum_{p,m=-\infty}^{\infty} \text{Re} \kappa_{p,m}^2 T_{p,m} e^{i\kappa_{p,m}^2 z} \xi_{p,m}(\eta_1, \eta_2), \text{ де } z \leq z_2, \quad (2.4.4)$$

$z_1 = h$ і $z_2 = 0$ – перерізи, паралельні площині $x - y$, що обмежують область, яка містить періодичну структуру. $R_{p,m}, T_{p,m}$ – невідомі коефіцієнти відбиття і проходження, $\xi_{p,m}(\eta_1, \eta_2)$ – просторові гармоніки (хвилі Флоке), що поширюються. Залежність усіх компонент хвиль Флоке від координати задається множником $e^{\pm i\kappa_{p,m}^{1,2} z}$, де $\kappa_{p,m}^{1,2}$ – стала поширення відповідної хвилі Флоке в напівпросторі 1 або 2.

$$\kappa_{pm}^{1,2} = \{k^2 \varepsilon_{1,2} \mu_{1,2} - (k_x + \frac{2\pi p}{L_{\eta_1}})^2 - [k_y + \frac{2\pi}{\sin \beta} (\frac{p}{L_{\eta_2}} - \frac{m}{L_{\eta_1}} \cos \beta)]^2\}^{1/2}. \quad (2.4.5)$$

Значення кореня ми вибираємо відповідно до напрямку поширення хвиль Флоке. Додатним значенням сталої поширення $\kappa_{p,m}$ відповідають хвилі, що розповсюджуються в негативному напрямку осі z , від'ємним значенням $\kappa_{p,m}$ – зворотні хвилі. Розв'язок має також задовольняти квазіперіодичним умовам Флоке, обумовленим двоперіодичністю структури. Для компонент поля всередині даної структури запис цих умов виглядає таким чином:

$$F(\eta_1 + L_{\eta_1}, \eta_2 + L_{\eta_2}, z) = \exp(ik\beta L_{\eta_1}) \exp(ik\gamma L_{\eta_2}) F(\eta_1, \eta_2, z). \quad (2.4.6)$$

Новий метод розв'язання зазначеного класу задач ґрунтується на об'ємних інтегральних рівняннях [180] (також див. розділ 2.3):

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_0(\vec{r}) + \frac{1}{4\pi} (\nabla \nabla + k_1^2) \int_V \left(\frac{\hat{\epsilon}}{\epsilon_1} - 1 \right) \vec{E}(\vec{r}') G(|\vec{r} - \vec{r}'|) d\vec{r}' + \frac{ik_1}{4\pi} \sqrt{\frac{\mu_1}{\epsilon_1}} \nabla \times \int_V \left(\frac{\hat{\mu}}{\mu_1} - 1 \right) \vec{H}(\vec{r}') G(|\vec{r} - \vec{r}'|) d\vec{r}' \quad (2.4.7)$$

$$\vec{H}(\vec{r}) = \vec{H}_0(\vec{r}) + \frac{1}{4\pi} (\nabla \nabla + k_1^2) \int_V \left(\frac{\hat{\mu}}{\mu_1} - 1 \right) \vec{H}(\vec{r}') G(|\vec{r} - \vec{r}'|) d\vec{r}' - \frac{ik_1}{4\pi} \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_1}} \nabla \times \int_V \left(\frac{\hat{\epsilon}}{\epsilon_1} - 1 \right) \vec{E}(\vec{r}') G(|\vec{r} - \vec{r}'|) d\vec{r}' \quad (2.4.8)$$

Тут V – об'єм розсіювальної структури; ϵ_1, μ_1 – відносна діелектрична і магнітна проникність середовища, відповідно; $\vec{E}, \vec{H}$ – електрична і магнітна компоненти вектора напруженості поля; $\vec{E}_0, \vec{H}_0$ – величини електричної і магнітної напруженостей поля падаючої хвилі; $k_1 = k\sqrt{\epsilon_1\mu_1}$, де k – хвильове число, $\hat{\epsilon}$ – тензор діелектричної проникності структури, $\hat{\mu}$ – тензор магнітної проникності структури (див. 2.1.30); $\vec{r}$ – радіус-вектор точки спостереження; $\vec{r}'$ – радіус-вектор точки інтегрування; G – функція Гріна вільного простору. Ці вирази є рівняннями тільки тоді, коли точка спостереження $\vec{r}$ знаходиться в межах об'єму структури V , в іншому випадку – це вирази для розсіяних полів. Схема розв'язання за допомогою рівнянь такого виду розпадається на два етапи. Спочатку шукаються вирази для внутрішніх полів структури, а потім, за відомими виразами для внутрішніх полів, визначаються розсіяні поля.

Еквівалентність даної системи рівнянь рівнянням Максвелла можна перевірити шляхом підстановки, наприклад, (2.4.2) в (2.4.1). Скориставшись векторною тотожністю $\text{rot rot } \vec{B} = \text{grad div } \vec{B} - \Delta \vec{B}$ і беручи до уваги, що $\text{rot } \vec{E}_0(\vec{r}') = -ik\mu_1 \vec{H}_0(\vec{r}')$ і $\text{rot grad } \vec{B} \equiv 0$ виконується для будь-якого вектора, автори [188] довели, що розв'язання інтегральних рівнянь з функцією Гріна, яке задовольняє рівнянню Гемгольца, збігається з розв'язанням рівнянь Максвелла для даної крайової задачі. Строге доведення теореми еквівалентності надається в [187].

Будь-яка компонента поля може бути записана у вигляді ряду Фур'є, що рівномірно збігається,

$$F(\eta_1, \eta_2, z) = \sum_{r=-\infty}^{\infty} \sum_{s=-\infty}^{\infty} F_{rs}(z) \xi_{rs}(\eta_1, \eta_2), \quad (2.4.9)$$

де

$$\xi_{rs}(\eta_1, \eta_2) = \sqrt{\frac{1}{A}} e^{i(k_{\eta_1} + \frac{2\pi r}{L_{\eta_1}})\eta_1} e^{i(k_{\eta_2} + \frac{2\pi s}{L_{\eta_2}})\eta_2}. \quad (2.4.10)$$

Функції $\xi_{rs}(\eta_1, \eta_2)$ являють собою повну ортонормовану систему скалярних просторових гармонік (гармонік Флоке) і

$$\iint_A \xi_{rs} \xi_{r's'}^* dx dy = \delta_{rr'} \delta_{ss'}. \quad (2.4.11)$$

Тут $\delta_{nn'}$ – символ Кронекера, а A – область періодичної просторової комірки [208]. Природно, що вони задовольняють умовам квазіперіодичності на всьому інтервалі зміни x і y від $-\infty$ до $+\infty$. Коефіцієнти $F_{rs}(z)$ визначаються за допомогою такого виразу:

$$F_{rs}(z) = \iint_A F(\eta'_1, \eta'_2, z) \xi_{rs}(\eta'_1, \eta'_2) d\eta'_1 d\eta'_2. \quad (2.4.12)$$

Підставляємо вираз для полів у такому вигляді в об'ємні інтеграли, потім інтегруємо за двома координатами. Далі, дотримуючись схеми Гальоркіна, діємо на рівняння для компонент поля лінійним оператором

$$\hat{A}_{pq} F(\eta'_1, \eta'_2, z) = \frac{1}{A} \iint_A F(\eta'_1, \eta'_2, z) e^{-i(k_{\eta_1} + \frac{2\pi p}{L_{\eta_1}})\eta'_1} e^{-i(k_{\eta_2} + \frac{2\pi q}{L_{\eta_2}})\eta'_2} d\eta'_1 d\eta'_2. \quad (2.4.13)$$

Використовуючи вираз

$$F_{sr}(z) = \frac{1}{2i} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} I_{sr} + \kappa_{sr}^2 I_{sr} \right), \quad (2.4.14)$$

отримуємо матричну систему неоднорідних лінійних диференціальних рівнянь другого порядку з постійними коефіцієнтами відносно інтегральних функціоналів поля

$$I_{rs}(z) = \frac{1}{\kappa_{rs}} \int_0^h F_{rs}(z') e^{i|z-z'|\kappa_{rs}} dz'. \quad (2.4.15)$$

Розв'язок такої системи складається з частинного розв'язку неоднорідної системи в сумі із загальним розв'язком однорідної системи. Вільний член відповідає доданку, що виникає в результаті дії даного оператора на компоненти падаючого поля, яке і визначає частинний розв'язок неоднорідного

диференціального рівняння. Однорідна система відповідає характеристичному рівнянню для хвиль, що поширюються в структурі вздовж координати z . Загальне рішення однорідної системи задається у вигляді:

$$I_{mp}(z) = \sum_{j=1}^N C_j e^{\chi_j z} W_{mp,j} \quad (2.4.16)$$

де χ_j – власні числа; W_j – власні вектори матриці характеристичного рівняння.

Таким чином, загальний розв'язок записується в такий спосіб

$$I_{mp}(z) = \sum_{j=1}^N C_j e^{\chi_j z} W_{mp,j} + C_0 e^{ik_z z}, \quad (2.4.17)$$

де C_0 – вже визначений з частинного розв'язку коефіцієнт. Поля в структурі вважаються визначеними, якщо визначені всі амплітуди хвиль, що поширюються, тобто визначені всі C_j . Для знаходження C_j зазвичай використовуються граничні умови. У разі використання інтегро-диференціальних рівнянь у задачі розсіювання на двоперіодичній структурі граничні умови визначаються наступним чином. Підставимо загальний розв'язок (2.4.17) в інтегральні рівняння. Використовуючи вираз (2.4.14) і беручи до уваги, що

$$\int_0^h F_{sr}(z') e^{i|z-z'|\kappa_{sr}} dz' = \int_0^z F_{sr}(z') e^{i(z-z')\kappa_{sr}} dz' + \int_z^h F_{sr}(z') e^{i(z'-z)\kappa_{sr}} dz', \quad (2.4.18)$$

приведемо подібні доданки з фазовими множниками $\exp(\pm i\kappa_{mn}z)$. Оскільки ці експоненціальні функції лінійно незалежні, коефіцієнти при кожній з них повинні дорівнювати нулю незалежно один від одного. Таким чином, формується система лінійних алгебричних рівнянь для знаходження невідомих коефіцієнтів C_j , де праві частини алгебричного рівняння визначатимуться падаючою хвилею.

Розв'язок системи рівнянь для N гармонік будемо називати наближеним розв'язком. Точний розв'язок визначається як розв'язок за умови $N \rightarrow \infty$.

Використовуючи інтегральні вирази (2.4.7), (2.4.8) і враховуючи (2.4.9) - (2.4.14) для поля в структурі $0 \leq z \leq h$ і поза нею, можна показати, що тангенціальні складові поля безперервні на границі $z \in \{0; h\}$.

Шукані поля розсіяння знаходимо, підставляючи (2.4.17) в (2.4.7) і (2.4.8), враховуючи (2.4.9) і (2.4.14). Таку підстановку можна розглядати формально, як дію інтегрального оператора на поле всередині структури для одержання розсіяних полів. Для відбитого поля

$$F(\vec{r}) = \int_0^h F(z', x, y) e^{i(z-z')\chi_{rs}} dz' \text{ для } z > h. \quad (2.4.19)$$

Для поля, що пройшло крізь шар,

$$F(\vec{r}) = \int_0^h F(z', x, y) e^{i(z'-z)\chi_{rs}} dz' \text{ для } z < 0. \quad (2.4.20)$$

Будь-який нетривіальний розв'язок поставленої задачі має задовольняти співвідношенню

$$\int_S [\vec{E} \times \vec{H}^*]_z ds = \int_S (E_x H_y^* - E_y H_x^*) ds = i \int_V (\omega \mu \mu_1 |H|^2 - \omega^* \varepsilon^* \varepsilon_1 |E|^2) dv, \quad (2.4.21)$$

яке походить з рівнянь Максвелла (2.4.1), (2.4.2) і відоме в електродинаміці як теорема про комплексну потужність. Враховуючи (2.4.7), (2.4.8) і (2.4.19), а також ортогональність власних векторів матриці характеристичного рівняння і гармонік Флоке, можна записати вираз для відбитої потужності таким чином:

$$\begin{aligned} \int_S [\vec{E} \times \vec{H}^*]_z^R ds = & -k_z^* (|A_0^E|^2 - (A_0^E)^* R_{E_\alpha}^{0,0} + A_0^E (R_{E_\alpha}^{0,0})^*) - k_z (|A_0^H|^2 - (A_0^H)^* R_{H_\alpha}^{0,0} + A_0^H (R_{H_\alpha}^{0,0})^*) + \\ & + \sum_{r,s} \{ \kappa_{rs}^* (|R_{E_x}^{r,s}|^2 + |R_{E_y}^{r,s}|^2 + |R_{H_z}^{r,s}|^2) + \kappa_{rs} (|R_{H_x}^{r,s}|^2 + |R_{H_y}^{r,s}|^2 + |R_{E_z}^{r,s}|^2) \} \end{aligned} \quad (2.4.22)$$

Достатньо розглянути лише активну складову потужності (див. [209]), тому, враховуючи, що

$$|R_{E_x}^{0,0}|^2 + |R_{E_y}^{0,0}|^2 = |R_{E_\alpha}^{0,0}|^2 \quad \text{і} \quad |R_{E_x}^{0,0}|^2 + |R_{E_y}^{0,0}|^2 = |R_{E_\alpha}^{0,0}|^2,$$

$$P_0^E = A_0^E + R_{E_\alpha}^{0,0}, P_0^H = A_0^H + R_{H_\alpha}^{0,0}, |P_{r,s}^H|^2 = |R_{H_x}^{r,s}|^2 + |R_{H_y}^{r,s}|^2 + |R_{E_z}^{r,s}|^2,$$

перепишемо вираз (2.4.22) у такий спосіб:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \int_S [\vec{E} \times \vec{H}^*]_z^R ds = \operatorname{Re} k_z^* |P_0^E|^2 + \operatorname{Re} k_z |P_0^H|^2 + \operatorname{Re} \sum_{r,s \neq 0} \{ \kappa_{rs}^* |P_{r,s}^E|^2 + \kappa_{rs} |P_{r,s}^H|^2 \} - \\ - 2 \operatorname{Re} (k_z^* (A_0^E)^* P_0^E + k_z (A_0^H)^* P_0^H). \end{aligned} \quad (2.4.23)$$

Візьмемо до уваги, що $\operatorname{Im} \varepsilon < 0$, $\operatorname{Im} \mu < 0$, тобто періодична структура має дисипативні втрати, тоді з (2.4.22), з урахуванням усіх компонент розсіяного поля, випливає, що

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \sum_{r,s \neq 0} \{ \kappa_{rs}^* (|P_{r,s}^E|^2 + |B_{r,s}^E|^2) + \kappa_{rs} (|P_{r,s}^H|^2 + |B_{r,s}^H|^2) \} + \operatorname{Re} k_z^* \left| P_0^E - \frac{k_z^*}{\operatorname{Re} k_z} A_0^E \right|^2 + \\ + \operatorname{Re} k_z \left| P_0^H - \frac{k_z}{\operatorname{Re} k_z} A_0^H \right|^2 - k \operatorname{Im} \int_V (\mu |H|^2 + \varepsilon |E|^2) dv = \\ = \frac{|k_z^*|^2}{\operatorname{Re} k_z^*} |A_0^E|^2 + \frac{|k_z|^2}{\operatorname{Re} k_z} |A_0^H|^2. \end{aligned} \quad (2.4.24)$$

$B_{r,s}^E, B_{r,s}^H$ має такий самий сенс для поля, яке пройшло крізь шар, що й $P_{r,s}^E, P_{r,s}^H$ – для відбитого поля. Це співвідношення є основним для визначення властивостей розв'язку задачі. З цього співвідношення виходить таке:

1. Однорідна задача має тільки тривіальний розв'язок. Дійсно, усі доданки в лівій частині (2.4.24) додатні, отже, кожен із них дорівнює нулю, коли $|A_0^E|, |A_0^H| = 0$, що, у свою чергу, можливо, якщо вирази для полів дорівнюють нулю.
2. У силу розв'язності крайової задачі для системи звичайних диференціальних рівнянь, неоднорідна крайова задача для наближеного розв'язку є однозначно розв'язуваною.
3. Розв'язок $\{\vec{E}^N, \vec{H}^N\}$ задовольняє умовам рівномірної за N обмеженості, де N – кількість гармонік, що враховуються в розкладанні
- 4.

$$\operatorname{Re} \sum_{r,s \neq 0} \chi_{rs}^* (|P_{r,s}^E|^2 + |B_{r,s}^E|^2) < C'_1,$$

$$\operatorname{Re} \sum_{r,s \neq 0} \chi_{rs} (|P_{r,s}^H|^2 + |B_{r,s}^H|^2) < C'_1,$$

$$\int_V |\vec{E}^N|^2 dv < C', \int_V |\vec{H}^N|^2 dv < C'.$$

Сталі C'_1, C' залежать від способу збудження і не залежать від N .

5. Доведення збіжності наближеного розв'язку до точного в енергетичній нормі в області V проводиться за схемою, що детально викладена, наприклад, у [210, 211] і ґрунтується на обмеженості розв'язку і зображенні поля в структурі за допомогою ряду, що рівномірно збігається.

Таким чином, у цьому розділі на основі енергетичних співвідношень доводиться єдиність і обмеженість розв'язку задачі дифракції на магнітодіелектричній періодичній структурі. При цьому можна показати, що як наближений, так і точний розв'язки задовольняють енергетичним співвідношенням, з яких виходить збіжність наближеного розв'язку до точного.

2.4.1. Достовірність чисельних розрахунків

Ми розробили комп'ютерну FORTRAN-програму на основі запропонованого методу інтегральних функціоналів для аналізу характеристик розсіяння різних типів двоперіодичних магнітодіелектричних шарів. Точність розв'язку дифракційної задачі залежала від розміру зрізання подвійних рядів за просторовими гармоніками в розкладаннях полів. Ми підтвердили, що закон збереження енергії для періодичного шару без втрат зазвичай виконується з точністю . Час роботи комп'ютера на частоті 1800 МГц AMD (3000+) з ОЗП 1 ГБ складав приблизно 7,5 хвилин для однієї точки за частотною шкалою, коли , що є максимальним у цьому чисельному аналізі, і 2 секунди, коли . Надалі, за винятком випадку косокутних решіток з круглими отворами (рис. 2.4.4),

вважатимемо, що двоперіодичний шар має квадратну елементарну комірку з i (рис. 2.3.1).

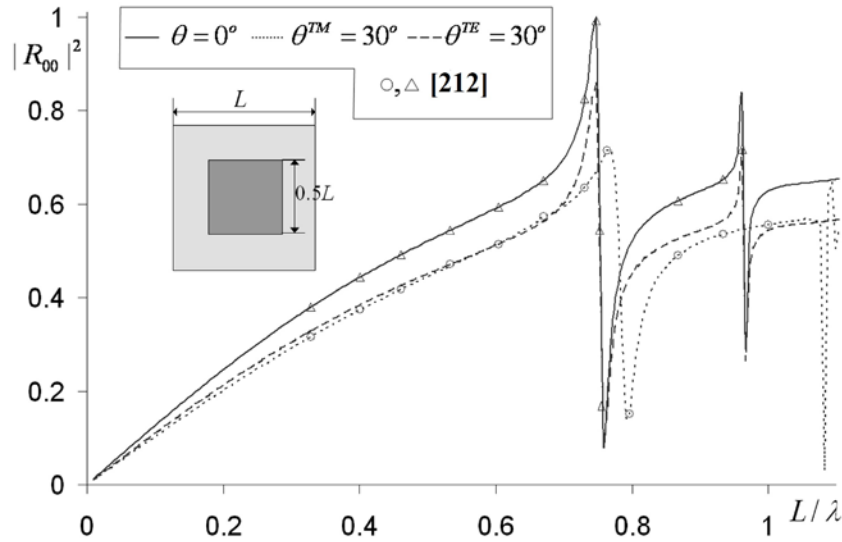


Рис. 2.4.2 – Потужність відбиття гармоніки нульового порядку $|R_{00}|$, що розрахована для діелектричного шару з періодично імплантованими квадратними діелектричними блоками. Результати розсіяння для різних сценаріїв падіння хвилі на структуру порівнюються з результатами [212]

Щоб підтвердити ефективність запропонованого методу, ми розраховували коефіцієнт відбиття гармоніки нульового порядку для двоперіодичного діелектричного шару ($\varepsilon = 4,0$, $h/L = 0,1$) з імплантованими квадратними діелектричними паралелепіпедами ($\varepsilon = 10,0$). Ця структура, що складається з квадратної елементарної комірки, є типовою для об'ємного цілком діелектричного частотно-селективного матеріалу. Потужність відбиття плоскої хвилі, що падає на такий шар, розраховувалася за допомогою добре апробованого методу об'ємних інтегральних рівнянь [212]. Ці чисельні результати були перевірені гібридним методом (finite element (FE)/boundary integral (BI) method, FE/BI) [213]. Наші чисельні результати для трьох різних сценаріїв падіння хвилі, які обчислювались за умови $(2N+1)^2 = 121$, порівнюються з результатами, відомими з літератури (рис. 2.4.2). Очевидно, що ці результати добре узгоджуються.

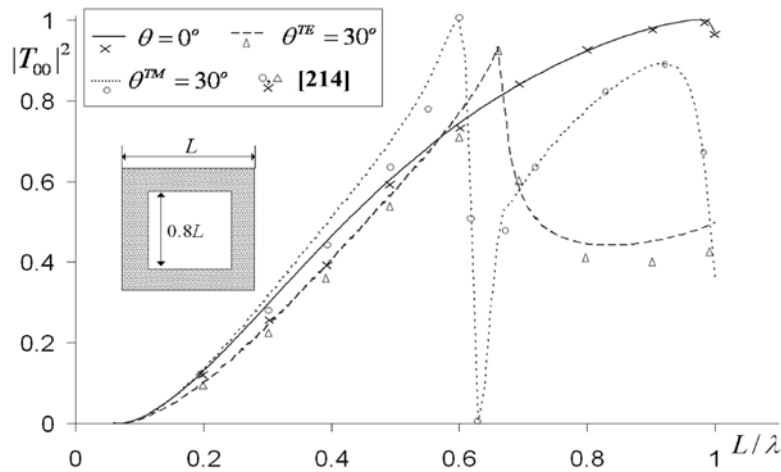


Рис. 2.4.3 – Частотні залежності потужностей проходження гармоніки нульового порядку $|T_{00}|^2$, що розраховані для магнітодіелектричного шару з параметрами $\varepsilon = 250 - i25000000$ і $\mu = 1/\varepsilon$, перфорованого квадратними апертурами. Результати розсіяння для різних сценаріїв падіння хвилі на структуру порівнюються з результатами розсіяння на ідеально провідному шарі, перфорованому такими самими апертурами [214]

Однією з важливих особливостей запропонованого методу є те, що він дозволяє моделювати металеві решітки, матеріальні параметри яких близькі до параметрів ідеального провідника (РЕС). Відомо (див. розділ 2.2), що поля, розсіяні об'єктом РЕС, можуть бути змодельовані полями, розсіяними фіктивним магнітодіелектричним об'єктом, параметри якого задовольняють умовам $|\varepsilon| \gg 1$ і $\varepsilon\mu \approx 1$. Цей прийом ефективно використовується для аналізу електромагнітного розсіяння на магнітодіелектричних шарах з параметрами матеріалу, що аналогічний РЕС. Другий чисельний приклад (рис. 2.4.3) стосується частотно-селективної поверхні, утвореної РЕС-шаром, перфорованим квадратними отворами з розмірами $0,8L \times 0,8L$ і товщиною шару $h/L = 0,005$. Щоб застосувати запропонований метод, РЕС-шар ми замінили двоперіодичним магнітодіелектричним шаром з параметрами матеріалу $\varepsilon = 250 - i25000000$ і $\mu = 1/\varepsilon$. Залежності потужностей проходження гармоніки нульового порядку від нормованої частоти, що розраховані для різних

сценарієв падіння TE - і TM -поляризованих хвиль на структуру ($\varphi = 0^\circ$), зображені на рис. 2.4.3. Ці дані ми порівняли з результатами, отриманими за допомогою методу перерозкладання [214] для тієї самої структури. Порядок зрізання просторових гармонік у нашому аналізі $(2N+1)^2 = 441$. З рис. 2.4.3 витікає, що використана для розрахунку модель магнітодіелектричного шару з параметрами $|\epsilon| \gg 1$ і $\epsilon\mu \simeq 1$ є добрим наближенням для структур із РЕС.

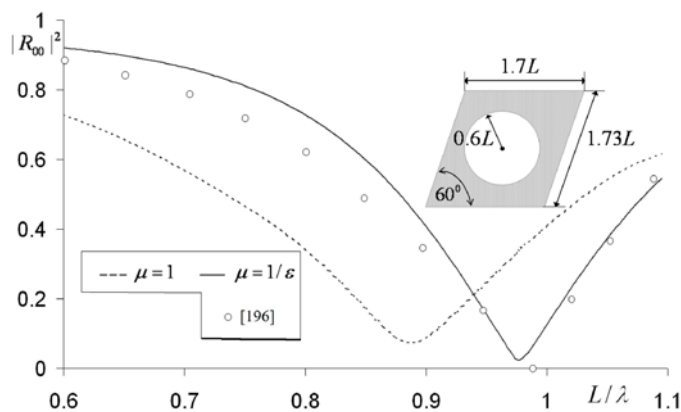


Рис. 2.4.4 – Частотні залежності потужностей відбиття гармоніки нульового порядку, що розраховані для нормального падіння плоскої хвилі, розсіяної на косокутній решітці з круглими отворами, для двох параметрів μ решітки і з $\epsilon = -157,92 - i21,414$. Результати порівнюються з результатами для тієї ж геометрії решітки з РЕС-матеріалу [196]

На рис. 2.4.4 зображено частотні залежності потужності відбиття гармоніки нульового порядку, що розраховані для нормального падіння плоскої хвилі, розсіяної на косокутних решітках з круглими отворами, для двох параметрів μ решіток. Отвори з радіусом $r = 0,6L$ періодично розташовані на шарі товщиною $h = 0,15L$. Комірка решітки має $L_{x1} = 1,7L$, $L_{y1} = 1,73L$ і $\beta = 60^\circ$ (див. рис. 2.3.1). Вектор напруженості електричного поля падаючої хвилі є паралельним осі x (рис. 2.4.4). Пунктирна лінія відповідає результату, що розрахований за умови $(2N+1)^2 = 529$, для шару, який виготовлено із золота ($\epsilon = -157,92 - i21,414$ для частоти 2 мкм, $\mu = 1$), тоді як суцільна лінія

демонструє результат, розрахований за умови $(2N+1)^2=169$, для шару з РЕС-подібного магнітодіелектрика ($\varepsilon = -157,92 - i21,414$, $\mu = 1/\varepsilon$). Для порівняння на рис. 2.4.4 продемонстровані результати, що отримані за допомогою методу перерозкладання для РЕС-шару, перфорованого такими ж отворами [196]. Очевидно, що РЕС-подібна модель ($|\varepsilon| \gg 1$ і $\varepsilon\mu \simeq 1$), яку використали для перфорованого шару, досить добре описує РЕС-шар, періодично перфорований круглими отворами. Резонансна крива для структури із золота стає плоскішою, і резонанс зрушується в довгохвильову область порівняно зі структурою з РЕС-подібного матеріалу. Це розширення кривої пов'язане з омичними втратами в шарі із золота.

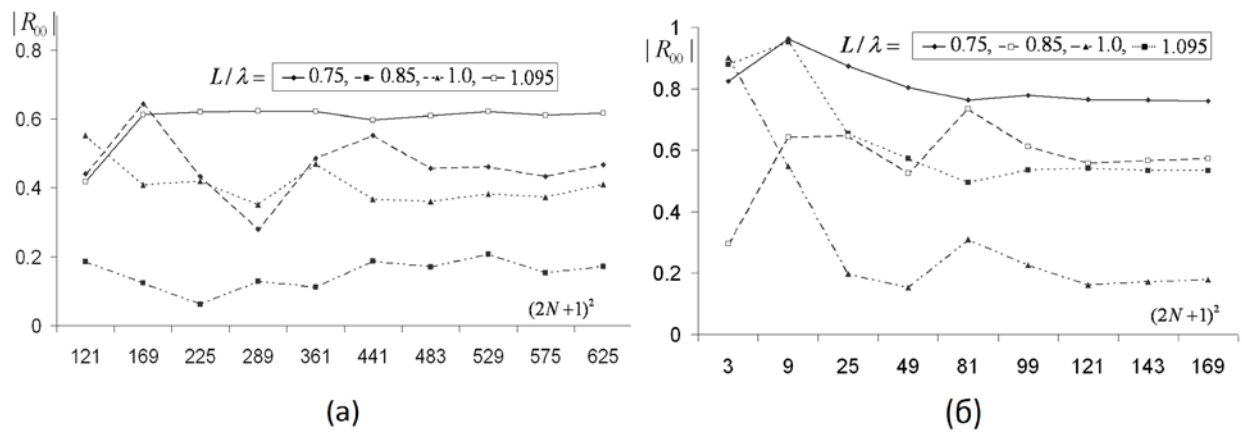


Рис. 2.4.5 – Збіжність значень коефіцієнта відбиття $|R_{00}|$ для косокутної решітки, зображеної на рис. 2.4.4, як функція порядку зрізання числа просторових гармонік $(2N+1)^2$ у розкладанні поля для двох різних параметрів матеріалу $\varepsilon = -157,92 - i21,414$, $\mu = 1$ (а), $\varepsilon = -157,92 - i21,414$, $\mu = 1/\varepsilon$ (б). Результати наведено для чотирьох різних значень L/λ

Збіжність значень коефіцієнта відбиття гармоніки нульового порядку $|R_{00}|$ для косокутної решітки (рис. 2.4.4), залежно від порядку зрізання кількості просторових гармонік $(2N+1)^2$, показана на рис. 2.4.5 (а) для шару із золота, а на рис. 2.4.5 (б) – для магнітодіелектричного шару з $\varepsilon = -157,92 - i21,414$ і $\mu = 1/\varepsilon$. Розглянуто чотири різні нормовані розміри L/λ елементарної

комірки. В обох випадках (рис. 2.4.5 (а) і (б)) розв'язок задачі розсіяння методом інтегральних функціоналів демонструє добру збіжність

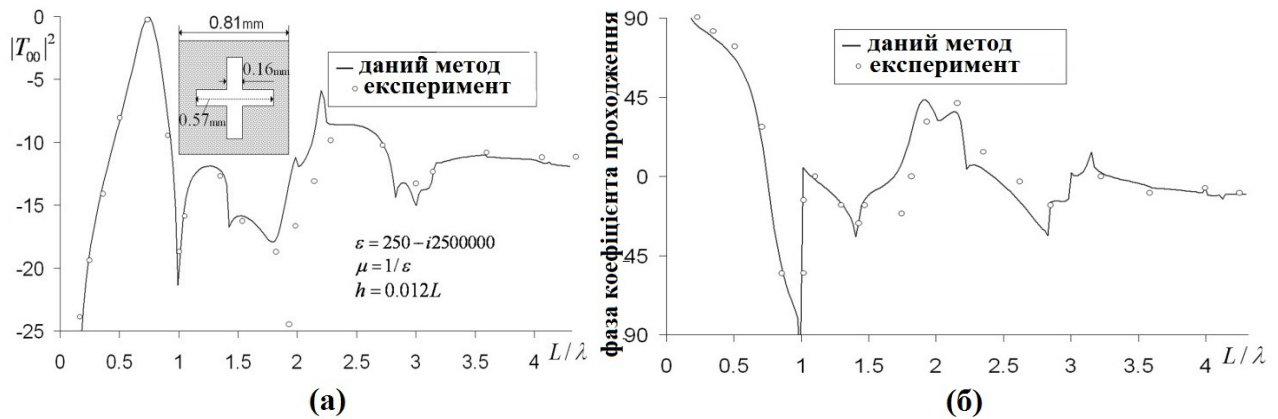


Рис. 2.4.6 – Експериментальні (кружки) і теоретичні (лінії) результати, що отримані для залежностей квадрата модуля коефіцієнта проходження гармоніки нульового порядку $|T_{00}|^2$ (а) і фази коефіцієнта проходження гармоніки нульового порядку T_{00} (б) від нормованого періоду структури, які розраховані для моделі РЕС-подібного магнітодіелектричного шару, періодично перфорованого хрестоподібними отворами. Періодична елементарна комірка і фактичні розміри апертури показані на вставці (рис. 2.4.6. (а))

Для підтвердження коректності одержаних за допомогою цього методу результатів ми також порівняли наші чисельні результати з експериментальними даними, одержаними для мідної фольги товщиною $h = 10 \text{ мкм}$, яка була періодично перфорована хрестоподібними апертурами [197]. Періодичну елементарну комірку з мідної фольги і фактичні розміри апертури, використаної в експерименті, зображено на вставці (рис. 2.4.6 (а)). Товщина шару, ширина і довжина апертури – $h/L = 0,012$, $w/L = 0,197$ і $s/L = 0,617$, відповідно; період елементарної комірки – $L = 0,81 \text{ мм}$. Використовуючи ці геометричні параметри, ми розрахували залежності квадрата модуля коефіцієнта проходження гармоніки нульового порядку $|T_{00}|^2$ і фази коефіцієнта проходження гармоніки нульового порядку T_{00} від нормованого періоду структури, періодично перфорованої хрестоподібними

апертурами. Вектор напруженості електричного поля падаючої хвилі паралельний осі x . Розраховані чисельні результати при $(2N+1)^2=121$ і результати вимірювань [197] зображено на рис. 2.4.6. Очевидно, що наші чисельні результати і виміряні дані добре узгоджуються в широкому діапазоні довжин хвиль, аж до $L/\lambda = 4,32$.

2.5. Поведінка геометричних резонансів частотно-селективних екранів при зміні їх товщини

У більшості випадків частотно-селективні поверхні (frequency selective surface, FSS) є ідеально провідними перфорованими екранами. У цьому параграфі розглядаються геометричні резонанси, що притаманні РЕС-подібним двоперіодичним структурам, виконаним з магнітодіелектричного шару ($\varepsilon = 250 - i2500000$, $\mu = 1/\varepsilon$) з квадратною коміркою $L_{x_1} = L_{y_1} = L$, $\beta = 90^\circ$. На рис. 2.5.1 зображені частотні залежності квадрата модуля коефіцієнта відбиття гармоніки нульового порядку, що розраховані для моделі РЕС-подібного магнітодіелектричного шару, періодично перфорованого хрестоподібними отворами, для шарів різної товщини, а саме, $h/L = 0,01$ (тонкий), $h/L = 1,0$ (товстий) і $h/L = 5,0$ (надтовстий).

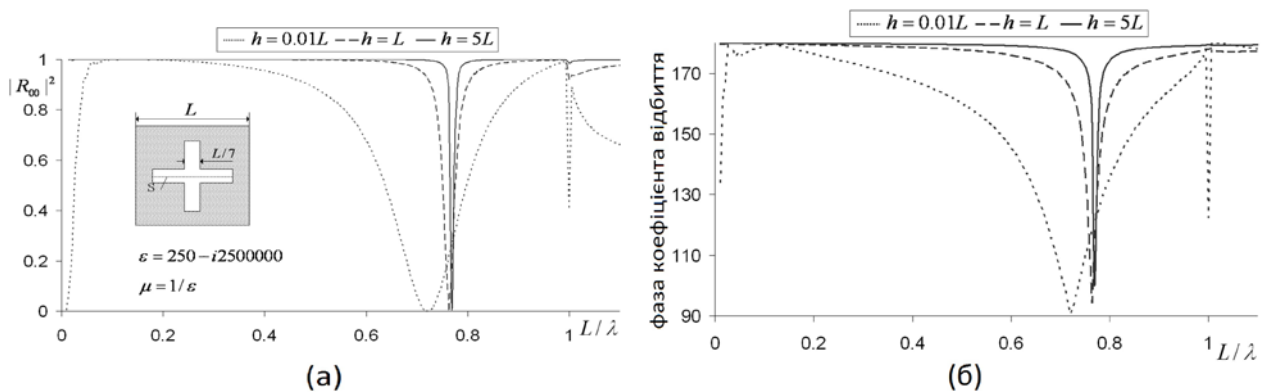


Рис. 2.5.1 – Залежності квадрата модуля коефіцієнта відбиття гармоніки нульового порядку $|R_{00}|^2$ (а) і фази коефіцієнта відбиття гармоніки нульового порядку R_{00} (б) від нормованого періоду структури, що розраховані для моделі РЕС-подібного магнітодіелектричного шару, періодично перфорованого хрестоподібними отворами. Вектор напруженості падаючого електричного поля паралельний осі x

З метою з'ясування природи резонансів усі результати розраховувались для нормального падіння ($\theta = 0^\circ$) плоскої хвилі на шар, оскільки в цьому випадку дифракційна картина є найпростішою. Ширина і довжина хреста в елементарній комірці $w = L/7$ і $s = 5L/7$ вказані на вставці. Розрахунки проводилися з порядком зрізання числа просторових гармонік $(2N + 1)^2 = 121$. З рис. 2.5.1 виходить, що у вказаному діапазоні довжин хвиль присутні два резонанси. Перший резонанс, що спостерігається поблизу $L/\lambda \approx 0,7$, відповідає резонансу на півхвильових апертурах одного з плечей хреста з $s = 5/7L$, а другий резонанс пов'язаний з резонансною довжиною хвилі поблизу аномалії Вуда–Релея [215]. Ширина першого резонансу стає вужчою зі збільшенням товщини шару за рахунок фільтрувального ефекту хвилевідних каналів, що проходять крізь шар. Добротність системи в резонансі для різних товщин перфорованого РЕС-шару дорівнювала 5,5, 24,5 і 82 відповідно. Добротність резонансу Q визначалася як відношення між частотою резонансу і шириною частотного діапазону резонансної кривої на рівні половинного значення величини провалу відбиття. Слід зазначити, що пунктирна крива добре узгоджується з результатом, розрахованим для РЕС-шару, періодично перфорованого такими ж хрестоподібними апертурами при $h/L = 0,01$ [216].

Більш складна поляризаційно незалежна конфігурація елементарної комірки зображена на вставці (рис. 2.5.2). Ця конфігурація, що має чотириразову симетрію обертання, зазвичай згадується як гамадіон. Довжина і ширина апертури в елементарній комірці дорівнюють $s = 11L/7$ і $w = L/7$ відповідно. Частотні залежності квадрата модуля коефіцієнта відбиття гармоніки нульового порядку $|R_{00}|^2$ і фази коефіцієнта відбиття гармоніки нульового порядку R_{00} , що розраховані для РЕС-подібного шару, періодично перфорованого отворами у формі гамадіона, зображено на рис. 2.5.2. Вектор напруженості падаючого електричного поля паралельний осі x .

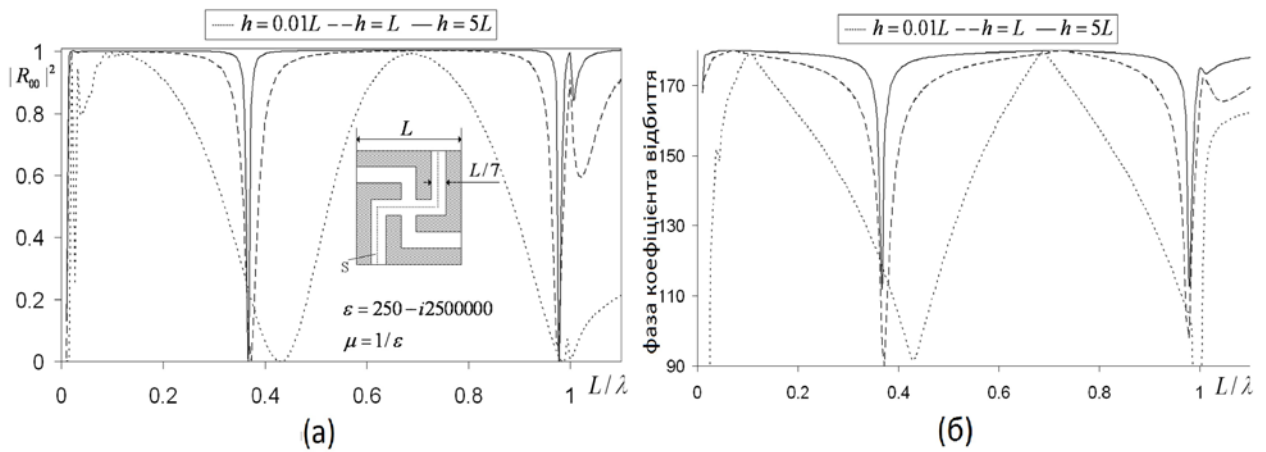


Рис. 2.5.2 – Залежності квадрата модуля коефіцієнта відбиття гармоніки нульового порядку $|R_{00}|^2$ (а) і фази коефіцієнта відбиття гармоніки нульового порядку R_{00} (б) від нормованого періоду структури, що розраховані для моделі РЕС-подібного магнітодіелектричного шару, періодично перфорованого гамадіон-подібними апертурами. Вектор напруженості падаючого електричного поля паралельний осі x

Розрахунки проводилися з порядком зрізання числа просторових гармонік $(2N+1)^2 = 529$ для товщини шару $h/L = 0,01$ і $(2N+1)^2 = 361$ для товщин шару $h/L = 1,0$ і $h/L = 5,0$. Оскільки резонуюча довжина гамадіон-подібної апертури $s = 11L/7$ більше, ніж довжина плеча хреста $s = 5L/7$ (рис. 2.5.1), перший резонанс для гамадіон-подібної апертури, що спостерігається на рис. 2.5.2 зміщується у більш довгохвильову область в порівнянні з першим резонансом на рис. 2.5.1. У першому резонансі довжина гамадіон-подібної апертури приблизно дорівнює половині довжини падаючої хвилі, тобто $s = 11L/7 \approx \lambda/2$ [217]. Другий резонанс з'являється, коли довжина гамадіон-подібної апертури s близька до $3\lambda/2$. У даному випадку частота другого резонансу близька до частоти аномалії Релея для ± 1 -ї просторової гармоніки при падінні хвилі з вектором напруженості електричного поля, що паралельний осі x або осі y . Рис. 2.5.2 демонструє поведінку добротності резонансних кривих зі зміною товщини шару, аналогічну поведінці, що була продемонстрована для структури, перфорованої хрестоподібними отворами (рис. 2.5.1), тобто зі

збільшенням товщини шару добротність резонансів збільшується. Для першого резонансу добротність резонуючої періодичної системи при зміні товщини $h/L = 0,01$, $h/L = 1,0$, $h/L = 5,0$ дорівнювала 2,1, 15, 50 відповідно.

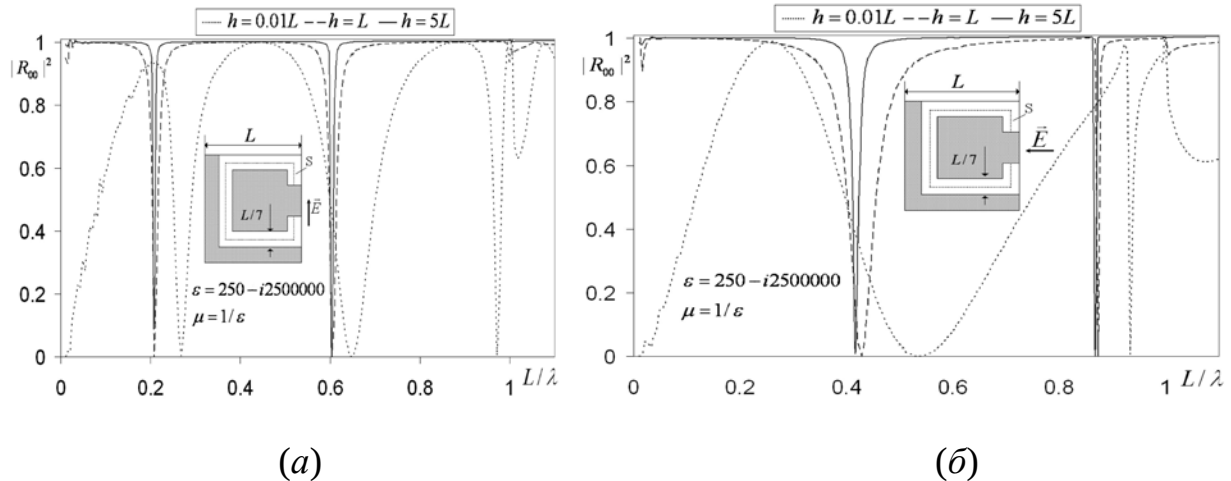


Рис. 2.5.3 – Залежності квадрата модуля коефіцієнта відбиття гармоніки нульового порядку $|R_{00}|^2$ від нормованого періоду структури, що розраховані для РЕС-подібного шару, періодично перфорованого С-подібними апертурами. Вектор напруженості падаючого електричного поля паралельний осі y (а) і паралельний осі x (б)

На рис. 2.5.3 зображено залежності квадрата модуля коефіцієнта відбиття гармоніки нульового порядку від нормованого періоду структури, що розраховані для РЕС-подібного шару, періодично перфорованого С-подібними апертурами. Вектор напруженості падаючого електричного поля паралельний осі y (рис. 2.5.3 (а)) і паралельний осі x (рис. 2.5.3 (б)). Конфігурацію елементарної комірки і напрям вектора напруженості падаючого електричного поля зображено на вставках (рис. 2.5.3 (а) і (б)). Ширина і довжина С-подібної апертури дорівнюють $w/L = 1/7$ і $s/L = 18/7$ відповідно. Геометрія апертур забезпечує сильну поляризаційну чутливість характеристик розсіяння. Розрахунки проводилися для порядку зрізання кількості просторових гармонік $(2N + 1)^2 = 361$ і з тими ж параметрами матеріалу РЕС-подібного шару, як для рис. 2.5.1 і рис. 2.5.2. Оскільки довжина С-подібної апертури $s/L = 18/7$

більше, ніж довжина гамадіон-подібної апертури $s = 11L/7$, перший резонанс, що спостерігається на рис. 2.5.3 (а), зміщується у більш довгохвильову область спектра в порівнянні з першим резонансом на рис. 2.5.2. Другий резонанс з'являється, коли довжина апертури $s/L = 18/7$ близька до $3\lambda/2$. Третій резонанс з'являється, коли довжина апертури близька до $5\lambda/2$. Слід зазначити, що розташування резонансів на пунктирній кривій ($h=L$) співпадає з резонансами, розрахованими для періодичного масиву С-подібних РЕС-елементів у вільному просторі ($h=L$) [217], що відповідає принципу Бабіне. Аналогічні результати для квадрата модуля коефіцієнта відбиття нульової гармоніки $|R_{00}|^2$ зображені на рис. 2.5.3(б). Тут вектор напруженості електричного поля падаючої плоскої хвилі є паралельним осі x , і збудження структури стає симетричним. Оскільки С-подібні апертури є симетричними відносно осі x , резонансна довжина зменшується на половину довжини С-апертури, і, отже, перший резонанс зміщується в область коротших довжин хвиль порівняно з першим резонансом на рис. 2.5.3 (а). З порівняння залежностей, зображених рис. 2.5.3 (а) і рис. 2.5.3 (б) з аналогічними залежностями для періодичного масиву С-подібних РЕС-елементів у вільному просторі [217], витікає, що поляризаційно залежні властивості РЕС-шару, періодично перфорованого С-подібними апертурами, також добре описуються моделлю двоперіодичного магнітодіелектричного шару з параметрами матеріалу $|\varepsilon| \gg 1$ і $\varepsilon\mu \approx 1$. Слід також зазначити, що зі збільшенням товщини шару добротність системи в резонансі збільшується, тобто смуга частот фільтра проходження стає вужчою.

2.6. Фано-резонанси 3D нескінченних двоперіодичних решіток з тонких діелектричних паралелепіпедів

Вивчення резонансів, що виникають в решітках, які використовуються в різних електромагнітних пристроях, має довгу історію. Такі резонанси ансамблю ідентичних елементів можна розділити на дві категорії: резонанси

симетричної форми відносно резонансної частоти, що називаються резонансами Лоренца і асиметричної форми, що називаються резонансами Фано. Форма лінії резонансу може бути співвіднесена з суперпозицією окремих резонансів, пов'язаних з особливостями структури елементарної комірки або структурних резонансів, пов'язаних з властивостями самої періодичної структури. Добре відомими є структурні Фано-резонанси асиметричної форми, тобто так звані аномалії Вуда [215]. Як вказувалося У. Фано [218], А. Хесселем і А. Олинером [219], при уважнішому розгляді ці аномалії діляться на два типи. Одним з них є резонанси, пов'язані з новими спектральними порядками, що розповсюджується, тобто аномаліями на довжинах хвиль Релея [220], які є точками розгалуження, а інший тип з'являється через наявність полюсів і залежить від структури елементарної комірки. Дослідження, пов'язані з цими типами резонансів, в основному торкалися двовимірних кінцевих і нескінченних решіток [221, 222]. Огляд досліджень їх властивостей можна знайти в [223]. Фано-резонанси було також виявлено при розсіянні хвиль на тривимірних періодичних структурах, виконаних з діелектричних паралелепіпедів [224] і на асиметричних решітках [225]. Ряд Фано-резонансів різного походження спостерігався у фотонних кристалах. Плазмонні Фано-резонанси широко використовуються у біологічних і хімічних сенсорах завдяки металевим решіткам як їх структурний елементам.

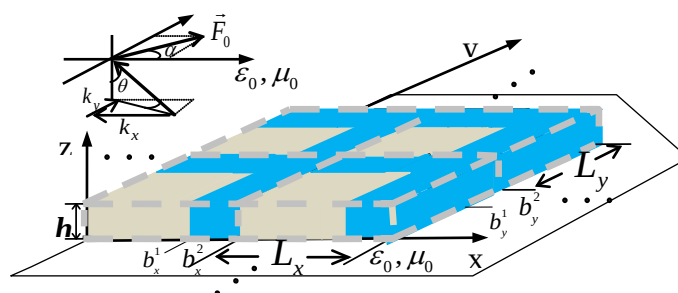


Рис. 2.6.1 – Двоперіодичний діелектричний шар завтовшки h , на який падає TE - або TM -поляризована плоска хвиля. Зображено чотири елементарні комірки нескінченної періодичної структури. Різні відтінки заливки означають різні значення діелектричної і магнітної проникностей різних сегментів комірки

У цьому розділі розглядаються структурні резонанси на тривимірних двоперіодичних цілком діелектричних решітках за допомогою методу інтегральних функціоналів. Схематична модель розсіяння плоскої хвилі від двоперіодичної магнітодіелектричної структури з періодами L_x і L_y показана на рис. 2.6.1.

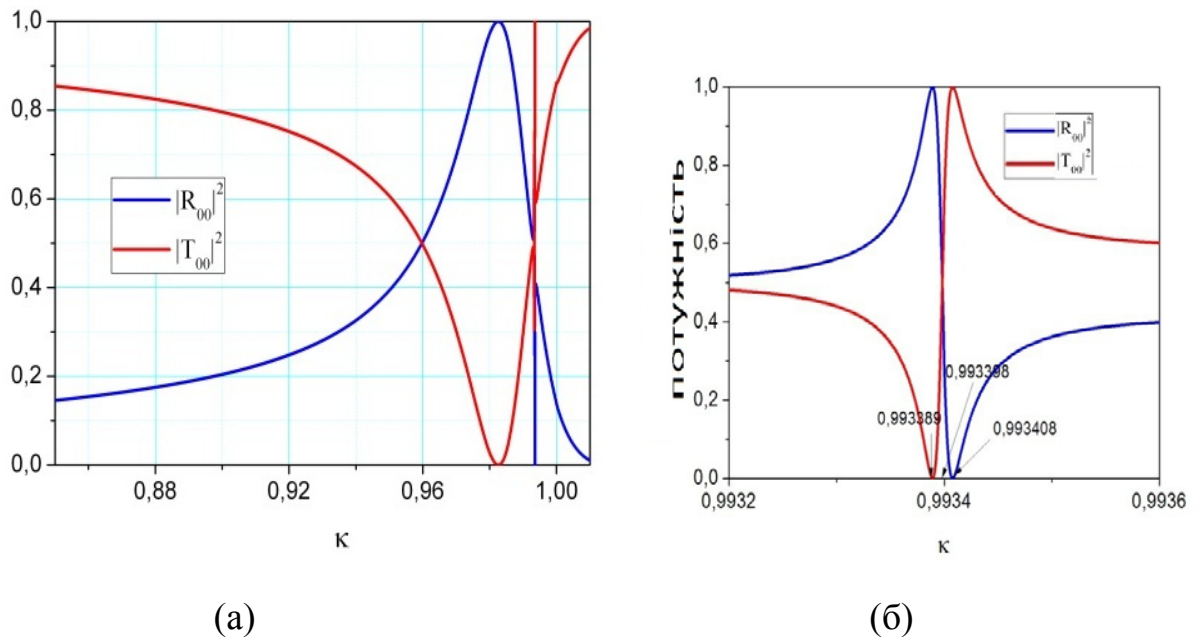


Рис. 2.6.2 – Залежність квадрата модуля коефіцієнта проходження $|T_{00}|^2$ і коефіцієнта відбиття гармоніки нульового порядку $|R_{00}|^2$ при розсіянні нормально падаючої TE -поляризованої плоскої хвилі (вектор напруженості електричного поля паралельний осі y) на нескінченній двоперіодичній решітці з діелектричних паралелепіпедів, що розташовані у вільному просторі, від нормованого періоду $\kappa = L_x/\lambda$. Параметри решітки: $L_y = 0,86L_x$, $a_1 = 0,5L_x$, $b_1 = 0,59L_x$, $h = 0,07L_x$, $\alpha = 0^\circ$, $\varepsilon_r = 10$, (а); діапазон GH -резонансу в збільшеному масштабі (б)

У розрахунках ми припускаємо, що даний двоперіодичний шар матеріалу утворено діелектричними паралелепіпедами, розміщеними у вільному просторі. Також припускаємо, що значення періоду уздовж осі y менше, ніж уздовж осі x ($L_y < L_x$), а товщина паралелепіпедів уздовж осі z істотно менше її періодів

уздовж осей x і y ($h \ll L_y, L_x$). Водночас діелектричну проникність паралелепіпеда вважаємо досить великою ($\varepsilon_r = 10$), і матеріал паралелепіпеда – таким, що не має омичних втрат. Тоді таку решітку в мікрохвильовому діапазоні частот можна розглядати як виконану з тонких висушених дерев'яних або паперових пластин. На рис. 2.6.2 наведено частотні залежності квадрата модуля коефіцієнта проходження $|T_{00}|^2$ і коефіцієнта відбиття гармоніки нульового порядку $|R_{00}|^2$ при розсіянні нормально падаючої TE -поляризованої плоскої хвилі, вектор напруженості електричного поля якої є паралельним осі y , на нескінченній двоперіодичній решітці з діелектричних паралелепіпедів, розташованих у вільному просторі..

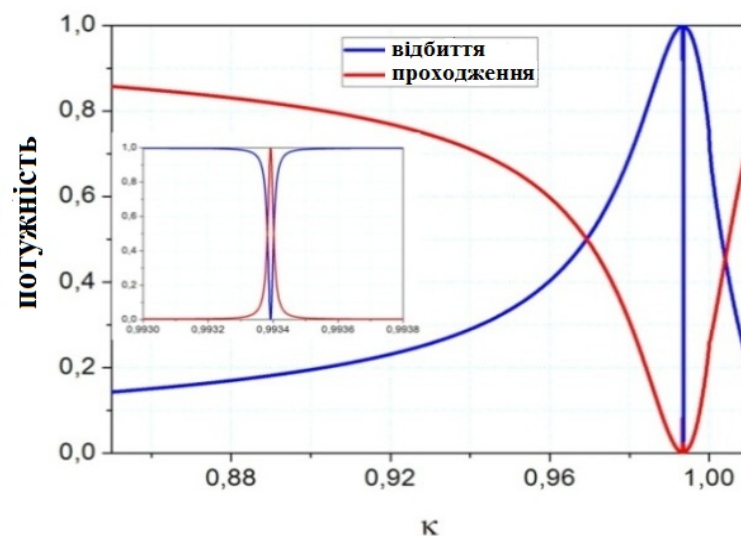


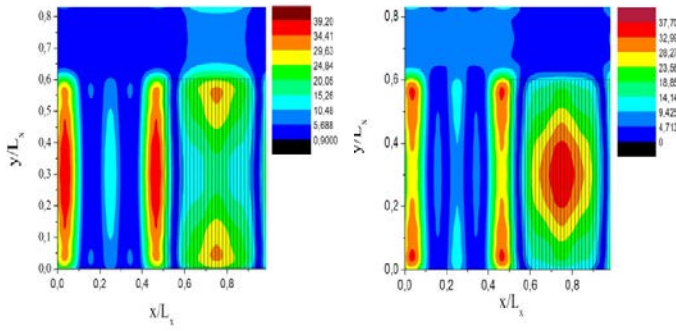
Рис. 2.6.3 – Залежність квадрата модуля коефіцієнта проходження $|T_{00}|^2$ і коефіцієнта відбиття гармоніки нульового порядку $|R_{00}|^2$ при розсіянні нормально падаючої TE -поляризованої плоскої хвилі (вектор напруженості електричного поля паралельний осі y) на нескінченній двоперіодичній решітці з діелектричних паралелепіпедів, розташованих у вільному просторі, від нормованого періоду $\kappa = L_x/\lambda$. Параметри решітки: $L_y = 0,843L_x$, $a_1 = 0,5L_x$, $b_1 = 0,59L_x$, $h = 0,07L_x$, $\alpha = 0^0$, $\varepsilon_r = 10$

Рисунок 2.6.2 демонструє два резонанси ґраткового типу з інтенсивними піками лівіше ± 1 -ї аномалії Релея. Перший резонанс широкий ($\kappa^{GE} = 0,9826$), а другий ($\kappa^{GH} = 0,993$) – дуже вузький і, отже, має набагато більшу добротність. Такі типи резонансів було раніше проаналізовано для одновимірних решіток з тонких діелектричних і металевих смуг [221, 223], а також з тонких діелектричних і металевих дротів з круглим поперечним перерізом [222, 223]. Якщо решітка є двовимірною з періодами уздовж x - і y -осей, ґраткові резонанси E - і H -типу, тобто GE (grating electric) і GH (grating magnetic), співіснують разом. Довжина хвилі ґраткового резонансу обумовлена, головним чином, періодом решітки, тому можна «пересунути» GE - або GH -резонанси, змінюючи періоди структури в y - або x -напрямку відповідно. На рис. 2.6.3 ми досягли співпадіння таких резонансів за умови $\kappa^{GH} = \kappa^{GE} = 0,99339$, що відповідає $L_y = 0,843L_x$. На вставці рис. 2.6.3 цей резонанс показано у збільшеному масштабі; до того ж, він демонструє явище повного проходження. Цей ефект називається електромагнітно-індукованою прозорістю (ЕІП) [226–228].

Рис. 2.6.4 демонструє профіль величини ближнього поля уздовж нормалі до шару в центрі діелектричного паралелепіпеда при $x = 0,75L_x$ і $y = 0,3L_x$. Рис. 2.6.5 демонструє ближні поля на відстані $z/L_x = 0,0001$ від опромінюваної і тіньової сторін решітки на площині елементарної комірки структури для трьох різних частотних параметрів, що вказані на рис. 2.6.2 (б). Слід зазначити, що інтенсивність ближніх полів на резонансній частоті і двох частотах поблизу резонансної набагато вища за інтенсивність падаючого поля, що має величезне значення для прояву і посилення різних нелінійних і магнітооптичних ефектів у структурах з досліджуваною геометрією.

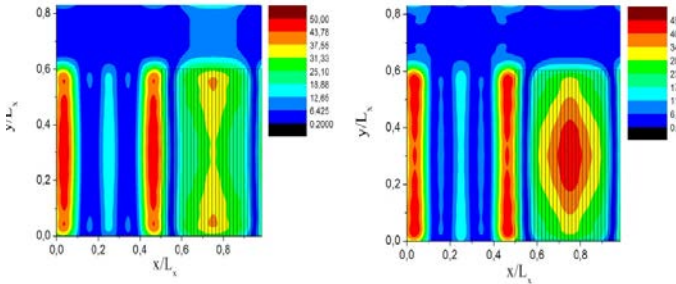
ВІДБИТТЯ

ПРОХОДЖЕННЯ



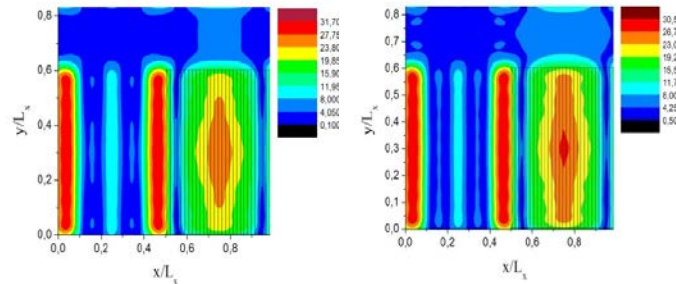
$\kappa=0,993389$,
 $z/L_x = -0,0001$

$\kappa=0,993389$,
 $z/L_x = +0,0001$



$\kappa=0,993398$,
 $z/L_x = -0,0001$

$\kappa=0,993398$,
 $z/L_x = -0,0001$



$\kappa=0,993408$,
 $z/L_x = -0,0001$

$\kappa=0,993408$,
 $z/L_x = -0,0001$

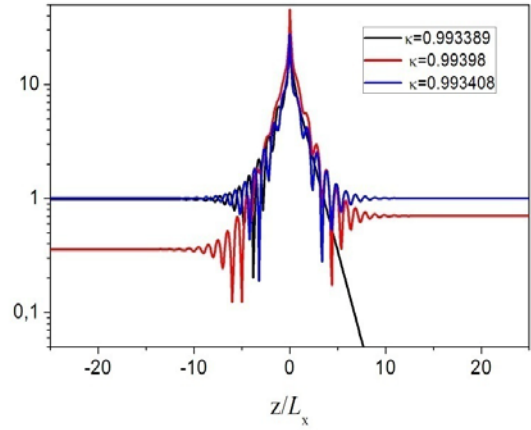


Рис. 2.6.4 – Профілі величини ближнього поля при $x = 0,75L_x$ і $y = 0,3L_x$ для розсіяння TE -поляризованої плоскої хвилі при $\kappa = 0,993389$, $\kappa = 0,99398$ і $\kappa = 0,993408$. Інші параметри такі ж, як і для рис. 2.6.2

Рис. 2.6.5. Ближні поля на відстані $z/L_x = 0,0001$ від освітленої і тіньової сторін елементарної комірки при розсіянні TE -поляризованої плоскої хвилі від решітки з тонких діелектричних паралелепіпедів при $\kappa = 0,993389$, $\kappa = 0,993398$ и $\kappa = 0,9933408$. Інші параметри такі ж, як і для рис. 2.6.4.

2.7. Диференціальні фазові секції на основі 2D нескінченних періодичних решіток з діелектричних брусів

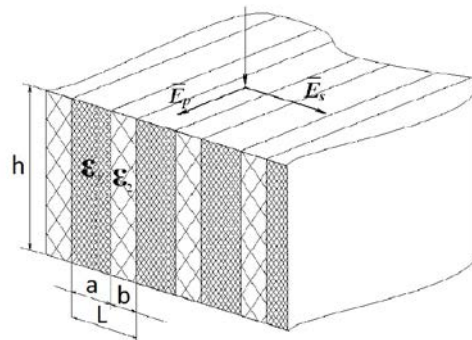


Рис. 2.7.1 – Двопроменезаломлювальна структура з паралельних діелектричних пластин

Діелектрична решітка (рис. 2.7.1), період якої менше довжини падаючої хвилі, називається субхвильовою решіткою (subwavelength grating, SWG). Електромагнітна хвиля в такій решітці поводить себе так само, як в анізотропному кристалі. Така властивість діелектричної періодичної структури відома як двопроменезаломлення форми [229]. Ефективні показники заломлення для структури з двопроменезаломленням форми визначаються з фазової швидкості ЕМ-поляризованої хвилі, що розповсюджується в структурі. Двопроменезаломлення форми періодичної структури є дуже сильним порівняно з двопроменезаломленням анізотропного кристала, а характеристики цієї структури можуть контролюватися періодом решітки і коефіцієнтом заповнення. Багато нових оптичних пристроїв було розроблено на основі SWG-пластин; серед них такі, як просвітлювальні, поляризаційно-селективні решітки, високоефективні дифракційні решітки і хвильові пластини [220–222].

Двопроменезаломлення форми має ще одну особливість: ефективні показники заломлення n_p і n_s падаючих хвиль, p - і s - поляризованих, відповідно, паралельно і ортогонально відносно брусів решітки (див. рис. 2.7.1), залежать від довжини падаючої хвилі. Залежність збільшується, коли розмір періоду стає порівняним з довжиною падаючою хвилі. У цьому розділі ми

досліджуємо дисперсію двопронезаломлення форми. Слід зазначити, що різниця між ефективними показниками заломлення так само залежить від довжини хвилі. Ми обираємо адекватну геометрію решітки і діелектричні матеріали таким чином, щоб запізнювання чвертьхвильової SWG-структури залишалося незмінним і дорівнювало $\pi/2$ для широкого діапазону довжин хвиль. Для цього треба розглянути залежність різниці ефективних показників заломлення від довжини хвилі $\Delta n = n_p - n_s$. Така структура буде корисним пристроєм у широкодіапазонних приладах, таких як оптичні системи зв'язку, оптичні комп'ютери і системи поляризаційного аналізу.

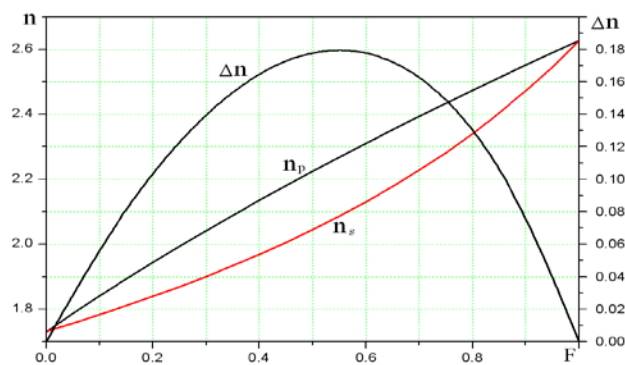


Рис. 2.7.2 – Залежності показників заломлення n_p , n_s і показника двопронезаломлення Δn від коефіцієнта заповнення F для структури слюда-лавсан у ТГц-діапазоні довжин хвиль

У випадку, коли період L такої структури значно менший довжини падаючої хвилі, тобто у квазістатичному режимі, ефективні показники заломлення n_{0p} і n_{0s} для хвиль, поляризованих паралельно й ортогонально до пластин, а також показник двопронезаломлення Δn не залежать від частоти і дорівнюють [229]:

$$n_{0p} = \sqrt{F \cdot \varepsilon_1 + (1 - F) \cdot \varepsilon_2}, \quad (2.7.1)$$

$$n_{0s} = \sqrt{\frac{\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2}{F \cdot \varepsilon_2 + (1 - F) \cdot \varepsilon_1}}, \quad (2.7.2)$$

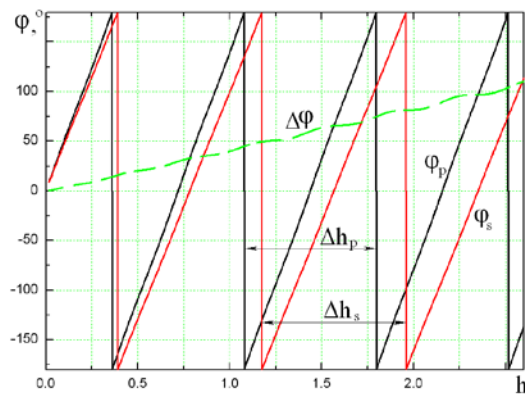
$$\Delta n = n_{0p} - n_{0s}, \quad (2.7.3)$$

де $F = a/L$ – коефіцієнт заповнення щільнішого середовища.

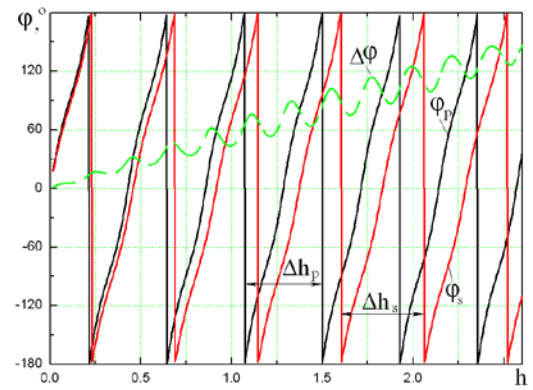
При зміні коефіцієнта заповнення F від нуля до одиниці, показники заломлення цієї структури по осях анізотропії змінюються від показника заломлення менш щільного середовища до показника заломлення більш щільного середовища, а показник двопронезаломлення Δn має пологий максимум в області $F \sim 0,6$ (рис. 2.7.2).

Для розв'язання багатомодової задачі розсіяння плоскої монохроматичної хвилі на решітці, що складається з діелектричних брусів без втрат, ми скористалися чисельним методом інтегральних функціоналів у частотній області. Для чисельного дослідження ми обрали метод визначення ефективного коефіцієнта заломлення за інтерференційною картиною коефіцієнта проходження нормально падаючої на структуру плоскої поляризованої хвилі. Зміна фази коефіцієнта проходження на 360° відповідає зміні товщини шару решітки на величину довжини хвилі в матеріалі $\Delta h = \lambda/n$. З цього походять прості вирази для n_p і n_s :

$$n_p = 1/\Delta h_p, \quad n_s = 1/\Delta h_s, \quad \text{де } \Delta h_{p,s} = \Delta h/\lambda \quad (2.7.4)$$



(a)



(б)

Рис. 2.7.3 – Залежності фаз коефіцієнтів проходження p - і s -поляризованих хвиль по відповідних осях анізотропії φ_p і φ_s і їх різниці $\Delta\varphi$ від h/λ для структур з $L/\lambda=0,35$ і $F=0,6$: полістирол–повітря (а) і слюда–лавсан (б)

Для знаходження ефективних показників заломлення двопронезаломлювальної структури розраховувалися залежності фаз коефіцієнтів проходження по осях анізотропії φ_p, φ_s від відносної товщини h/λ .

На рис. 2.7.3 суцільними кривими зображені фазові характеристики для структур полістирол ($\varepsilon = 2,5$) – повітря (а) і слюда ($\varepsilon = 6,9$) – лавсан ($\varepsilon = 3$) (б) з відносним періодом $\kappa = L / \lambda = 0,35$ і коефіцієнтом заповнення $F = 0,6$. Залежності диференціальних зсувів фаз $\Delta\varphi$ від h/λ для таких самих структур зображені на рис. 2.7.3 пунктирними кривими. Залежності мають осцилюючий характер, амплітуда осциляції залежить від міри узгодження структур з навколишнім середовищем.

Частотні залежності відносної зміни ефективних показників заломлення n_p/n_{0p} , n_s/n_{0s} і показника двопронезаломлення $\Delta n/\Delta n_0$ для тих же структур представлені на рис. 2.7.4. Негативний нахил залежності показника двопронезаломлення від частоти може бути використаний для створення широкосмугових диференціальних фазових секцій (ДФС).

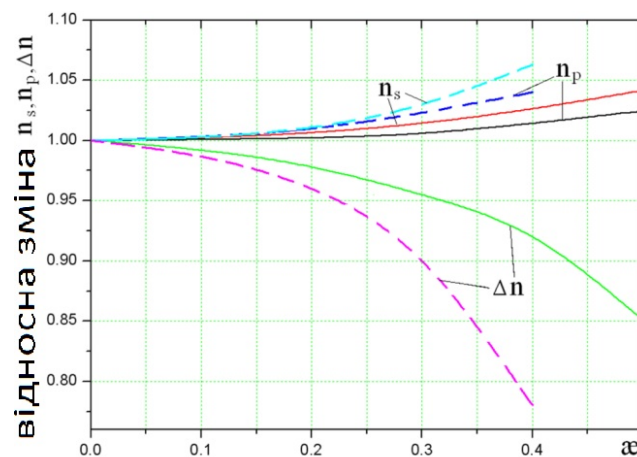


Рис. 2.7.4 – Частотні залежності відносної зміни значень n_p , n_s і Δn структур: полістирол–повітря (суцільні лінії), слюда–лавсан (пунктирні лінії)

2.7.1. Експериментальне дослідження ДФС

Експериментальне дослідження ДФС на основі двопронезаломлення форми полягає у вимірюванні коефіцієнта еліптичності сигналу на виході й обчисленні по ньому диференціального зсуву фаз. Вивчення експериментальних зразків ДФС проводилися на частоті 0,14 ТГц на установках, що були зібрані з квазіоптичних пристроїв на базі порожнистого діелектричного променеводу діаметром 20 мм. Основна мода HE_{11} в такому

променеводі має осесиметричний розподіл амплітуди з практично плоским фазовим фронтом і лінійною поляризацією [230–233].

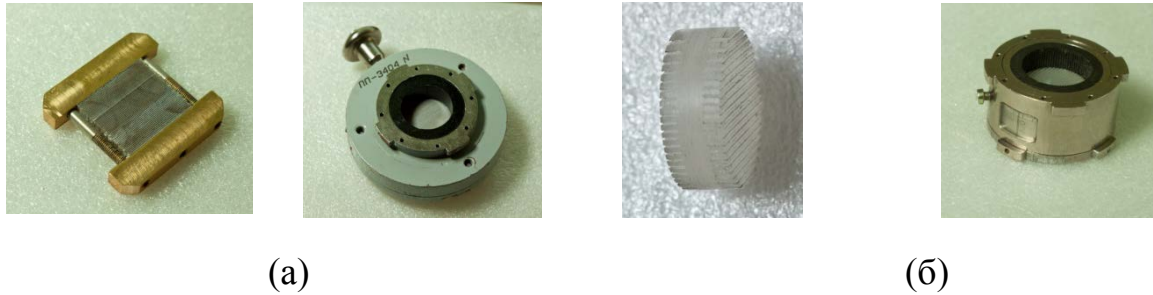


Рис. 2.7.5 – Двопроменезаломлювальні структури у вигляді набору діелектричних пластин (а), фрезерованих пазів і ДФС на їх основі (б)

Установка для вимірювання коефіцієнта еліптичності сигналу на виході ДФС (рис. 2.7.6) містить твердотілий генератор 1, хвилевідно-променевідний перехід (ХПП) 2, модулятор 3, атенюатор 4, досліджувану ДФС 5 і аналізатор поляризації, який складається із зчленування, що обертається 6, поляризатора 7, ХПП 2 і квадратичного детектора 8.

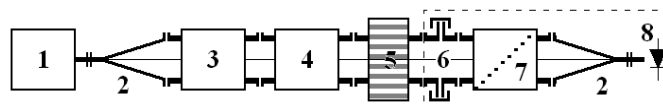


Рис. 2.7.6 – Схема квазіоптичної установки для вимірювання коефіцієнта еліптичності

Експериментальні дані дослідження чвертьхвильових ДФС наведено в табл. 2.7.1.

Таблиця 2.7.1

Параметри структури	Переважаюча орієнтація еліпса відносно площини поляризації вхідного сигналу	Коефіцієнт еліптичності, r	Значення диференціального зсуву фаз, δ
Слюда $t_1=0,13$ мм;	паралельна	0,95	87°

лавсан $t_2=0,19$ мм; $L=3,7$ мм			
Полістирол $t_1=0,44$ мм; повітря $t_2=0,36$ мм; $L=3,5$ мм	паралельна	0,91	85°
Слюда $t_1=0,1$ мм; тефлон $t_2=0,2$ мм; $L=2,4$ мм	ортогональна	0,9	96°

Експериментальне вивчення сконструйованих ДФС показало досить добрий збіг теоретичних і експериментальних результатів. Слід зазначити, що отримане відхилення диференціального зсуву фаз від номінального пов'язане з розсіянням падаючої хвилі на границях решітки.

2.8. В и с н о в к и д о р о з д і л у 2

Розроблено новий метод розв'язання векторних задач розсіяння плоских ЕМ-хвиль на двоперіодичному магнітодіелектричному шарі у багатомодовому режимі в частотній області на основі об'ємних інтегральних рівнянь макроскопічної електродинаміки. Доведено єдиність розв'язку (за винятком частот збудження власних хвиль структури) і проведено оцінку достовірності чисельних результатів. Це дозволило

- запропонувати і дослідити властивості нового класу частотно-селективних поверхонь, які є періодичними ідеально провідними екранами з отворами у формі гамадіонів, що мають чотириразову симетрію обертання, або з С-подібними отворами; показати, що на основі таких поверхонь можна створити ефективні режекторні фільтри, добротність яких залежить від товщини екранів;
- уперше дослідити ЕПП-подібний резонанс при нормальному падінні плоскої хвилі на двоперіодичну повністю діелектричну структуру, що має місце у випадку суміщення ґраткових резонансів (аномалій Вуда), за допомогою зміни конфігурації періодів структури і її розмірів;
- розробити і дослідити диференціальні фазові секції квазіоптичних хвилеводів для ТГц-діапазону довжин хвиль на основі діелектричної структури, що складається з переміжних шарів слюди і лавсану або з шарів полістиролу з повітряними проміжками, які застосовуються як широкосмугові перетворювачі поляризації.

РОЗДІЛ 3

РОЗСІЯННЯ ПЛОСКИХ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ НА БАГАТОШАРОВИХ ДВОПЕРІОДИЧНИХ МАГНІТОДІЕЛЕКТРИЧНИХ СТРУКТУРАХ, БАГАТОМОДОВЕ РОЗВ'ЯЗАННЯ

3.1. Схеми розв'язання для N шарів

У багатьох задачах, пов'язаних з дифракцією хвиль на періодичних структурах з тривимірною геометрією періоду, використовується моделювання елементарної комірки структури шарами, де кожен шар є однорідним у напрямку, перпендикулярному границям шару. У такому поданні задача зводиться до розв'язання крайових задач для систем лінійних диференціальних рівнянь другого порядку з постійними коефіцієнтами для кожного шару і з подальшим спряженням полів на границях шарів. Специфікою таких диференціальних рівнянь другого порядку є те, що в спектрі власних значень матриці системи присутня однакова кількість власних чисел з додатними і від'ємними дійсними частинами, що відповідає якісному критерію стійкості алгебричної системи [234], яка виходить у результаті застосування умов спряження на границях шарів. Наявність власних значень, що мають як великі, так і малі за абсолютною величиною дійсні частини, призводить до наявності в алгебричній системі експоненціально великих і експоненціально малих доданків. Це веде до виродження матриці і, як наслідок, до істотних похибок у розв'язанні системи лінійних алгебричних рівнянь (СЛАР) і, надалі, до неправильного розв'язку дифракційної задачі. Методи, що дозволяють уникнути виродження матриці для СЛАР, відомі. Так, наприклад, для задач проходження хвилі у хвилеводі з протяжним неоднорідним діелектричним заповненням використовується метод «спрямованої ортогоналізації» [235], який являє собою удосконалення методу Годунова [236]. Для розв'язання споріднених задач розсіяння на періодичних структурах великої товщини застосовується метод S -матриць (від англ. «scattering») [237] і його варіації [238], поліпшений метод T -

матриць (від англ. «transmittance») [239]. У разі розв'язання задачі розсіювання хвиль на магнітодіелектричних двоперіодичних структурах методом інтегральних функціоналів (див. розділ 2) ми також приходимо в розв'язанні до системи диференціальних рівнянь другого порядку з постійними коефіцієнтами. Використовуючи багат шарову модель періодичної структури, нам вдалося одержати розв'язок задачі розсіювання, комбінуючи метод інтегральних функціоналів і методи для багат шарових періодичних структур, що дозволило уникнути ефекту виродження матриці СЛАР [240]. Порівняння характеристик розсіювання, одержаних за допомогою експериментальних методів і методом інтегральних функціоналів для багат шарових періодичних структур, виявило добрий збіг. Розділ написано за результатами, опублікованими в роботах [1, 12, 14, 18, 19, 31, 32, 36, 38, 43].

3.1.1. Метод розв'язання крайової задачі

Крайову задачу, що відповідає електродинамічній задачі, можна записати в загальному вигляді (див., наприклад, рівняння (2.3.15), (2.3.16) і (2.3.49)–(2.3.52)):

$$\frac{d^2 \mathbf{V}}{dz^2} = \mathbf{B}(z) \mathbf{V}, \quad z_a \leq z \leq z_b, \quad (3.1.1)$$

$$\mathbf{U} \mathbf{V}(z_a) + \mathbf{Q} \mathbf{H}(z_a) = \mathbf{b}, \quad \mathbf{G} \mathbf{V}(z_b) + \mathbf{P} \mathbf{H}(z_b) = 0, \quad (3.1.2)$$

де $\mathbf{H}(z) = \frac{d \mathbf{V}}{dz}$. Якщо переписати цю крайову задачу таким чином, що

$$\frac{d \mathbf{Y}}{dz} = \mathbf{A}(z) \mathbf{Y}, \quad z_a \leq z \leq z_b, \quad (3.1.3)$$

$$\mathbf{C} \mathbf{Y}(z_a) = \mathbf{b}, \quad (3.1.4)$$

$$\mathbf{D} \mathbf{Y}(z_b) = 0, \quad (3.1.5)$$

то матриця $\mathbf{A}$ матиме вигляд

$$\mathbf{A}(z) = \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{E} \\ \mathbf{B}(z) & 0 \end{pmatrix}, \quad (3.1.6)$$

де A, C, D, B – квадратні матриці, E – одинична матриця, $\mathbf{b}, \mathbf{Y}, \mathbf{H}$ – вектори-стовпці.

Надалі діємо таким чином: відрізок інтегрування розіб'ємо на частини точками $z_a \leq z_1 \leq z_2 \leq \dots \leq z_M \leq z_b$ так, щоб матриця $A(z)$ змінювалася слабо або залишалася постійною на ділянці $z_{m-1} \leq z \leq z_m$, $1 \leq m \leq M+1$. У цьому випадку вважаємо, що матриця $A(z) = \text{const}$. Передбачається, що $\max(z_m - z_{m-1})$ може бути досить великою величиною. Такими діями розв'язання системи диференціальних рівнянь другого порядку ми зводимо до розв'язання системи диференціальних рівнянь першого порядку з постійними коефіцієнтами такого виду:

$$\frac{d\mathbf{Y}}{dz} = \mathbf{A}_m \mathbf{Y}, \quad z_{m-1} \leq z \leq z_m, \quad (3.1.7)$$

а потім застосовуємо умови спряження на границі кожної ділянки розбиття, тобто граничні умови. Загальний розв'язок цієї системи записуємо у вигляді

$$\mathbf{Y}_m(z) = \sum_j^{2N} c_m^j e_m^j \exp(\lambda_m^j z), \quad (3.1.8)$$

де $\lambda_m^j = \alpha_m^j + i\beta_m^j$ – власні значення матриці $\mathbf{A}_m$, впорядковані за зростанням дійсної частини, а e_m^j – відповідні власні вектори з нормою, що дорівнює одиниці. Задачу буде розв'язано, коли всі c_m^j будуть знайдені. Для розв'язання задачі знаходимо власні значення і власні вектори для кожної матриці $\mathbf{A}_m$. Припускаємо, що всі власні значення матриці $\mathbf{A}_m$ різні. Власні вектори і значення можна виразити через власні вектори і значення матриці $\mathbf{B}_m(z)$:

$$e_m^j = \begin{pmatrix} \xi_m^j \\ \lambda_m^j \xi_m^j \end{pmatrix}, \quad 1 \leq j \leq 2N, \quad \text{так що} \quad (3.1.9)$$

$$\lambda^j = -\tau_j^{1/2}, \quad 1 \leq j \leq N, \quad \text{і} \quad \lambda^j = \tau_j^{1/2}, \quad N+1 \leq j \leq 2N.$$

Звідси видно, що кількість власних чисел з від'ємними і додатними дійсними частинами буде однаковою. Розділимо власні значення і власні вектори, що відповідають їм, на дві групи:

$$\{e_m^{j+}, \lambda_m^{j+}\}: A_m e_m^{j+} = \lambda_m^{j+} e_m^{j+}, \quad \alpha_m^{j+} \geq 0, \quad (3.1.10)$$

$$\{e_m^{j-}, \lambda_m^{j-}\}: A_m e_m^{j-} = \lambda_m^{j-} e_m^{j-}, \quad \alpha_m^{j-} \leq 0. \quad (3.1.11)$$

Може виявитися, що для деяких власних чисел $\alpha_m^j = 0$, тоді приписуємо їх до λ_m^{j+} або до λ_m^{j-} , відповідно до знака уявної частини, виходячи з умови задачі.

3.1.2. Специфіка розв'язання електродинамічної задачі (рекурсивні схеми)

Форма періодичної комірки плоскошаруватої структури (рис. 3.1.1) визначає вигляд СЛАР для знаходження c_m^j . Після виконання умов спряження полів на границях інтервалів розбиття по осі z ми отримуємо СЛАР з такою квадратною

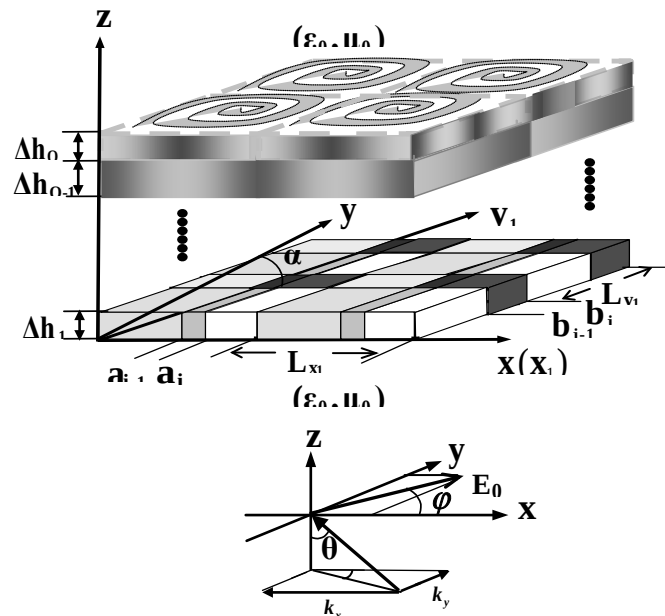


Рис. 3.1.1 – Схематичне зображення Q-шарової двоперіодичної магнітодіелектричної структури, на яку падає плоска електромагнітна хвиля. Зображено чотири елементарні комірки нескінченної періодичної структури.

блоково-діагональною матрицею:

$$\begin{array}{ccccccc}
 -F_1 c_1^+ + & -Z_1 c_1^- & = & b & & & \\
 Z_1 [e^{\lambda_1 h_1}] c_1^+ + F_1 [e^{-\lambda_1 h_1}] c_1^- & -Z_2 c_2^+ & -F_2 c_2^- & = & 0 & & \\
 F_1 [e^{\lambda_1 h_1}] c_1^+ + Z_1 [e^{-\lambda_1 h_1}] c_1^- & -F_2 c_2^+ & -Z_2 c_2^- & = & 0 & & \\
 & Z_2 [e^{\lambda_2 h_2}] c_2^+ + F_2 [e^{-\lambda_2 h_2}] c_2^- & -Z_3 c_3^+ & -F_3 c_3^- & = & 0 & \\
 & F_2 [e^{\lambda_2 h_2}] c_2^+ + Z_2 [e^{-\lambda_2 h_2}] c_2^- & -F_3 c_3^+ & -Z_3 c_3^- & = & 0 & (3.1.12) \\
 \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \\
 & Z_M [e^{\lambda_M h_M}] c_M^+ + F_M [e^{-\lambda_M h_M}] c_M^- & -Z_{M+1} c_{M+1}^+ & -F_{M+1} c_{M+1}^- & = & 0 & \\
 & F_M [e^{\lambda_M h_M}] c_M^+ + Z_M [e^{-\lambda_M h_M}] c_M^- & -F_{M+1} c_{M+1}^+ & -Z_{M+1} c_{M+1}^- & = & 0 & \\
 & & Z_{M+1} [e^{\lambda_{M+1} h_{M+1}}] c_{M+1}^+ + F_{M+1} [e^{-\lambda_{M+1} h_{M+1}}] c_{M+1}^- & = & 0 & &
 \end{array}$$

Матриці Z_m і F_m визначаються з інтегральних рівнянь, еквівалентних рівнянням Максвелла (див. розділ 2) і для одного шару відповідають матрицям u і v в (2.3.50)–(2.3.53). $[e^{\lambda_m^{\pm} h_m}]$ – діагональні матриці, що відповідають власним числам m -ї ділянки розбиття з $h_m = z_m - z_{m-1}$; $c_m^{\pm}$ – вектори-стовпці невідомих, $c_m^{\pm} = [c_m^j]$, $j \in [1, 2N]$. Припустимо, що порядок матриці системи відповідає кількості невідомих c_m^j , $j \in [1, 2N]$, $m \in [1, Q]$, тоді за допомогою системи (3.1.12) коефіцієнти c_m^j визначаються однозначно за скінченне число кроків, наприклад, методом Гаусса.

Для задач знаходження коефіцієнтів відбиття і проходження при розсіянні електромагнітної хвилі на періодичній структурі не потрібне знання всіх значень c_m^j , досить знати значення невідомих першої $c_1^{j\pm}$ і останньої $c_{M+1}^{j\pm}$ ділянок розбиття. Для цього ми можемо скористатися так званим методом T -матриць. Таким чином, використовуючи другий і третій блокові рядки системи (3.1.12), можемо записати:

$$\begin{pmatrix} c^{1+} \\ c^{1-} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [e^{\lambda_1^+ h_1}] & 0 \\ 0 & [e^{\lambda_1^- h_1}] \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} Z_1 & F_1 \\ F_1 & Z_1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} Z_2 & F_2 \\ F_2 & Z_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c^{2+} \\ c^{2-} \end{pmatrix} = T_1 \begin{pmatrix} Z_2 & F_2 \\ F_2 & Z_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c^{2+} \\ c^{2-} \end{pmatrix}. \quad (3.1.13)$$

Продовжуючи послідовно таку ж операцію з іншими блоковими рядками матриці (3.1.12), приходимо до такої рекурсивної схеми:

$$\begin{pmatrix} c_1^+ \\ c_1^- \end{pmatrix} = T_1 \dots T_m \dots T_{M+1} \begin{pmatrix} c_{M+1}^+ \\ c_{M+1}^- \end{pmatrix}, \quad (3.1.14)$$

$$\text{де } T_m = \begin{pmatrix} Z_m & F_m \\ F_m & Z_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [e^{\lambda_m^+ h_m}] & 0 \\ 0 & [e^{\lambda_m^- h_m}] \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} Z_m & F_m \\ F_m & Z_m \end{pmatrix}^{-1}, \quad m \in [2, \dots, M].$$

Хоча цей метод, назовемо його «прямим методом T -матриць», найбільш простий в реалізації, він, як відомо [337, 239], не має чисельної стійкості, оскільки алгоритм містить циклічну операцію множення на діагональну матрицю з дуже великими і дуже малими діагональними елементами, що веде до погано обумовлених матриць і, зрештою, до втрати точності обчислення. Нижче ми наводимо схему на основі S -матриць, яка позбавлена цих недоліків [238]. Ідея поліпшення точності обчислення полягає в тому, щоб отримати алгоритм, де обертаються матриці, що складаються з суми добре обумовленої матриці та матриці, що містить спадні експоненти. Виконуючи тільки прості операції матричної алгебри, ми можемо записати рекурентну формулу для знаходження матриці S_{m+1} :

$$\begin{pmatrix} c_1^- \\ c_{m+1}^+ \end{pmatrix} = S_{m+1} \begin{pmatrix} c_{m+1}^- \\ c_1^+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11}^{m+1} & S_{12}^{m+1} \\ S_{21}^{m+1} & S_{22}^{m+1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{m+1}^- \\ c_1^+ \end{pmatrix}. \quad (3.1.15)$$

Для цього, знаючи матрицю S_m для m шарів і матрицю s_m , що пов'язує коефіцієнти $m+1$ і m шару, можемо записати матрицю S_{m+1} таким чином:

$$S_{11}^{m+1} = S_{11}^m [I + s_{12}^m [I - S_{21}^m s_{12}^m]^{-1} S_{21}^m] s_{11}^m, \quad (3.1.16)$$

$$S_{12}^{m+1} = S_{12}^m + S_{11}^m s_{12}^m [I - S_{21}^m s_{12}^m]^{-1} S_{22}^m, \quad (3.1.17)$$

$$S_{21}^{m+1} = s_{21}^m + s_{22}^m [I - S_{21}^m s_{12}^m]^{-1} S_{21}^m s_{11}^m, \quad (3.1.18)$$

$$S_{22}^{m+1} = s_{22}^m [I - S_{21}^m s_{12}^m]^{-1} S_{22}^m, \quad (3.1.19)$$

де на початку рекурсії $S_1 = I$, а I – одинична матриця.

Знайдемо матрицю s_m . Використовуючи (3.1.14) для m -ї операції рекурсії T -матриць, запишемо

$$\begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & [e^{-\lambda_m h_m}] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_m & f_m \\ f_m & z_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_m^+ \\ v_m^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [e^{-\lambda_m h_m}] & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_m & f_m \\ f_m & z_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{m+1}^+ \\ v_{m+1}^- \end{pmatrix}, \quad (3.1.20)$$

$$\text{де} \quad \begin{pmatrix} v_{m+1}^+ \\ v_{m+1}^- \end{pmatrix} = T_m \dots T_{M+1} \begin{pmatrix} c^{M+1+} \\ c^{M+1-} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} v_m^+ \\ v_m^- \end{pmatrix} = (T_1 \dots T_{m-1})^{-1} \begin{pmatrix} c^{1+} \\ c^{1-} \end{pmatrix} \quad (3.1.21)$$

Припускається, що матриці $\begin{pmatrix} z_m & f_m \\ f_m & z_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_m & F_m \\ F_m & Z_m \end{pmatrix}^{-1}$ є добре обумовленими. Звідси витікає, що матриця s_m , для якої $\begin{pmatrix} v_m^- \\ v_{m+1}^+ \end{pmatrix} = s_m \begin{pmatrix} v_{m+1}^- \\ v_m^+ \end{pmatrix}$, матиме вигляд

$$s_m = \begin{pmatrix} (f_m - z_m [e^{-\lambda_m h_m}] f_m^{-1} z_m [e^{-\lambda_m h_m}])^{-1} & -f_m^{-1} z_m [e^{-\lambda_m h_m}] (f_m - z_m [e^{-\lambda_m h_m}] f_m^{-1} z_m [e^{-\lambda_m h_m}])^{-1} \\ f_m^{-1} z_m [e^{-\lambda_m h_m}] (f_m - z_m [e^{-\lambda_m h_m}] f_m^{-1} z_m [e^{-\lambda_m h_m}])^{-1} & -(f_m - z_m [e^{-\lambda_m h_m}] f_m^{-1} z_m [e^{-\lambda_m h_m}])^{-1} \end{pmatrix} \times \\ \times \begin{pmatrix} f_m [e^{-\lambda_m h_m}] & -z_m \\ z_m & -f_m [e^{-\lambda_m h_m}] \end{pmatrix}. \quad (3.1.22)$$

З (3.1.22) виходить, що для рекурсії використовуються матриці, для яких зворотні матриці добре обумовлені. Це і приводить до більшої стабільності всього алгоритму знаходження $c_1^{\pm}, c_{M+1}^{\pm}$ [241].

Інший стійкий метод, запропонований нами, назовемо його «непрямим методом T -матриць», в якому на одному кроці рекурсії використовується менша кількість обернень матриць у порівнянні з попередньою схемою і який є менш витратним за часом обчислень, полягає в такому. Подамо блокові рядки матриці (3.1.12) з номерами 2–5 у вигляді

$$\begin{pmatrix} Z_1 & F_1 [e^{-\lambda_1 h_1}] \\ F_1 & Z_1 [e^{-\lambda_1 h_1}] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{c}_1^+ \\ \bar{c}_1^- \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} Z_2 [e^{-\lambda_2 h_2}] & F_2 \\ F_2 [e^{-\lambda_2 h_2}] & Z_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{c}_2^+ \\ \bar{c}_2^- \end{pmatrix} = 0, \quad (3.1.23)$$

$$\begin{pmatrix} Z_2 & F_2[e^{-\lambda_2 h_2}] \\ F_2 & Z_2[e^{-\lambda_2 h_2}] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{c}_2^+ \\ \bar{c}_2^- \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} Z_3[e^{-\lambda_3 h_3}] & F_3 \\ F_3[e^{-\lambda_3 h_3}] & Z_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{c}_3^+ \\ \bar{c}_3^- \end{pmatrix} = 0. \quad (3.1.24)$$

Помноживши (3.1.24) зліва на матрицю $\begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}$, додамо цей результат до (3.1.23) і отримаємо

$$\begin{pmatrix} Z_1 & F_1[e^{-\lambda_1 h_1}] \\ F_1 & Z_1[e^{-\lambda_1 h_1}] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{c}_1^+ \\ \bar{c}_1^- \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} Z_2[e^{-\lambda_2 h_2}] & -F_2 \\ F_2[e^{-\lambda_2 h_2}] & -Z_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{c}_2^+ - \bar{c}_2^- \\ \bar{c}_2^+ - \bar{c}_2^- \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} F_3[e^{-\lambda_3 h_3}] & Z_3 \\ Z_3[e^{-\lambda_3 h_3}] & F_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{c}_3^+ \\ \bar{c}_3^- \end{pmatrix} = 0. \quad (3.1.25)$$

Помноживши (3.1.24) зліва на $\begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}$, віднімемо цей результат від (3.1.23) і отримаємо

$$\begin{pmatrix} Z_1 & F_1[e^{-\lambda_1 h_1}] \\ F_1 & Z_1[e^{-\lambda_1 h_1}] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{c}_1^+ \\ \bar{c}_1^- \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} Z_2[e^{-\lambda_2 h_2}] & F_2 \\ F_2[e^{-\lambda_2 h_2}] & Z_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{c}_2^+ + \bar{c}_2^- \\ \bar{c}_2^+ + \bar{c}_2^- \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F_3[e^{-\lambda_3 h_3}] & Z_3 \\ Z_3[e^{-\lambda_3 h_3}] & F_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{c}_3^+ \\ \bar{c}_3^- \end{pmatrix} = 0. \quad (3.1.26)$$

Тоді, у результаті виключення з лівої частини рівнянь (3.1.25) і (3.1.26) середнього матричного доданку, отримаємо вираз

$$\begin{pmatrix} G_2^{-1} & -S_2^{-1} \\ U_2^{-1} & -P_2^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_1 & F_1[e^{-\lambda_1 h_1}] \\ F_1 & Z_1[e^{-\lambda_1 h_1}] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{c}_1^+ \\ \bar{c}_1^- \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} G_2^{-1} & -S_2^{-1} \\ -U_2^{-1} & P_2^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_3[e^{-\lambda_3 h_3}] & F_3 \\ F_3[e^{-\lambda_3 h_3}] & Z_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{c}_3^+ \\ \bar{c}_3^- \end{pmatrix} = 0. \quad (3.1.27)$$

Тут $\bar{c}_m^+ = c_m^+[e^{+\lambda_m h_m}]$, $G_m = (F_m[e^{-\lambda_m h_m}] - Z_m)$, $S_m = (Z_m[e^{-\lambda_m h_m}] - F_m)$, $P_m = (F_m[e^{-\lambda_m h_m}] + Z_m)$, $U_m = (Z_m[e^{-\lambda_m h_m}] + F_m)$, G_m^{-1} , S_m^{-1} , P_m^{-1} , U_m^{-1} – добре обумовлені матриці. Узагальнюючи цю послідовність дій для m -го кроку, отримуємо рекурсивну схему такого вигляду:

$$\begin{pmatrix} V_{11}^m & V_{12}^m \\ V_{21}^m & V_{22}^m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_1 & F_1[e^{-\lambda_1 h_1}] \\ F_1 & Z_1[e^{-\lambda_1 h_1}] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{c}_1^+ \\ \bar{c}_1^- \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} W_{11}^m & W_{12}^m \\ W_{21}^m & W_{22}^m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_{m+1}[e^{-\lambda_{m+1} h_{m+1}}] & F_{m+1} \\ F_{m+1}[e^{-\lambda_{m+1} h_{m+1}}] & Z_{m+1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{c}_{m+1}^+ \\ \bar{c}_{m+1}^- \end{pmatrix} = 0. \quad (3.1.28).$$

Тут

$$V_{11}^m = (W_{11}^{m-1} G_m + W_{12}^{m-1} S_m)^{-1} V_{11}^{m-1} - (W_{21}^{m-1} G_m + W_{22}^{m-1} S_m)^{-1} V_{21}^{m-1},$$

$$V_{21}^m = (W_{11}^{m-1} U_m + W_{12}^{m-1} P_m)^{-1} V_{11}^{m-1} - (W_{21}^{m-1} U_m + W_{22}^{m-1} P_m)^{-1} V_{21}^{m-1},$$

$$\begin{aligned}
V_{12}^m &= (W_{11}^{m-1}G_m + W_{12}^{m-1}S_m)^{-1}V_{12}^{m-1} - (W_{21}^{m-1}G_m + W_{22}^{m-1}S_m)^{-1}V_{22}^{m-1}, \\
V_{22}^m &= (W_{11}^{m-1}U_m + W_{12}^{m-1}P_m)^{-1}V_{12}^{m-1} - (W_{21}^{m-1}U_m + W_{22}^{m-1}P_m)^{-1}V_{22}^{m-1}, \\
W_{11}^m &= (W_{21}^{m-1}G_m + W_{22}^{m-1}S_m)^{-1}W_{22}^{m-1} - (W_{11}^{m-1}G_m + W_{12}^{m-1}S_m)^{-1}W_{12}^{m-1}, \\
W_{21}^m &= (W_{11}^{m-1}U_m + W_{12}^{m-1}P_m)^{-1}W_{12}^{m-1} - (W_{21}^{m-1}U_m + W_{22}^{m-1}P_m)^{-1}W_{22}^{m-1}, \\
W_{12}^m &= (W_{21}^{m-1}G_m + W_{22}^{m-1}S_m)^{-1}W_{21}^{m-1} - (W_{11}^{m-1}G_m + W_{12}^{m-1}S_m)^{-1}W_{11}^{m-1}, \\
W_{22}^m &= (W_{11}^{m-1}U_m + W_{12}^{m-1}P_m)^{-1}W_{11}^{m-1} - (W_{21}^{m-1}U_m + W_{22}^{m-1}P_m)^{-1}W_{21}^{m-1}.
\end{aligned}$$

Вважаємо, що рекурсія починається, коли система складається з двох і більше шарів, тоді $V^1 = I$, $W^1 = I$.

Вище було викладено дві стійкі схеми знаходження одночасно $c_1^\pm$ і $c_{M+1}^\pm$. Надалі ми продемонструємо прості і більш ефективні рекурсивні схеми для знаходження $c_1^\pm$ або $c_{M+1}^\pm$ окремо. Назвемо послідовність дій для знаходження $c_1^\pm$ і $c_{M+1}^\pm$ T&R-алгоритмом (від англ. «transmittance» і «reflectance»). Враховуючи вигляд матриці (3.1.12), виразимо c_1^- з 1-го блокового рядка матриці (3.1.12) через c_1^+ ; на наступному кроці, виключаючи з 2-го і 3-го блокового рядків c_1^+ , представимо c_2^- через c_2^+ , і так далі. Діючи аналогічним чином, зрештою отримуємо вирази для $c_{M+1}^\pm$ у вигляді

$$c_{M+1}^- = (B_{M+1} - A_{M+1}[e^{-\lambda_{M+1}h_{M+1}}]Z_{M+1}^{-1}F_{M+1}[e^{-\lambda_{M+1}h_{M+1}}])(\prod_{m=2}^M \bar{B}_m[e^{-\lambda_m h_m}]B_m^{-1})\bar{B}_1[e^{-\lambda_1 h_1}]Z_1^{-1}b, \quad (3.1.29)$$

$$\bar{c}_{M+1}^+ = -Z_{M+1}^{-1}F_{M+1}[e^{-\lambda_{M+1}h_{M+1}}]c_{M+1}^-, \quad (3.1.30)$$

де

$$X_1 = Z_1 - F_1[e^{-\lambda_1 h_1}]Z_1^{-1}F_1[e^{-\lambda_1 h_1}],$$

$$Y_1 = F_1 - Z_1[e^{-\lambda_1 h_1}]Z_1^{-1}F_1[e^{-\lambda_1 h_1}],$$

$$A_m = Y_{m-1}X_{m-1}^{-1}Z_m - F_m,$$

$$B_m = Y_{m-1} X_{m-1}^{-1} F_m - Z_m,$$

$$X_m = Z_m - F_m [e^{-\lambda_m h_m}] B_m^{-1} A_m [e^{-\lambda_m h_m}],$$

$$Y_m = F_m - Z_m [e^{-\lambda_m h_m}] B_m^{-1} A_m [e^{-\lambda_m h_m}],$$

$$\bar{A}_m = Y_m X_m^{-1} Z_m - F_m,$$

$\bar{B}_m = Y_m X_m^{-1} F_m - Z_m$, а $c_{M+1}^{\pm}$ – визначає коефіцієнт проходження при розсіянні плоскої електромагнітної хвилі на структурі (рис. 3.1.1).

Аналогічним шляхом знаходимо вирази для $c_1^{\pm}$ у вигляді

$$c_1^- = \hat{X}_1^{-1} b, \quad (3.1.30)$$

$$\bar{c}_1^+ = -\hat{B}_1^{-1} \hat{A}_1 [e^{-\lambda_1 h_1}] c_1^-, \quad (3.1.31)$$

$$\text{де } \hat{B}_m = \hat{Y}_{m+1} \hat{X}_{m+1}^{-1} F_m - Z_m,$$

$$\hat{A}_m = \hat{Y}_{m+1} \hat{X}_{m+1}^{-1} Z_m - F_m,$$

$$\hat{X}_m = F_m [e^{-\lambda_m h_m}] \hat{B}_m^{-1} \hat{A}_m [e^{-\lambda_m h_m}] - Z_m,$$

$$\hat{Y}_m = Z_m [e^{-\lambda_m h_m}] \hat{B}_m^{-1} \hat{A}_m [e^{-\lambda_m h_m}] - F_m.$$

Рекурсія, що визначає коефіцієнти відбиття $c_1^{\pm}$, проводиться в зворотному порядку, тобто від $(M+1)$ -го шару до 1-го. Для знаходження $c_1^{\pm}$ або $c_{M+1}^{\pm}$ використовується в два рази менше обернень матриць, ніж, наприклад, у рекурсивній схемі, яка ґрунтується на непрямому методі T -матриць, що значно покращує точність обчислень.

3.2. Резонанс на замкнених модах у багат шарових провідних екранах, періодично перфорованих співвісними круглими отворами

У роботі [242] розглядалися циліндричні хвилеводи із співвісними секціями у вигляді хвилеводів з радіусами різної величини. Ці секції грали роль резонаторів

на хвильових модах, що поширюються тільки у хвильових секціях більшого радіуса порівняно з радіусом підвідного хвильоводу. Для них підвідний хвильовід був позамежним.

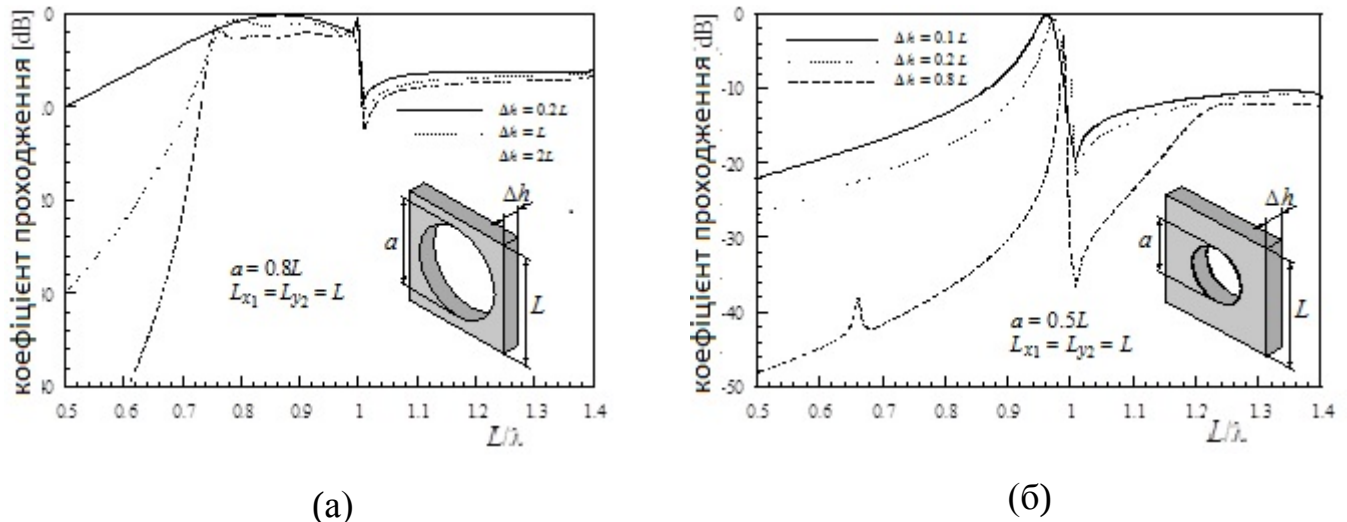


Рис. 3.2.1 – Залежності коефіцієнта проходження $|T_{00}|$, у дБ, розраховані для нормального падіння плоскої хвилі (вектор напруженості електричного поля падаючої хвилі спрямований уздовж осі y) на нескінченну РЕС-подібну пластину ($L_{x1} = L_{y1} = L$ і $\alpha = 0^\circ$) завтовшки Δh , періодично перфоровану круглими отворами з діаметром a у квадратній елементарній комірці, від нормованого періоду структури: $a = 0,8L$ (а), $a = 0,5L$ (б)

На рис. 3.2.1 зображено залежності коефіцієнта проходження, в дБ, для нормально падаючої плоскої хвилі з вектором напруженості електричного поля, спрямованим уздовж осі y , від нормованого періоду структури для трьох товщин пластини. Розглядаються дві структури з отворами різних розмірів: (а) і (б). Рис. 3.2.1 (а) демонструє смуговий відгук перфорованої РЕС-подібної пластини, границі якого стають чіткішими у міру збільшення товщини пластини. Рис. 3.2.1 (б) демонструє гострі ґраткові резонанси, положення і добротність яких залежать від товщини пластини. Частота відсікання круглих отворів, які можна розглядати

як порожнисті металеві хвилеводи довжиною L , складає для i для j . Слід зазначити, що на рис. 3.2.1 (а) частота відсікання розташована на початку смуги пропускання, а високодобротні граткові резонанси на рис. 3.2.1 (б) знаходяться перед частотою відсікання. Наведені результати добре узгоджуються з результатами роботи [243], розрахованими за допомогою методу часткових областей.

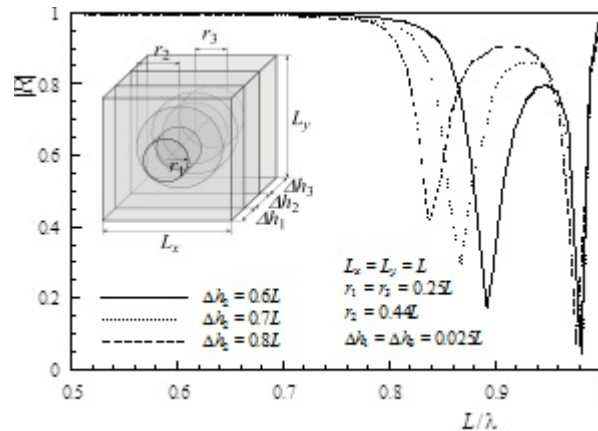


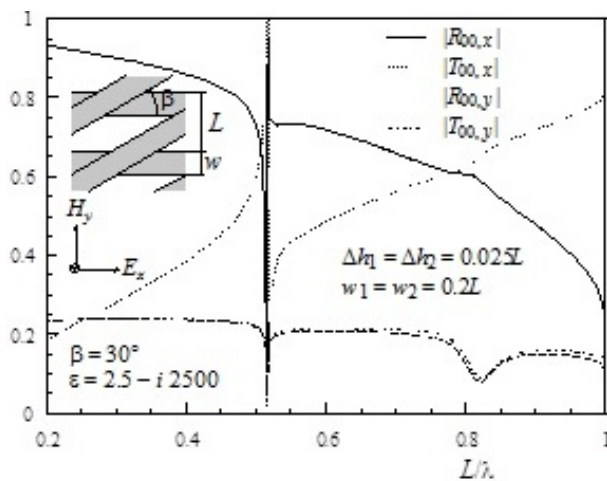
Рис. 3.2.2 – Залежності коефіцієнта відбиття $|R_{00}|$, розраховані для нормального падіння плоскої хвилі на тришарову нескінченну РЕС-подібну пластину, перфоровану круглими отворами у квадратній елементарній комірці ($L_x = L_y = L$ і $\alpha = 0^\circ$), від нормованого періоду структури для трьох різних товщин середнього шару

На рис. 3.2.2 зображено залежності коефіцієнта відбиття $|R_{00}|$ для нормального падіння плоскої хвилі на тришарову металеву пластину, перфоровану круглими отворами, залежно від нормованої сталої решітки L/λ . Товщини крайніх шарів структури $\Delta h_1 = \Delta h_3 = 0,025L$ однакові, а товщина середнього шару змінюється. Центри трьох круглих отворів розташовані на одній лінії, а їх радіуси дорівнюють $r_1 = r_3 = 0,25L$, $r_2 = 0,44L$. Вектор напруженості електричного поля падаючої хвилі спрямований уздовж осі y . Результати отримано для $N_x = N_y = 9$. Очевидно, що існують два резонанси, в яких проходження значно посилюється. Частота короткохвильового резонансу відповідає частоті граткового резонансу, що

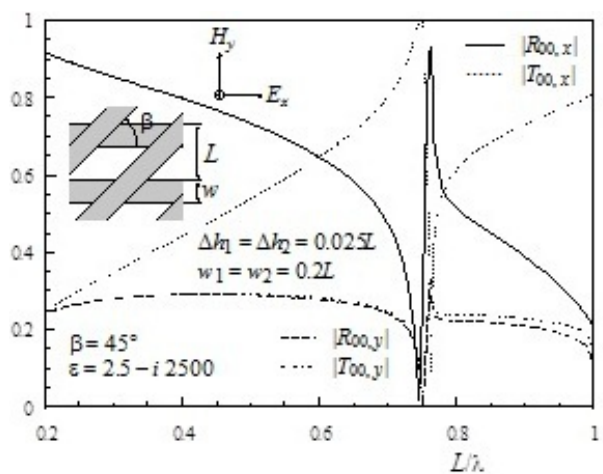
близька до частоти аномалії Релея і залежить від розміру отворів у першому і третьому шарах пластини, які виступають у ролі вхідних і вихідних портів каналу передачі. Обидва резонанси лежать на частотній осі в області, що є позамежною для хвильоводів з радіусами $r_1 = r_3 = 0,25L$ і $r_2 = 0,44L$. Довгохвильовий резонанс сильно залежить від товщини середнього шару РЕС-подібної пластини. Зі збільшенням товщини середнього шару резонанс зсувається в довгохвильову область спектра, а ефективність передачі тришарової структури зменшується. Унаслідок цього резонанс на частоті довгохвильового резонансу можна визначити як резонанс на замкненій моді. Такі структури можна застосовувати, наприклад, для побудови дихроїчних фільтрів.

3.3. Резонансний відгук механічно керованих екранів на основі схрещених металевих решіток із брусів з контрольованим кутом схрещування

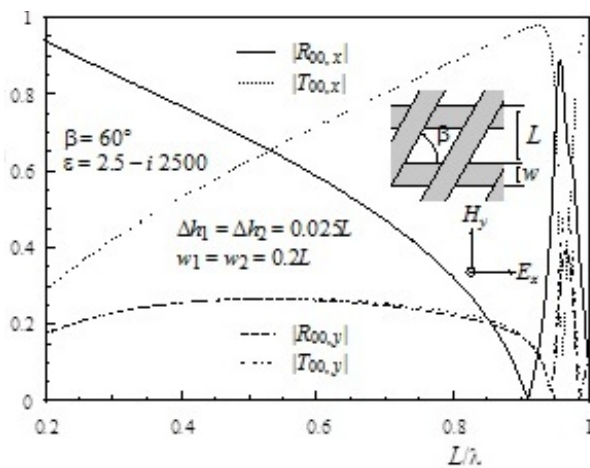
Можливість механічної перебудови комірки періодичної структури і, тим самим, керування її резонансними властивостями грає величезну роль у створенні механічно керованих фільтрів, сенсорів і нанофотонних приладів [244, 245]. З цією метою ми розглядаємо двошарову схрещену решітку, утворену решітками з



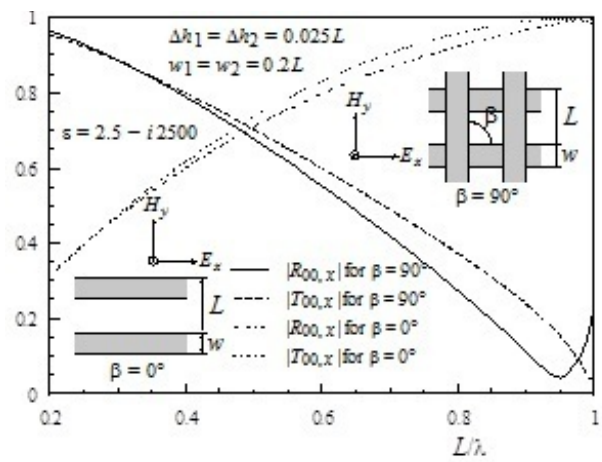
(a)



(b)



(b)



(г)

Рис. 3.3.1 – Залежності коефіцієнтів відбиття і проходження для двохшарової схрещеної решітки при нормальному падінні плоскої хвилі структуру від нормованого періоду структури для різних кутів схрещування

РЕС-подібних паралельних брусів прямокутного перерізу $\Delta h_i \times w_i$ ($i=1,2$); кут схрещування між двома решітками з брусів визначається як $\beta = \pi/2 - \alpha$. На рис. 3.3.1 продемонстровано залежності коефіцієнтів відбиття і проходження для нормального падіння плоскої хвилі з вектором напруженості електричного поля, паралельним осі x , від нормованого періоду структури L , які були розраховані за умови $N_x = N_y = 9$. При кутах схрещування решітки $\beta = 30^\circ, 45^\circ$ і 60° з'являються y -компоненти розсіяного поля (рис. 3.3.1 (а), (б) і (в)). З іншого боку, завдяки симетричному характеру решітки, відбите поле і те, що пройшло крізь решітку з $\beta = 0^\circ$ і $\beta = 90^\circ$, мають таку саму поляризацію, як і падаюче поле. Результати для $\beta = 0^\circ$ і $\beta = 90^\circ$ зображено на рис. 3.3.1 (г), вони добре узгоджуються з даними, що наведені для РЕС-подібних паралельних брусів [246] і екранів з квадратними отворами [247].

Слід зазначити, що ми спостерігаємо різкий резонансний пік у спектрах відбиття і проходження для $\beta = 30^\circ, 45^\circ$ і 60° . Довжина хвилі резонансного піку залежить від кута схрещення решіток β і виявляється близькою до довжини хвилі, яка

відповідає співвідношенню $\lambda_0 \sin \beta = L$, де λ_0 – довжина падаючої хвилі, L – період решітки. У випадках, коли решітки співпадають ($\beta = 0^\circ$) і коли вони перпендикулярні одна одній ($\beta = 90^\circ$), резонанси не спостерігаються. У першому випадку структура має дзеркальну симетрію, а в другому – чотириразову симетрію обертання. Можна припустити, що при проміжних значеннях кута, коли структура не має спеціальної симетрії, резонанси можуть бути пов'язані зі збудженням резонансів на замкненій моді [248, 249]. Ці резонанси можуть бути ототожнені з ґратковими резонансами [250–252].

3.3.1. Експериментальне підтвердження резонансів на схрещених решітках. Механічно перестроювана метаповерхня

Для підтвердження теоретично передбачених резонансів були проведені експериментальні дослідження. В експериментах використовувалася структура,

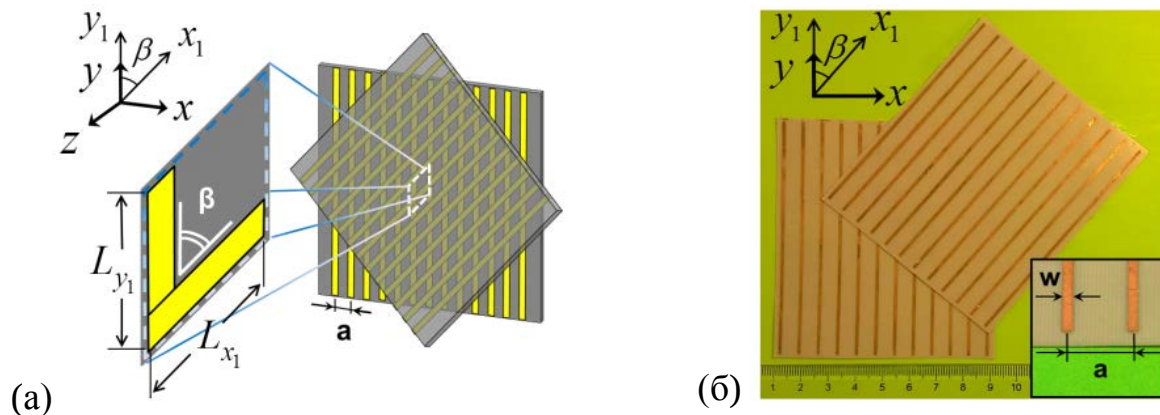


Рис. 3.3.2 – Планарний метаматеріал на основі схрещених решіток. Пунктиром позначено елементарну комірку структури (а). Фотографії двох металодіелектричних пластин у вигляді набору мідних стрічок, розміщених на діелектричній підкладці, що утворюють планарний метаматеріал. Верхня пластина є рухомою і освітлюється падаючою хвилею (б)

що складається з двох однакових пластин з високочастотного ламінату Taconic TLC-30-0200-CN/CN ($\epsilon' = 3,0$, $\text{tg}\delta = 0,0024$). Загальні розміри використаних пластин 90×90 мм². Пластина складається з діелектричної підкладки завтовшки 0,5 мм з періодично нанесеними металевими стрічками, які виготовлені з міді завтовшки $\Delta h = 18$ мм. Таким чином, кожна решітка складається з 12 стрічок шириною $w = 1$ мм і довжиною 90 мм. Період a між стрічками дорівнює 7 мм. Пластини розташовані одна під одною так, що стрічки перетинаються під певним кутом при безпосередньому контакті (рис. 3.3.2). Ці дві пластини фіксувалися пластинами з пінопласту ($\epsilon' = 1,15$, $\text{tg}\delta = 0,0024$) для кращого контакту металевих стрічок, які розташовувалися по обидві сторони планарного метаматеріалу і мали незначний вплив на частотну характеристику коефіцієнта проходження. Товщина пінопласту становила 20 мм. У структурі, що вивчається, тільки основна хвиля розповсюджується на частотах нижче 40 ГГц, інші дифракційні порядки затухають. Розглянемо подвійну схрещену решітку, утворену решітками з паралельних металевих смуг прямокутного перерізу ($i = 3, 4$ – номери шарів у «сандвічі» металевих схрещених ґрат (див. вставку на рис. 3.3.4(a)).

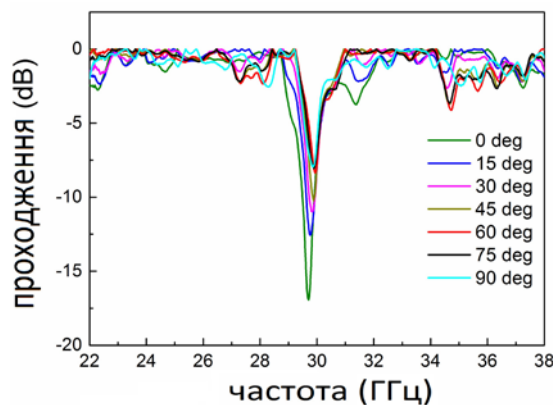


Рис. 3.3.3 – Експериментальна залежність спектра проходження від частоти для кута схрещування $\beta = 55^\circ$. Розглянуто обертання площини поляризації від 0° (вектор E падаючої хвилі паралельний осі x ; стрічки нижньої пластини паралельні осі y) до 90° (вектор E падаючої хвилі паралельний осі y) з кроком 15°

Ми вивчали спектри проходження зразка для нормального падіння хвилі в спектральному діапазоні 22...40 ГГц з використанням векторного спектроаналізатора (N5230A) і двох широкосмугових рупорних антен. Для вимірювання спектрів пропускання застосовувався експериментальний метод, що використовує скануючий модуль, який описано в [253].

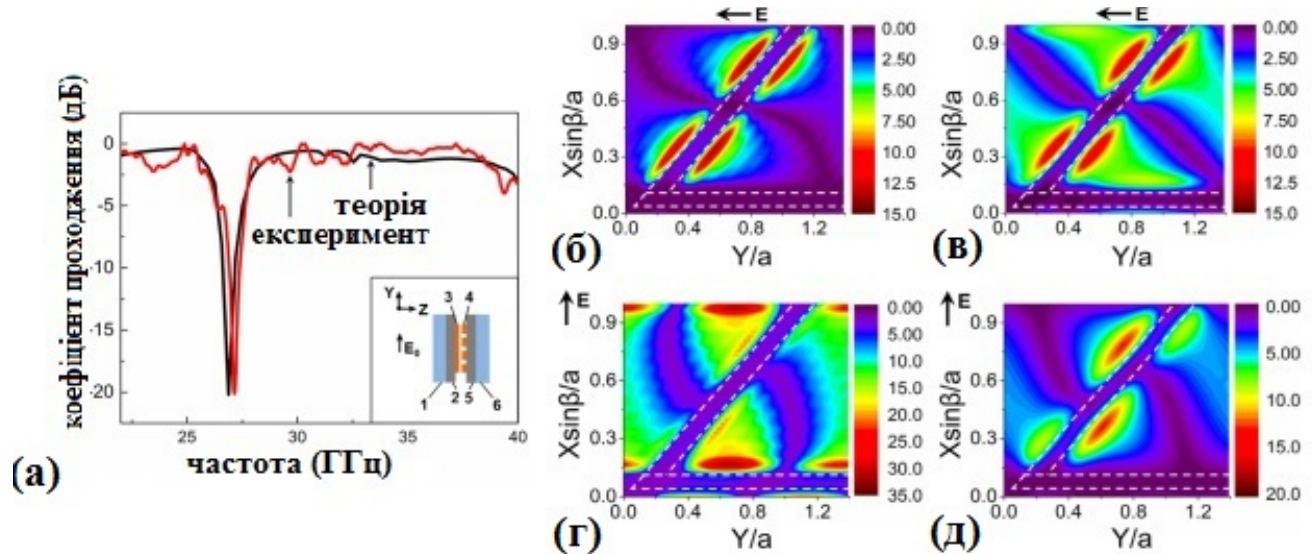


Рис. 3.3.4 - Спектри проходження для метаповерхні зі схрещеними металевими стрічковими решітками у випадку падіння у-поляризованої хвилі для $\beta = 45^\circ$ (а): червона лінія – експеримент, чорна лінія – теорія (метод функціоналів). На вставці показано схематичне зображення структури: дві діелектричні пластини (2, 5) з металевими стрічковими решітками (3, 4), які утворюють планарний метаматеріал, пластини пінопласту (1, 6); складова розподілу E -поля по елементарній комірці на відстані $0,001a$ від тіньової сторони метаповерхні, порахована в резонансній частоті (б)–(д): для $|E_y|$ -компоненти (б) і для $|E_x|$ -компоненти (в) у випадку, коли поле нормально падаючої хвилі $\mathbf{E}_0$ лінійно поляризоване у напрямку y ; для $|E_y|$ -компоненти (г) і для $|E_x|$ -компоненти (д) у випадку, коли поле нормально падаючої хвилі $\mathbf{E}_0$ лінійно поляризоване у напрямку x . Білі пунктирні лінії означають межі металевих смуг.

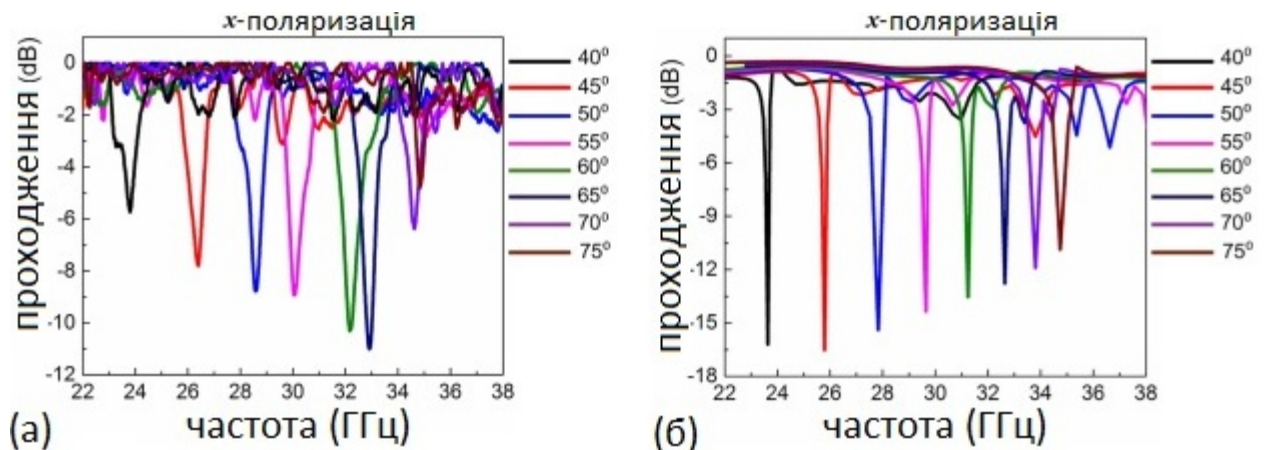
Властивості проходження у метаповерхонь сильно залежать від поляризації падаючої електромагнітної хвилі, якщо елементарна комірка даної структури не має симетрії обертання $\pi / 2$, такої як у квадрата або круга [44]. Проте, в нашому випадку метаповерхня виявляє майже поляризаційно незалежну поведінку резонансу проходження. Коли ми розглядаємо падаючу хвилю, лінійно поляризовану у напрямі y , вектор $\mathbf{E}_0$ є паралельним смугам однієї з решіток (див. рис. 3.3.1). Коли $\mathbf{E}_0$ лінійно поляризований у напрямі осі x , структура з елементарною коміркою ромбоподібної форми не виявляє істотних відмінностей в спектральних характеристиках порівняно з y -поляризацією. Для того щоб підтвердити це, спектри проходження зображено залежно від частоти при зміні орієнтації вектора електричного поля з кроком в 15° (див. рис. 3.3.3) для кута схрещування $\beta = 55^\circ$. У цьому випадку обертання $\mathbf{E}_0$ починається від 0° (вектор $\mathbf{E}_0$ є паралельним осі y структури) до 90° (паралельний осі x). Ми бачимо, що різниця в положенні резонансів не перевищує 0,2 ГГц.

Вимірний коефіцієнт проходження для нормально падаючої плоскої хвилі, коли $\mathbf{E}_0$ спрямований уздовж осі y , представлений на рис. 3.3.4. На рис. 3.3.4(а) криві відповідають результатам вимірювань і теоретичних розрахунків спектра проходження для планарного метаматеріалу на основі схрещених металевих решіток, коли кут схрещування складає 45° . Можна спостерігати дуже вузький резонансний відгук проходження близько 27 ГГц, де пік проходження падає приблизно до -20 дБ. Спостережуваний резонансний пік добре узгоджується з теоретичними даними. Добротність резонансу проходження складає близько 40 (ми визначаємо Q -добротність як відношення між резонансною частотою і повною шириною резонансу на половині мінімуму передачі). За нашими оцінками, величина Q резонансних піків, спостережуваних у метаматеріалі, перебуває в діапазоні 40...60 для всіх розглянутих кутів схрещування стрічок. Такі добротності резонансів набагато більші за значенням, ніж ті, що характерні для

традиційних плоских метаматеріалів на основі незв'язаних кільцевих резонаторів SRR [254, 255].

На рис. 3.3.4 (б) і 3.3.4 (в) показано типовий розподіл поля в резонансі, визначеному на рис. 3.3.4 (а). На резонансній частоті у-поляризоване електричне поле індукує дипольне коливання в основному уздовж стрічок решітки, що обертається, розподіл поля якого має $|E_y|$ - і $|E_x|$ -компоненти. Можна бачити, що поле практично не збуджується уздовж смуг, паралельних напрямку поляризації падаючої хвилі, на відміну від х-поляризованої падаючої хвилі (див. рис. 3.3.4 (г) і 3.3.4 (д)), де в резонансі індуковане поле розподілене по периметру періодичної комірки, подібно до резонансних режимів шепочучої галереї або полів у кільцеподібних резонаторах. У цьому випадку добротність резонансу залежить від довжини взаємодії, коли весь периметр комірки є резонуючою частиною. Це призводить до більшої добротності резонансу і до сильнішого поля, ніж показано на рис. 3.3.4 (б) і 3.3.4 (в), де тільки дві протилежні сторони паралелограма резонують. В останньому випадку резонанс складається з двох резонансів на суміжних сторонах ромбічної елементарної комірки. Оскільки ці сторони мають однакові довжини, резонанси співпадають і взаємно посилюються, тоді як в першому випадку має місце тільки один резонанс.

Відомо (див. розділ 1), що розсіяні РЕС - об'єктом поля можуть бути



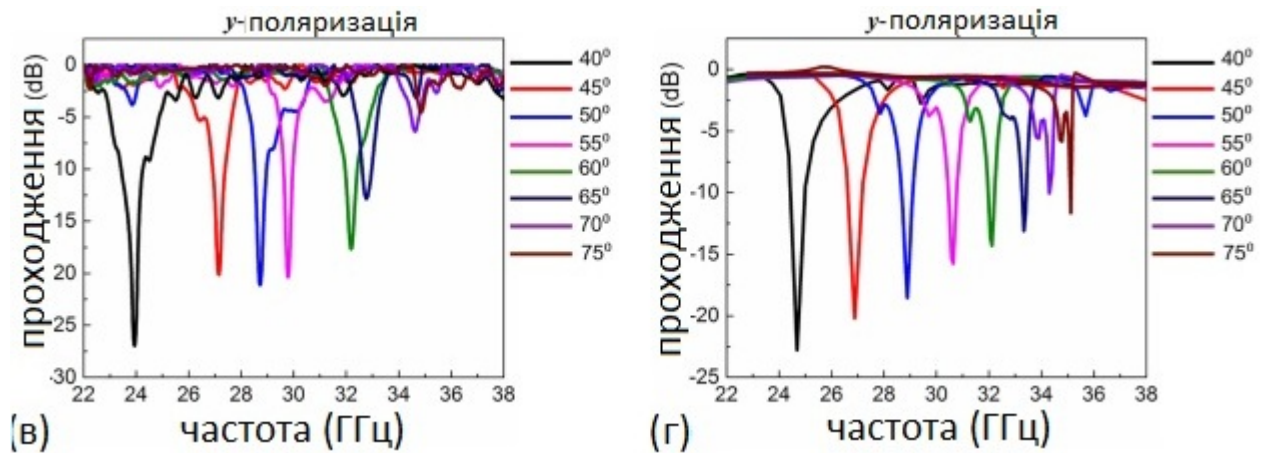


Рис. 3.3.5 - Експериментально виміряні (а, в) і змодельовані (б, г) спектри проходження при нормальному падінні ЕМ-хвилі для стрічкових решіток, схрещених під різними кутами

отримані для магнітодіелектричного об'єкта, що задовольняє матеріальним умовам $|\varepsilon| \gg 1$ і $\varepsilon\mu = 1$. Це наближення ефективно використовується для аналізу електромагнітного розсіяння на РЕС-решітках. Надалі припускаємо, що $\varepsilon = 2.5 - i2500$ і $\mu = 1/\varepsilon$ реалізують матеріальні умови для РЕС-решіток. Теоретичні розрахунки для коефіцієнтів проходження виявляють добрий збіг з експериментальними результатами (див. рис. 3.3.5 (а)–(г)) з урахуванням похибки вимірювань. Слід зазначити, що для досліджуваної структури з кутами схрещування понад 75° решіткові резонанси зникають, тому криві для великих кутів на графіках не показані.

Резонансна частота монотонно зростає зі збільшенням кута схрещування стрічкових решіток (див. рис. 3.3.6). Таким чином цей метаматеріал демонструє високий ступінь механічної перебудови резонансного відгуку в широкому діапазоні частот. Це може бути використано для проектування частотно-селективних поверхонь з механічною перебудовою резонансної частоти в надширокому діапазоні частот.

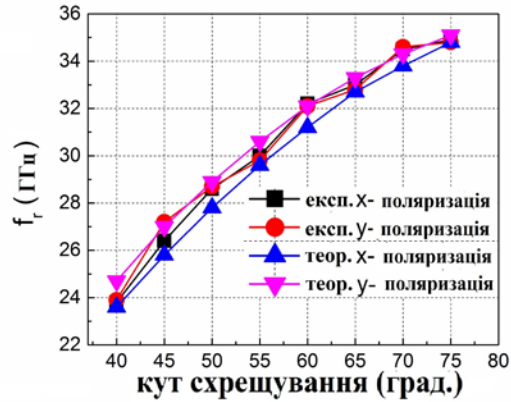


Рис. 3.3.6 - Теоретична та експериментальна частоти резонансу залежно від кута схищування стрічкових решіток

3.4. Конвертація поляризації метаматеріалом, що складається з періодично розташованих металевих спіралей, що вбудовані в шар діелектрика

Відсутність природних магнітних матеріалів, що ефективно обертають площину поляризації в діапазоні терагерцових частот, можна успішно компенсувати створенням метаматеріалів з бажаними властивостями. Нині кругові поляризатори і датчики можуть бути реалізовані з використанням кіральних анізотропних структур [256], що мають обмеження на товщину і конфігурацію метаатома. Використання планарної технології може бути корисне для синтезу кіральних багат шарових 3D-метаматеріалів для того, щоб інтегрувати ці структури в ультратонкі пристрої, які здатні перетворювати поляризацію і можуть становити великий інтерес для фотоніки діапазону терагерцових частот [257].

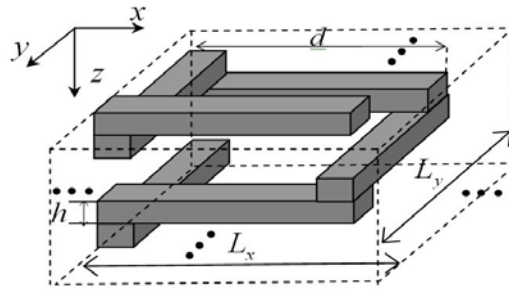


Рис. 3.4.1 - Одинична комірка нескінченного двоперіодичного метаматеріалу, що складається з півторакової металевої квадратної спіралі, вбудованої в діелектричний шар. Спіраль складається з металевих стрижнів із квадратним поперечним перерізом

У цьому розділі ми вивчаємо розсіяння плоскої хвилі від 3-D кіральної структури у вигляді періодичної решітки металевих квадратних спіралей, що вбудовані в діелектричний шар, методом інтегральних функціоналів із застосуванням ефективних алгоритмів для багат шарових структур (див. розділ 3.1).

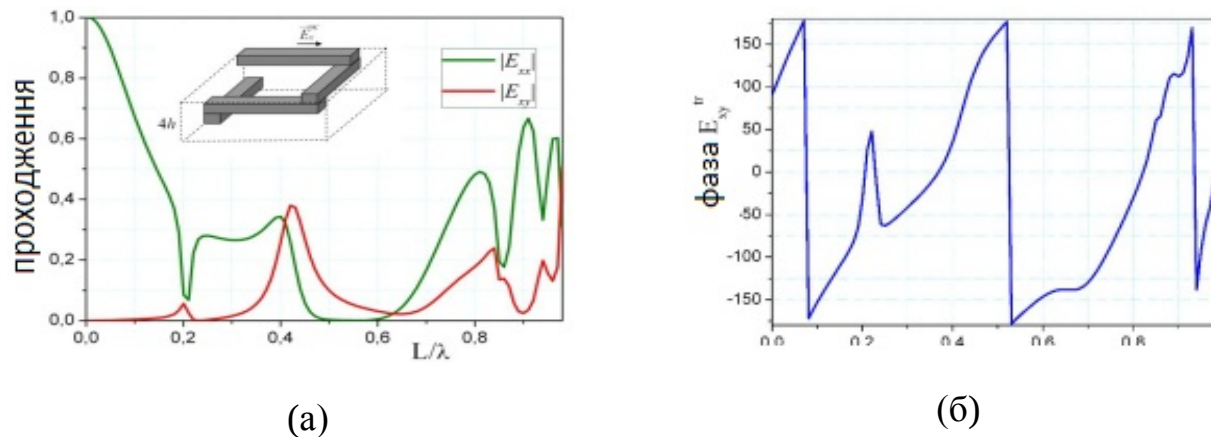


Рис. 3.4.2 - Залежності коефіцієнтів проходження $|E_{xx}|$ (зелена лінія) і $|E_{xy}|$ (червона лінія) (а) та фаза проходження E_{xy} – компоненти (б) від нормованої частоти L/λ при розсіянні електромагнітної лінійно поляризованої плоскої хвилі, що нормально падає на періодичну структуру з однокрових квадратних металевих спіралей, які складаються з металевих стрижнів з квадратним поперечним перерізом, вбудованих у діелектричний шар, де $L_y=L_x=L$, $h=L/7$, $\varepsilon_r^{bar}=2.5-2500i$, $\mu_r^{bar}=1/\varepsilon_r^{bar}$ $\varepsilon_r^{layer}=1.16-0.0024i$.

На рис. 3.4.2 (а) показано залежності співполяризованої $|E_{xx}|$ -компоненти, тобто такої, що за напрямком збігається з $\mathbf{E}_0$, і крос-поляризованої $|E_{xy}|$ -компоненти, тобто перпендикулярної напрямку $\mathbf{E}_0$, від нормованої частоти для поля, що пройшло крізь періодичну структуру металевих квадратних спіралей, вбудованих у діелектричний шар, при розсіянні нормально падаючої лінійно поляризованої плоскої ЕМ-хвилі. Квадратні спіралі складаються з металевих стрижнів із квадратним поперечним перерізом, що має сторону $h=L/7$. Товщина діелектричного шару дорівнює чотирьом висотам стрижня ($4h$), якщо періодична решітка складається з однокрокових квадратних спіралей, вбудованих у діелектричний шар, як показано на вставці рис. 3.4.2 (а). Матеріальні константи

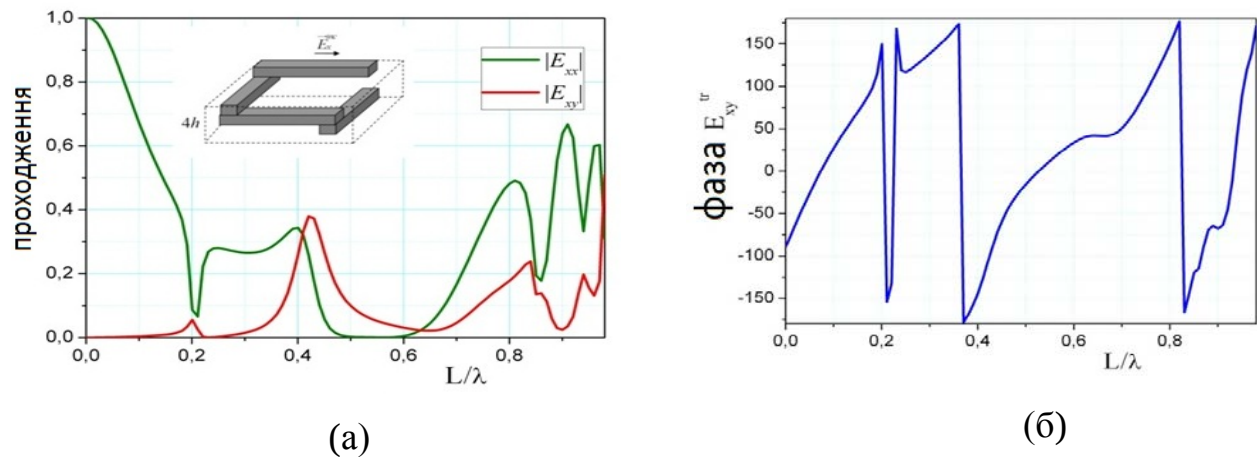


Рис. 3.4.3 - Те саме, що й на рис. 3.4.2, для дзеркально симетричного випадку розташування спіралей, вбудованих у діелектричний шар

металевої решітки, які відповідають РЕС-подібному матеріалу, моделювалися як $|\varepsilon| \gg 1$ і $\varepsilon\mu \approx 1$. Вони все ще діють у ТГц-діапазоні частот для добре провідних металів. Кількість просторових гармонік при розрахунках розсіяних полів складала 27 уздовж x -координат і 27 – уздовж y -координат. Цієї кількості гармонік вистачає для розрахунків з відносною похибкою нижче 1%. При збільшенні

частоти коефіцієнт проходження для крос-поляризованої компоненти E_{xy} проходить резонансний пік і досягає максимуму близько 0,38 на нормованій частоті 0,42, тоді як коефіцієнт проходження для співполяризованої компоненти E_{xx} досягає 0,258 на тій же частоті. Таким чином, структура однокрокових спіралей, вбудованих у діелектричний шар, здатна обертати вектор електричного поля на $55,80^\circ$ на резонансній частоті.

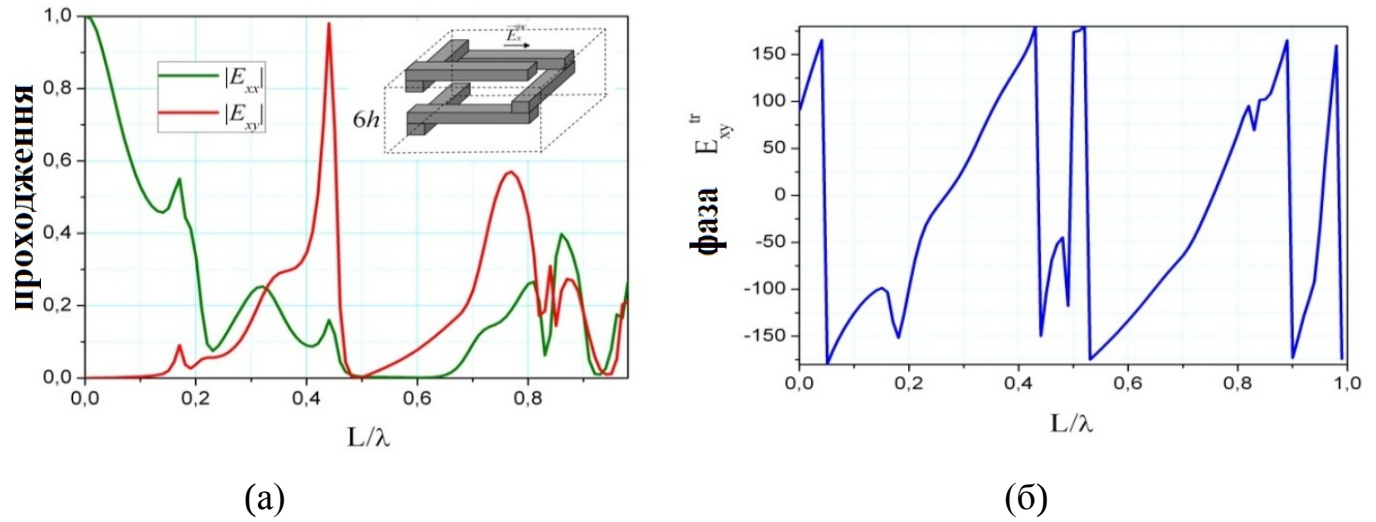


Рис. 3.4.4 - Те саме, що й на рис. 3.4.2, для випадку півторакрокових спіралей, вбудованих у діелектричний шар

Рис. 3.4.3 демонструє ті ж частотні залежності коефіцієнтів проходження співполяризованої і крос-поляризованої компонент поля, що пройшло крізь структуру, дзеркально симетричну структурі, зображеній на рис. 3.4.2. Частотні залежності на рис. 3.4.2 (а) і рис. 3.4.3 (а) повністю співпадають для обох компонент, тоді як частотні залежності фаз крос-поляризованих E_{xy} -компонент для цих симетричних структур розсіяння (рис.3.4.2 (б) і рис.3.4.3 (б)) різні. Крім того, слід зазначити, що за однакової нормованої резонансної частоти коефіцієнтів пропускання 0,42 різниця фаз на рис. 3.4.2 (б) і рис. 3.4.3 (б) складає близько 180° . Цей факт є додатковим підтвердженням правильності наших розрахунків.

На рис. 3.4.4 (а) показані залежності співполяризованої $|E_{xx}|$ -компоненти, тобто співпадаючої за напрямком з $\mathbf{E}_0$, і крос-поляризованої $|E_{xy}|$ -компоненти, тобто перпендикулярної до напрямку $\mathbf{E}_0$, від нормованої частоти для поля, що пройшло крізь періодичну структуру металевих квадратних спіралей, вбудованих у діелектричний шар, при розсіянні нормально падаючої лінійно поляризованої плоскої ЕМ-хвилі. Решітка складається з півторакрокових спіралей, вбудованих

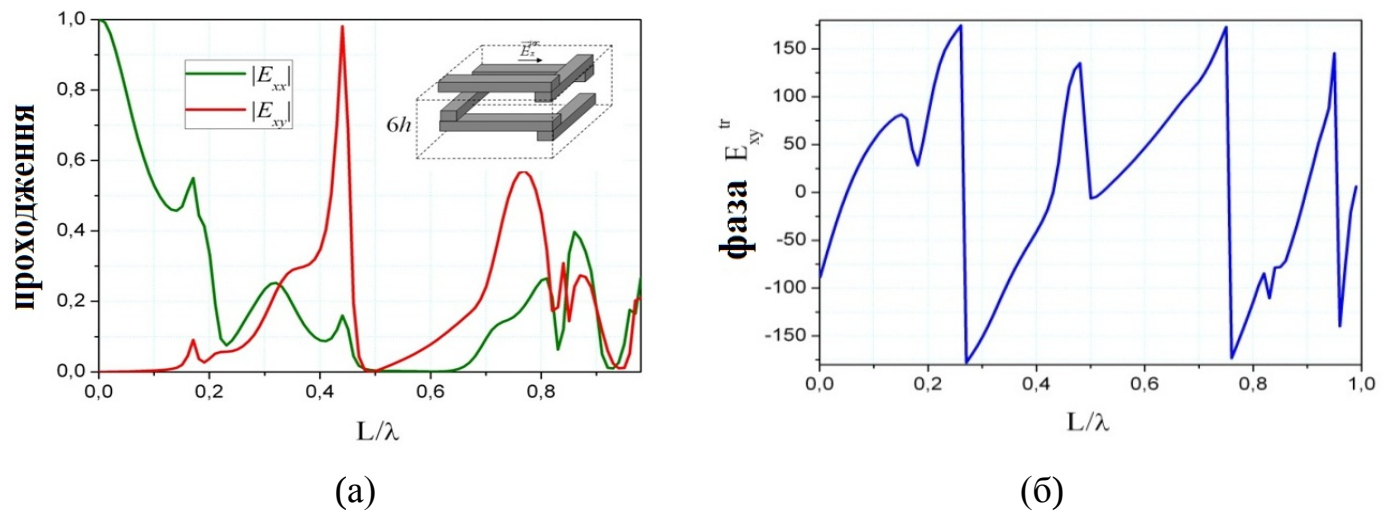


Рис. 3.4.5 - Те саме, що й на рис. 3.4.4, для випадку дзеркально симетричних півторакрокових спіралей, вбудованих у діелектричний шар.

у діелектричний шар, як показано на вставці до рис. 3.4.4 (а). У цьому випадку товщина діелектричного шару дорівнює шістьом висотам стрижня ($6h$). Коефіцієнт проходження для крос-поляризованої компоненти проходить резонанс і досягає максимуму близько 0,98 при нормованій частоті 0,44, а коефіцієнт для співполяризованої компоненти досягає 0,16 на тій же частоті. Таким чином, кут повороту вектора електричного поля для такої структури складає 81° на резонансній частоті, тобто спостерігається майже повне перетворення поляризації. Слід також підкреслити, що, як і у попередньому випадку, для решіток, що складаються з однокрокових металевих квадратних спіралей, частотні залежності для ґрат дзеркально симетричних півторакрокових спіралей повністю співпадають (рис.

3.4.4 (а) і рис. 3.4.5 (а)), а різниця між фазами на резонансній частоті 0,44 складає близько 180° (рис. 3.4.4 (б) і рис. 3.4.5 (б)).

3.5. Композитні матеріали, армовані вуглецевими волокнами (CFRP). Теорія та експеримент

Композитні матеріали, такі як CFRP (carbon fiber reinforced plastic), тобто армовані вуглецевими волокнами, все ширше використовуються для виготовлення високотехнологічних виробів. У результаті їх використання в аерокосмічній техніці [258, 259] підвищується міцність і зменшується вага виробів на 20–50% порівняно з виробами з традиційних матеріалів. Це дозволяє поліпшити аеродинамічні характеристики і зменшити вагу літальних апаратів, і, як наслідок, істотно заощадити паливе, мінімізувати шкідливі викиди в атмосферу і зменшити експлуатаційні витрати. До того ж, вуглепластики мають високу стійкість до корозії.

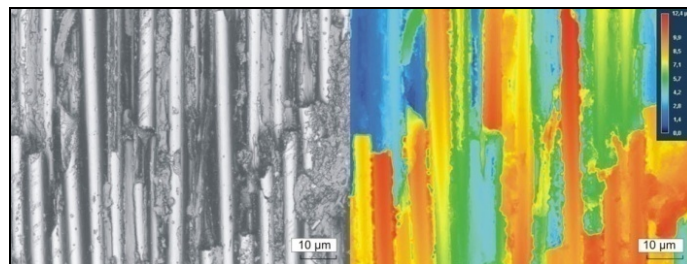


Рис. 3.5.1 - Поверхня CFRP під електронним мікроскопом

Для дослідження якості вуглепластиків застосовують різні методи неруйнівного контролю: ультразвукове сканування, термографія, радіографія та ін. [260]. З метою удосконалення методів неруйнівного контролю композитних матеріалів і вивчення фізичних явищ, що відбуваються у процесі взаємодії електромагнітного випромінювання з вуглепластиком, використовуються різні математичні моделі і методи для вирішення відповідних задач розсіяння. CFRP є

квазіперіодичною багатошаровою структурою у вигляді тонких (завтовшки приблизно 8 мкм) щільно укладених шарів занурених в епоксидну матрицю вуглецевих волокон з характерною (близько 10 мкм) відстанню між сусідніми шарами (рис. 3.5.1). Для побудови моделі розсіяння плоских електромагнітних хвиль на CFRP в частотній області в цьому розділі застосований метод інтегральних функціоналів разом з ефективними методами для багатошарових структур.

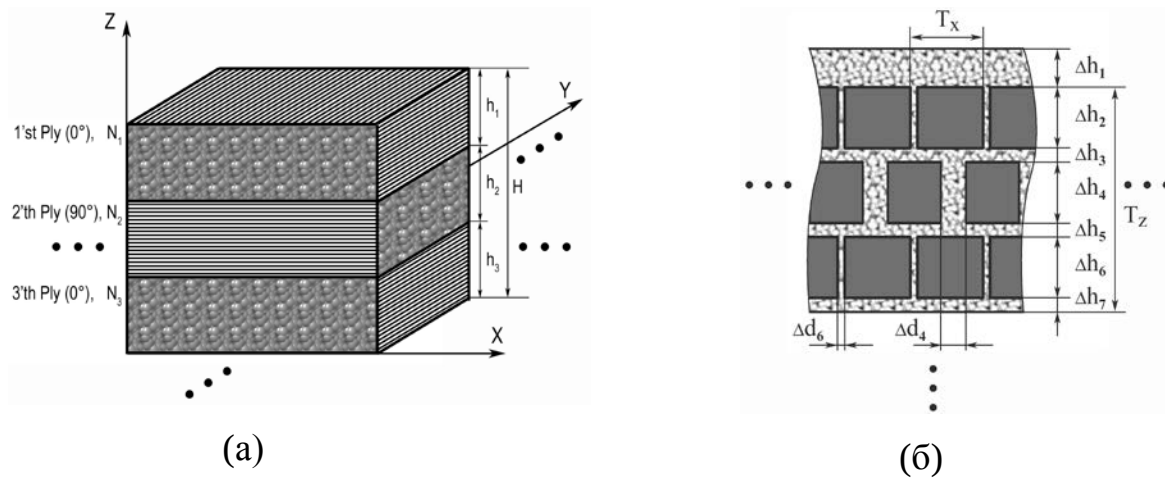


Рис. 3.5.2 - Геометрія зразка CFRP (а); поперечний переріз періодичної комірки (б).

На рис. 3.5.2 (а) наведено схематичне зображення моделі зразка CFRP, що використовувалась для розрахунків. Вона складається з трьох шарів (N_1 , N_2 , N_3). Кожен шар складається з 48 субшарів, що містять періодично розташовані в епоксидній смолі вуглецеві волокна. Напрямок волокон шару N_2 складає кут 90° з напрямками волокон шарів N_1 і N_3 . На рис. 3.5.2 (б) зображено періодичну комірку структури з періодами T_x і T_z уздовж осей x і z відповідно. Вуглецеві волокна моделі мають прямокутні поперечні перерізи, позначені темними прямокутниками на рисунку, хоча реальні волокна мають круглу форму перерізу. Таке припущення фізично виправдане, оскільки форма перерізу не грає суттєвої ролі, коли поперечний розмір волокна досить малий порівняно з довжиною хвилі (саме цей

випадок має місце в цій роботі), а прямокутна форма волокон дозволяє спростити розрахунки.

Для експериментальної перевірки теорії використовувалися два квазіоптичні рефлектометри: рефлектометр для діапазону частот 0,11...0,17 ТГц на основі векторного аналізатора електричних схем R4402R, описаний в роботі [261], і рефлектометр для діапазону частот 0,17...0,22 ТГц на основі скалярного аналізатора електричних схем P2-139, описаний в роботі [262].

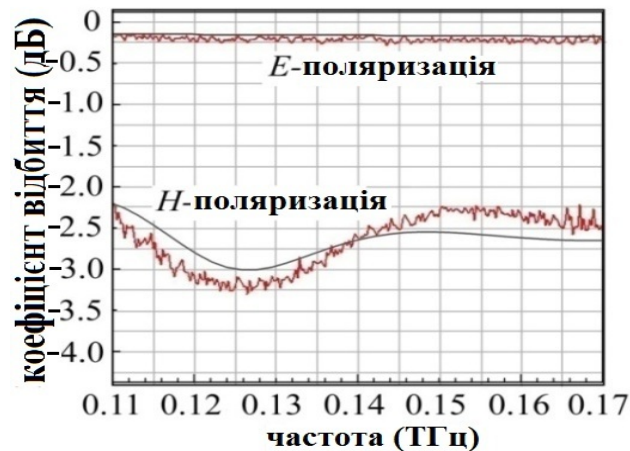


Рис. 3.5.3 - Залежність коефіцієнта відбиття від частоти при нормальному падінні плоскої хвилі на зразок CFRP.

На рис. 3.5.3 наведено теоретичні (чорна лінія) та експериментальні (червона лінія) залежності коефіцієнта відбиття падаючого поля для зразка CFRP від частоти для двох випадків: 1) площина поляризації падаючої хвилі (напрямок її електричного вектора) паралельна напрямку вуглецевих волокон верхнього шару зразка (умовно названий випадком *E*-поляризації) і 2) площина поляризації падаючої хвилі орієнтована ортогонально напрямку вуглецевих волокон верхнього шару зразка (умовно названий випадком *H*-поляризації). Теоретичні розрахунки були проведені для таких параметрів структури: товщина шарів $h_1=h_2=h_3=0,515$ мм, $\Delta h_1=0,035$ мм, $\Delta h_2=\Delta h_4=\Delta h_6=0,0081$ мм, $\Delta h_3=\Delta h_5=\Delta h_7=0,0019$ мм, $\Delta d_6=0,035T_x$,

$\Delta d_4 = 0,35T_x$, $T_x = 0,013$ мм, коефіцієнти діелектричної проникності вуглецю й епоксидної смоли $\epsilon_{\text{вугл.}} = 10 - i10^4$ і $\epsilon_{\text{еп.}} = 2,7 - i0,05$ відповідно.

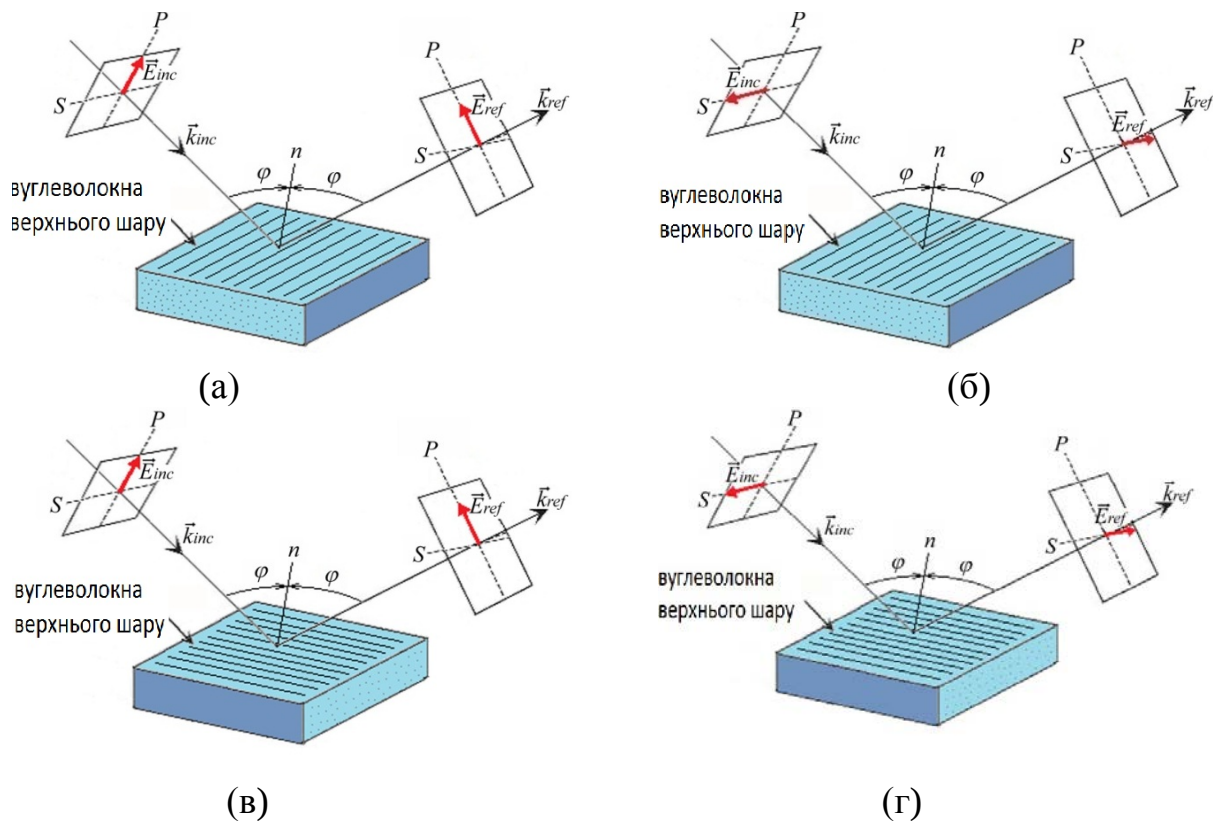


Рис. 3.5.4 - Сценарії опромінення зразка CFRP лінійно поляризованою хвилею: *PH* (а), *PE* (б), *SE* (в), *SH* (г).

Рис. 3.5.4 демонструє сценарії опромінення зразка CFRP лінійно поляризованою хвилею. Рис. 3.5.4 (а) відповідає сценарію, за якого напрямок вуглецевих волокон верхнього шару зразка CFRP є ортогональним, а вектор E падаючого поля є паралельним площині падіння (*PH*-сценарій). Рис. 3.5.4 (б) відповідає сценарію, за якого напрямок вуглецевих волокон верхнього шару зразка CFRP і вектор E є ортогональними площині падіння (*SE*-сценарій). Для двох інших можливих (*PE*- і *SH*-) сценаріїв напрямок вуглецевих волокон верхнього шару зразка є паралельним площині падіння.

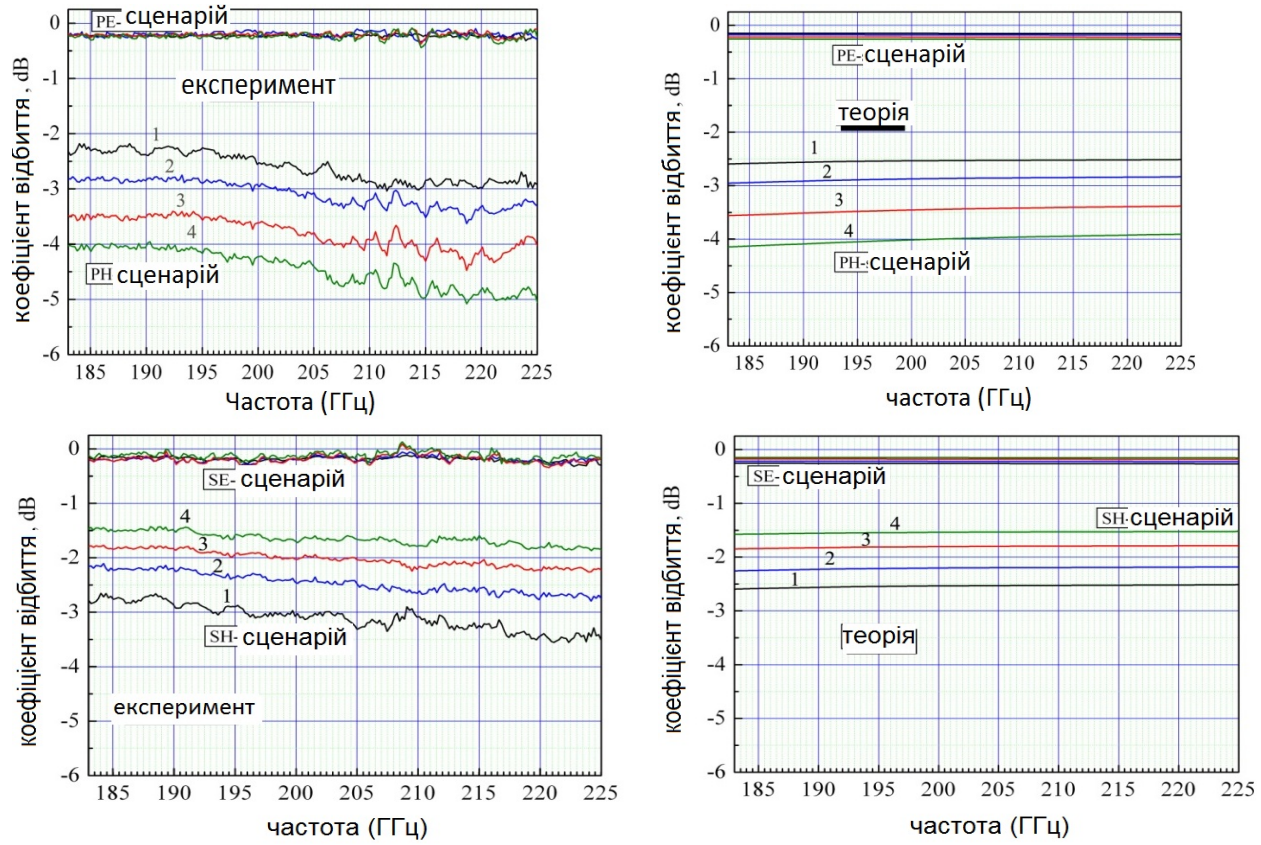


Рис. 3.5.5 - Порівняння теоретичних і експериментальних залежностей коефіцієнта відбиття від частоти для різних кутів падіння хвилі на зразок CFRP: лінія 1 – 0° , лінія 2 – 30° , лінія 3 – 45° , лінія 4 – 53° .

Використання 55 мод у розкладанні розсіяного поля в ряди Флоке–Фур'є забезпечило точність розв'язку до третього знаку після коми. Рис. 3.5.3 демонструє цілком задовільний збіг теоретичних і експериментальних результатів. Чисельний експеримент показав, що мінімум кривої (125 ГГц) для випадку H -поляризації залежить від товщини першої пластини і пов'язаний з інтерференцією між хвилями, відбитими від її нижньої і верхньої границь. У разі E -поляризації хвиля практично повністю відбивається від верхнього шару, і амплітудно-частотна залежність відбитого від CFRP випромінювання має рівномірний характер.

На рис. 3.5.5 представлено порівняння розрахункових і експериментальних залежностей коефіцієнта відбиття від частоти при різних кутах падіння хвилі для чотирьох різних сценаріїв опромінення, як на рис. 3.5.4. Очевидно, що зі збільшенням кута падіння коефіцієнт відбиття зменшується у разі *PH*-сценарію, тоді як для *SH*-сценарію ситуація протилежна. Коефіцієнти відбиття майже не залежать від кута падіння, і частоти у разі *PE*- і *SE*-сценаріїв унаслідок великої провідності і високої щільності розташування волокон.

3.5.1. Дослідження впливу термічної дії на відбивні властивості поверхні CFRP

Існують різні випадки можливих забруднень і деградацій, які мають значення під час виробничих процесів, пов'язаних із виготовленням і експлуатацією CFRP. Серед них такі, як забруднення скайдролом, поглинання вологи, термічне розкладання. Забруднення скайдролом (Skydrol, вогнетривка гідравлічна рідина) може бути викликане витоком у гідравлічних системах.

Представлене дослідження сфокусоване на характеристиці термічної деградації CFRP, яка виникає в результаті теплової дії в частинах літального апарата, особливо в частинах фюзеляжу поблизу сопел реактивного двигуна. Термічне ушкодження також може бути викликане локальним перегріванням або ударом блискавки. Це може призвести до втрати механічної міцності матеріалу через хімічну зміну його складу, особливо його епоксидної компоненти. Сильне ушкодження, таке як термічне розкладання CFRP, було досліджене в [263]. Теплоємність при розкладанні і теплопровідність матеріалу CFRP були вивчені з використанням термогравіметричного аналізу, диференціальної скануючої калориметрії і піролізної газової хроматографії. Теплові ушкодження, що викликають розшарування структури CFRP, можуть бути виявлені неозброєним оком, оскільки змінюється геометрія зразка CFRP через відповідну зміну щільності компонент. Проте слід зауважити, що таким чином складно виявити

початок термічного розкладання, коли відбуваються тільки хімічні зміни в матриці (смолі) композиту без зміни його об'єму.

Звичайні методи неруйнівного контролю не дозволяють виявляти й оцінювати вплив термічної деградації на якість адгезивних поверхонь перед склеюванням і довговічність уже виготовлених композитних структур. Тому для вирішення проблеми необхідно розробити нові передові методи і технології для діагностики таких структур. До числа таких методів належить лазерно-флуоресцентна спектроскопія. Найбільш помітний ефект для цієї техніки спостерігався при збудженні лазером з довжиною хвилі 532 нм, за допомогою якого реєструвалося збільшення інтенсивності флуоресценції при нагріванні зразка CFRP до 210° С [264].

Використання слабorozвиненої сфери застосування ЕМ-хвиль ТГц-діапазону (0,1...10 ТГц) є перспективним для неруйнівного контролю композиційних матеріалів, оскільки терагерцове випромінювання має більшу глибину проникнення, ніж інфрачервоне, що дає можливість виявляти поверхневі дефекти, приховані порожнечі, відшаровування, механічні ушкодження [258–260]. Це відкриває перспективи щодо розроблення передових неінвазивних методів без іонізації, адаптованих для характеристик склеєних структур і адгезивних поверхонь перед склеюванням, тим самим долаючи обмеження традиційних методів неруйнівного контролю.

Зміна властивостей компаунду в процесі нагрівання призводить до зміщення інтерференційного мінімуму амплітудно-частотної характеристики відбитого сигналу, спостережуваного при опроміненні зразка *H*-поляризованою хвилею [263]. Для аналізу впливу нагрівання на властивості компаунду було зроблено математичне моделювання CFRP і вирішено завдання розсіяння на такій структурі (див. розділ 3.5). Результати експерименту свідчать, що нагрівання CFRP понад 260 °С призводить до зміщення частоти f_0 інтерференційного мінімуму (див. рис. 3.5.3) коефіцієнта відбиття у бік високих частот (рис. 3.5.6). Зсув

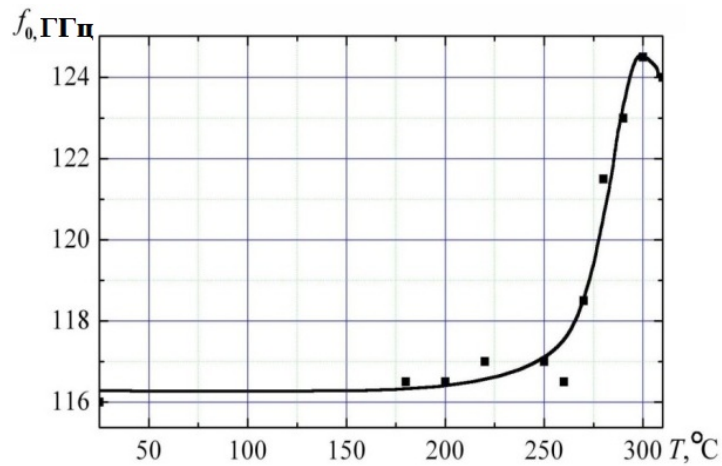


Рис. 3.5.6 - Залежність частоти інтерференційного мінімуму від температури нагрівання зразка.

інтерференційного мінімуму може бути пов'язаний з двома чинниками: зі зміною діелектричної проникності компаунду і зі зміною товщини зразка в процесі нагрівання. На рис. 3.5.7 представлено експериментальні залежності відносної зміни частоти інтерференційного мінімуму (суцільна лінія) і товщини (пунктирна лінія) зразка CFRP від температури в процесі його нагрівання. Як можна

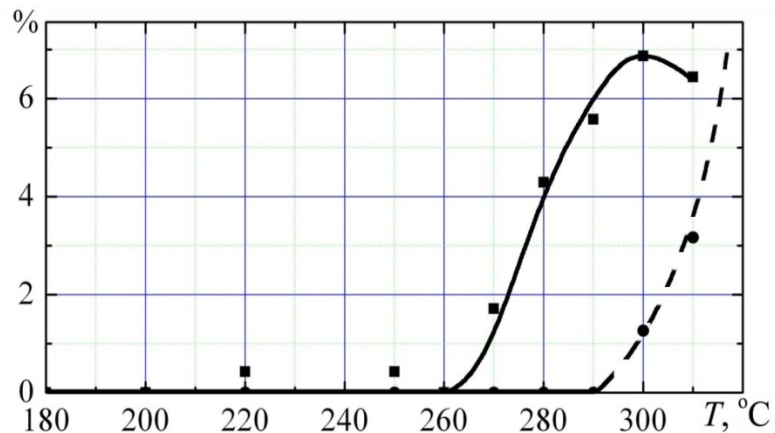


Рис. 3.5.7 - Відносна зміна частоти інтерференційного мінімуму (суцільна лінія) і товщини (пунктирна лінія) зразка CFRP в процесі його нагрівання.

бачити, тільки починаючи з 300 °C, коли спостерігається механічне руйнування зразка, зміна частоти інтерференційного мінімуму пов'язана з впливом обох

чинників. На ділянці температур від 260 °С до 290 °С основний внесок у зміну частоти інтерференційного мінімуму обумовлено зміною діелектричної проникності наповнювача. На рис. 3.5.8 наведено розраховану за методом інтегральних функціоналів діелектричну проникність зразка CFRP при заданих значеннях частоти інтерференційного мінімуму (чорний колір) і її усереднення поліномом першого порядку (червоний колір).

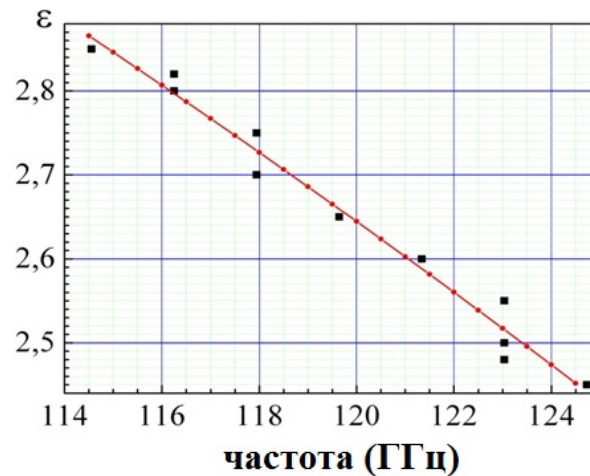


Рис. 3.5.8 - Частотна залежність розрахованої діелектричної проникності зразка CFRP.

Виходячи з представлених на рис. 3.5.8 результатів моделювання, а також експериментальної залежності на рис. 3.5.6, була побудована залежність діелектричної проникності компаунду зразка CFRP від температури його нагріву (рис. 3.5.9). Таким чином, фактично було розв'язано зворотну задачу. Як можна бачити, діелектрична проникність зменшується на 12 %, якщо температура нагріву перевищує 250 °С.

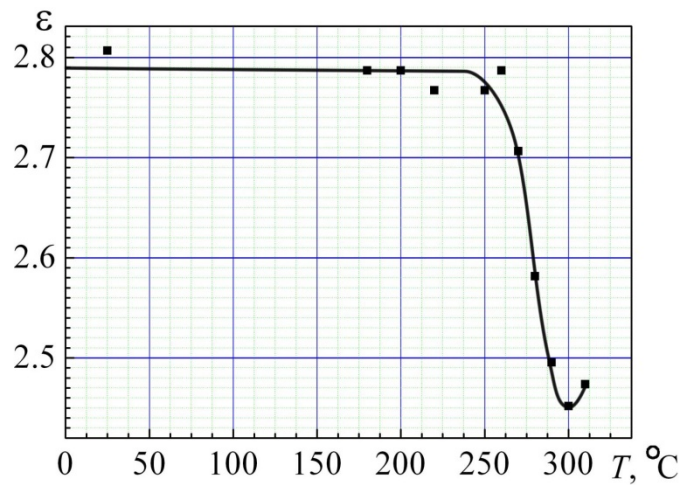


Рис. 3.5.9 - Залежність діелектричної проникності компаунду зразка CFRP від температури його нагріву.

Проведені дослідження дозволили визначити межі застосування субтерагерцового поляризаційно-частотного рефлектометричного методу для оцінювання впливу температури нагріву на зразок CFRP за зміною коефіцієнта відбиття випромінювання від його поверхні.

3.6. В и с н о в к и д о р о з д і л у 3

Розроблено нові рекурсивні схеми розв’язання в частотній області векторних задач розсіювання плоских *ЕМ*-хвиль на багатошаровій двоперіодичній магнітодіелектричній структурі у багатомодовому режимі на основі методу інтегральних функціоналів. Це дало можливість:

- запропонувати і дослідити новий клас періодичних структур, що являють собою ідеально провідні екрани із співвісними отворами, в яких можливий режим збудження замкненої моди. Такі структури можуть бути використані як дихроїчні частотні фільтри на високодобротних резонансах замкненої і ґраткової мод;
- теоретично передбачити, вивчити та експериментально підтвердити існування резонансу відбиття/проходження в схрещених решітках; уперше показати можливість керування резонансними властивостями такої структури в надширокому частотному діапазоні шляхом простої зміни кута схрещування;
- запропонувати і дослідити новий клас метаматеріалів на основі періодично розташованих квадратних спіралей у діелектричному шарі, які обертають площину поляризації *ЕМ*-хвиль;
- розробити нову теоретичну модель існуючого композиту, який являє собою армований вуглепластик; за допомогою запропонованої моделі провести дослідження і дати рекомендації щодо виявлення термічної деградації таких вуглепластиків.

РОЗДІЛ 4

РОЗСІЯННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ НА ДВОПЕРІОДИЧНОМУ ГІРОТРОПНОМУ ШАРІ. БАГАТОМОДОВЕ РОЗВ'ЯЗАННЯ

Характеристики полів, що поширюються у невзаємних середовищах, таких як ферити і плазма, які перебувають у магнітному полі, відіграють велику роль у техніці оптичного та мікрохвильового діапазонів унаслідок своїх унікальних властивостей – обертання площини поляризації (обертання Фарадея), подвійне променезаломлення тощо. У матеріалах, таких як намагнічені постійним полем ферити, магнітна проникність описується гіромагнітним тензором у мікрохвильовій області частот. У намагнічених плазмоподібних матеріалах діелектрична проникність описується гіроелектричним тензором у мікрохвильовій і оптичній областях спектра. Ці матеріали використовуються для розроблення різних невзаємних пристроїв – фазообертачів, фазових зсувачів, поляризаторів тощо [265–267].

До числа таких природних матеріалів належать гранати заліза, що поєднують у собі магнітооптичні властивості, зокрема, обертання Фарадея (Faraday rotation, FR), з високим оптичним пропусканням у видимому і інфрачервоному діапазонах довжин хвиль [268, 269]. Легування вісмутом посилює FR у гранатах заліза [270]. Гранатові плівки і кристали, які мають властивості FR, ймовірно, є найбільш перспективними матеріалами для магнітооптичних датчиків, заснованих на ефекті Фарадея.

Поряд із зовнішніми впливами, змінювати властивості матеріалів можна шляхом їх періодичної модуляції, яка використовується для створення метаматеріалів [271]. Найпростішим прикладом такої модуляції є періодична перфорація отворами, такими як коло, квадрат та ін. [272].

За останні кілька років тільки в декількох роботах були запропоновані строгі методи розрахунку розсіювання від двоперіодичних гіротропних структур з істотними спрощеннями для усунення громіздкості алгоритму [273–275]. Наявні

теорії, розроблені ще кілька десятиліть тому, на основі яких можна обчислювати електромагнітне розсіювання від періодичних структур, що вироблені з анізотропних матеріалів, не забезпечують прийнятний аналіз конкретних структур через неефективність обчислювальних алгоритмів, заснованих на узагальнених розв'язках [276, 277]. Розділ написаний за результатами, які оприлюднені в роботах [10, 15, 29, 30, 37, 41, 42].

4.1. Метод інтегральних функціоналів у задачах розсіювання електромагнітних хвиль на двоперіодичному гіромагнітному шарі

Ми розглядаємо багатомодове розв'язання задачі розсіювання плоскої хвилі на двоперіодичному гіромагнітному шарі методом інтегральних функціоналів, що заснований на строгих інтегральних рівняннях макроскопічної електродинаміки [278]. У випадку, коли довжина хвилі падаючого поля порівнянна з періодом опромінюваного шару, результуючі матричні рівняння мають великі порядки і можуть бути розв'язані тільки чисельно.

Геометрію задачі проілюстровано на рис. 4.1.1: *TM*-хвиля, яка має одиничну амплітуду, падає з півпростору $z < 0$ на двоперіодичний нескінченний шар, розташований у вільному просторі, під довільним кутом щодо осі z . Вважаємо, що α – це кут між віссю і вектором магнітного поля $\vec{H}_0$, який лежить у площині шару. Елементарна періодична комірка з періодами L_x та L_y вздовж осей x і y відповідно, завтовшки h , складається із сегментів-паралелепіпедів, що характеризуються комплексною відносною діелектричною проникністю і тензорною магнітною проникністю. Тензорна магнітна проникність і діелектрична проникність j -го сегмента у напрямку x і f -го сегмента у напрямку y позначені $\overline{\varepsilon}^{jf}$ і $\overline{\mu}^{jf}$ відповідно.

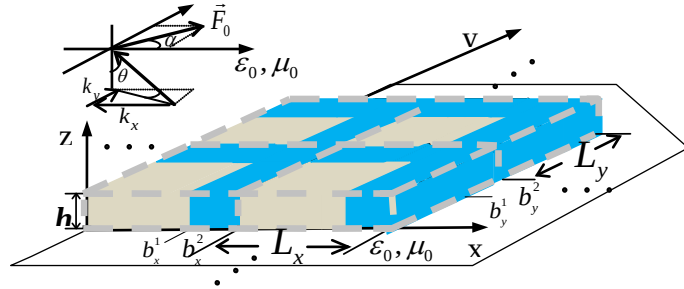


Рис. 4.1.1 – Двоперіодичний гіротропний шар завтовшки h , освітлений TE - або TM -поляризованою плоскої хвилею. Показано чотири елементарні комірки нескінченного двоперіодичного шару. Різні кольори заливки позначають різні значення діелектричної і магнітної проникностей різних сегментів елементарної комірки

$$\overline{\overline{\mu}}^{jf} = \begin{bmatrix} \mu^{jf} & -i\mu_g^{jf} & 0 \\ i\mu_g^{jf} & \mu^{jf} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_z^{jf} \end{bmatrix}, \quad \overline{\overline{\epsilon}}^{jf} = \begin{bmatrix} \epsilon^{jf} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon^{jf} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon^{jf} \end{bmatrix}. \quad (4.1.1)$$

Еквівалентні електричний $\mathbf{J}^{e,jf}(x, y, z)$ і магнітний $\mathbf{J}^{h,jf}(x, y, z)$ струми поляризації на кожному сегменті елементарної комірки (сегменти позначено різними кольорами на рис. 4.1.1) пов'язані з електричним і магнітним полями за допомогою таких виразів:

$$\overline{J}^{e,jf}(x, y, z) = \begin{cases} (\epsilon_{jf} - 1)E^{jf} \neq 0 \\ \text{якщо } b_x^{j-1} \leq x \leq b_x^j, b_y^{f-1} \leq y \leq b_y^f \\ 0, \text{ на будь-якому іншому сегменті комірки.} \end{cases} \quad (4.1.2)$$

$$\overline{J}^{m,jf}(x, y, z) = \begin{cases} J_x^{m,jf} = (\mu_{jf} - 1)H_x^{jf} - i\mu_{g,jf}H_y^{jf} \neq 0, \\ J_y^{m,jf} = i\mu_{g,jf}H_x^{jf} + (\mu_{jf} - 1)H_y^{jf} \neq 0, \\ J_z^{m,jf} = (\mu_{z,jf} - 1)H_z^{jf} \neq 0, \\ \text{якщо } b_x^{j-1} \leq x \leq b_x^j, b_y^{f-1} \leq y \leq b_y^f, \\ 0, \text{ на будь-якому іншому сегменті комірки.} \end{cases} \quad (4.1.3)$$

Дотримуючись алгоритму, який подано в розділі 2.3, інтегральні рівняння можна записати таким чином:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon^{jf} E_x^{jf}(\mathbf{r}) \\ \varepsilon^{jf} E_y^{jf}(\mathbf{r}) \\ E_z^{jf}(\mathbf{r}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{0x}(\mathbf{r}) \\ E_{0y}(\mathbf{r}) \\ E_{0z}(\mathbf{r}) \end{pmatrix} + \frac{ik}{4\pi} \int_V \begin{pmatrix} 0 & -\frac{\partial G}{\partial z} & \frac{\partial G}{\partial y} \\ \frac{\partial G}{\partial z} & 0 & -\frac{\partial G}{\partial x} \\ -\frac{\partial G}{\partial y} & \frac{\partial G}{\partial x} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_x^h(\mathbf{r}') \\ J_y^h(\mathbf{r}') \\ J_z^h(\mathbf{r}') \end{pmatrix} d\mathbf{r}' \\ + \frac{1}{4\pi} \int_V \begin{pmatrix} -\frac{\partial^2 G}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 G}{\partial z^2} & \frac{\partial^2 G}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 G}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 G}{\partial y \partial x} & -\frac{\partial^2 G}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 G}{\partial z^2} & \frac{\partial^2 G}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 G}{\partial z \partial x} & \frac{\partial^2 G}{\partial z \partial y} & k^2 G + \frac{\partial^2 G}{\partial z^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_x^e(\mathbf{r}') \\ J_y^e(\mathbf{r}') \\ J_z^e(\mathbf{r}') \end{pmatrix} d\mathbf{r}' \quad (4.1.4)$$

$$\begin{pmatrix} \mu^{jf} H_x^{jf}(\mathbf{r}) - i\mu_g^{jf} H_y^{jf}(\mathbf{r}) \\ \mu^{jf} H_y^{jf}(\mathbf{r}) + i\mu_g^{jf} H_x^{jf}(\mathbf{r}) \\ H_z^{jf}(\mathbf{r}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_{0x}(\mathbf{r}) \\ H_{0y}(\mathbf{r}) \\ H_{0z}(\mathbf{r}) \end{pmatrix} - \frac{ik}{4\pi} \int_V \begin{pmatrix} 0 & -\frac{\partial G}{\partial z} & \frac{\partial G}{\partial y} \\ \frac{\partial G}{\partial z} & 0 & -\frac{\partial G}{\partial x} \\ -\frac{\partial G}{\partial y} & \frac{\partial G}{\partial x} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_x^e(\mathbf{r}') \\ J_y^e(\mathbf{r}') \\ J_z^e(\mathbf{r}') \end{pmatrix} d\mathbf{r}' \\ + \frac{1}{4\pi} \int_V \begin{pmatrix} -\frac{\partial^2 G}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 G}{\partial z^2} & \frac{\partial^2 G}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 G}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 G}{\partial y \partial x} & -\frac{\partial^2 G}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 G}{\partial z^2} & \frac{\partial^2 G}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 G}{\partial z \partial x} & \frac{\partial^2 G}{\partial z \partial y} & k^2 G + \frac{\partial^2 G}{\partial z^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_x^h(\mathbf{r}') \\ J_y^h(\mathbf{r}') \\ J_z^h(\mathbf{r}') \end{pmatrix} d\mathbf{r}'. \quad (4.1.5)$$

Рівняння (4.1.4) і (4.1.5) розв'язуються для того, щоб визначити розсіяне поле всередині двоперіодичного гіротропного шару. Оскільки не можна виділити хвилі однієї поляризації всередині шару, усі шість компонент електромагнітного поля мають розглядатися одночасно.

Використовуючи теорему Флоке для визначення струмів поляризації (2.3.7)–(2.3.9) і розкладення функції Гріна вільного простору в інтеграл за плоскими

хвилями (2.3.10), визначасмо вираз для інтегральних функціоналів (2.3.13), дотримуючись методу Гальоркіна. У результаті отримуємо систему диференціальних рівнянь для невідомих інтегральних функціоналів $\mathbf{I}_{jf,pq}^{e(h)}(z)$ у вигляді

$$\begin{pmatrix} \frac{\varepsilon^{jf}}{(\varepsilon^{jf}-1)} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \kappa_{pq}^2 \right) I_{x,jf,pq}^e(z) \\ \frac{\varepsilon^{jf}}{(\varepsilon^{jf}-1)} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \kappa_{pq}^2 \right) I_{y,jf,pq}^e(z) \\ \frac{1}{(\varepsilon^{jf}-1)} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \kappa_{pq}^2 \right) I_{z,jf,pq}^e(z) \end{pmatrix} = 2i\alpha_{j,p}\alpha_{f,q} \begin{pmatrix} E_{0x} e^{ik_z z} \\ E_{0y} e^{ik_z z} \\ E_{0z} e^{ik_z z} \end{pmatrix} - \sum_{s=-\infty}^{\infty} \sum_{r=-\infty}^{\infty} \alpha_{j,p-r} \alpha_{f,q-s} \mathbf{M}_{rs}^e(z) \quad (4.1.6)$$

$$\begin{pmatrix} \frac{(\mu^{jf}(\mu^{jf}-1) - (\mu_g^{jf})^2) \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \kappa_{pq}^2 \right) I_{x,jf,pq}^h(z) + i\mu_g^{jf} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \kappa_{pq}^2 \right) I_{y,jf,pq}^h(z)}{(\mu^{jf}-1)^2 - (\mu_g^{jf})^2} \\ \frac{(\mu^{jf}(\mu^{jf}-1) - (\mu_g^{jf})^2) \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \kappa_{pq}^2 \right) I_{y,jf,pq}^h(z) - i\mu_g^{jf} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \kappa_{pq}^2 \right) I_{x,jf,pq}^h(z)}{(\mu^{jf}-1)^2 - (\mu_g^{jf})^2} \\ \frac{1}{(\mu^{jf}-1)} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \kappa_{pq}^2 \right) I_{z,jf,pq}^h(z) \end{pmatrix} =$$

$$= 2i\alpha_{j,p}\alpha_{f,q} \begin{pmatrix} H_{0x} e^{ik_z z} \\ H_{0y} e^{ik_z z} \\ H_{0z} e^{ik_z z} \end{pmatrix} - \sum_{s=-\infty}^{\infty} \sum_{r=-\infty}^{\infty} \alpha_{j,p-r} \alpha_{f,q-s} \mathbf{M}_{rs}^h(z), \quad (4.1.7)$$

де

$$\mathbf{M}_{rs}^{e(h)}(z) = \begin{pmatrix} \gamma_{rs}^2 - \frac{\partial^2}{\partial z^2} & -\xi_r \gamma_{rs} & i\xi_r \frac{\partial}{\partial z} \\ -\gamma_{rs} \xi_r & \xi_r^2 - \frac{\partial^2}{\partial z^2} & i\gamma_{rs} \frac{\partial}{\partial z} \\ i\xi_r \frac{\partial}{\partial z} & i\gamma_{rs} \frac{\partial}{\partial z} & k^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{x,rs}^{e(h)}(z) \\ I_{y,rs}^{e(h)}(z) \\ I_{z,rs}^{e(h)}(z) \end{pmatrix} \pm ik \begin{pmatrix} 0 & -\frac{\partial}{\partial z} & i\gamma_{rs} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & -i\xi_r \\ -i\gamma_{rs} & i\xi_r & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{x,rs}^{h(e)}(z) \\ I_{y,rs}^{h(e)}(z) \\ I_{z,rs}^{h(e)}(z) \end{pmatrix}$$

Після низки алгебричних перетворень, таких само, як у розділі 2.3, маємо такі співвідношення між спектрами густини струму поляризації для двох різних сегментів періодичної комірки:

$$\frac{(\mu^{jf}(\mu^{jf} - 1) - (\mu_g^{jf})^2)\tilde{\mathbf{F}}_{x,jf}^h(z) + i\mu_g^{jf}\tilde{\mathbf{F}}_{y,jf}^h(z)}{(\mu^{jf} - 1)^2 - (\mu_g^{jf})^2} = \mathbf{A}_{jf}\mathbf{A}_{kl}^{-1} \cdot \frac{(\mu^{kl}(\mu^{kl} - 1) - (\mu_g^{kl})^2)\tilde{\mathbf{F}}_{x,kl}^h(z) + i\mu_g^{kl}\tilde{\mathbf{F}}_{y,kl}^h(z)}{(\mu^{kl} - 1)^2 - (\mu_g^{kl})^2}, \quad (4.1.8)$$

$$\frac{-i\mu_g^{jf}\tilde{\mathbf{F}}_{x,jf}^h(z) + (\mu^{jf}(\mu^{jf} - 1) - (\mu_g^{jf})^2)\tilde{\mathbf{F}}_{y,jf}^h(z)}{(\mu^{jf} - 1)^2 - (\mu_g^{jf})^2} = \mathbf{A}_{jf}\mathbf{A}_{kl}^{-1} \cdot \frac{-i\mu_g^{kl}\tilde{\mathbf{F}}_{x,kl}^h(z) + (\mu^{kl}(\mu^{kl} - 1) - (\mu_g^{kl})^2)\tilde{\mathbf{F}}_{y,kl}^h(z)}{(\mu^{kl} - 1)^2 - (\mu_g^{kl})^2}, \quad (4.1.9)$$

де

$$\tilde{\mathbf{F}}_{z,jf}^h(z) = \frac{\mu^{jf} - 1}{\mu^{kl} - 1} \mathbf{A}_{jf}\mathbf{A}_{kl}^{-1} \cdot \tilde{\mathbf{F}}_{z,kl}^h(z), \quad (4.1.10)$$

$$\mathbf{A}_{jf} = [\alpha_{j,p-r}\alpha_{f,q-s}]. \quad (4.1.11)$$

Подібні співвідношення для електричних струмів поляризації $\tilde{\mathbf{F}}_{\nu,jf}^e(z)$ можуть бути отримані у вигляді таких виразів:

$$\tilde{\mathbf{F}}_{x(y),jf}^e(z) = \frac{\varepsilon^{kl}(\varepsilon^{jf} - 1)}{\varepsilon^{jf}(\varepsilon^{kl} - 1)} \mathbf{A}_{jf}\mathbf{A}_{kl}^{-1} \cdot \tilde{\mathbf{F}}_{x(y),kl}^e(z), \quad (4.1.12)$$

$$\tilde{\mathbf{F}}_{z,jf}^e(z) = \frac{\varepsilon^{jf} - 1}{\varepsilon^{kl} - 1} \mathbf{A}_{jf}\mathbf{A}_{kl}^{-1} \cdot \tilde{\mathbf{F}}_{z,kl}^e(z). \quad (4.1.13)$$

Загальним розв'язком матричного неоднорідного диференціального рівняння (4.1.6), (4.1.7) є сума частинного розв'язку неоднорідного диференціального рівняння і загального розв'язку відповідного однорідного матричного диференціального рівняння. Частинні розв'язки безпосередньо пов'язані з падаючим полем плоскої хвилі, тобто просторовою гармонікою нульового порядку. Надалі ми зосередимо нашу увагу на випадку розсіяння *ТМ*-поляризованої плоскої хвилі з магнітним полем $\mathbf{H}_0 = (H_{0x}, H_{0y}, 0)$. Розв'язок для падаючої *ТЕ*-поляризованої плоскої хвилі з електричним полем $\mathbf{E}_0 = (E_{0x}, E_{0y}, 0)$ можна отримати з розв'язку для *ТМ*-поляризованої хвилі, використовуючи дуальність електричного і магнітного полів. З аналізу рівнянь (4.1.6), (4.1.7) випливає, що частинні розв'язки для *ТМ*-поляризованої хвилі можуть бути подані у вигляді:

$$I_{x(y),pq}^h = \frac{2i}{k^2} H_{0x(0y)} \delta_{p0} \delta_{q0} e^{ik_z z}, \quad I_{z,pq}^h = 0, \quad (4.1.14)$$

$$I_{x,pq}^e = I_{y,pq}^e = I_{z,pq}^e = 0. \quad (4.1.15)$$

Розв'язки однорідних диференціальних рівнянь записуються у вигляді $\tilde{\mathbf{I}}_\nu^{e(h)} = e^{\chi z} \tilde{\mathbf{W}}_\nu^{e(h)}$ ($\nu = x, y, z$), де χ – невідома константа, а $\tilde{\mathbf{W}}_\nu^{e(h)}$ – невідомий вектор-стовпець. Підставляючи ці розв'язки в (4.1.6) і (4.1.7) без падаючого поля, ми отримуємо:

$$\begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{W}}_{x,jf}^{e(h)} \\ \tilde{\mathbf{W}}_{y,jf}^{e(h)} \\ \tilde{\mathbf{W}}_{z,jf}^{e(h)} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \Gamma^2 - \chi^2 \mathbf{I} & -\Xi \Gamma & i\chi \Xi \\ -\Xi \Gamma & \Xi^2 - \chi^2 \mathbf{I} & i\chi \Gamma \\ i\chi \Xi & i\chi \Gamma & (1 + \chi^2) \mathbf{I} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{W}}_x^{e(h)} \\ \tilde{\mathbf{W}}_y^{e(h)} \\ \tilde{\mathbf{W}}_z^{e(h)} \end{pmatrix} \mp ik \begin{pmatrix} \mathbf{0} & -\chi \mathbf{I} & i\Gamma \\ \chi \mathbf{I} & \mathbf{0} & -i\Xi \\ -i\Gamma & i\Xi & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{W}}_x^{h(e)} \\ \tilde{\mathbf{W}}_y^{h(e)} \\ \tilde{\mathbf{W}}_z^{h(e)} \end{pmatrix}; \quad (4.1.16)$$

$$\Xi = \text{diag}(\xi_p \delta_{pr} \delta_{qs}), \quad \Gamma = \text{diag}(\gamma_q \delta_{pr} \delta_{qs}), \quad \mathbf{K} = \text{diag}(\kappa_{pq} \delta_{pr} \delta_{qs}); \quad (4.1.17)$$

$$\tilde{\mathbf{W}}_{x(y),jf}^e = \mathbf{A}_{jf}^{-1} (\mathbf{K}^2 + \chi^2 \mathbf{I}) \cdot \tilde{\mathbf{W}}_{x(y),jf}^e \frac{\varepsilon_{jf}}{\varepsilon_{jf} - 1}; \quad (4.1.18)$$

$$\Xi = \text{diag}(\xi_p \delta_{pr} \delta_{qs}), \quad \Gamma = \text{diag}(\gamma_q \delta_{pr} \delta_{qs}), \quad \mathbf{K} = \text{diag}(\kappa_{pq} \delta_{pr} \delta_{qs}); \quad (4.1.19)$$

$$\tilde{\mathbf{V}}_{x(y),jf}^e = \mathbf{A}_{jf}^{-1}(\mathbf{K}^2 + \chi^2 \mathbf{I}) \cdot \tilde{\mathbf{W}}_{x(y),jf}^e \frac{\varepsilon_{jf}}{\varepsilon_{jf} - 1}, \tilde{\mathbf{V}}_{z,jf}^e = \mathbf{A}_{jf}^{-1}(\mathbf{K}^2 + \chi^2 \mathbf{I}) \cdot \tilde{\mathbf{W}}_{z,jf}^e \frac{1}{\varepsilon_{jf} - 1}; \quad (4.1.20)$$

$$\tilde{\mathbf{V}}_{x,jf}^h = \mathbf{A}_{jf}^{-1}((\mathbf{K}^2 + \chi^2 \mathbf{I}) \cdot \tilde{\mathbf{W}}_{x,jf}^h \frac{\mu_{jf}^{jf}(\mu_{jf}^{jf} - 1) - (\mu_g^{jf})^2}{(\mu_{jf}^{jf} - 1)^2 - (\mu_g^{jf})^2} + (\mathbf{K}^2 + \chi^2 \mathbf{I}) \cdot \tilde{\mathbf{W}}_{y,jf}^h \frac{i\mu_g^{jf}}{(\mu_{jf}^{jf} - 1)^2 - (\mu_g^{jf})^2}); \quad (4.1.21)$$

$$\tilde{\mathbf{V}}_{y,jf}^h = \mathbf{A}_{jf}^{-1}((\mathbf{K}^2 + \chi^2 \mathbf{I}) \cdot \tilde{\mathbf{W}}_{x,jf}^h \frac{-i\mu_g^{jf}}{(\mu_{jf}^{jf} - 1)^2 - (\mu_g^{jf})^2} + (\mathbf{K}^2 + \chi^2 \mathbf{I}) \cdot \tilde{\mathbf{W}}_{y,jf}^h \frac{\mu_{jf}^{jf}(\mu_{jf}^{jf} - 1) - (\mu_g^{jf})^2}{(\mu_{jf}^{jf} - 1)^2 - (\mu_g^{jf})^2}); \quad (4.1.22)$$

$$\tilde{\mathbf{V}}_{z,jf}^h = \mathbf{A}_{jf}^{-1}(\mathbf{K}^2 + \chi^2 \mathbf{I}) \cdot \tilde{\mathbf{W}}_{z,jf}^h \frac{1}{\mu_{jf}^{jf} - 1}. \quad (4.1.23)$$

Тут Ξ , Γ та $\mathbf{K}$ – діагональні матриці розміром $(2N+1)^2 \times (2N+1)^2$ з індексованими елементами, матриця $\mathbf{A}_{jf}$ визначається виразом (4.1.11), $\mathbf{I}$ – одинична матриця. Вираз для спектральної густини струмів поляризації на сегменті та на періодичній комірниці записується в такий спосіб:

$$F_{\nu,jf,pq}^{e(h)}(z) = \frac{1}{2i}(\chi^2 + \kappa_{pq}^2)I_{\nu,jf,pq}^{e(h)}(z) \quad (\nu = x, y, z); \quad (4.1.24)$$

$$F_{\nu,pq}^{e(h)}(z) = \sum_{f=1}^{M_y} \sum_{j=1}^{M_x} F_{\nu,jf,pq}^{e(h)} = \frac{1}{2i}(\chi^2 + \kappa_{pq}^2)I_{\nu,pq}^{e(h)}(z) \quad (\nu = x, y, z). \quad (4.1.25)$$

Підставляючи (4.1.24) у вирази (4.1.8)–(4.1.13), отримуємо такі співвідношення:

$$(\mathbf{K}^2 + \chi^2 \mathbf{I})\tilde{\mathbf{W}}_{x(y),kl}^e = \mathbf{A}_{kl} \frac{\varepsilon^{kl} - 1}{\varepsilon^{kl}} \cdot \mathbf{A}_{jf}^{-1}(\mathbf{K}^2 + \chi^2 \mathbf{I})\tilde{\mathbf{W}}_{x(y),jf}^e \frac{\varepsilon_{jf}}{(\varepsilon_{jf} - 1)}; \quad (4.1.26)$$

$$(\mathbf{K}^2 + \chi^2 \mathbf{I})\tilde{\mathbf{W}}_{z,kl}^e = \mathbf{A}_{kl}(\varepsilon^{kl} - 1) \cdot \mathbf{A}_{jf}^{-1}(\mathbf{K}^2 + \chi^2 \mathbf{I})\tilde{\mathbf{W}}_{z,jf}^e (\varepsilon_{jf} - 1)^{-1}; \quad (4.1.27)$$

$$\begin{pmatrix} (\mathbf{K}^2 + \chi^2 \mathbf{I})\tilde{\mathbf{W}}_{x,kl}^h \\ (\mathbf{K}^2 + \chi^2 \mathbf{I})\tilde{\mathbf{W}}_{y,kl}^h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{kl}^{-1} \mathbf{a}^{kl} & \mathbf{A}_{kl}^{-1} \mathbf{b}^{kl} \\ -\mathbf{A}_{kl}^{-1} \mathbf{b}^{kl} & \mathbf{A}_{kl}^{-1} \mathbf{a}^{kl} \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{jf}^{-1} \mathbf{a}^{jf} & \mathbf{A}_{jf}^{-1} \mathbf{b}^{jf} \\ -\mathbf{A}_{jf}^{-1} \mathbf{b}^{jf} & \mathbf{A}_{jf}^{-1} \mathbf{a}^{jf} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (\mathbf{K}^2 + \chi^2 \mathbf{I})\tilde{\mathbf{W}}_{x,jf}^h \\ (\mathbf{K}^2 + \chi^2 \mathbf{I})\tilde{\mathbf{W}}_{y,jf}^h \end{pmatrix}, \quad (4.1.28)$$

$$\text{де } \mathbf{a}^{kl} = \frac{\mu^{kl}(\mu^{kl} - 1) - (\mu_g^{kl})^2}{(\mu^{kl} - 1)^2 - (\mu_g^{kl})^2}, \quad \mathbf{b}^{kl} = \frac{i\mu_g^{kl}}{(\mu^{kl} - 1)^2 - (\mu_g^{kl})^2},$$

$$(\mathbf{K}^2 + \chi^2 \mathbf{I}) \tilde{\mathbf{W}}_{z,kl}^h = \mathbf{A}_{kl} (\mu^{kl} - 1) \cdot \mathbf{A}_{jf}^{-1} (\mathbf{K}^2 + \chi^2 \mathbf{I}) \tilde{\mathbf{W}}_{z,jf}^h (\mu^{jf} - 1)^{-1}. \quad (4.1.29)$$

Рівняння (4.1.16) підсумовується за всіма сегментами елементарної комірки з використанням (4.1.26)–(4.1.29). Враховуючи, що $\tilde{\mathbf{I}}_\nu^{e(h)}(z) = \sum_{f=1}^{M_y} \sum_{j=1}^{M_x} \tilde{\mathbf{I}}_{\nu,jf}^{e(h)}(z) = e^{\chi z} \tilde{\mathbf{W}}_\nu^{e(h)}$ ($\nu=x, y, z$), характеристичне рівняння для визначення χ , $\tilde{\mathbf{W}}_\nu^e$ та $\tilde{\mathbf{W}}_\nu^h$ має такий вигляд:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{D}_x^e & -\Xi \Gamma & i\chi \Xi & \mathbf{0} & -i\chi \mathbf{I} & -\Gamma \\ -\Xi \Gamma & \mathbf{D}_y^e & i\chi \Gamma & i\chi \mathbf{I} & \mathbf{0} & \Xi \\ i\chi \Xi & i\chi \Gamma & \mathbf{D}_z^e & \Gamma & -\Xi & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & i\chi \mathbf{I} & \Gamma & \mathbf{D}_x^h & \tilde{\mathbf{D}}_y^h & i\chi \Xi \\ -i\chi \mathbf{I} & \mathbf{0} & -\Xi & \tilde{\mathbf{D}}_x^h & \mathbf{D}_y^h & i\chi \Gamma \\ -\Gamma & \Xi & \mathbf{0} & i\chi \Xi & i\chi \Gamma & \mathbf{D}_z^h \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{W}}_x^e \\ \tilde{\mathbf{W}}_y^e \\ \tilde{\mathbf{W}}_z^e \\ \tilde{\mathbf{W}}_x^h \\ \tilde{\mathbf{W}}_y^h \\ \tilde{\mathbf{W}}_z^h \end{pmatrix} = \mathbf{0}. \quad (4.1.30)$$

$$\text{Тут } \mathbf{D}_x^e = \mathbf{B}_x^e (\mathbf{K}^2 + \chi^2 \mathbf{I}) + (\Gamma^2 - \chi^2 \mathbf{I}), \mathbf{D}_y^e = \mathbf{B}_y^e (\mathbf{K}^2 + \chi^2 \mathbf{I}) + (\Xi^2 - \chi^2 \mathbf{I}); \quad (4.1.31)$$

$$\mathbf{D}_z^{e(h)} = \mathbf{B}_z^{e(h)} (\mathbf{K}^2 + \chi^2 \mathbf{I}) + (1 + \chi^2) \mathbf{I}, \mathbf{D}_x^h = \mathbf{B}_x^h (\mathbf{K}^2 + \chi^2 \mathbf{I}) + (\Gamma^2 - \chi^2 \mathbf{I}); \quad (4.1.32)$$

$$\tilde{\mathbf{D}}_y^h = \mathbf{B}_y^h (\mathbf{K}^2 + \chi^2 \mathbf{I}) - \Xi \Gamma, \quad \tilde{\mathbf{D}}_x^h = -\mathbf{B}_y^h (\mathbf{K}^2 + \chi^2 \mathbf{I}) - \Xi \Gamma; \quad (4.1.33)$$

$$\mathbf{D}_y^h = \mathbf{B}_x^h (\mathbf{K}^2 + \chi^2 \mathbf{I}) + (\Xi^2 - \chi^2 \mathbf{I}); \quad (4.1.34)$$

$$\mathbf{C}_{11} = \sum_{f=1}^{M_y} \sum_{j=1}^{M_x} \mathbf{A}_{jf} \left(\frac{a^{jf}}{(a^{jf})^2 + (b^{jf})^2} \right), \quad \mathbf{C}_{12} = \sum_{f=1}^{M_y} \sum_{j=1}^{M_x} \mathbf{A}_{jf} \left(\frac{-b^{jf}}{(a^{jf})^2 + (b^{jf})^2} \right); \quad (4.1.35)$$

$$\mathbf{B}_x^e = \mathbf{B}_y^e = \left(\sum_{f=1}^{M_y} \sum_{j=1}^{M_x} \frac{(\varepsilon_{jf} - 1)}{\varepsilon_{jf}} \mathbf{A}_{jf} \right)^{-1}, \quad \mathbf{B}_z^e = \left(\sum_{f=1}^{M_y} \sum_{j=1}^{M_x} (\varepsilon_{jf} - 1) \mathbf{A}_{jf} \right)^{-1}; \quad (4.1.36)$$

$$\mathbf{B}_x^h = (\mathbf{C}_{11} + \mathbf{C}_{12} \mathbf{C}_{11}^{-1} \mathbf{C}_{12})^{-1}, \mathbf{B}_y^h = -\mathbf{C}_{11}^{-1} \mathbf{C}_{12} \mathbf{B}_x^h, \mathbf{B}_z^h = \left(\sum_{f=1}^{M_y} \sum_{j=1}^{M_x} (\mu_{jf} - 1) \mathbf{A}_{jf} \right)^{-1}. \quad (4.1.37)$$

Рівняння (4.1.30) розв'язується методом послідовного виключення невідомих. Після прямих алгебричних перетворень характеристичне рівняння (4.1.30) зводиться до 2×2 матричних рівнянь блочного типу для $\tilde{\mathbf{W}}_x^h$ і $\tilde{\mathbf{W}}_y^h$:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{D}_1 & \mathbf{D}_2 \\ \mathbf{D}_3 & \mathbf{D}_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{W}}_x^h \\ \tilde{\mathbf{W}}_y^h \end{bmatrix} = \chi^2 \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{W}}_x^h \\ \tilde{\mathbf{W}}_y^h \end{bmatrix}. \quad (4.1.38)$$

Хоча деталі блоків матриці $\mathbf{D}_1, \mathbf{D}_2, \mathbf{D}_3, \mathbf{D}_4$ розміром $(2N+1)^2 \times (2N+1)^2$ тут не подані, вони подаються через матриці $\Xi, \Gamma, \mathbf{K}$ і $\mathbf{B}_\nu^{e(h)}$ ($\nu = x, y, z$), які визначаються за допомогою рівнянь (4.1.17), (4.1.35)–(4.1.37). Отже, невідома константа χ і вектори-стовпці $\tilde{\mathbf{W}}_x^h$ і $\tilde{\mathbf{W}}_y^h$ є власними значеннями і власними векторами 2×2 блокової матриці (4.1.38). Інші невідомі вектори-стовпці $\tilde{\mathbf{W}}_z^e, \tilde{\mathbf{W}}_x^e, \tilde{\mathbf{W}}_y^e$ і $\tilde{\mathbf{W}}_z^h$ пов'язані з $\tilde{\mathbf{W}}_x^h$ та $\tilde{\mathbf{W}}_y^h$ через рівняння (4.1.30). Використовуючи розв'язки рівнянь (4.1.38) і (4.1.30), а також частинні розв'язки (4.1.14) і (4.1.15), можна отримати загальні розв'язки для інтегральних функціоналів, що задовольняють (4.1.6) і (4.1.7). Вирази для розсіяних полів отримуються аналогічно до того, як це було описано вище у розділі 2.3.2. Для задач розсіяння на багат шаровій двоперіодичній структурі, яку виготовлено з анізотропних матеріалів, придатні алгоритми, запропоновані в розділі 3.

4.1.1. Розсіювання на гіромагнітному дво періодичному шарі при $L/\lambda \ll 1$

У випадку довгохвильового наближення, тобто коли період структури набагато менший довжини хвилі, і поле залишається практично постійним на всьому її періоді (квазістатичний режим), для отримання розв'язку досить розглянути основну моду багатомодового зображення поля. Тоді для квазістатичного режиму розв'язок задачі можна отримати аналітично. Якщо

довжина хвилі відповідає умові квазістатичного режиму $L / \lambda \ll 1$, у виразах для компонент зовнішніх (внутрішніх) полів розсіювання враховується тільки нульова просторова гармоніка. В областях поширення їй відповідають одна плоска хвиля, що пройшла, і одна плоска відбита хвиля. Тому в розкладенні розсіяних полів у ряд Фур'є–Флоке покладемо $p = r = s = q = 0$. Отже, ми отримаємо співвідношення між компонентами поляризаційного струму різних сегментів (kl та jf) (4.1.8)–(4.1.10) у такому вигляді:

$$\begin{pmatrix} s^{kl} & t^{kl} & 0 \\ -t^{kl} & s^{kl} & 0 \\ 0 & 0 & u^{kl} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_{x,00}^{h,kl} \\ F_{y,00}^{h,kl} \\ F_{z,00}^{h,kl} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s^{jf} & t^{jf} & 0 \\ -t^{jf} & s^{jf} & 0 \\ 0 & 0 & u^{jf} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_{x,00}^{h,jf} \\ F_{y,00}^{h,jf} \\ F_{z,00}^{h,jf} \end{pmatrix}; \quad (4.1.39)$$

$$\begin{cases} s^{kl} = [a_0^k a_0^l]^{-1} \frac{\mu^{kl}(\mu^{kl}-1) - (\mu_g^{kl})^2}{(\mu^{kl}-1)^2 - (\mu_g^{kl})^2} \\ t^{kl} = [a_0^k a_0^l]^{-1} \frac{i\mu_g^{kl}}{(\mu^{kl}-1)^2 - (\mu_g^{kl})^2} \\ u^{kl} = [a_0^k a_0^l]^{-1} \frac{1}{(\mu_z^{kl}-1)} \end{cases}; \quad (4.1.40)$$

$$F_{x(y),00}^{e,kl} = \frac{\varepsilon^{mn}(\varepsilon^{kl}-1)}{\varepsilon^{kl}(\varepsilon^{mn}-1)} [a_0^k a_0^l] [a_0^m a_0^n]^{-1} F_{x(y),00}^{e,mn}; \quad (4.1.41)$$

$$F_{z,00}^{e,kl} = \frac{\varepsilon^{kl}-1}{\varepsilon^{mn}-1} [a_0^k a_0^l] [a_0^m a_0^n]^{-1} F_{z,00}^{e,mn}, \quad (4.1.42)$$

$$\text{де} \quad a_0^j = \frac{1}{L_x} \int_{b_x^{j-1}}^{b_x^j} dx, \quad a_0^f = \frac{1}{L_y} \int_{b_y^{f-1}}^{b_y^f} dy.$$

Характеристичне рівняння (4.1.38) в такому випадку матиме вигляд біквдратного рівняння:

$$\begin{bmatrix} \tilde{A} - \chi^2 & \tilde{D} \\ \tilde{C} & \tilde{B} - \chi^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{W}_{x,00}^h \\ \tilde{W}_{y,00}^h \end{bmatrix} = 0, \quad (4.1.43)$$

де χ та $W_{\zeta,00}^{e(h)}$ є власними значеннями і власними векторами матриці 2×2 (4.1.43),

відповідно. $\tilde{W}_{x,00}^h = (\chi^2 + \kappa_{00}^2) W_{x,00}^h$, $\tilde{W}_{y,00}^h = (\chi^2 + \kappa_{00}^2) W_{y,00}^h$, $\kappa_{00} = k_z$. Усі зазначені вище величини нормовані на k_0 .

У (4.1.43)

$$\tilde{A} = (c - bd^{-1}a)^{-1}(C - bd^{-1}A), \quad \tilde{B} = (b - ca^{-1}d)^{-1}(B - ca^{-1}D), \quad (4.1.44)$$

$$\tilde{C} = (b - ca^{-1}d)^{-1}(C - ca^{-1}A), \quad \tilde{D} = (c - bd^{-1}a)^{-1}(B - bd^{-1}D), \quad (4.1.45)$$

$$A = (k_z^2 A_x^h + k_y^2 + ((A_y^e)^{-1} k_x A_z^h + k_x)(A_z^h + 1)^{-1}(k_x A_x^h - k_y A_y^h) + k_y(A_z^e + 1)^{-1}(k_y(A_x^h - 1) + k_x A_y^h), \quad (4.1.46)$$

$$B = (k_z^2 A_y^h + k_x^2 + ((A_x^e)^{-1} k_y A_z^h + k_y)(A_z^h + 1)^{-1}(k_y A_x^h + k_x A_y^h) + k_x(A_z^e + 1)^{-1}(k_x(A_x^h - 1) - k_y A_y^h), \quad (4.1.47)$$

$$C = -k_z^2 A_y^h - k_y k_x + (k_y + (A_x^e)^{-1} k_y A_z^h)(A_z^h + 1)^{-1}(k_x A_x^h - k_y A_y^h) - k_x(A_z^e + 1)^{-1}(k_y(A_x^h - 1) + k_x A_y^h), \quad (4.1.48)$$

$$D = k_z^2 A_y^h - k_y k_x + (k_x + (A_y^e)^{-1} k_x A_z^h)(A_z^h + 1)^{-1}(k_x A_y^h + k_y A_x^h) - k_y(A_z^e + 1)^{-1}(k_x(A_x^h - 1) - k_y A_y^h), \quad (4.1.49)$$

$$a = \left(I - (A_y^e)^{-1} \right) \left(I - A_x^h \right), \quad b = \left(I - (A_x^e)^{-1} \right) \left(I - A_y^h \right), \quad c = \left(I - (A_x^e)^{-1} \right) A_y^h, \quad d = \left((A_y^e)^{-1} - I \right) A_y^h. \quad (4.1.50)$$

$$A_x^h = \sum_{j,f}^M \frac{s^{jf}}{s^{jf^2} + t^{jf^2}} \left[\left(\sum_{j,f}^M \frac{s^{jf}}{s^{jf^2} + t^{jf^2}} \right)^2 + \left(\sum_{j,f}^M \frac{t^{jf}}{s^{jf^2} + t^{jf^2}} \right)^2 \right]^{-1}, \quad (4.1.51)$$

$$A_y^h = \sum_{j,f}^M \frac{t^{jf}}{s^{jf^2} + t^{jf^2}} \left[\left(\sum_{j,f}^M \frac{s^{jf}}{s^{jf^2} + t^{jf^2}} \right)^2 + \left(\sum_{j,f}^M \frac{t^{jf}}{s^{jf^2} + t^{jf^2}} \right)^2 \right]^{-1} \quad (4.1.52)$$

$$A_z^h = \left(\sum_{j,f}^M u^{jf} \right)^{-1}, \quad A_{x,y}^e = \left(\sum_{j,f}^M \frac{(\varepsilon_{jf} - 1)}{\varepsilon_{jf}} [a_0^j a_0^f] \right)^{-1}, \quad A_z^e = \left(\sum_{j,f}^M (\varepsilon_{jf} - 1) [a_0^j a_0^f] \right)^{-1}, \quad (4.1.53)$$

$k_x = -\sin \theta \sin \alpha$, $k_y = \sin \theta \cos \alpha$, $k_z = \sqrt{1 - k_x^2 - k_y^2}$, M – загальне число сегментів елементарної комірки. Загальні розв’язки для інтегральних функціоналів записуються таким чином:

$$I_{\zeta,00}^h(z) = \sum_{i=1}^4 \frac{C_i}{k_0^2} e^{\chi_i z} W_{\zeta,00,i}^h + \delta_{\zeta x} \frac{2i}{k_0^2} H_{0x} e^{ik_z z} + \delta_{\zeta y} \frac{2i}{k_0^2} H_{0y} e^{ik_z z}, \quad I_{\zeta,00}^e(z) = \sum_{i=1}^4 \frac{C_i}{k_0^2} e^{\chi_i z} W_{\zeta,00,i}^e. \quad (4.1.54)$$

Невідомі коефіцієнти визначаються з граничних умов так, що

$$C_{1,2} = 2k_z e^{\mp \chi_1 \tau/2} \left(\frac{\pm 1}{X_1} \left(H_{0x} (e^{-\chi_3 \tau/2} G_3 + e^{\chi_3 \tau/2} H_3) - H_{0y} (e^{-\chi_3 \tau/2} E_3 + e^{\chi_3 \tau/2} F_3) \right) + \frac{1}{X_2} \left(H_{0x} (e^{-\chi_3 \tau/2} G_3 - e^{\chi_3 \tau/2} H_3) - H_{0y} (e^{-\chi_3 \tau/2} E_3 - e^{\chi_3 \tau/2} F_3) \right) \right), \quad (4.1.55)$$

$$C_{3,4} = -2k_z e^{\mp \chi_3 \tau/2} \left(\frac{\pm 1}{X_1} \left(H_{0x} (e^{-\chi_1 \tau/2} G_1 + e^{\chi_1 \tau/2} H_1) - H_{0y} (e^{-\chi_1 \tau/2} E_1 + e^{\chi_1 \tau/2} F_1) \right) + \frac{1}{X_2} \left(H_{0x} (e^{-\chi_1 \tau/2} G_1 - e^{\chi_1 \tau/2} H_1) - H_{0y} (e^{-\chi_1 \tau/2} E_1 - e^{\chi_1 \tau/2} F_1) \right) \right), \quad (4.1.56)$$

$$X_{1,2} = (e^{-\chi_1 \tau/2} E_1 \pm e^{\chi_1 \tau/2} F_1) (e^{-\chi_3 \tau/2} G_3 \pm e^{\chi_3 \tau/2} H_3) - (e^{-\chi_1 \tau/2} G_1 \pm e^{\chi_1 \tau/2} H_1) (e^{-\chi_3 \tau/2} E_3 \pm e^{\chi_3 \tau/2} F_3). \quad (4.1.57)$$

При виведенні (4.1.55), (4.1.56) ми врахували, що $\chi_2 = -\chi_1$, $\chi_4 = -\chi_3$ і h нормується на k_0 , тому

$$E_{1(3)} = (\chi_{1(3)} + ik_z) (-k_z W_{y,1(3)}^e + k_y W_{z,1(3)}^e + (k_y^2 + k_z^2) W_{x,1(3)}^h - k_x k_y W_{y,1(3)}^h - k_x k_z W_{z,1(3)}^h), \quad (4.1.58)$$

$$F_{1(3)} = (\chi_{1(3)} - ik_z) (k_z W_{y,1(3)}^e + k_y W_{z,1(3)}^e + (k_y^2 + k_z^2) W_{x,1(3)}^h - k_x k_y W_{y,1(3)}^h + k_x k_z W_{z,1(3)}^h), \quad (4.1.59)$$

$$G_{1(3)} = (\chi_{1(3)} + ik_z) (k_z W_{x,1(3)}^e - k_x W_{z,1(3)}^e - k_x k_y W_{x,1(3)}^h + (k_y^2 + k_z^2) W_{y,1(3)}^h - k_y k_z W_{z,1(3)}^h), \quad (4.1.60)$$

$$H_{1(3)} = (\chi_{1(3)} - ik_z) (-k_z W_{x,1(3)}^e - k_x W_{z,1(3)}^e - k_x k_y W_{x,1(3)}^h + (k_y^2 + k_z^2) W_{y,1(3)}^h + k_y k_z W_{z,1(3)}^h). \quad (4.1.61)$$

Слід зазначити, що розв'язання для розсіювання плоскої *ЕМ*-хвилі на двоперіодичному гіротропному шарі з поляризаційно незалежною елементарною коміркою при будь-якому азимутному куті падіння α можна звести до розв'язання завдання при $\alpha = 0^\circ$, використовуючи вирази

$$\begin{aligned} H_x^{tr}(x, y, z) &= T_x H_{x0}(x, y, z) - T_y H_{y0}(x, y, z) \\ H_y^{tr}(x, y, z) &= T_y H_{x0}(x, y, z) + T_x H_{y0}(x, y, z), \end{aligned} \quad (4.1.61)$$

де T_x та T_y – x - і y -компоненти коефіцієнта проходження за умови $\alpha = 0^\circ$. Після знаходження невідомих коефіцієнтів C_i ми можемо визначити компоненти розсіяного поля, що пройшло, як

$$H_x^{tr}(x, y, z) = \frac{1}{4k_z} e^{i(k_x x + k_y y + k_z(z-\tau))} \sum_{i=1}^4 C_i e^{\chi_i \tau} (\chi_i + i k_z) \{-k_z W_{y,i}^e + k_y W_{z,i}^e + (1 - k_x^2) W_{x,i}^h - k_x k_y W_{y,i}^h - k_x k_z W_{z,i}^h\} \quad (4.1.62)$$

$$H_y^{tr}(x, y, z) = \frac{1}{4k_z} e^{i(k_x x + k_y y + k_z(z-\tau))} \sum_{i=1}^4 C_i e^{\chi_i \tau} (\chi_i + i k_z) \{k_z W_{x,i}^e - k_x W_{z,i}^e - k_x k_y W_{x,i}^h + (1 - k_y^2) W_{y,i}^h - k_z k_y W_{z,i}^h\} \quad (4.1.63)$$

$$H_z^{tr}(x, y, z) = \frac{1}{4k_z} e^{i(k_x x + k_y y + k_z(z-\tau))} \sum_{i=1}^4 C_i e^{\chi_i \tau} (\chi_i + i k_z) \{-k_y W_{x,i}^e + k_x W_{y,i}^e - k_z k_x W_{x,i}^h - k_z k_y W_{y,i}^h + (1 - k_z^2) W_{z,i}^h\}. \quad (4.1.64)$$

Відбиті поля визначаються аналогічно. Використовуючи принцип подвійності, можна отримати розв'язок для падіння *TE*-хвиль таким чином:

$$\begin{aligned} \varepsilon &\rightleftharpoons \mu \text{ (scalar),} \\ \mu &\rightleftharpoons \varepsilon, \quad \mu_g \rightleftharpoons \varepsilon_g, \quad \mu_z \rightleftharpoons \varepsilon_z \quad (\text{компоненти тензора в (4.1.1)}), \\ \mathbf{E} &\rightleftharpoons -\mathbf{H}, \quad \mathbf{H} \rightleftharpoons \mathbf{E}, \end{aligned}$$

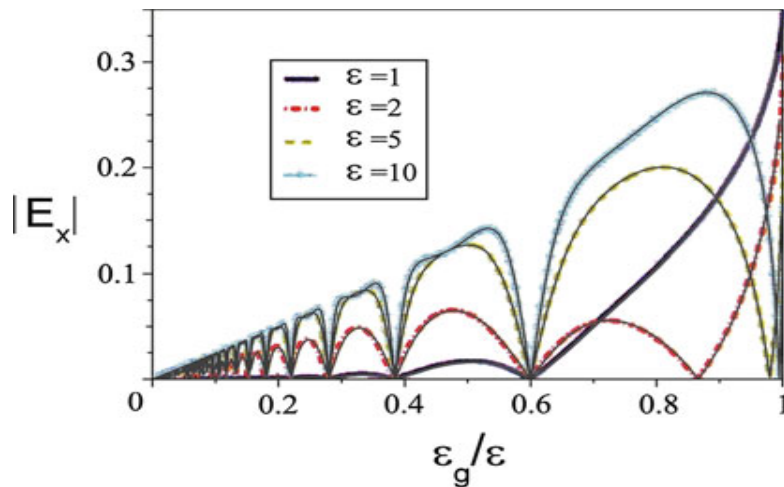


Рис. 4.1.2 – Величина E_x -компоненти, що пройшла, як функція від $\varepsilon_g/\varepsilon$ для нормально падаючої TE -поляризованої плоскої хвилі. Пунктирні лінії – теоретичні результати з [236], суцільні лінії – наші результати, $\varepsilon_g = 5$,

Щоб перевірити наведений квазістатичний розв’язок для розсіювання плоскої хвилі на однорідному гіротропному шарі, який є окремим випадком для двоперіодичного шару при $b_x=b_y=1$, ми порівняли залежності величини E_x -складової TE -поляризованої плоскої хвилі, що пройшла через однорідний гіротропний шар від $\varepsilon_g/\varepsilon$, які були отримані методом інтегральних функціоналів із залежностями з [279]. Вони показані на рис. 4.1.2. і демонструють добрий збіг. Товщина шару була обрана для кожного відношення $\varepsilon_g/\varepsilon$ таким чином, що $\theta = -\pi/2$ у рівнянні $\theta = \pi\tau_\lambda\sqrt{\mu}\left[\sqrt{\varepsilon-\varepsilon_g}-\sqrt{\varepsilon+\varepsilon_g}\right]$ [279], де τ_λ – товщина шару, нормована на довжину хвилі, θ – стала Фарадея.

4.2. Гіротропний двоперіодичний перфорований шар як поляризатор Брюстера

Одним з найбільш поширених лінійних поляризаторів є поляризатор Брюстера, який забезпечує повне проходження p -поляризованої компоненти і

часткове відбиття s-поляризованої компоненти при падінні на нього світла під кутом Брюстера. Перевагою таких тонкоплівкових поляризаторів є можливість їх виготовлення з великою площею поверхні, яку складно виробити в разі застосування кристалічних поляризаторів і поляризаторів у вигляді дріотяних решіток [280]. Ці поляризатори утворюють великий клас поляризаторів, що використовуються часто в інфрачервоній і рідше в ультрафіолетовій областях спектра, де є природні матеріали з потрібними областями прозорості в спектрі розсіювання. Такі поляризатори використовуються, наприклад, як структурні елементи в поляризаційній метрології. Звичайні дихроїчні поляризатори і кальцитові поляризаційні призми не можуть бути використані в цьому діапазоні частот через великі дисипативні втрати [280, 281].

Останнім часом стали інтенсивно досліджувати поляризатори Брюстера на основі анізотропних середовищ [281, 282]. Можливість змінювати параметри тензорів магнітної і діелектричної проникностей у широких межах, регулюючи силу намагнічувального поля, дозволяє контролювати характеристики розсіювання структур, що виготовлені на основі таких матеріалів [283, 284].

У цьому розділі ми представляємо результати наших досліджень, спрямовані на поліпшення поляризаційно-селективних характеристик гіромагнітного шару, використовуючи періодичну перфорацію квадратними отворами. Рис. 4.2.1 демонструє залежності фракцій потужності для E_x^{tr} (а) і E_y^{tr} (б) компонент TE -поляризованої і H_x^{tr} компоненти (с) TM -поляризованої плоских хвиль, що пройшли через шар, який перфорований квадратними отворами, від кута падіння хвилі θ і нормованої товщини шару $\tau = k_0 h$. Оскільки величина H_y^{tr} компоненти TM -поляризованої плоскої хвилі збігається з величиною E_y^{tr} компоненти TE -поляризованої плоскої хвилі, її не зображено на рисунку. Коефіцієнт заповнення періодичної елементарної комірки структури визначається як $S = 1 - b_x^1/L_x \times b_y^1/L_y$ і дорівнює 0,8464, тут $L_x = L_y$.

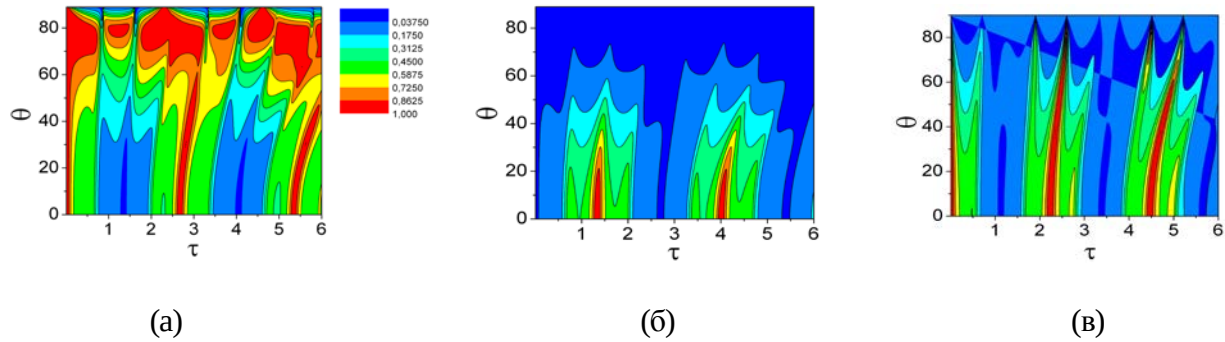


Рис. 4.2.1 – Величини фракцій потужності E_x^{tr} (а) і E_y^{tr} (б) компонент, що пройшли, у випадку падіння TE -поляризованої плоскої хвилі і H_x^{tr} (в) компоненти у випадку падіння TM -поляризованої плоскої хвилі на перфорований шар як функція кута падіння хвилі θ і товщини шару τ . $S=0,8464$, $\varepsilon_r=1,4$, $\mu_r=\mu_z=0,9998$, $\mu_g=10$, $\alpha=0^0$ (величина H_y^{tr} компоненти така сама, як на рис. 4.2.1 (б))

Ізолінії на рис. 4.2.1 дозволяють визначити товщину шару для кутів повного проходження плоских хвиль обох поляризацій. Однак для реалізації поляризаційно-селективних функцій шару мають задовольнятися такі умови: відсутність y -компонент, що виникають у результаті обертання Фарадея, коли хвиля проходить через гіротропне середовище, і значне ослаблення TE - або TM -компонент. Виконання цих умов приводить до створення поляризаторів, які пропускають TM - або TE -компоненти поля, відповідно. Реальні поляризатори не забезпечують повної відсутності компонент поля, що пройшло, з небажаною поляризацією [280]. Для порівняння на рис. 4.2.2 зображені такі ж залежності, як і на рис. 4.2.1, але для суцільного гіромагнітного шару. Таким чином, можна помітити, що пропускна здатність шару істотно залежить від його перфорації. Беручи до уваги рис. 4.2.1, можна обрати товщину шару, де кути розсіювання хвилі відповідають поляризаційно-селективним умовам, які згадано вище.

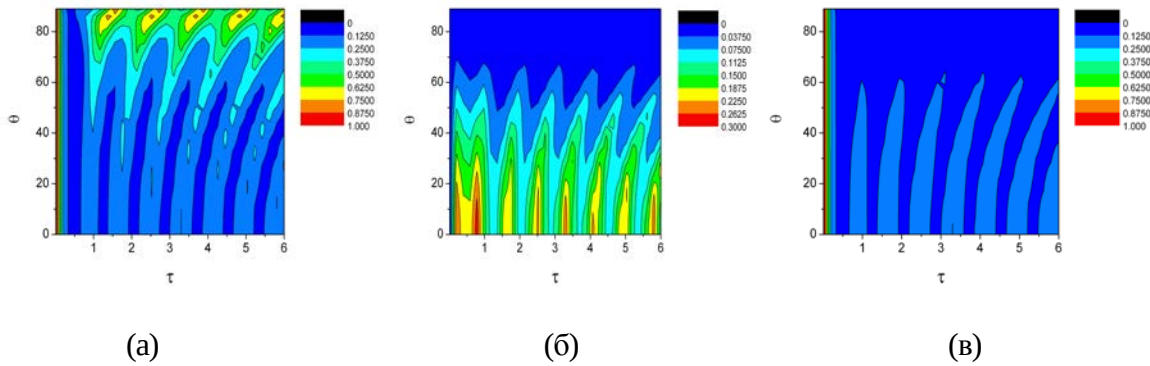


Рис. 4.2.2 – Те саме, що на рис. 4.2.1, але для суцільного шару

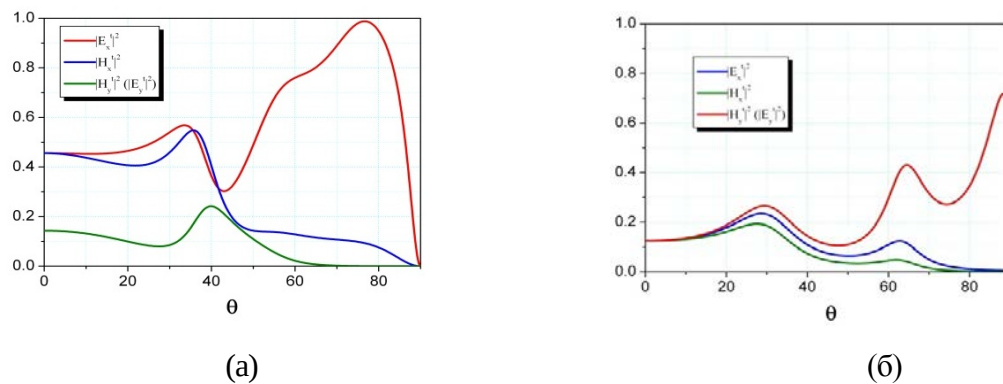


Рис. 4.2.3 – Величини фракцій потужності E_x^{tr} -, E_y^{tr} -компонент (випадок падіння TE -хвилі) і H_x^{tr} -компонент (випадок падіння TM -хвилі), які пройшли через перфорований шар з коефіцієнтом заповнення $S=0,8464$ (а), і те ж саме для суцільного шару (б) як функції кута падіння хвилі. $\tau=5,05$, $\varepsilon_r=1,4$, $\mu_r=\mu_z=0,9998$, $\mu_g=10$, $\alpha=0^\circ$

На рис. 4.2.3 зображено залежності фракцій потужності x - і y -компонент плоскої хвилі, що пройшла через перфорований шар (а) і суцільний шар (б), як функції кута падіння для шару з такими самими параметрами тензора магнітної проникності, що й на рис. 4.2.1 та рис. 4.2.2 при $\tau = 5,05$. Кут падіння $\theta = 76,5^\circ$ забезпечує реалізацію поляризатора Брюстера, що пропускає TE -компоненти поля, оскільки за таких умов максимальна величина фракції потужності E_x^{tr} компоненти, мала величина потужності фракції H_x^{tr} компоненти і незначні величини потужностей H_y^{tr} та E_y^{tr} компонент. Останнє передбачає, що кут обертання площини поляризації приблизно дорівнює $2\pi n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) при проходженні TE -поляризованої плоскої хвилі через шар.

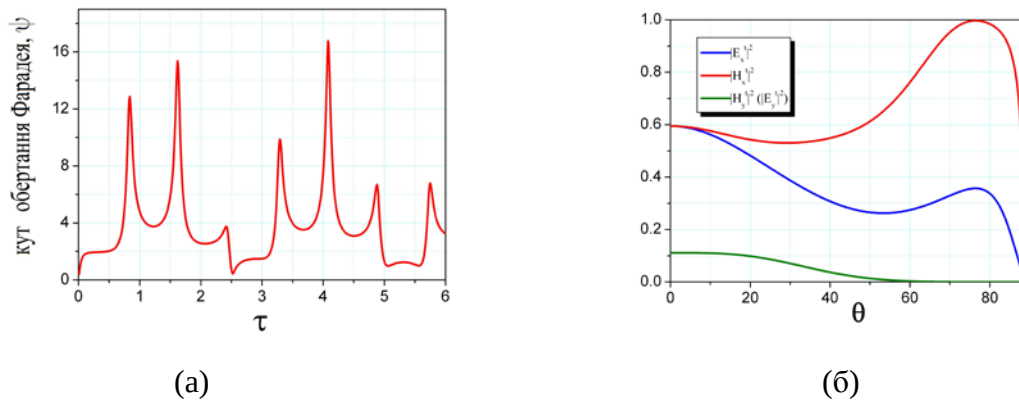


Рис. 4.2.4 – Величина кута обертання Фарадея (у радіанах) як функція нормованої товщини перфорованого шару при куті падіння плоскої TE -поляризованої хвилі $\theta = 76,50$ (а); величина фракцій потужності для x - і y -компонент плоскої хвилі, що пройшла через перфорований шар, як функція кута падіння при $\tau = 2,51$ (б). $S=0,8464$, $\epsilon_r=1,4$, $\mu_r=\mu_z=0,9998$, $\mu_g=10$, $\alpha=0^\circ$

Виконання цієї умови продемонстровано на рис. 4.2.4 (а) при $\tau = 5.05$, на якому показано залежність кута обертання площини поляризації ψ від товщини шару $\psi = \arctan(|E_y^{tr}|/|E_x^{tr}|)$. З рисунка випливає, що декілька точок з координатами, близькими до нуля, задовольняють умові нехтовно малих значень y -компоненти поля, що пройшло, при однаковому куті падіння $\theta = 76,5^\circ$. Одна з них ($\tau=2,51$) забезпечує навіть більше значення фракції потужності E_x^{tr} -компоненти, що пройшла, ($|E_x^{tr}|=0,998$), порівняно з $\tau=5,05$, за якої $|E_x^{tr}|=0,988$. Присутність все ще значної фракції потужності H_x^{tr} -компоненти (див. рис. 4.2.4 (б)) не дозволяє реалізувати поляризаційну селективність оптимальним чином.

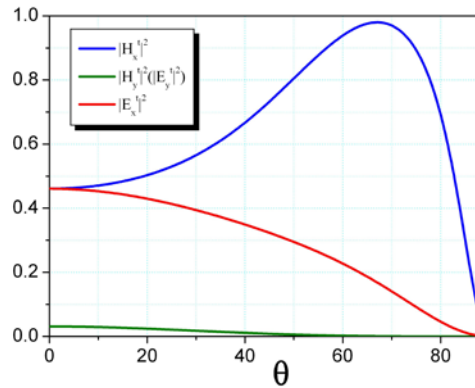


Рис. 4.2.5 – Величина фракцій потужності для x - і y -компонент TE - і TM -поляризованих плоских хвиль, що пройшли через перфорований шар, як функція кута падіння. $S = 0,8836$, $\tau = 5,12$, $\varepsilon_r = 12$, $\mu_r = \mu_z = 0,9998$, $\mu_g = 0,6$, $\alpha = 0^\circ$

Ми використовували такий самий метод для створення поляризатора Брюстера, що пропускає TM -поляризовану компоненту падаючої хвилі. Рис. 4.2.5 ілюструє такий випадок, коли потужність фракції H_x^{tr} -компоненти близька до одиниці при $\theta = 67^\circ$. У цьому випадку оптимальна товщина шару $\tau = 5,12$ і коефіцієнт заповнення комірки $S = 0,8836$.

У процесі вивчення розсіювання EM -хвилі на перфорованому гіромагнітному матеріалі залізо-ітрієвому гранаті (ЗІГ) були знайдені режими розсіювання, за яких хвиля практично повністю проходить у всьому діапазоні кутів падіння від 0° до 90° при певній товщині шару. На рис. 4.2.6(а) показано величину H_x -компоненти TM -поляризованої плоскої хвилі, що пройшла через шар ЗІГ ($\varepsilon_r = 13,5$, $\mu_r = \mu_z = 1,2$, $\mu_g = 0,02$, $f = 272$ ГГц [242]), як функцію кута падіння θ і η , де η – нормована товщина шару h/L_x . З рисунка випливає, що існують

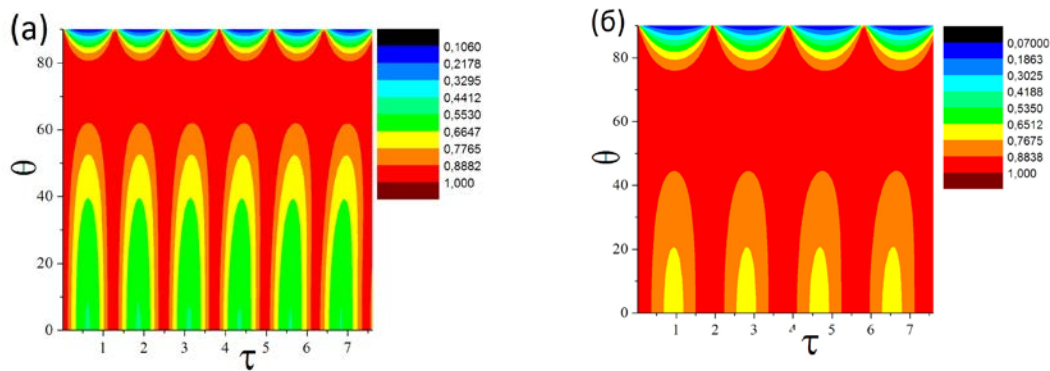


Рис. 4.2.6 – Величина H_x^{tr} -компоненти TM -поляризованої плоскої хвилі ($\alpha=0^\circ$), що пройшла через суцільний шар ЗІГ (а) і (б) – через шар ЗІГ, перфорований квадратними отворами (розв'язок у квазістатичному наближенні) як функція кута падіння θ і η . Параметри перфорованого шару: $S = 0,9025$, $b_x^1 = b_y^1$, $L_x = L_y$. Параметри ЗІГ: $\varepsilon_r = 13,5$, $\mu_r = \mu_z = 1,2$, $\mu_g = 0,02$, $f = 272$ ГГц.

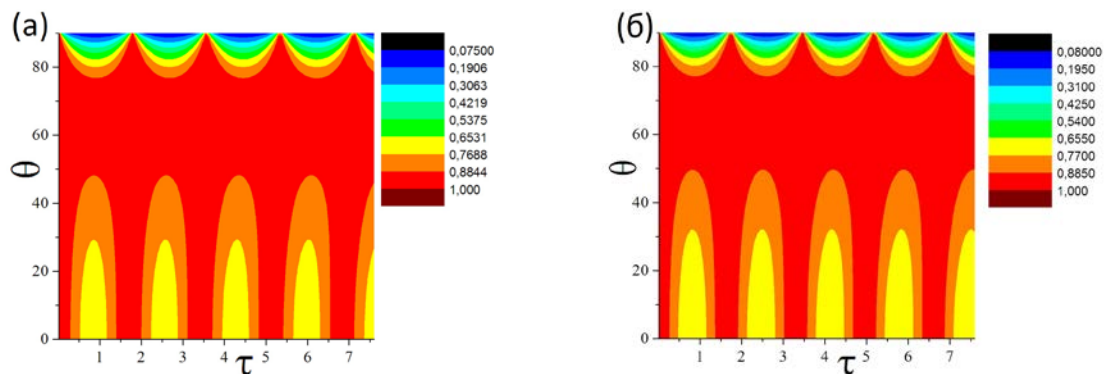


Рис. 4.2.7 – Параметри такі самі, як на рис. 4.2.6. (б), але для $L_x / \lambda_0 = 0,1$. Багатомодовий розв'язок: (а) $r, s \in \{-1, 0, 1\}$, (б) $r, s \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$.

товщини, що відповідають практично повному проходженню TM -поляризованої плоскої хвилі в дуже широкій смузі кутів її падіння. Рис. 4.2.6(б) демонструє такі самі ізолінії, але для шару ЗІГ, перфорованого квадратними отворами, підрахованими у квазістатичному наближенні, тобто до уваги бралася тільки основна мода. Незважаючи на дуже малі отвори порівняно з площею всієї

елементарної періодичної комірки, область величин товщини, що відповідають майже повному проходженню плоскої хвилі, стає значно ширшою. Далі ми порівняли характеристики розсіювання, отримані в результаті багатомодового розв'язання задачі і квазістатичного наближення за умови, що довжина падаючої хвилі набагато більше періоду структури. Рис. 4.2.7 демонструє такі самі залежності для такого ж перфорованого шару ЗІГ, як і на рис. 4.2.6 (б), але пораховані при різних порядках зрізання гармонік у рядах Флоке. Порівнюючи рис. 4.2.6 (б) і рис. 4.2.7, можна сказати, що результати, які отримано за допомогою квазістатичного наближення, відрізняються не більше ніж на кілька відсотків від отриманих за допомогою багатомодового розв'язання за умови $L_x/\lambda_0=0,1$. При розрахунку ізоліній, показаних на рис. 4.2.7 (а), кількість просторових гармонік r і s змінювалася від -1 до 1, а при розрахунку ізоліній на рис. 4.2.7 (б) від -2 до 2, відповідно. Порівнюючи малюнки 4.2.7 (а) та 4.2.7 (б), можна прийти до висновку, що збільшення кількості непоширюваних гармонік практично не змінює вигляду ізоліній.

4.3. Екстраординарне посилення ефекту Фарадея в решітковому резонансі двоперіодичного гіромагнітного шару

З часу відкриття Фарадеєм обертання площини поляризації лінійно поляризованої електромагнітної хвилі, що проходить через гіротропний шар, магнітооптичні ефекти (МО), зокрема, ефекти Фарадея, Керра в різних конфігураціях, використовуються в різних магніто-оптичних пристроях. Хоча природні МО-явища досить слабкі, особливо в оптичному діапазоні, існує низка можливостей їх посилення, не пов'язаних зі збільшенням підмагнічування. Серед з них – використання резонансної взаємодії різної природи [147, 148].

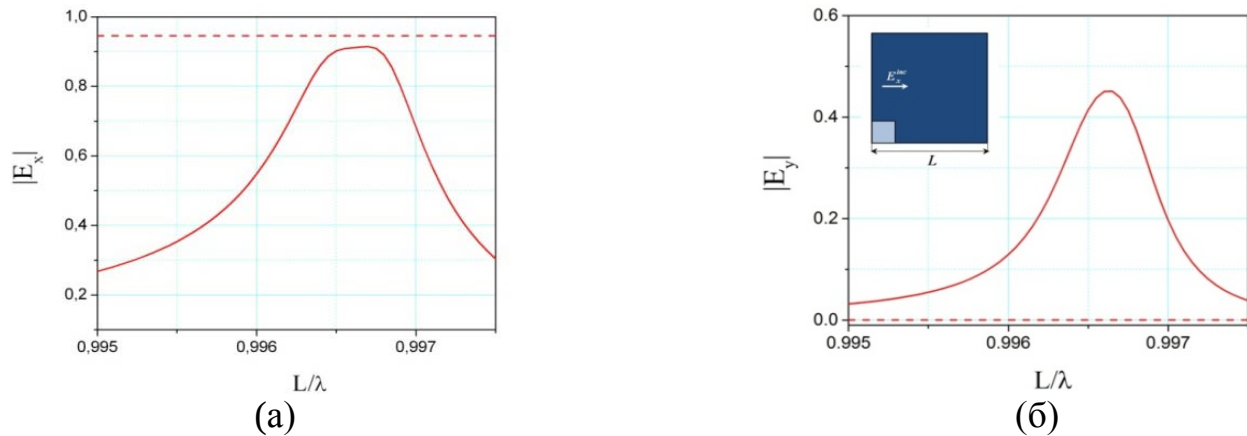
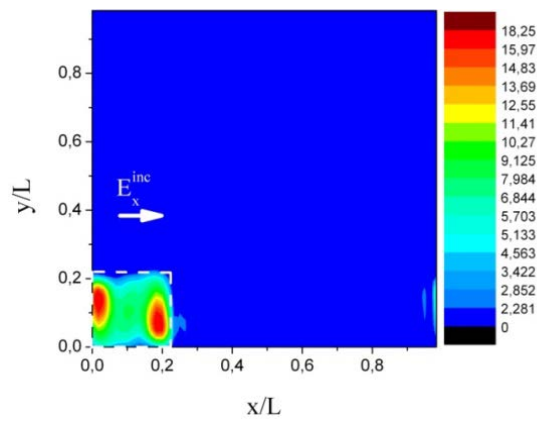


Рис. 4.3.1 – Величина E_x -компоненти, що пройшла, сополяризованої E -компоненті падаючої хвилі (а) і крос-поляризованої E_y -компоненті, що пройшла, (б), при розсіянні E_x -поляризованої нормально падаючої плоскої хвилі залежно від нормованого періоду РЕС-подібного магнітодіелектричного шару ($\epsilon_r = 2,5 - i2500$, $\mu = 1 / \epsilon$), періодично перфорованого квадратними апертурами, заповненими ЗІГ ($\mu = 0,866$, $\mu_g = 0,30285$, $\mu_z = 0,974 - i0,0055$, $\epsilon_r = 13,2 - i0,0006$) (суцільні криві), і для однорідного шару ЗІГ (пунктирні криві). Параметри перфорованого шару: товщина $h/L_x = 0,025$, період $L_x = L_y = 7$ мм, розмір квадратної апертури $a = 0,207 L$

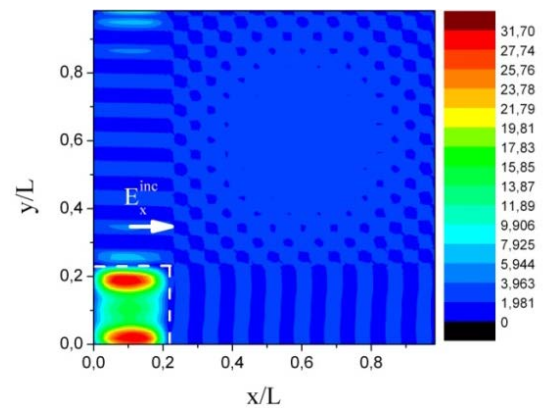
До числа резонансів, які здатні посилювати МО-ефекти, належать резонанси на хвилевідних модах [286]. Значні успіхи, пов'язані з посиленням перетворення поляризації, включаючи 90° обертання Керра, були досягнуті в [287] з використанням магнітооптичних резонансних фільтрів на хвилевідних модах. Також останніми роками велику увагу було приділено гібридним магнітоплазмонним структурам з метою посилення МО-ефектів [288-290]. Резонансне посилення поперечного магнітооптичного ефекту Керра в магнітній плівці з періодичною решіткою субхвильових отворів у результаті збудження поверхневих квант-поляритонів було продемонстроване в [291]. У [292] показано значне посилення фарадєєвського обертання площини поляризації в магнітоплазмонній структурі, виготовленої з багатошарової мембрани, яка поєднує феромагнітні і благородні метали (Au-Co-Au), періодично перфоровані за допомогою

субхвильових отворів. У [293] було досліджено посилення поздовжнього ефекту Керра, індукованого взаємодією поверхневих квант-поляритонів у двовимірних магнітоплазмонних кристалах (2D-MPC), що являють собою періодичні субхвильові отвори в суцільній плівці пермалою ($\text{Ni}_{80}\text{Fe}_{20}$) на підкладці з Si.

Решіткові резонанси [250, 251] виникають на модах у періодичних структурах субхвильових розсіювачів як специфічних періодично структурованих відкритих резонаторів. Вони можуть мати значний вплив на МО-ефекти в періодичних розсіювачах з гіротропних матеріалів. На рис. 4.3.1 (а) показано величину компоненти падаючого сополяризованого поля, що пройшла, як функції нормованого періоду перфорованого ідеально провідного шару – $\kappa = L/\lambda$. Отвори перфорації заповнені ЗІГ. Із рис. 4.3.1 (а) видно, що існує високодобротний резонанс на трохи більшій довжини хвилі ± 1 -й аномалії Релея при $\kappa = 1$ ($\lambda = 7$ мм). На рис. 4.3.1(б) показано величину передаваної крос-поляризованої складової поля, коли плоска поляризована хвиля падає на РЕС-шар, перфорований квадратними апертурами, що заповнені ЗІГ, і являє собою залежність від нормованого періоду. На вставці рис. 4.3.1 (б) показаний період структури. Як сополяризовані, так і крос-поляризовані компоненти демонструють резонанс на решітковій моді при однаковому значенні κ . Порівняння з випадком однорідного шару ЗІГ такої самої товщини показує екстроординарне посилення фарадеевського обертання у випадку РЕС перфорованого шару. Кут повороту площини поляризації в резонансі решіткового типу ($\kappa = 0,996$) збільшується більш ніж у 1000 разів. На рис. 4.3.2 показано картину ближнього поля сополяризованої E_x -складової (а), що пройшла, і крос-поляризованої E_y -складової (б) в резонансі решітки при $L / \lambda = 0,996$ на елементарній комірці поблизу шару. Конфігурація поля поблизу квадратних апертур вказує на магнітний тип резонансу решітки, оскільки петля струму зміщення, що пов'язана з циркуляційним розподілом електричного поля в резонансі, яку показано на рис. 4.3.2 (а) та рис. 4.3.2 (б), є аналогом контуру струму провідності в SRR-резонаторах з розірваним кільцем [294].



а)



б)

Рис. 4.3.2 – Параметр ближнього поля сополяризованої E_x -компоненти (а), що пройшла, і крос-поляризованої E_y -компоненти (б) на частоті решіткового резонансу при $\kappa = 0,996$ на елементарній комірці, що показана на вставці рис. 20 (б), на відстані $L / 1000$ від шару. Квадратна форма апертури окреслена білими пунктирними лініями. Інші параметри такі самі, як рис. 4.3.1

Треба зауважити, на рис. 4.3.2 видно, що величина крос-поляризованої E_y -компоненти майже удвічі більше за величину сополяризованої E_x -компоненти, а поле в дальній зоні демонструє протилежну поведінку цих компонент (див. рис. 4.3.1).

4.4. Висновки до розділу 4

Методом інтегральних функціоналів розв'язано векторну задачу дифракції плоскої *ЕМ*-хвилі на двоперіодичному гіротропному шарі в багатомодовому режимі. Це дозволило

- вперше застосувати гіромагнітний шар з отворами в якості поляризатора Брюстера, представити нові методики ефективного пошуку параметрів поляризатора Брюстера, що пропускає тільки *ТЕ*- або *ТМ*-компоненти поля падаючої хвилі;
- вперше продемонструвати явище екстраординарного збільшення ефекту Фарадея при використанні структур, які являють собою ідеально провідний шар з отворами, заповненими залізо-ітрієвим гранатом, і показати, що цей ефект пов'язаний із резонансом решіткових мод і належить до резонансів магнітного типу, який характеризується циркуляційним розподілом електричного поля по периметру квадратної апертури.

РОЗДІЛ 5

РОЗСІЯННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПУЧКІВ НА ДВОПЕРІОДИЧНОМУ МАГНІТОДІЕЛЕКТРИЧНОМУ ШАРІ

5.1. Дифракція тривимірного гауссівського пучка з круговою симетрією розподілу поля на проникних екранах

Для каналізації електромагнітної енергії від різного роду високочастотних джерел, гіротронів, ЛПХ та ін. застосовуються квазіоптичні лінії передачі на основі порожнистих діелектричних хвильоводів різних типів [295–□297]. На цей час існують технологічні можливості для виробництва різних хвильоводів з діелектричним покриттям стінок, які мають прийнятні параметри передачі енергії в інфрачервоному [295, 297], міліметровому [298], ближньому міліметровому і субміліметровому діапазонах довжин хвиль [299].

Основним типом коливань у таких хвильоводах є мода HE_{11} . Доброю апроксимацією розподілу поля для моди HE_{11} є пучок з гауссівським розподілом амплітуди поля по перерізу в напрямку, поперечному щодо напрямку поширення [296]. Плоскошаруваті магнітодіелектричні періодичні структури можуть служити в якості розсіювачів, які використовуються для керування характеристиками високочастотного поля у квазіоптичній лінії передачі. Процес проходження гауссівського пучка крізь вакуумне вікно у вигляді діелектричної пластини відіграє важливу роль у передаванні потужності випромінювання гіротрона [300]. У цьому випадку діелектрична пластина, яка характеризується певним кутом Брюстера, є основним кандидатом для використання при виведенні потужності, згенерованої гіротроном зі ступеневим перестроюванням робочої частоти [301].

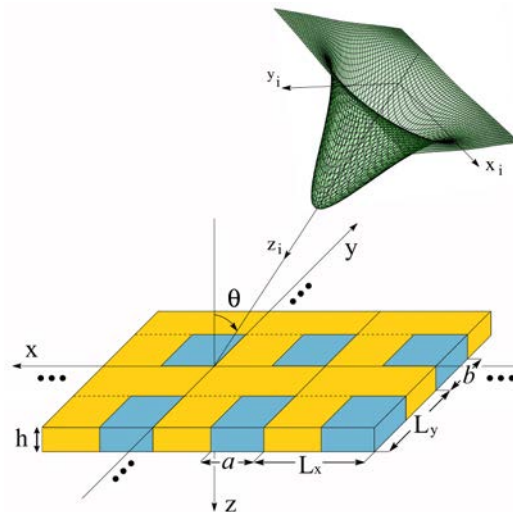


Рис. 5.1.1 – Схематичне зображення двоперіодичного магнітодіелектричного шару, що освітлений гауссівським пучком. Показано тільки шість одиничних комірок нескінченної періодичної структури. Різними кольорами позначено варіації відносної діелектричної і магнітної проникності шару

Розсіювання пучка на плоскошаруватих структурах зазвичай розглядають методом комплексного джерела [302]; також використовується параксіальне наближення, коли енергія пучка вважається розподіленою в невеликому секторі кутів [303]. Стандартним методом для моделювання поширення та взаємодії тривимірного пучка з різного роду розсіювачами є зображення пучка у вигляді безперервного просторового Фур'є-спектра плоских хвиль [303–305]. У цьому випадку вважається, що для кожної хвилі коефіцієнти розсіювання від структури вже відомі. У цьому розділі вираз для тривимірних розсіяних полів, представлених двократним інтегралом, зводиться до однократного інтеграла, що значно зменшує час розрахунків і збільшує точність обчислених результатів. Розділ написаний за результатами, які опубліковано в роботах [11, 13, 20, 33–35]. Ми використовуємо аналітичні вирази для коефіцієнтів відбиття і проходження плоскої електромагнітної хвилі на магнітодіелектричному двоперіодичному шарі, які були отримані методом інтегральних функціоналів (див. розділ 4.1.1) для випадку, коли період структури набагато менше довжини падаючої хвилі.

У цьому розділі розглянуто розсіювання тривимірного гауссівського пучка з циліндричною симетрією розподілу поля, який падає в середовищі під довільним кутом θ на двоперіодичний магнітодіелектричний ізотропний шар з товщиною h і ε_2, μ_2 (див. рис.5.1.1). Перетяжка пучка розташована на відстані d від початку координат уздовж осі падаючого пучка. Координати пучка і структури пов'язані співвідношеннями:

$$\begin{aligned} z_i &= x \sin \theta + z \cos \theta \\ x_i &= x \cos \theta - z \sin \theta \\ y_i &= y. \end{aligned} \quad (5.1.1)$$

Розглянемо випадок нормального падіння ($\theta = 0^\circ$). Падаюче поле пучка в площині його перетяжки лінійно поляризоване, розподіл його амплітуди має вигляд гауссівської функції і зображується в такий спосіб:

$$F(x, y, -d) = F_0 \exp \left[-\frac{(x^2 + y^2)}{w_0^2} \right], \quad (5.1.2)$$

де $F = \begin{cases} E_y^{nao} & \text{(для випадку перпендикулярної поляризації)} \\ H_y^{nao} & \text{(для випадку паралельної поляризації)} \end{cases}$, w_0 – мінімальна

напівширина пучка, яку визначають в точці, де максимальна амплітуда поля зменшується в e разів.

Пучок є монохроматичним з часовою залежністю $\exp(-i\omega t)$ і квазіоптичним, коли виконується умова $k_0 w_0 = 2\pi(w_0 / \lambda_0) \gg 1$, де k_0 і λ_0 – хвильове число і довжина хвилі у вільному просторі, відповідно. $\Phi(k_x, k_y)$ – спектральна амплітуда Фур'є поля пучка в площині його перетяжки, її можна отримати за допомогою перетворення Фур'є як

$$\Phi(k_x, k_y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(x, y, -d) \exp(-ik_x x) \exp(-ik_y y) dx dy = \frac{F_0 w_0^2}{4\pi} \exp \left[-\frac{w_0^2}{4} (k_x^2 + k_y^2) \right] \quad (5.1.3)$$

Поле пучка в області $-d < z < 0$ можна подати у вигляді розв'язання в подвійний інтеграл Фур'є за плоскими хвилями, тобто можна записати

$$F(x, y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(k_x, k_y) \exp(ik_x x) \exp(ik_y y) \exp(ik_z(z+d)) dk_x dk_y \quad (5.1.4)$$

$$= F^{-1} \{ \Phi(k_x, k_y) \exp(ik_z(z+d)) \}$$

де $F^{-1} \{ \}$ – обернене подвійне перетворення Фур'є; k_x , k_y і k_z – хвильові числа в напрямках x , y , z ; $k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k_1^2$.

Для випадку довільного падіння ($0^\circ < \theta < 90^\circ$) ми скористалися (5.1.1), щоб із (5.1.3) і (5.1.4) отримати, відповідно,

$$\Phi(k_x, k_y) = \frac{F_0 w_0^2}{4\pi} \exp \left(-\frac{w_0^2}{4} \left[(k_x \cos \theta - k_z \sin \theta)^2 + k_y^2 \right] \right); \quad (5.1.5)$$

$$F(x, y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(k_x, k_y) \exp(ik_x x) \exp(ik_y y) \exp(ik_z y) \exp(i(k_x \sin \theta + k_z \cos \theta)d) \times$$

$$\times (\cos \theta + \frac{k_x}{k_z} \sin \theta) dk_x dk_y. \quad (5.1.6)$$

Для зображення поля E_y^{ins} -перпендикулярно поляризованого або H_y^{ins} -паралельно поляризованого пучків у вигляді спектра плоских хвиль не можна обійтися тільки парціальними хвилями однієї поляризації (паралельної або перпендикулярної). Слід мати на увазі, що з дивергентної частини рівнянь Максвелла випливає, що

$$E_z^{ins}(x, y, z) = F^{-1} \left\{ -\frac{k_y}{k_z} \Phi(k_x, k_y) \exp(ik_z z) \right\}.$$

З огляду на цей факт, а також властивості плоских хвиль $(\vec{k}, \vec{E}_\perp) = 0$, $(\vec{k}, \vec{E}_\parallel) = 0$, $(\vec{E}_\perp, \vec{E}_\parallel) = 0$ і те, що в розкладенні за плоскими хвилями k_x і k_y змінюються від $-\infty$ до ∞ , можна визначити, в яких співвідношеннях будуть присутні в зображенні пучка хвилі обох поляризацій. У результаті E_y^{ins} -компонента

падаючого поля відповідатиме (5.1.6), а у-компоненту відбитого поля пучка, що пройшов, можна подати таким чином [303, 306]:

$$E_y^r(x, y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left(R_{\perp} - (R_{\perp} + R_{\parallel}) \frac{k_y^2}{k_x^2 + k_y^2} \right) \Phi(k_x, k_y) \exp(ik_x x) \exp(ik_y y) \exp(-ik_z z) \times \\ \times \exp(i(k_x \sin \theta + k_z \cos \theta)d) (\cos \theta + \frac{k_x}{k_z} \sin \theta) dk_x dk_y; \quad (5.1.7)$$

$$E_y^t(x, y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left(T_{\perp} - (T_{\perp} + T_{\parallel}) \frac{k_y^2}{k_x^2 + k_y^2} \right) \Phi(k_x, k_y) \exp(ik_x x) \exp(ik_y y) \exp(-ik_z z) \times \\ \times \exp(i(k_x \sin \theta + k_z \cos \theta)d) (\cos \theta + \frac{k_x}{k_z} \sin \theta) dk_x dk_y. \quad (5.1.8)$$

Тут $R_{\perp}$ та $R_{\parallel}$ – коефіцієнти відбиття від шару, а $T_{\perp}$ і $T_{\parallel}$ – коефіцієнти проходження для перпендикулярно поляризованих і паралельно поляризованих плоских хвиль, відповідно. Компоненти E_x^r , E_z^r , E_x^t і E_z^t можуть бути отримані аналогічним чином. Надалі обмежимося розглядом у-ї компоненти для падаючого і відбитого полів.

Розсіювальною структурою в даному випадку є двоперіодичний магнітодіелектричний нескінченний шар, розташований у площині $z = 0$. Періодична комірка з товщиною є паралелепіпедом із квадратною основою і квадратним отвором зі стороною a . $L_x = L_y = L$ – періоди шару в напрямках x та y , ε_1 і ε_2 – діелектричні, μ_1 і μ_2 – магнітні проникності навколишнього середовища і шару, відповідно. Досліджувана розсіювальна структура має симетрію при обертанні на $\pi/2$, тому коефіцієнти проходження та відображення не залежать від азимутального кута φ . У цьому випадку при вирішенні поставленого завдання для даної структури доцільно перейти від декартової (x, y, z) до циліндричної (ρ, φ, z) системи координат. При цьому $k_x = k_{\rho} \sin \varphi$, $k_y = k_{\rho} \cos \varphi$ і $k_z = \sqrt{k_0^2 - k_{\rho}^2}$. Таким чином, поле похило падаючого у вільному просторі

тривимірного гауссівського пучка в циліндричній системі координат подається виразом

$$E_y^{ins}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \exp\left(-\frac{1}{4}\left[\left(k_\rho \sin \alpha \cos \theta - \sqrt{k_0^2 - k_\rho^2} \sin \theta\right)^2 + k_\rho^2 \cos^2 \alpha\right]\right) \times \\ \times \exp\left[i(k_\rho \sin \alpha x + k_\rho \cos \alpha y + \sqrt{k_0^2 - k_\rho^2} z)\right] \exp\left[i(k_\rho \sin \alpha \sin \theta + \sqrt{k_0^2 - k_\rho^2} \cos \theta) d\right] \times (5.1.9) \\ \times (\cos \theta + \frac{\sin \alpha k_\rho}{\sqrt{k_0^2 - k_\rho^2}} \sin \theta) d\alpha k_\rho dk_\rho.$$

Тут і надалі x, y, z, d, k_0, k_ρ – це безрозмірні величини, нормовані на величину w_0 .

Скориставшись відомими розкладеннями [307],

$$e^{i\kappa\rho \cos(\varphi-\alpha)} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m e^{-im(\varphi-\alpha)} J_m(\kappa\rho) \\ e^{-i\kappa\rho \cos(\varphi-\alpha)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-i)^n e^{in(\varphi-\alpha)} J_n(\kappa\rho),$$

де $J_n(\rho)$ – функція Бесселя з цілим індексом, після певних перетворень та інтегрування за φ , отримуємо падаюче поле тривимірного гауссівського пучка у вигляді суми однократних інтегралів за k_ρ .

$$E_y^{ins}(x, y, z) = \frac{\cos \theta}{2} \text{Int}_1^{ins}(x, y, z) + \frac{\sin \theta}{4} \text{Int}_2^{ins}(x, y, z) \quad (5.1.10)$$

$$\text{Int}_1^{ins}(x, y, z) = \int_0^\infty D^{ins}(k_\rho) \left(J_0(\zeta) J_0(k_\rho r) + \sum_{m=1}^{\infty} i^{-m} J_m(\zeta) J_{2m}(k_\rho r) \left[\left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^m + \left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{-m} \right] \right) k_\rho dk_\rho \\ \text{Int}_2^{ins}(x, y, z) = \int_0^\infty D^{ins}(k_\rho) \frac{k_\rho^2}{\sqrt{k_0^2 - k_\rho^2}} \left((J_0(\zeta) J_1(k_\rho r) \left[\left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{1/2} + \left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{-1/2} \right] + \sum_{m=1}^{\infty} i^{-m} J_m(\zeta) \times \right. \\ \left. \times \left[J_{2m+1}(k_\rho r) \left[\left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{m+1/2} + \left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{-(m+1/2)} \right] + J_{2m-1}(k_\rho r) \left[\left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{m-1/2} + \left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{-(m-1/2)} \right] \right] \right) dk_\rho,$$

де уведено такі позначення:

$$D^{ins}(k_\rho) = \exp\left[-\frac{(k_0^2 - k_\rho^2)}{4} \sin^2 \theta\right] \exp\left[\frac{k_\rho^2}{4} \left(\frac{\sin^2 \theta}{2} - 1\right)\right] \exp\left[i\sqrt{k_0^2 - k_\rho^2} (z + \cos \theta d)\right],$$

$$A = x + \sin \theta d - \frac{i}{2} \sin \theta \cos \theta \sqrt{k_0^2 - k_\rho^2}, \quad B = y,$$

$$r = \sqrt{B^2 + A^2}, \quad \zeta = \frac{i k_\rho^2}{8} \sin^2 \theta.$$

Перевага виразу (5.1.10) полягає в значному скороченні часу числових розрахунків, а також суттєвому збільшенні точності обчислень за цією формулою порівняно з формулою (5.1.9), де поле пучка було подане у вигляді подвійного інтеграла. Порівняння розрахунків поля падаючого пучка за формулами (5.1.9) і (5.1.10) показало збіг результатів з точністю до третьої значущої цифри, що підтверджує правомірність проведених перетворень.

Відбите поле тривимірного гауссівського пучка (5.1.7) у вигляді суми однократних інтегралів за k_ρ подається таким виразом:

$$E_y^r(x, y, z) = \frac{\cos \theta}{8} \left(2\text{Int}_1^r(x, y, z) + \text{Int}_2^r(x, y, z) \right) + \frac{\sin \theta}{16} \left(\text{Int}_3^r(x, y, z) + \text{Int}_4^r(x, y, z) \right) \quad (5.1.11)$$

де

$$\begin{aligned} \text{Int}_1^r(x, y, z) = & \int_0^\infty (R_\perp(k_\rho) - R_\parallel(k_\rho)) D^r(k_\rho) \times \\ & \times \left(J_0(\zeta) J_0(k_\rho r) + \sum_{m=1}^\infty i^{-m} J_m(\zeta) J_{2m}(k_\rho r) \left[\left(\frac{B + iA}{B - iA} \right)^m + \left(\frac{B + iA}{B - iA} \right)^{-m} \right] \right) k_\rho dk_\rho \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Int}_2^r(x, y, z) = & \int_0^\infty (R_\perp + R_\parallel) D^r(k_\rho) \times \\ & \times (J_0(\zeta) J_2(k_\rho r) \left(\frac{B+iA}{B-iA} + \frac{B-iA}{B+iA} \right) + \sum_{m=1}^\infty i^{-m} J_m(\zeta) (J_{2(m+1)}(k_\rho r) \times \\ & \times \left(\left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{m+1} + \left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{-(m+1)} \right) + J_{2(m-1)}(k_\rho r) \left(\left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{m-1} + \left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{-(m-1)} \right)) k_\rho dk_\rho \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Int}_3^r(x, y, z) = & \int_0^\infty (3R_\perp - R_\parallel) D^r(k_\rho) \frac{k_\rho^2}{\sqrt{k_0^2 - k_\rho^2}} \times \\ & \times (J_0(\zeta) J_1(k_\rho r) \left(\left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{1/2} - \left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{-1/2} \right) + \sum_{m=1}^\infty i^{-m} J_m(\zeta) (J_{2m+1}(k_\rho r) \times \\ & \times \left(\left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{m+1/2} - \left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{-(m+1/2)} \right) + J_{2m-1}(k_\rho r) \left(\left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{m-1/2} - \left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{-(m-1/2)} \right)) k_\rho dk_\rho \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Int}_4^r(x, y, z) = & \int_0^\infty (R_\perp + R_\parallel) D^r(k_\rho) \frac{k_\rho^2}{\sqrt{k_0^2 - k_\rho^2}} \times \\ & \times (J_0(\zeta) J_3(k_\rho r) \left(\left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{3/2} - \left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{-3/2} \right) + \sum_{m=1}^\infty i^{-m} J_m(\zeta) (J_{2m-3}(k_\rho r) \times \\ & \times \left(\left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{m-3/2} - \left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{-(m-3/2)} \right) + J_{2m+3}(k_\rho r) \left(\left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{m+3/2} - \left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{-(m+3/2)} \right)) k_\rho dk_\rho \end{aligned}$$

$$\text{Тут } D^r(k_\rho) = \exp \left[-\frac{(k_0^2 - k_\rho^2)}{4} \sin^2 \theta \right] \exp \left[\frac{k_\rho^2}{4} \left(\frac{\sin^2 \theta}{2} - 1 \right) \right] \exp \left[i \sqrt{k_0^2 - k_\rho^2} (\cos \theta d - z) \right].$$

Поле пучка (5.1.8), який пройшов через структуру, у циліндричній системі координат $E_y^t(k_\rho)$ знаходиться аналогічним чином.

Визначення функцій коефіцієнтів відбиття і проходження для плоскої хвилі, що падає на двоперіодичний магнітодіелектричний шар, являє собою окрему задачу. Її було розв'язано методом, заснованим на розв'язанні об'ємних

інтегральних рівнянь макроскопічної електродинаміки, наприклад, у розділі 4.1.1, методом інтегральних функціоналів.

У квазістатичному наближенні, коли $\lambda_0 \gg L$, для отримання розв'язку досить розглядати основну хвилю багатомодового зображення поля. У цьому випадку розв'язок задачі для квазістатичного режиму може бути отриманий аналітично. Методом інтегральних функціоналів нами були отримані такі коефіцієнти відбиття і проходження для двоперіодичного шару:

$$R_{\perp}(\tilde{k}_{\rho}) = \frac{2i CD \sin(-i\chi h)}{\cos(-i\chi h)(C^2 - D^2) - i \sin(-i\chi h)(C^2 + D^2)}, \quad (5.1.12)$$

$$T_{\perp}(\tilde{k}_{\rho}) = \frac{(C^2 - D^2)}{\cos(-i\chi h)(C^2 - D^2) - i \sin(-i\chi h)(C^2 + D^2)},$$

де

$$C = (\chi + i\sqrt{1 - \tilde{k}_{\rho}^2}) \left(W_1 + \sqrt{1 - \tilde{k}_{\rho}^2} W_2 - \tilde{k}_{\rho} W_3 \right),$$

$$D = (\chi - i\sqrt{1 - \tilde{k}_{\rho}^2}) \left(W_1 - \sqrt{1 - \tilde{k}_{\rho}^2} W_2 - \tilde{k}_{\rho} W_3 \right),$$

$$W_1 = \frac{1}{\chi^2 + 1 - \tilde{k}_{\rho}^2}, \quad W_2 = i\chi \frac{\left(1 - \left(1 - \frac{1}{L_x L_y} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \frac{1}{\varepsilon(x, y)} dx dy \right)^{-1} \right)}{\left(1 - \frac{1}{L_x L_y} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \frac{1}{\mu(x, y)} dx dy \right)^{-1} (\chi^2 + 1 - \tilde{k}_{\rho}^2)},$$

$$W_3 = \frac{\tilde{k}_{\rho} \left(1 - \left(1 - \frac{1}{L_x L_y} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \frac{1}{\varepsilon(x, y)} dx dy \right)^{-1} \right)}{\left(\left(\frac{1}{L_x L_y} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \mu(x, y) dx dy - 1 \right)^{-1} + 1 \right) (\chi^2 + 1 - \tilde{k}_{\rho}^2)},$$

$$\chi = i \left(1 - \tilde{k}_\rho^2 \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \frac{1}{\varepsilon(x, y)} dx dy \right)^{1/2} \times \left(\frac{1}{L_x L_y} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \frac{1}{\mu(x, y)} dx dy \frac{1}{L_x L_y} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \frac{1}{\varepsilon(x, y)} dx dy \right)^{-1/2}.$$

При цьому $\tilde{k}_\rho = k_\rho / k_0$. Коефіцієнти $R_{||}$ і $T_{||}$ визначаються шляхом заміни ε на μ і μ на ε у виразах для $R_{\perp}$ і $T_{\perp}$, згідно з дуалізмом рівнянь Максвелла.

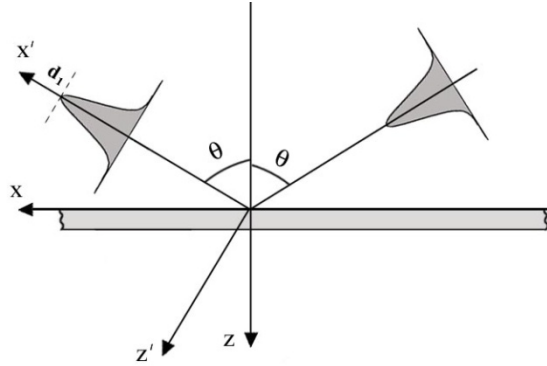


Рис. 5.1.2 – Схематичне зображення падаючого і відбитого гауссівських пучків і пов'язаних з ними координатних систем

Очевидно, що підінтегральні вирази у (5.1.11) складніші, ніж у (5.1.10), оскільки вони містять прості полюси, що пов'язані з коефіцієнтом відбиття від структури, і які мають бути виключені при числовому інтегруванні [308]. Використовуючи нерівність Каптейна [309]

$$|J_n(nz)| \leq \left| \frac{z^n \exp \left\{ n \sqrt{1 - z^2} \right\}}{\left\{ 1 + \sqrt{1 - z^2} \right\}^n} \right|, \quad (5.1.12)$$

яка справедлива для будь-якого z (дійсного або комплексного), коли $z^2 - 1$ не є дійсним додатним числом, можна показати, що абсолютна величина n -го члена ряду (5.1.11) є нескінченно малою величиною порядку $O(1/n^n)$ за умови $n \rightarrow \infty$.

Суми рядів у (5.1.10) і (5.1.11) обчислювалися з точністю до 5-го знака після коми. При цьому число членів ряду не перевищувало 30 для будь-яких значень k_p .

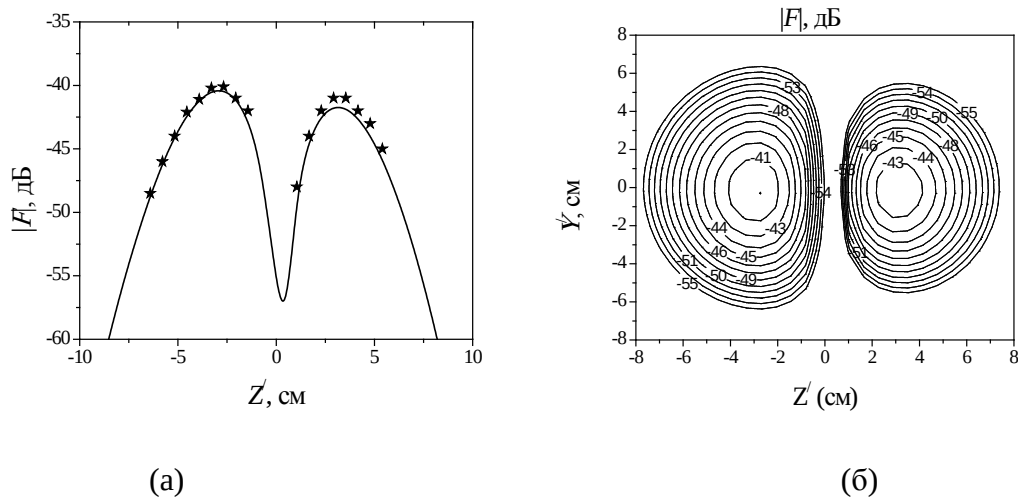


Рис. 5.1.3. – Залежність модуля H_y -компоненти відбитого паралельно поляризованого гауссівського пучка при падінні на шар поліетилену під кутом Брюстера від координат: (а) $-z'$ за умови $x'=d_1$ і $y'=0$; (б) $-y'$ і z' за умови $x'=d_1$

Найбільш цікавим явищем у випадку паралельної поляризації поля пучка є його падіння на межу розділу «немагнітних» діелектриків ($\mu_1 = \mu_2 = 1$) під кутом Брюстера, який характеризується відсутністю відбитої хвилі від межі розділу двох середовищ при падінні паралельно поляризованої плоскої хвилі. Кут Брюстера для паралельно поляризованої падаючої плоскої хвилі обчислюється як $\theta_B = \arcsin \left(1 + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \right)^{-1/2}$, що випливає з формули (5.1.12). На рис. 5.1.2 подано схематичне зображення падаючого і відбитого гауссівських пучків і пов'язаних з ними координатних систем. Вісь x' збігається з напрямком центрального променя відбитого пучка. На рис. 5.1.3 показано залежність модуля компоненти H_y відбитого паралельно поляризованого гауссівського пучка від координати z' при $x'=d_1=18$ см і $y'=0$. Пучок генерується на частоті 110 ГГц і падає під кутом Брюстера $\theta_B=56,3^\circ$ на поверхню шару поліетилену ($\varepsilon_2=2,25$) завтовшки 4,76 мм;

напівширина пучка $w_0 = 0,69$ см. Відстань від перетяжки пучка до початку координат $d = 18$ см. Малюнок демонструє добрий збіг з експериментом [306], результати якого позначені зірочками. Розщеплення відбитого пучка на два таких, що незначно відрізняються за інтенсивністю, обумовлене падінням пучка під кутом Брюстера, див. рис.5.1.3(б).

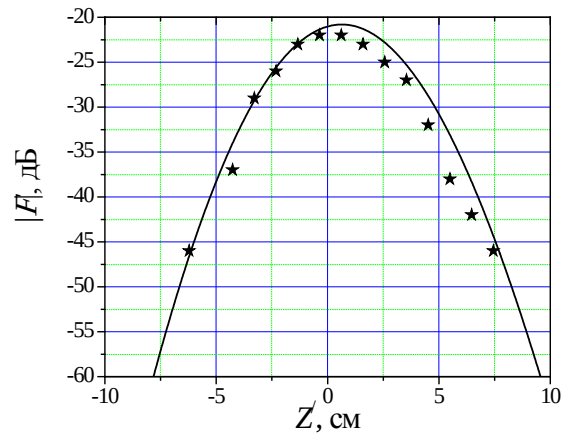


Рис. 5.1.4 – Залежність модуля E_y -компоненти відбитого перпендикулярно поляризованого гауссівського пучка при його падінні під кутом $\theta = 45^\circ$ на шар поліетилену від координат z' при $x'=d_1$ і $y'=0$

На рис. 5.1.4 показано залежність модуля компоненти E_y перпендикулярно поляризованого відбитого від шару поліетилену ($\varepsilon_2 = 2,25$) гауссівського пучка залежно від координат z' при $x'=d_1=15$ см і $y' = 0$ (див. рис. 5.1.2). Наведена на рисунку крива демонструє бічний зсув відбитого від шару пучка і добрий збіг теоретичних даних з експериментальними даними, відомими з літератури [306] і позначеними на рисунку зірочками. На рис. 5.1.5 показано залежності модуля компоненти E_y перпендикулярно поляризованого гауссівського пучка, що пройшов крізь шар поліетилену, від координат x' при $z'=d_2=12$ см та $y'=0$ і ту ж саму залежність, але за відсутності шару. З графіка випливає, що при проходженні крізь шар пучок втрачає частину своєї потужності внаслідок незначного відбиття. На рис. 5.1.5 добре видно бічне зміщення пучка, що пройшов крізь шар, як і у

випадку відбитого пучка; частково це зміщення пояснюється зсувом унаслідок виконання закону Снелліуса. Теоретичні результати також демонструють добрій збіг з експериментальними даними [303], які на рисунку позначені зірочками і трикутниками.

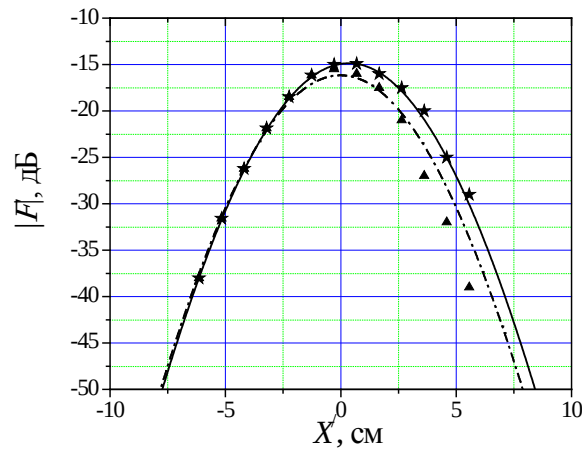
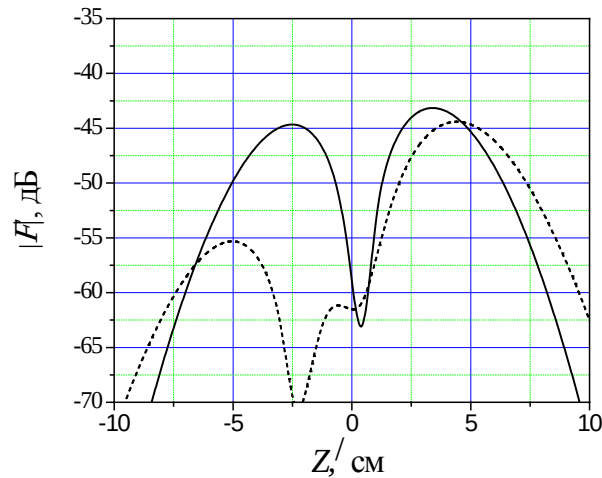
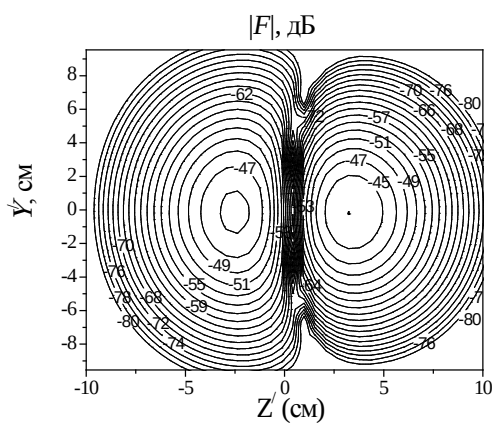


Рис. 5.1.5 – Залежність модуля E_y -компоненти перпендикулярно поляризованого гауссівського пучка, що пройшов, при його падінні під кутом $\theta = 45^\circ$ на шар поліетилену від координат x' при $z'=d_2$ і $y'=0$

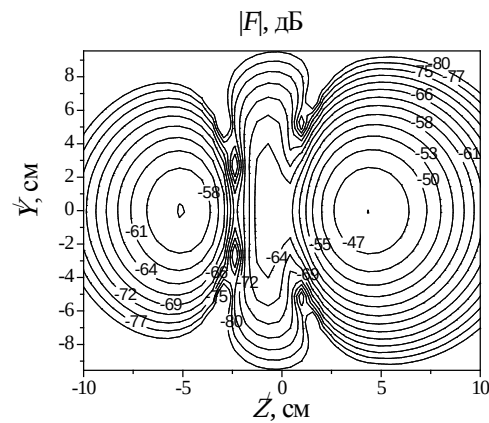
На рис. 5.1.6(a) наведено залежність модуля компоненти H_y відбитого паралельно поляризованого гауссівського пучка від координати z' за умови $x'=d_1=18$ см і $y'=0$. Пунктирна крива характеризує розсіювання гауссівського пучка на діелектричному шарі зі штучного діелектрика, який отримано шляхом перфорації поліетилену квадратними отворами з коефіцієнтом заповнення комірки періодичного шару $S = 0,81$. Коефіцієнти розсіювання розглядалися у квазістатичному наближенні. Ефективна діелектрична проникність такого шару розраховується на підставі рівності нулю коефіцієнта відбиття при падінні хвилі на діелектричний шар під кутом Брюстера і дорівнює $\varepsilon_r = 1,62$.



(a)



(б)



(в)

Рис. 5.1.6 – Залежність модуля H_y -компоненти відбитого паралельно поляризованого гауссівського пучка при його падінні під кутом Брюстера на однорідний і перфорований шари від координат: (а) $-z'$ при $x'=d_1$ і $y'=0$; (б) $-y'$ і z' при $x'=d_1$ для шару поліетилену; (в) $-y'$ і z' при $x'=d_1$ для перфорованого шару.

Суцільна лінія відповідає залежності модуля H_y -компоненти відбитого гауссівського пучка від однорідного шару з такою самою діелектричною проникністю, як і ефективна діелектрична проникність перфорованого шару. З порівняння ізоліній на рис. 5.1.6 (б) і рис. 5.1.6 (в) випливає, що картини розподілу відбитих полів значно відрізняються. Це свідчить про те, що застосування

ефективної діелектричної проникності не завжди виправдано в разі використання штучних діелектриків на основі періодичних структур.

5.2. Дифракція тривимірного гауссівського пучка з круговою симетрією розподілу поля на двоперіодично перфорованому гіромагнітному шарі

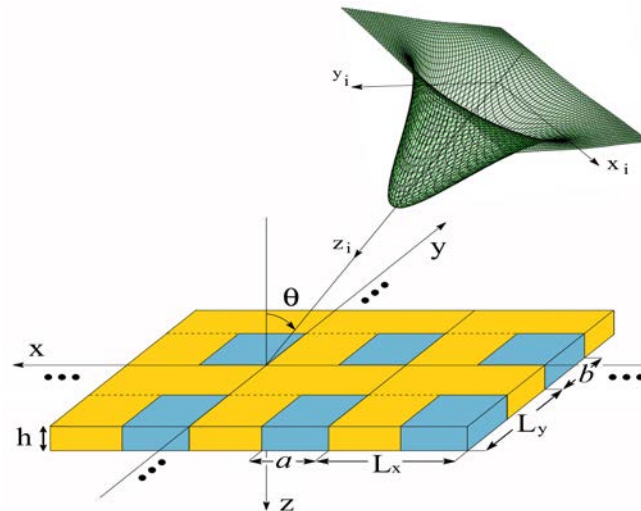


Рис. 5.2.1 – Двоперіодичний гіромагнітний шар з падаючим гауссівським пучком. Зображено тільки шість елементарних комірок нескінченної періодичної структури

На відміну від розсіювання плоскої хвилі на межі розділу діелектриків, яке описується добре відомим законом Снелліуса та формулами Френеля, напрямлений пучок, який зображується у вигляді спектра плоских хвиль, демонструє явище недзеркального відбиття і проходження. Першою невідповідністю з очікуваним геометричним розміщенням максимуму пучка є його бічний зсув у разі повного внутрішнього відбиття від межі розділу «діелектрик–повітря». Це явище, називане зсувом Гуса–Хенхена, було вперше виявлене експериментально [310]. Теоретичне пояснення цього ефекту дали Artmann [311], Lotsch [312], Horowitz та ін. [304]. Було виявлено, що значення зсуву пучка є малим значенням від мінімальної ширини пучка і залежить від

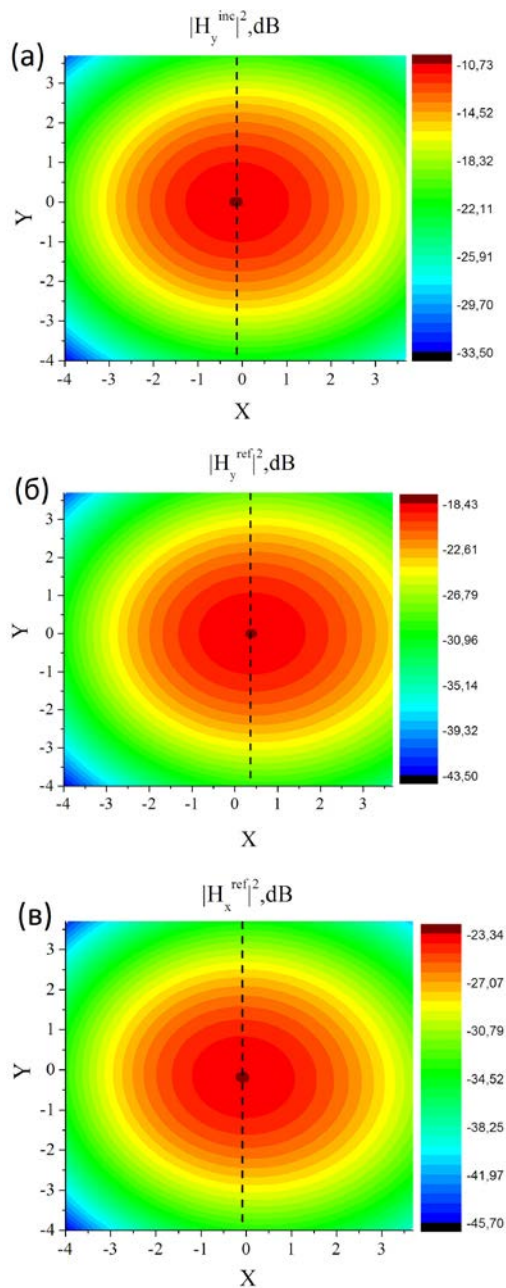


Рис. 5.2.2 – Ізолінії потужності фракцій H_y -компоненти поля ТМ-поляризованого падаючого пучка (а), H_y -компоненти поля відбитого пучка (б) і H_x -компоненти поля відбитого пучка (в) (у дБ).

кута падіння. Згодом у процесі розгляду різних структур було виявлено збільшення ефекту зсуву. Сильний ефект зсуву виявлено у багатошарових і періодичних структурах, що підтримують витічні хвилі [305, 313]. У таких структурах поле витічної хвилі може мати властивості хвилі з протилежними фазовою і груповою швидкостями при одних і тих самих напрямках бічних зсувів пучка. Витічні хвилі з протилежними фазовою і груповою швидкостями можуть підтримуватися багатошаровими структурами з властивостями шару, що характеризуються негативною діелектричною проникністю [314], металевими ґратковими структурами [315, 316], фотонними кристалами [317] та ЛНМ [318]. Великі позитивні і негативні зсуви спостерігалися на межі розділу «метал–повітря» і залежали від поля поверхневого плазмону [319, 320]. Великий бічний зсув у районі кута Брюстера було виявлено у слабо поглинаючому середовищі [321] і на шарі кірального метаматеріалу [322]. Він може бути як позитивним, так і негативним, залежно від напрямку поширення падаючого поля або підмагнічувального поля [323]. Крім того, кутові зсуви в площині або поза площиною падіння, які називають зсувами Імберта–

Федорова, були виявлені разом із бічними зсувами в площині та поза площиною падіння [324].

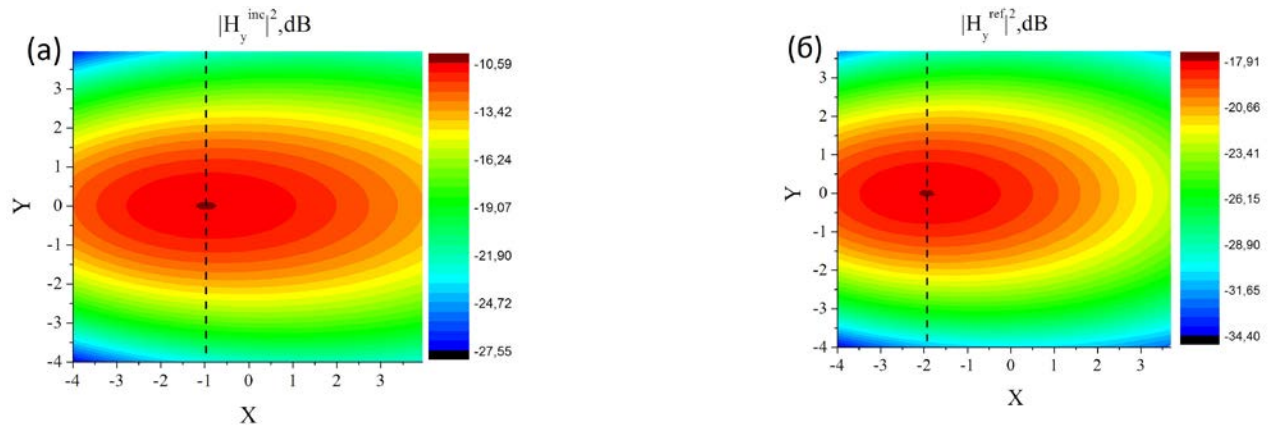


Рис. 5.2.3 – Те саме, що на рис. 5.2.2 , але для $\theta = 65^\circ$

McGuirk та Carniglia були першими, хто застосував концепцію зображення відбитого 2-D світлового пучка у вигляді спектра плоских хвиль для розв’язання задачі визначення зсуву Гуса–Хенхена [325]. Таке зображення має сенс у випадку ізотропних середовищ, але для гіротропних середовищ 2-D пучок не може слугувати адекватною моделлю фізичних явищ, які характерні для 3-D пучка. У більшості робіт метод стаціонарної фази використовувався в процесі виведення аналітичного виразу для бічного зсуву пучка – так званої формули Гартмана. Вона справедлива при досить великій мінімальній ширині падаючого пучка (тобто дуже вузькому кутовому спектрі пучка), проте не дуже надійна в деяких випадках, наприклад, якщо пучок відбивається від слабопоглинаючого середовища у випадку його падіння поблизу кута Брюстера і при дуже великих кутах падіння [313, 321].

У методі, що застосовується нами для розв’язання задачі розсіювання 3-D гауссівського пучка на двоперіодичному гіромагнітному шарі з поляризаційно незалежною елементарною коміркою, використовується концепція зображення поля пучка у вигляді спектра плоских хвиль. Оскільки досліджувані гауссівські пучки досить вузькі, ми оцінюємо їх бічні зсуви, використовуючи ізолінії

потужностей компонент полів відображених пучків, замість того, щоб оцінювати їх методом Артмана. Таке зображення пучка у вигляді подвійного інтеграла веде до кращої візуалізації впливу ефекту Фарадея на явище бічного зсуву пучка. Явище практично повного проходження пучка через слабо перфорований шар фериту також вивчене і обговорюється в цьому розділі. Раніше таке явище було виявлене в роботі [326] для проходження 3-D гауссівського пучка через періодичний набір одновимірних шарів «феррит–напівпровідник».

Геометрію задачі зображено на рис. 5.2.1. 3-D гауссівський пучок з круговою симетрією розподілу поля падає з півпростору ($z < 0$) на двоперіодичний шар гіромагнітного матеріалу, розташованого у вакуумі, під кутом θ щодо осі z . Горловину пучка розташовано на відстані d від початку координат (x, y, z) уздовж осі падаючого пучка z_i . Двоперіодичний шар товщиною h складається з періодично розташованих прямокутних паралелепіпедів. Елементарна комірка з періодами L_x та L_y уздовж осей x і y містить кілька сегментів прямокутних паралелепіпедів, що характеризуються комплексною магнітною проникністю в тензорною формі. На рис. 5.2.1 різними кольорами позначено сегменти елементарної комірки з різними діелектричними і магнітними проникностями. Відносні магнітні та діелектричні проникності j -го сегмента в напрямку осі x і f -го сегмента в напрямку осі y позначені як ε^{jf} та μ^{jf} , відповідно.

$$\overline{\overline{\mu}}^{jf} = \begin{bmatrix} \mu^{jf} & -i\mu_g^{jf} & 0 \\ i\mu_g^{jf} & \mu^{jf} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_z^{jf} \end{bmatrix}, \quad \overline{\overline{\varepsilon}}^{jf} = \begin{bmatrix} \varepsilon^{jf} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon^{jf} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon^{jf} \end{bmatrix}.$$

Векторне зображення поля падаючого гауссівського пучка подається у формі подвійних інтегралів за інтервалами інтегрування від $-\infty$ до ∞ [327] таким чином:

$$F_x(x, y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_x(k_x, k_y) \exp[i(k_x x + k_y y + k_z z)] dk_x dk_y, \quad (5.2.1)$$

$$F_y(x, y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_y(k_x, k_y) \exp[i(k_x x + k_y y + k_z z)] dk_x dk_y, \quad (5.2.2)$$

$$F_z(x, y, z) = - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{k_x}{k_z} \Phi_x(k_x, k_y) + \frac{k_y}{k_z} \Phi_y(k_x, k_y) \right] \exp[i(k_x x + k_y y + k_z z)] dk_x dk_y. \quad (5.2.3)$$

Тут $F_q(x, y, z)$, $q \in x, y, z$ – компоненти електричного і магнітного полів пучка, $\Phi_q(k_x, k_y)$, $q \in x, y$ – функції спектральної щільності компонент поля. Рівняння (5.2.1)–(5.2.3) є розв’язком векторного рівняння Гельмгольца $(\nabla^2 + k^2)\vec{F}(x, y, z) = 0$. Падаюче поле в перетяжці пучка лінійно поляризоване, тобто F_q – це E_y для перпендикулярної поляризації або H_y – для паралельної поляризації, якщо для x -компоненти ми обираємо $F_x = 0$. Вважаємо, що пучок монохроматичний. При цьому k_x , k_y та k_z – хвильові числа в напрямках x , y , z , відповідно; $k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k_0^2$, де k_0 – хвильове число у вільному просторі; w_0 – радіус перетяжки (мінімальна ширина пучка). Поле довільно падаючого гауссівського пучка в області $-d < z_i < 0$ виражається у формі подвійного інтеграла в такий спосіб [306]:

$$F_y^{inc}(x, y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_y(k_x, k_y) \exp[i(k_x x + k_y y + k_z z)] \times \\ \times \exp[i(k_x \sin \theta + k_z \cos \theta)d] \left(\cos \theta + \frac{k_x}{k_z} \sin \theta \right) dk_x dk_y \quad (5.2.4)$$

Функція спектральної щільності $\Phi_y(k_x, k_y)$ довільно падаючої ($0^\circ < \theta < 90^\circ$) y -компоненти гауссівського пучка може бути аналітично виведена з перетворення Фур'є поля в перетяжці пучка $F(x_i, y_i, -d) = F_0 \exp[-(x_i^2 + y_i^2) / w_0^2]$ як

$$\Phi_y(k_x, k_y) = \frac{F_0 w_0^2}{4\pi} \exp \left\{ -\frac{w_0^2}{4} \left[(k_x \cos \theta - k_z \sin \theta)^2 + k_y^2 \right] \right\}. \quad (5.2.5)$$

Крім того, кожна компонента плоскої хвилі падаючого пучка має бути представлена у вигляді суми двох компонент, одна з яких паралельна, а інша – перпендикулярна площині падіння [303], наприклад $\vec{E}^{inc} = \vec{E}_\perp^{inc} + \vec{E}_\parallel^{inc}$ для падаючого перпендикулярно поляризованого пучка. Беручи до уваги це

твердження, а також властивості плоских хвиль $(\vec{k}, \vec{E}_\perp) = 0$, $(\vec{k}, \vec{E}_\parallel) = 0$, $(\vec{E}_\perp, \vec{E}_\parallel) = 0$ і той факт, що вираз для E_z^{inc} -компоненти може бути виведений з дивергентного рівняння Максвелла, $\vec{E}_\perp^{inc}$ - і $\vec{E}_\parallel^{inc}$ -компоненти поля падаючого пучка можна подати таким чином:

$$\begin{aligned} \vec{E}_\perp^{inc}(x, y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{-k_x k_y}{k_x^2 + k_y^2} \vec{x} + \frac{k_x^2}{k_x^2 + k_y^2} \vec{y} \right) \Phi_y(k_x, k_y) \exp[i(k_x x + k_y y + k_z z)] \times \\ \times \exp[i(k_x \sin \theta + k_z \cos \theta) d] \left(\cos \theta + \frac{k_x}{k_z} \sin \theta \right) dk_x dk_y; \end{aligned} \quad (5.2.6)$$

$$\begin{aligned} \vec{E}_\parallel^{inc}(x, y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{k_x k_y}{k_x^2 + k_y^2} \vec{x} + \frac{k_y^2}{k_x^2 + k_y^2} \vec{y} - \frac{k_y}{k_z} \vec{z} \right) \Phi_y(k_x, k_y) \exp[i(k_x x + k_y y + k_z z)] \times \\ \times \exp[i(k_x \sin \theta + k_z \cos \theta) d] \left(\cos \theta + \frac{k_x}{k_z} \sin \theta \right) dk_x dk_y. \end{aligned} \quad (5.2.7)$$

Слід зазначити, що x -компонента розсіяного поля виникає внаслідок обертання Фарадея при падінні пучка на гіромагнітний шар. Унаслідок взаємодії з гіромагнітним шаром вектор $\vec{E}^{inc}$ падаючої плоскої хвилі піддається обертанню і змінює свою довжину. Як результат, x - і y -компоненти відбитої плоскої хвилі для перпендикулярно поляризованої хвилі ($\perp$), що падає на гіромагнітний шар, можуть бути подані у вигляді (див. формулу (4.1.61) розділу 4.1.1):

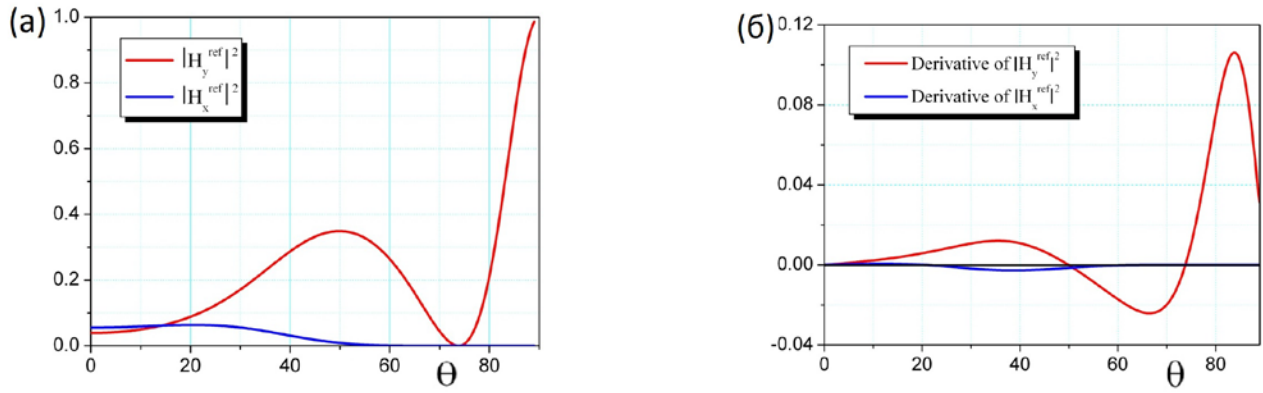


Рис. 5.2.4 – Залежність фракцій потужності x - і y -компонент поля TM -поляризованої плоскої хвилі, що відбита від гіромагнітного шару, перфорованого квадратними отворами (а), і похідних компонент фракцій потужності (б) як функцій кута падіння. $S=0,87$, $\varepsilon_r=2,25$, $\mu=\mu_z=0,9998$, $\mu_g=10$, $\alpha=0^0$, $f=110$ ГГц, $h=2,387$ мм

$$E_{x\perp}^{ref}(x, y, z) = R_{x\perp}^{ref}(x, y, z)E_{x\perp}^{inc}(x, y, z) - R_{y\perp}^{ref}(x, y, z)E_{y\perp}^{inc}(x, y, z), \quad (5.2.8)$$

$$E_{y\perp}^{ref}(x, y, z) = R_{y\perp}^{ref}(x, y, z)E_{x\perp}^{inc}(x, y, z) + R_{x\perp}^{ref}(x, y, z)E_{y\perp}^{inc}(x, y, z),$$

де $R_{x\perp}^{ref}, R_{y\perp}^{ref}$ – коефіцієнти відображення x - і y -компонент плоскої хвилі від гіромагнітного шару при азимутному куті $\alpha = 0$, $E_{x\perp}^{inc}$ і $E_{y\perp}^{inc}$ – x - і y -компоненти амплітуди падаючої плоскої хвилі.

Знаходження коефіцієнтів розсіювання компонент плоскої хвилі, що падає на періодичний гіромагнітний шар, є окремою задачею. Для її розв'язання використовувався чисельно-аналітичний метод у частотній області, в основі якого лежать об'ємні інтегро-диференціальні рівняння для еквівалентних електричного і магнітного поляризаційних струмів шару у векторній формі (див. розділ 4.1.1).

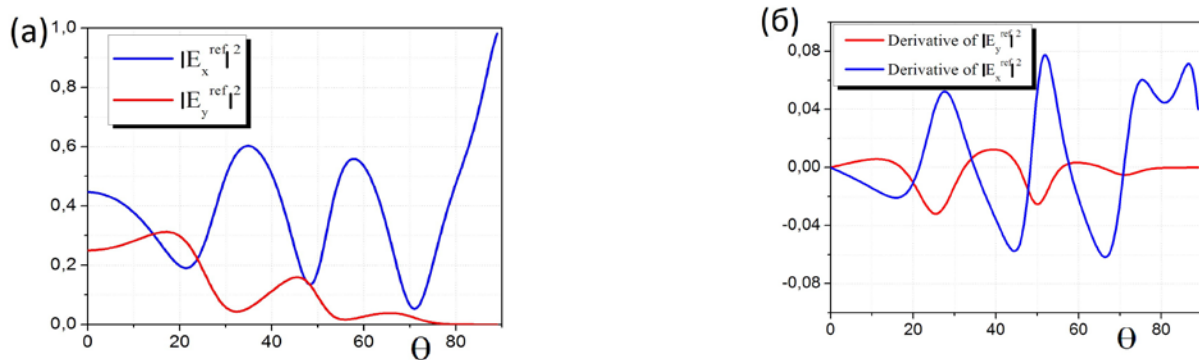


Рис. 5.2.5 – Залежність фракцій потужності x - і y -компонент поля TE -поляризованої плоскої хвилі, відбитої від суцільного гіромагнітного шару (а), і похідні фракцій потужності x - і y -компонент (б) як функції кута падіння. $S=1$, $\varepsilon=2,25$, $\mu=\mu_z=0,9998$, $\mu_g=10$, $\alpha=0^0$, $f=110$ ГГц, $h=4,762$ мм

Тут ми розглядаємо квазістатичний випадок, коли довжина хвилі пучка набагато більша, ніж періоди розсіювальної структури. У цьому випадку тільки одна (основна) мода приймається до розрахунку при розкладанні розсіяного поля плоскої хвилі в ряди Флоке. У розділі 4.1.1 були виведені аналітичні вирази для коефіцієнтів розсіювання плоскої хвилі на періодичному гіротропному шарі, що перебуває під впливом зовнішнього статичного магнітного поля (плоска хвиля поширюється вздовж напрямку намагнічування). Ці вирази ми використовували, аналізуючи розсіювання пучка.

Оскільки гауссівський пучок може бути представлений у вигляді безперервного спектра плоских хвиль, то ми можемо застосувати (5.2.6) і (5.2.7) при виведенні виразів для x - і y -компонент полів відбитих гауссівських пучків. Досліджувана розсіювальна структура переходить сама в себе при обертанні на $\pi/2$, і у випадку квазістатичного наближення коефіцієнти розсіювання не залежать від азимутального кута α . Отже, має сенс використовувати циліндричну систему координат (ρ, α, z) замість прямокутної (x, y, z) , тобто ввести

$k_x = k_\rho \sin \alpha$, $k_y = k_\rho \cos \alpha$, $k_z = \sqrt{k_0^2 - k_\rho^2}$. Тут і далі x, y, z, d, k_0, k_ρ – безрозмірні величини, нормовані на w_0 .

Беручи до уваги (5.2.8), отримуємо вирази для x - і y -компонент поля відбитого пучка для випадку падіння перпендикулярно поляризованого пучка у вигляді:

$$E_{x\perp}^{ref}(x, y, z) = -\frac{1}{4\pi} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \left[\sin \alpha \cos \alpha R_{x\perp}^{ref}(k_\rho) + \sin^2 \alpha R_{y\perp}^{ref}(k_\rho) \right] \times \\ \times \exp \left[-\frac{1}{4} (k_\rho \sin \alpha \cos \theta - \sqrt{k_0^2 - k_\rho^2} \sin \theta)^2 - \frac{1}{4} k_\rho^2 \cos^2 \alpha \right] \exp \left[i(k_\rho \sin \alpha x + k_\rho \cos \alpha y - \sqrt{k_0^2 - k_\rho^2} z) \right] \times \quad (5.2.9) \\ \times \exp \left[i(k_\rho \sin \alpha \sin \theta + \sqrt{k_0^2 - k_\rho^2} \cos \theta) d \right] \left(\cos \theta + \frac{k_\rho \sin \alpha}{\sqrt{k_0^2 - k_\rho^2}} \sin \theta \right) k_\rho d \alpha dk_\rho,$$

$$E_{y\perp}^{ref}(x, y, z) = -\frac{1}{4\pi} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \left[\sin^2 \alpha R_{x\perp}^{ref}(k_\rho) - \sin \alpha \cos \alpha R_{y\perp}^{ref}(k_\rho) \right] \times \\ \times \exp \left[-\frac{1}{4} (k_\rho \sin \alpha \cos \theta - \sqrt{k_0^2 - k_\rho^2} \sin \theta)^2 - \frac{1}{4} k_\rho^2 \cos^2 \alpha \right] \exp \left[i(k_\rho \sin \alpha x + k_\rho \cos \alpha y - \sqrt{k_0^2 - k_\rho^2} z) \right] \times \quad (5.2.10) \\ \times \exp \left[i(k_\rho \sin \alpha \sin \theta + \sqrt{k_0^2 - k_\rho^2} \cos \theta) d \right] \left(\cos \theta + \frac{k_\rho \sin \alpha}{\sqrt{k_0^2 - k_\rho^2}} \sin \theta \right) k_\rho d \alpha dk_\rho.$$

Надалі, використовуючи рівняння Максвелла і здійснивши викладки аналогічно до того, як це було зроблено для виразів $E_{x\perp}^{ref}$ та $E_{y\perp}^{ref}$, ми отримали такі вирази для паралельно поляризованих ($\parallel$) $E_{x\parallel}^{ref}$ і $E_{y\parallel}^{ref}$ компонент:

$$E_{x\parallel}^{ref}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \left[-\cos^2 \alpha R_{y\parallel}^{ref}(k_\rho) + \sin \alpha \cos \alpha R_{x\parallel}^{ref}(k_\rho) \right] \times \\ \times \exp \left[-\frac{1}{4} (k_\rho \sin \alpha \cos \theta - \sqrt{k_0^2 - k_\rho^2} \sin \theta)^2 - \frac{1}{4} k_\rho^2 \cos^2 \alpha \right] \exp \left[i(k_\rho \sin \alpha x + k_\rho \cos \alpha y - \sqrt{k_0^2 - k_\rho^2} z) \right] \times \\ \times \exp \left[i(k_\rho \sin \alpha \sin \theta + \sqrt{k_0^2 - k_\rho^2} \cos \theta) d \right] \left(\cos \theta + \frac{k_\rho \sin \alpha}{\sqrt{k_0^2 - k_\rho^2}} \sin \theta \right) k_\rho d \alpha dk_\rho, \quad (5.2.11)$$

$$\begin{aligned}
E_{y\parallel}^{ref}(x, y, z) = & \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \left[\cos^2 \alpha R_{x\parallel}^{ref}(k_\rho) + \sin \alpha \cos \alpha R_{y\parallel}^{ref}(k_\rho) \right] \times \\
& \times \exp \left[-\frac{1}{4} (k_\rho \sin \alpha \cos \theta - \sqrt{k_0^2 - k_\rho^2} \sin \theta)^2 - \frac{1}{4} k_\rho^2 \cos^2 \alpha \right] \exp \left[i(k_\rho \sin \alpha x + k_\rho \cos \alpha y - \sqrt{k_0^2 - k_\rho^2} z) \right] \times \\
& \times \exp \left[i(k_\rho \sin \alpha \sin \theta + \sqrt{k_0^2 - k_\rho^2} \cos \theta) d \right] \left(\cos \theta + \frac{k_\rho \sin \alpha}{\sqrt{k_0^2 - k_\rho^2}} \sin \theta \right) k_\rho d \alpha dk_\rho.
\end{aligned} \quad (5.2.12)$$

Тут $R_{x\perp}^{ref}(k_\rho)$, $R_{y\perp}^{ref}(k_\rho)$ та $R_{x\parallel}^{ref}(k_\rho)$, $R_{y\parallel}^{ref}(k_\rho)$ – x - і y -компоненти коефіцієнтів відбиття для перпендикулярно поляризованої ($\perp$) і паралельно поляризованої ($\parallel$) плоскої хвилі, яка падає на гіромагнітний шар при α , що дорівнює нулю. Таким чином,

$$\begin{aligned}
E_y^{ref}(x, y, z) = & E_{y\perp}^{ref}(x, y, z) + E_{y\parallel}^{ref}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \left[-\sin \alpha \cos \alpha (R_{y\perp}^{ref}(k_\rho) - R_{y\parallel}^{ref}(k_\rho)) + \right. \\
& + \frac{1}{2} (R_{x\perp}^{ref}(k_\rho) - R_{x\parallel}^{ref}(k_\rho)) - \frac{\cos 2\alpha}{2} (R_{x\perp}^{ref}(k_\rho) - R_{x\parallel}^{ref}(k_\rho)) \left. \right] \times \\
& \times \exp \left[-\frac{1}{4} (k_\rho \sin \alpha \cos \theta - \sqrt{k_0^2 - k_\rho^2} \sin \theta)^2 - \frac{1}{4} k_\rho^2 \cos^2 \alpha \right] \exp \left[i(k_\rho \sin \alpha x + k_\rho \cos \alpha y - \sqrt{k_0^2 - k_\rho^2} z) \right] \\
& \times \exp \left[i(k_\rho \sin \alpha \sin \theta + \sqrt{k_0^2 - k_\rho^2} \cos \theta) d \right] \left(\cos \theta + \frac{k_\rho \sin \alpha}{\sqrt{k_0^2 - k_\rho^2}} \sin \theta \right) k_\rho d \alpha dk_\rho.
\end{aligned} \quad (5.2.13)$$

Вирази для $E_x^{ref}(x, y, z)$ можна легко отримати з виразу для $E_y^{ref}(x, y, z)$, використовуючи підстановки: $R_{y\perp}^{ref}(k_\rho) = R_{x\perp}^{ref}(k_\rho)$, $R_{y\parallel}^{ref}(k_\rho) = R_{x\parallel}^{ref}(k_\rho)$, $R_{x\perp}^{ref}(k_\rho) = -R_{y\perp}^{ref}(k_\rho)$, $R_{x\parallel}^{ref}(k_\rho) = -R_{y\parallel}^{ref}(k_\rho)$. Після проведення деяких перетворень та інтегрування за α ми отримаємо вираз для компонент 3-D відбитого гауссівського пучка у вигляді суми однократних інтегралів за k_ρ . Подання поля пучка у вигляді суми однократних інтегралів дозволяє скоротити час розв'язання задачі. Порівняння

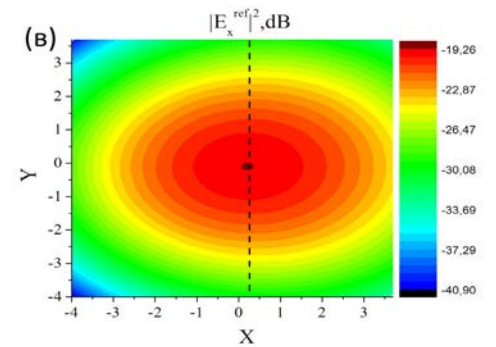
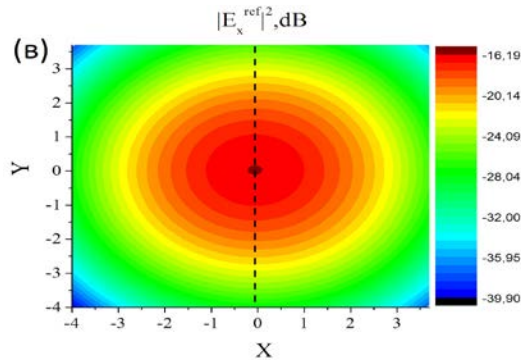
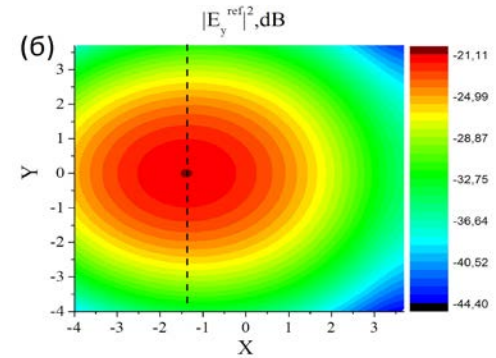
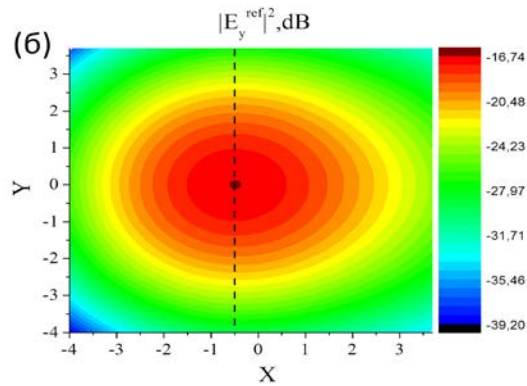
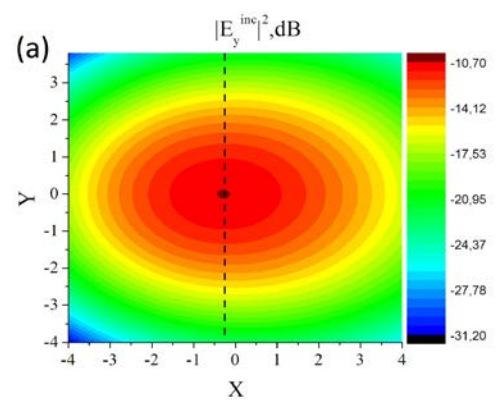
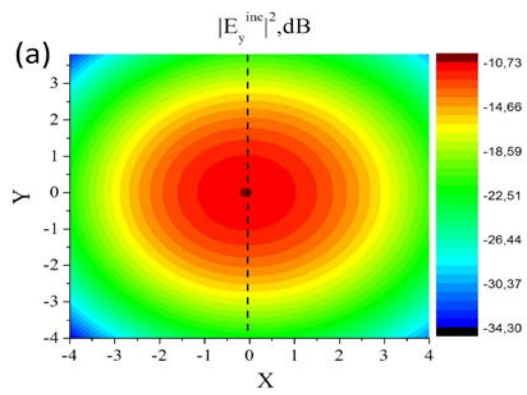


Рис. 5.2.6 – Ізолінії фракцій потужності E_y -компоненти падаючого поля (а), E_y -компоненти (б) і E_x -компоненти (в) відбитого поля пучка (у дБ) для суцільного шару. $S=1$, $\theta=20^\circ$, $d=18\text{см}$, $f=110\text{ ГГц}$, $w_0=0,69\text{ см}$, $\varepsilon_r=2,25$, $\mu_r=0,998$, $\mu_g=10$, $h=4,762\text{ мм}$, $z=0$, Рис.5.2.7 – Те саме, що на рис. 5.2.6, але для $\theta=45^\circ$.

обчислень поля падаючого пучка у формі однократних інтегралів і у формі подвійних інтегралів показало їх збіг з точністю до 3-го знака після коми. x - і y -компоненти поля

пучка, що пройшов, у вигляді суми однократних інтегралів за k_ρ можна визначити аналогічно.

Використовуючи вирази [309] $e^{i\kappa\rho\cos(\phi-\alpha)} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m e^{-im(\phi-\alpha)} J_m(\kappa\rho)$ та $e^{-i\kappa\rho\cos(\phi-\alpha)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-i)^n e^{in(\phi-\alpha)} J_n(\kappa\rho)$, де $J_n(\kappa\rho)$ – це функція Бесселя з цілим індексом,

після простих математичних перетворень та інтегрування за α можна представити поле відбитого 3D гауссівського пучка у вигляді суми однократних інтегралів за k_ρ :

$$E_y^{ref}(x, y, z) = \frac{\cos\theta}{8} \left(\text{Int}_1^{ref}(x, y, z) + \text{Int}_2^{ref}(x, y, z) + \text{Int}_3^{ref}(x, y, z) \right) + \\ + \frac{\sin\theta}{16} \left(\text{Int}_4^{ref}(x, y, z) + \text{Int}_5^{ref}(x, y, z) + \text{Int}_6^{ref}(x, y, z) + \text{Int}_7^{ref}(x, y, z) \right). \quad (5.2.14)$$

Тут

$$\text{Int}_1^{ref}(x, y, z) = 2 \int_0^\infty (R_{x\perp}^{ref}(k_\rho) + R_{x\parallel}^{ref}(k_\rho)) D^{ref}(k_\rho) \times \\ \times \left(J_0(\zeta) J_0(k_\rho r) + \sum_{m=1}^\infty i^{-m} J_m(\zeta) J_{2m}(k_\rho r) \left[\left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^m + \left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{-m} \right] \right) k_\rho dk_\rho,$$

$$\text{Int}_{2,3}^{ref}(x, y, z) = \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \int_0^\infty \left(R_{x(y)\perp}^{ref}(k_\rho) - R_{x(y)\parallel}^{ref}(k_\rho) \right) \times D^{ref}(k_\rho) \times \\ \times (J_0(\zeta) J_2(k_\rho r) \left(\left(\frac{B+iA}{B-iA} \right) \pm \left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{-1} \right) + \sum_{m=1}^\infty i^{-m} J_m(\zeta) J_{2(m+1)}(k_\rho r) \times \\ \times \left(\left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{m+1} \pm \left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{-(m+1)} \right) \pm J_{2(m-1)}(k_\rho r) \left(\left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{m-1} \pm \left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{-(m-1)} \right)) k_\rho dk_\rho,$$

$$\begin{aligned}
\text{Int}_4^{\text{ref}}(x, y, z) = & -i \int_0^\infty \left(R_{y\perp}^{\text{ref}}(k_\rho) - R_{y\parallel}^{\text{ref}}(k_\rho) \right) D^{\text{ref}}(k_\rho) \times \\
& \times (J_0(\zeta) J_1(k_\rho r) \left(\left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{1/2} + \left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{-1/2} \right) + \sum_{m=1}^\infty i^{-m} J_m(\zeta) (J_{(2m+1)}(k_\rho r) \times \\
& \times \left(\left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{m+1/2} + \left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{-(m+1/2)} \right) - J_{(2m-1)}(k_\rho r) \left(\left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{m-1/2} + \left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{-(m-1/2)} \right)) \frac{k_\rho^2}{\sqrt{k_0^2 - k_\rho^2}} dk_\rho, \\
\text{Int}_{5,6}^{\text{ref}}(x, y, z) = & \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \times \int_0^\infty \left(R_{x(y)\perp}^{\text{ref}}(k_\rho) - R_{x(y)\parallel}^{\text{ref}}(k_\rho) \right) D^{\text{ref}}(k_\rho) \times \\
& \times (J_0(\zeta) J_3(k_\rho r) \left(\left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{3/2} \mp \left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{-3/2} \right) + \sum_{m=1}^\infty i^{-m} J_m(\zeta) (J_{(2m+3)}(k_\rho r) \times \\
& \times \left(\left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{m\mp 3/2} \mp \left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{-(m\mp 3/2)} \right) \pm J_{(2m\pm 3)}(k_\rho r) \left(\left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{m\pm 3/2} \mp \left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{-(m\pm 3/2)} \right)) \frac{k_\rho^2}{\sqrt{k_0^2 - k_\rho^2}} dk_\rho,
\end{aligned}$$

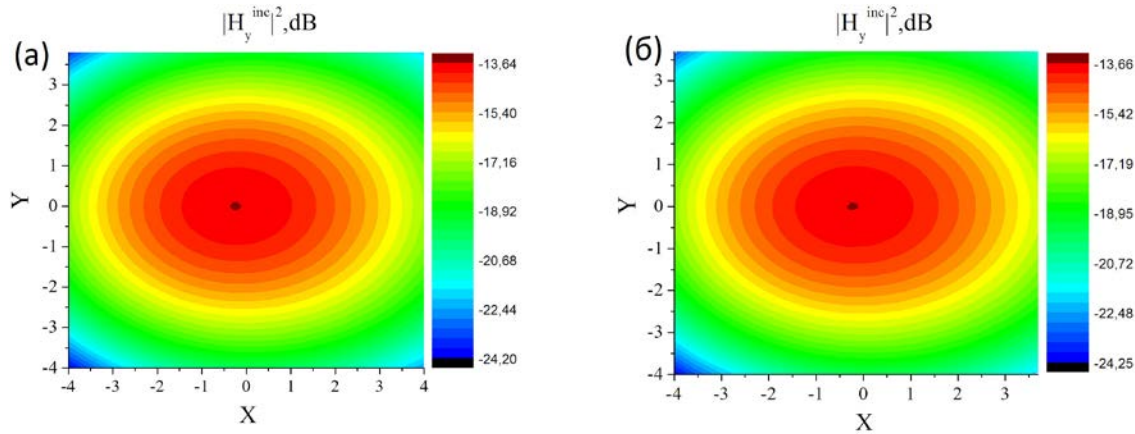


Рис. 5.2.8 – Ізоліїї фракцій потужності H_y -компоненти поля падаючого TM -поляризованого пучка при $z = 0$ (а) і H_y -компоненти поля пучка, що пройшов, на тіньовій стороні перфорованого шару при $z = h$ (б) . $S=0,7744$, $\theta=30^\circ$, $d=18$ см, $h=0,59$ мм, $\varepsilon_r = 14,2$, $\mu_r = \mu_z = 0,9998$, $\mu_g = 0,013$, $f=140$ ГГц, $w_0=0,51$ см, $\alpha=0^\circ$.

$$\text{Int}_7^{\text{ref}}(x, y, z) = \int_0^\infty \left(3R_{x\perp}^{\text{ref}}(k_\rho) + R_{x\parallel}^{\text{ref}}(k_\rho) \right) D^{\text{ref}}(k_\rho) \times$$

$$\times (J_0(\zeta) J_1(k_\rho r) \left(\left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{1/2} - \left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{-1/2} \right) + \sum_{m=1}^{\infty} i^{-m} J_m(\zeta) (J_{2m+1}(k_\rho r) \times \\ \times \left(\left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{m+1/2} - \left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{-(m+1/2)} \right) + J_{2m-1}(k_\rho r) \left(\left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{m-1/2} - \left(\frac{B+iA}{B-iA} \right)^{-(m-1/2)} \right)) \frac{k_\rho^2}{\sqrt{k_0^2 - k_\rho^2}} dk_\rho,$$

$$D^{ref}(k_\rho) = \exp \left(-\frac{(k_0^2 - k_\rho^2)}{4} \sin^2 \theta \right) \exp \left(\frac{k_\rho^2}{8} \sin^2 \theta - \frac{k_\rho^2}{4} \right) \exp \left(i \sqrt{k_0^2 - k_\rho^2} (\cos \theta d - z) \right).$$

$$A = x + \sin \theta d - \frac{i}{2} \sin \theta \cos \theta \sqrt{k_0^2 - k_\rho^2}; \quad B = y; \quad r = \sqrt{B^2 + A^2}; \quad \zeta = \frac{i k_\rho^2}{8} \sin^2 \theta.$$

Використовуючи нерівність Каптейна [309], можна показати, що модуль m -го члена ряду зменшується як $(1/m^m)$. Суми рядів були обчислені з точністю 5 знаків після коми. Оскільки підінтегральні вирази в (5.2.15) містять прості полюси, що містяться у висловах для коефіцієнтів відбиття, інтегрування в цих точках проводилося стандартним методом [308]. Підтвердженням правильності нашого методу для знаходження виразу для поля розсіяного пучка є добрий збіг наших результатів з експериментальними даними щодо розсіяння пучка на поліетиленовому шарі (див. розділ 5.1).

У цьому розділі ми розглянули ефект зсуву пучка при його розсіянні на гіромагнітному періодично перфорованому квадратними отворами шарі. Коефіцієнт заповнення S визначається як відношення неперфорованої площі елементарної комірки до площі всієї комірки, $S = 1 - a/L_x \times b/L_y$. Ми розглядали досить вузькі пучки ($w_0/\lambda < 2.5$).

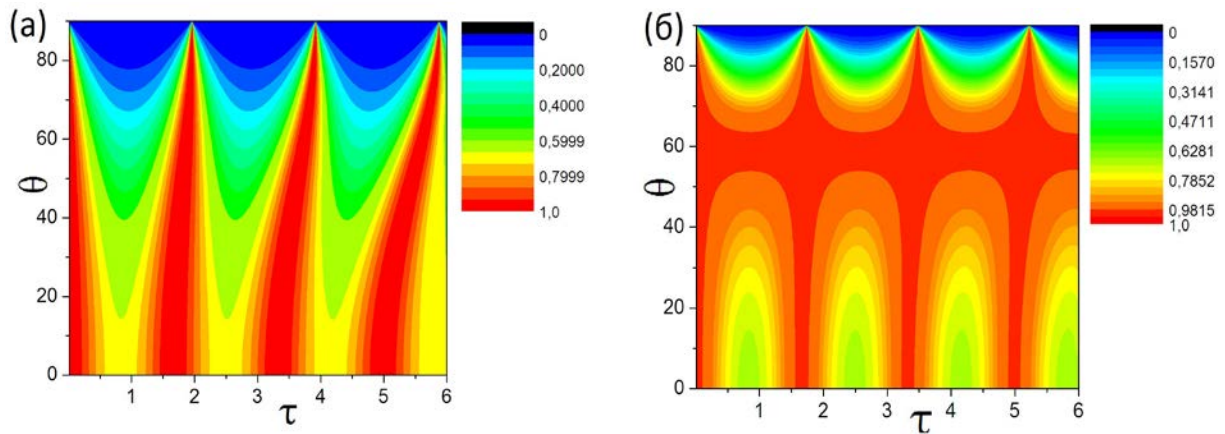


Рис. 5.2.9 – Величина значення фракцій потужності для E_y^{tr} -компоненти поля TE -поляризованої плоскої хвилі (а) та H_y^{tr} -компоненти поля TM -поляризованої плоскої хвилі (б), що пройшли через перфорований слой ЗІГ, як функція кута падіння θ і τ . $S=0,7744$, $\varepsilon_r=14,2$, $\mu_r=\mu_z=0,9998$, $\mu_g=0,013$, $f=140$ ГГц, $\alpha=0^\circ$.

На рис. 5.2.2 зображені ізолінії фракцій потужності H_y -компоненти поля, що падає під кутом 30° , TM -поляризованого пучка на перфорований шар з $S = 0.87$ (а), H_y -компоненти поля відбитого пучка (б) і H_x -компоненти поля відбитого пучка (в) при $z = 0$ для перфорованого шару, де $S=0,87$, $\theta=30^\circ$, $f=110$ ГГц, $w_0=0,69$ см, $d=18$ см, $\varepsilon_r=2,25$, $\mu_r=0,998$, $\mu_g=10$, $h=2,387$ мм. Такі самі ізолінії зображені на рис. 5.2.3 для пучка, що падає під кутом 65° на такий самий, як на рис. 5.2.2, гіромагнітний перфорований шар. Тут фракцію потужності H_x -компоненти поля відбитого пучка не показано, оскільки вона незначна. З рисунка видно, що максимум потужності H_y -компоненти поля відбитого пучка зсувається в позитивному напрямку осі x (рис. 5.2.2 (б)) щодо H_y -компоненти поля падаючого пучка, в той час як поведінка максимуму потужності цієї ж компоненти на рис. 5.2.3 (б) прямо протилежна, тобто він зсувається в негативному напрямку осі x . Пояснення цього явища впливає з рис. 5.2.4 (а), який зображує залежність фракцій потужності H_y - і H_x -компонент поля відбитої плоскої хвилі від кута її падіння θ . Відбитий пучок також є спектром плоских хвиль, але поширюваних під кутом $-\theta$. Як впливає з рис. 5.2.4 (а), інтенсивності фракцій потужності H_y -компонент

поля відбитих парціальних плоских хвиль, що поширюються під кутом, більшим ніж 30° , збільшуються і, отже, можна очікувати зсув пучка в позитивному напрямку осі x . Зсув максимуму потужності H_y -компоненти поля відбитого пучка в негативному напрямку осі x для пучка, що падає під кутом 65° , може бути пояснено таким чином, якщо брати до уваги поведінку відповідної кривої на рис. 5.2.4 (а).

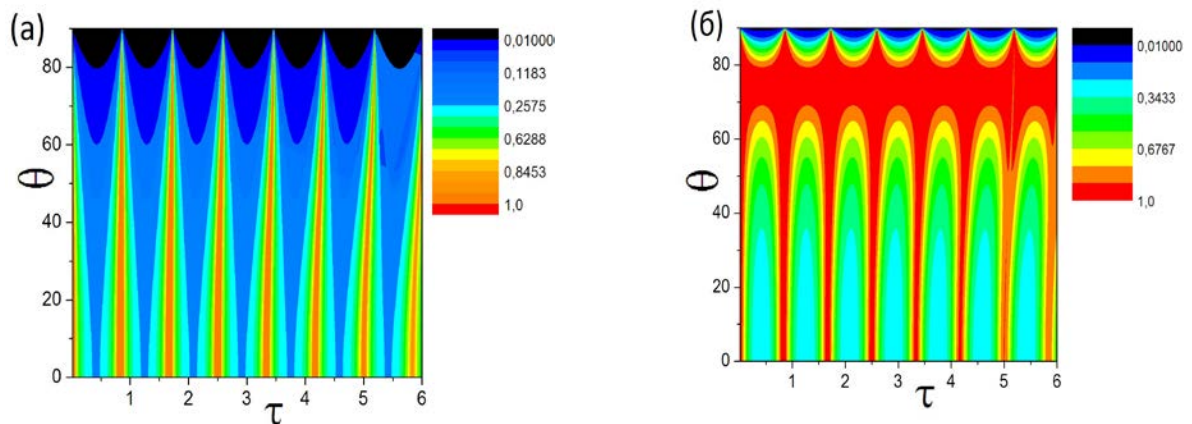


Рис. 5.2.10 – Те саме, що на рис. 5.2.9, але для $S=1$,

Криві похідних H_y - і H_x - компонент (рис. 5.2.4 (б)) для відбитої плоскої хвилі точно описують поведінку зсуву максимуму, тобто позитивна крива відповідає зсуву в позитивному напрямку осі x і навпаки. Криві на рис. 5.2.5 (а) є залежностями фракцій потужності TE -поляризованої плоскої хвилі, відбитої від суцільного гіромагнітного шару. Вони демонструють велику кількість екстремумів. Незважаючи на те, що знаки похідних відбитих E_y - і E_x -компонент, коли плоска хвиля падає під кутом 20° , збігаються (рис. 5.2.5 (б)), зсуви максимумів фракцій потужностей E_y - і E_x -компонент поля відбитого пучка не збігаються (рис. 5.2.6). Більш того, знаки похідних E_y - і E_x -компонент відбитої плоскої хвилі, якщо кут її падіння становить 45° (рис. 5.2.5 (б)), протилежні напрямкові зсуви максимумів потужностей E_y - і E_x -компонент відбитого пучка на рис. 5.2.7. Таким чином, більш складна поведінка кутових залежностей фракцій потужності відбитої плоскої хвилі (коли крива має більше одного екстремуму) не дозволяє оцінювати напрямок зсуву максимуму потужності пучка, використовуючи

кутові залежності їх похідних, тому що кутовий спектр пучка перекриває надзвичайно мінливу область відбитих фракцій пучка.

На рис. 5.2.8 показано ізолінії фракцій потужності H_y -компоненти поля падаючого TM -поляризованого пучка (а) і H_y -компоненти пучка, що пройшов через шар перфорованого залізо-ітрієвого гранату (ЗІГ) (б). Тут H_x -компоненту поля пучка, що пройшов, не відображено, оскільки її фракція потужності незначна (менше -50 дБ). Для розрахунку цих ізоліній використовувалося значення нормалізованої товщини шару $\tau = k_0 h = 1,75$. Як видно з рис. 5.2.9, ця товщина відповідає практично повному проходженню паралельно (рис. 5.2.9 (б)) та перпендикулярно (рис. 5.2.9 (а)) поляризованих плоских хвиль у дуже широкому інтервалі кутів падіння. Тому ізолінії H_y -компоненти поля пучка зберігають свою форму незмінною при проходженні через перфорований шар фериту (рис. 5.2.8). На рис. 5.2.10 показані значення фракцій потужності для E_y^{tr} -компонент (рис. 5.2.10(а)) і H_y^{tr} -компонент (рис. 5.2.10(б)) перпендикулярно і паралельно поляризованих плоских хвиль, відповідно, які пройшли через суцільний шар ЗІГ, як функції кута падіння хвилі θ і товщини шару τ . З малюнка випливає, що у порівнянні з рис. 5.2.9 для перфорованого ЗІГ шару червоні області повного проходження при певних товщинах стають ширшими. Таким чином, навіть незначна перфорація шару фериту при певних товщинах дозволяє пучку практично цілком проходити в широкій області його кутів падіння.

5.3. В и с н о в к и з а р о з д і л о м 5

Розв'язано задачу розсіяння тривимірного гауссівського хвильового пучка з циліндричною симетрією просторового розподілу поля на магнітодіелектричному і гіротропному шарах із квадратними отворами. Це надало можливість

- уперше виявити ефект, що полягає в протилежному зсуві максимумів x - і y -компонент поля, відбитого від гіромагнітного шару з отворами, при похилому падінні TE -поляризованого пучка Гаусса;
- уперше виявити ефект повного проходження TM -поляризованого пучка Гаусса, що похило падає, без зміни його форми при певних товщинах шару фериту з малими квадратними отворами в широкій області кутів падіння.

ВИСНОВКИ

В дисертації вирішена актуальна проблема радіофізики створення нового ефективного методу розв'язання векторних задач розсіювання на тривимірних багат шарових дво періодичних магнітодіелектричних структурах. В дисертації досліджено резонансне розсіювання *ЕМ* хвиль на складних 3D періодичних структурах. Дослідження було виконано за допомогою нового ефективного методу розв'язання векторних задач теорії розсіювання *ЕМ* хвиль на дво періодичних структурах, побудованого в дисертації на основі інтегральних рівнянь макроскопічної електродинаміки. До наукового внеску, що належить дисертанту, можна віднести:

1) Розроблений новий метод розв'язання векторних задач розсіювання плоских *ЕМ* хвиль на дво періодичному магнітодіелектричному шарі у багатомодовому режимі в частотній області на основі об'ємних інтегральних рівнянь макроскопічної електродинаміки. Доведено єдиність розв'язку (за винятком частот збудження власних хвиль структури) і проведено оцінку достовірності чисельних результатів. Це дозволило

- запропонувати і дослідити властивості нового класу частотно-селективних поверхонь, які є періодичними ідеально провідними екранами з отворами у формі гамадіонів, що мають чотириразову симетрію обертання, або *C*-подібними отворами; показати, що на основі таких поверхонь можна створити ефективні режекторні фільтри, добротність яких залежить від товщини екранів;
- вперше дослідити ЕПП-подібний (електромагнітно індукована прозорість) резонанс при нормальному падінні плоскої хвилі на дво періодичну повністю діелектричну структуру, що має місце при суміщенні ґраткових резонансів (аномалій Вуда) за допомогою зміни конфігурації періодів структури і її розмірів;
- розробити і дослідити диференціальні фазові секції квазіоптичних хвилеводів для ТГц діапазону довжин хвиль на основі діелектричної структури, що

складається з переміжних шарів слюди і лавсана або шарів полістиролу з повітряними проміжками, які застосовуються як ширококутові перетворювачі поляризації.

2) Розроблені нові рекурсивні схеми розв'язання в частотній області векторних задач розсіяння плоских *ЕМ* хвиль на багатошаровій двоперіодичній магнітодіелектричній структурі у багатомодовому режимі на основі методу інтегральних функціоналів. Це дало можливість

- запропонувати і дослідити новий клас періодичних структур, що являють собою ідеально провідні екрани із співвісними отворами, в яких можливий режим збудження замкненої моди. Такі структури можуть бути використані як дихроїчні частотні фільтри на високодобротних резонансах замкненої і ґраткової мод;
- теоретично передбачити, вивчити і експериментально підтвердити існування резонансу відбиття/проходження в схрещених решітках; уперше показати можливість керування резонансними властивостями такої структури в надширокому частотному діапазоні шляхом простої зміни кута схрещування;
- запропонувати і дослідити новий клас метаматеріалів на основі періодично розташованих квадратних спіралей в діелектричному шарі, які обертають площину поляризації *ЕМ* хвиль;
- розробити нову теоретичну модель існуючого композиту, який являє собою армований вуглепластик, за допомогою запропонованої моделі провести дослідження і дати рекомендації по виявленню термічної деградації таких вуглепластиків.

3) Методом інтегральних функціоналів розв'язано векторну задачу дифракції плоскої *ЕМ* хвилі на двоперіодичному гіротропному шарі у багатомодовому режимі. Це дозволило

- уперше застосувати гіромагнітний шар з отворами як поляризатор Брюстера, розробити нові методики ефективного пошуку параметрів поляризатора Брюстера, що пропускає тільки *TE*- або *TM*- компоненти поля падаючої хвилі;
- уперше продемонструвати явище екстраординарного збільшення ефекту Фарадея при використанні структур, що являють собою ідеально провідний шар з отворами, заповненими залізо-ітрієвим гранатом, і показати, що цей ефект пов'язаний з резонансом ґраткової моди і відноситься до резонансів магнітного типу, який характеризується циркуляційним розподілом електричного поля по периметру квадратного отвору.

4) Розв'язано задачу розсіювання тривимірною хвильового пучка Гауса з циліндричною симетрією просторового розподілу поля на магнітодіелектричному і гіротропному шарах з квадратними отворами. Це дало можливість

- уперше виявити ефект, що полягає в протилежному зміщенні максимумів x і y компонент поля, відбитого від гіромагнітного шару з отворами, при похилому падінні *TE*-поляризованого пучка Гауса;
- уперше виявити ефект повного проходження похило падаючого *TM*-поляризованого пучка Гауса без зміни його форми при певних товщинах шару фериту з малими квадратними отворами в широкій області кутів падіння.

Таким чином, науковий внесок дисертанта має фундаментальну і прикладну сторони. Фундаментальна сторона наукового внеску полягає в розв'язанні векторних задач розсіювання для плоских хвиль і компактних джерел випромінювання новим методом. На підставі проведеного дослідження, прикладна сторона визначається можливістю, створювати високоефективні пристрої керування і каналізації *ЕМ* випромінювання в мікрохвильовому, ТГц і оптичному діапазонах довжин хвиль. Подальші дослідження з використанням цього методу можуть проводитися в області розв'язання нелінійних задач розсіювання і задач розсіювання на неперіодичних структурах.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. **V.V.Yachin**, N.V.Ryazantseva, N.A.Khizhnyak, "The scattering of electromagnetic waves by a periodic magnetodielectric structures with arbitrary profiles and inhomogeneous media" *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, Vol.11, No.11, 1997, 1349-1366.
2. **V.V.Yachin** and N.V.Ryazantseva, "The scattering of electromagnetic waves by rectangular-cell double-periodic magnetodielectric gratings" *Microwave and optical technology letters*, Vol.23, No.3, November 5, 1999, pp.177-183.
3. N.V. Sidorchuk, **V.V. Yachin**, and S.L. Prosvirnin, "Low-Frequency Approximation for the Problem of Electromagnetic Wave Propagation in a Doubly- Periodic Magnetodielectric Layer" *Telecommunications and Radio Engineering*, vol. 59, No.5, 2003, pp. 52-59.
4. **V.V. Yachin** " Exception singularities in scattering problems on three-dimensional magneto-dielectric structures with the selected direction" *Radiofizika i elektronika*, Kharkov, V.8, № 2, 2003, pp. 197-200.
5. **V.V. Yachin** "Suppression principle in the problems of scattering by double-periodic magneto-dielectric structures" *Telecommunications and Radio Engineering*, vol. 61, No.1, 2004, pp. 26-32.
6. **V.V. Yachin**, N.V. Sidorchuk, " The scattering of electromagnetic waves by a double-periodic magneto-dielectric layer" *Radiofizika i radioastronomiya*, Kharkov, V.10, № 1, 2005, pp. 50-61.
7. **V.V. Yachin**, "Substantiation of the Field Functional Method as Applied to Scattering by a Doubly Periodic Magnetodielectric Structure," *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, vol. 46, No. 9, 2006, pp. 1668-1673.
8. A.V. Gribovskiy, S.L. Prosvirnin, N.V. Sidorchuk, V.V.Khardikov, **V.V. Yachin**, " Some methods of the theory of planar metamaterials" *Fizika volnovykh processov i radiotekhnicheskiye sistemy*, V.10, № 3, 2007, pp. 27-31.

9. **V. Yachin** and K. Yasumoto, "Method of Integral Functionals for Electromagnetic Wave Scattering from a Double Periodic Magnetodielectric Layer," *J. Opt. Soc. Am. A*, Vol. 24, No. 11, 2007, pp. 3606-3618.
10. **V. V. Yachin**, T. L. Zinenko, V. K. Kiseliyov, "Quasistatic approximation for the scattering of a plane wave by double-periodic gyrotropic layer" *Radiofizika i radioastronomiya*, Kharkov, v.14, № 2, 2009, pp. 174-183.
11. **V. V. Yachin**, T. L. Zinenko, V. K. Kiseliyov, S. N. Vorobyov "Diffraction of 3-D Gaussian beam with circular symmetry of the field space distribution on permeable screens at small angle of incidence" *Radio Physics and Radio Astronomy*, v.13, 2010, pp. 241-247.
12. **V. Yachin**, K. Watanabe and K. Yasumoto, "Method of Integral Functionals for Electromagnetic Wave Scattering from Three-Dimensional Gratings," *Advanced Techniques for Microwave Systems* Editor: Giuseppe Schettini Part A. Transmission lines and Periodic Structures, Research Signpost, 2011, pp. 85-102.
13. **V. V. Yachin**, T. L. Zinenko, V. K. Kiseliyov, "Diffraction of a three-dimensional Gaussian beam with a circular symmetry on penetrable screens," *Telecommunications and Radio Engineering*, vol. 71, no. 8, 2012, pp. 677-691.
14. **V. V. Yachin**, V. K. Kiseliyov, Ye. M. Kuleshov, P. K. Nesterov, T. L. Zinenko Reflectometry of Carbon Fiber Reinforced Plastic (CFRP) in Sub-Terahertz Frequency Range: Theory and Experiment. *Telecommunications and Radio Engineering*, 73(11), (2014), pp. 1005-1015.
15. T. L. Zinenko, **V. V. Yachin**, & Marciniak, M. Brewster's angle polarizer design based on a gyrotropic double-periodic perforated layer. *Optical and Quantum Electronics*, 46(6), (2014), 779-790.
16. V. I. Bezborodov, O. Kosiak, Y. M. Kuleshov, & **Yachin, V. V.** Differential phase sections based on form birefringence in the terahertz frequency range. *Telecommunications and Radio Engineering*, 74(8), (2015), pp. 735-744.

- 17.V. I. Bezborodov, O. Kosiak, Y. M. Kuleshov, & **Yachin, V. V.** Form Birefringent Structures Matching to Free Space in the terahertz frequency range. *Telecommunications and Radio Engineering*, 74(19), (2015), pp.1767-1776.
- 18.P. K. Nesterov, **V. V. Yachin**, T. L. Zinenko, & Kuleshov, Y. M. Characterization of CFRP Thermal degradation by The polarization-frequency reflectometry method in subterahertz frequency range. *IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology*, 6(1), (2016), 91-98.
- 19.**V. Yachin**, L. Ivzhenko, S. Polevoy, & Tarapov, S. Resonant response in mechanically tunable metasurface based on crossed metallic gratings with controllable crossing angle. *Applied Physics Letters*, 109(22), (2016), 221905.
- 20.**V. V. Yachin**, & Zinenko, T. L. 3-D Gaussian beam scattering from a gyromagnetic perforated layer: Quasi-static approach. *Optics Communications*, 380, (2016), 425-433.
- 21.**V.V. Yachin**, N.V.Ryazantseva," Electromagnetic wave scattering by rectangular-cell double-periodic magneto-dielectric grating," Proc. of Int. Conf. on Math. Methods in Electromagn. Theory, Kharkov, Ukraine, 1998, pp.192-194.
- 22.**V.V. Yachin**, N.V.Ryazantseva," Analysis of rectangular-cell double-periodic magneto-dielectric gratings," Proc. of Int. Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagn. Theory, Lviv, Ukraine, 1999, pp. 49-52.
- 23.**V.V. Yachin**, N.V.Sidorchuk,," Electromagnetic wave scattering by a doubly-periodic magnetodielectric layer," Proceedings of 8-th Int. Conf. on Mathematical Methods in Electromag. Theory (MMET2000), Kharkov, Sept. 12-15, 2000, vol. 2, pp. 566-568.
- 24.**V.V. Yachin**, N.V. Sidorchuk,," Low frequency solution for electromagnetic waves through a double-periodic magnetodielectric layer," Symposium Proceedings of Fourth International Kharkov Symposium "Physics and

- engineering of millimeter and sub-millimeter waves", Kharkov, Ukraine, 2001, vol. 1, p. 217-219.
25. **V.V. Yachin**, N.V.Sidorchuk,, " Electromagnetic characteristics of a doubly-periodic magnetodielectric layer bounded by two media," Proceedings of 6-th International Seminar/ Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory (DIPED-2001),Lviv, September 18-20, 2001, pp.115-118..
 26. **V.V. Yachin**, N.V.Sidorchuk,, S.L. Prosvirnin," Scattering and guiding of waves by a doubly-periodic magnetodielectric layer bounded by two uniform media," NATO Advanced Research Workshop BIANISOTROPICS 2002, 9th International Conf. on Electromagnetics of Complex Media, May 8-11, 2002, Marrakesh, Morocco, Proc., .78.
 27. **V.V. Yachin**, N.V.Sidorchuk,, S.L. Prosvirnin," Electromagnetic characteristics of doubly-periodic magnetodielectric layer bounded by two uniform media," Proceedings of 9-th International Conference on mathematical methods in electromagnetic theory, Sept. 10-13, Kiev, Ukraine, 2002, pp. 401-403.
 28. **V. Yachin**, N.Sidorchuk,, K. Yasumoto," Method of integral functionals in problems of electromagnetic wave scattering by doubly-periodic magnetodielectric structures" Proceedings of 2004 *Korea-Japan Joint Conference on AP/EMC/EMT*, Seoul, 2004, pp.223-226.
 29. **V. Yachin**, T. Zinenko,, K. Yasumoto," Long-wave Approximation for Plane Wave Scattering from Double Periodic Ferromagnetic Layer" Proceedings of 2007 *Japan-IndoWorkshop on Microwaves, Photonics, and Communication Systems, July 2007*, pp. 158-162.
 30. **V.V. Yachin**, T.L.Zinenko, V. K. Kiseliiov, "Plane Wave Scattering from Double Periodic Gyrotropic Layer in quasi-Static Approximation," Proceedings of 2007 The Sixth International Kharkov Symposium on Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter and Submillimeter waves, June 2007, pp. 316-318.

31. **V. Yachin**, K. Yasumoto, "Numerical Analysis of Layered Crossed Gratings with Arbitrary Crossing Angle Using Method of Integral Functionals" Digest of *2007 Indo-Japan Workshop on Recent Advances in Optics and Photonics*, Dec. 2007, pp. 5-10, New Delhi.
32. **V. Yachin** and K. Yasumoto, "Analysis of Three-Dimensional Metallic Gratings Using the Method of Integral Functionals," Proceedings of 2009 1st International Conference on Computer, Communication, Control and Information Technology, Calcutta, Feb. 2009, pp. 10-19.
33. **V. V. Yachin**, T. L. Zinenko, "Three-Dimensional Gaussian Beam with Circular Cross Section Scattered from Double-Periodic Magneto-Dielectric Slab at a Small Angle of Incidence," Proceedings of International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagn. Theory, Lviv, Ukraine, Sept. 2009, pp. 135-138.
34. **V. V. Yachin**, T. L. Zinenko, V. K. Kiseliyov, "Three-Dimensional Gaussian Beam with Circular Cross Section Scattered from Double-Periodic Magneto-Dielectric Slab at an arbitrary angle of incidence," Proceedings of 2010 International Kharkov Symposium on Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter and Submillimeter waves, A-9, June 2010, pp. 1-3.
35. **V. V. Yachin**, T. L. Zinenko, V. K. Kiseliyov, "Three-Dimensional Gaussian Beam with Circular Cross Section Scattered from an Anisotropic Slab," Proceedings of 2010 International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory Sept. 6-8, Kiev, Ukraine, NME-5, 2010, pp. 1-4.
36. **V. V. Yachin**, V. K. Kiseliyov, Ye. M. Kuleshov, P. K. Nesterov, T. L. Zinenko, "Application of the method of integral functional for evaluation of the CFRP polarization-frequency response in sub-THz frequency range and experimental verification of the results," Proc. Int. Symp. Physics and Engineering of MM and Sub-MM Waves (MSMW-13), Kharkov, Ukraine, WT-3, June 2013. – P.82-84
37. **V. V. Yachin**, T. L. Zinenko, V. K. Kiseliyov, M. Marciniak, "Optimization of gyrotropic double-periodic perforated layer for Brewster's angle polarization

- design,” Proc. Int. Symp. Physics and Engineering of MM and Sub-MM Waves (MSMW-13), Kharkov, Ukraine, A-17, June 2013. – P.225-227.
38. **V. V. Yachin**, P.K. Nesterov, T.L. Zinenko, “Experimental study of thermal degradation influence on carbon fiber reinforced plastics reflectivity in sub-terahertz frequency range”, Proceedings of the 2014 International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory 26-28 August 2014, Dnipropetrovsk, MMET Ukraine. – ET-8, (2014), pp. 83-85.
39. V.I. Bezborodov, O.S. Kosiak, E.M. Kuleshov and **V. V. Yachin**. "Differential phase sections based on form birefringence effect operating in the terahertz frequency range." *Microwaves, Radar, and Wireless Communication (MIKON), 2014, 20th International Conference on IEEE*.
40. **Yachin, Vladimir V.**, and Tatiana L. Zinenko. "Fano-shape grating resonances of 3D infinite double-periodic grating of thin dielectric bricks." *Electronics and Nanotechnology (ELNANO), 2016 IEEE 36th International Conference on. IEEE*, 2016.
41. **V. V. Yachin**, & Zinenko, T. L. (2016, June). Plane wave scattering from a double-periodic gyrotropic layer. In *Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter and Submillimeter Waves (MSMW), 2016 9th International Kharkiv Symposium on*(pp. 1-4). IEEE.
42. **V. V. Yachin**, & Zinenko, T. L. (2016, July). Plane wave scattering by a double-periodic gyromagnetic layer analyzed by the integral functional method: Full-wave solution. In *Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET), 2016 IEEE International Conference on* (pp. 260-263). IEEE.
43. **V. V. Yachin**, & Zinenko, T. L. (2017, May-June). Polarization Conversion by Metamaterial Composed of a Periodic Array of Metallic Square Helixes Embedded in a Dielectric Layer In the 2017 IEEE First Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON)
44. B. A. Munk, *Frequency Selective Surfaces: Theory and Design*, New York: Wiley, 2000.

45. J. D. Joannopoulos, S. G. Johnson, J. N. Winn, and R. D. Meade, *Photonic Crystals: Molding the Flow of Light (Second Edition)*, Chapter 8, Princeton University Press, Princeton and Oxford, 2008.
46. M. A. Noginov and V. A. Podolskiy, *Tutorials in Metamaterials*, CRC Press, 2011.
47. J. Huang and J. A. Encinar, *Reflectarray antennas*, Hoboken, NJ: Wiley, 2008.
48. J.C. Maxwell-Garnett; Colours in metal glasses and in metallic films. *Philos. Trans. Roy. Soc. A*, 203, (1904), pp. 385–420.
49. Bruggeman D. A. G. Calculation of various physics constants in heterogenous substances I Dielectricity constants and conductivity of mixed bodies from isotropic substances // *Ann. Phys.* –Т. 24. – №. 7. 1935, С. 636-664.
50. Виноградов А.П. Электродинамика Композитных материалов (М.: УРСС, 2001)
51. Венгер Е.Ф., Гончаренко А.В., Дмитрук М.Л. Оптика малих частинок і дисперсних середовищ (Київ: Наукова думка, 1999)
52. Spanier J E, Herman I P Use of hybrid phenomenological and statistical effective-medium theories of dielectric functions to model the infrared reflectance of porous SiC films *Phys. Rev. B* 61 10437 (2000)
53. V. G. Veselago, “The Electrodynamics of Substances with Simultaneously Negative Values of ϵ and μ ” [in Russian], *Usp. Fiz. Nauk*, **92**, 1967, pp. 517-526; English translation in *Sov. Phys. Uspekhi*, **10**, 1968, pp. 509-514.
54. D. R. Smith, W. J. Padilla, D. C. Vier, S. C. Nemat-Nasser and S. Schultz, “Composite Medium with Simultaneously Negative Permeability and Permittivity,” *Phys. Rev. Lett.*, **84**, 2000, pp. 4184-4186.
55. Bose, J. C., “On the rotation of plane of polarization of electric waves by a twisted structure,” *Proc. Roy. Soc.* **63**, (1898), 146 – 152.
56. Schelkunoff, S. A. and Friis, H. T., “Antennas: Theory and Practice,” (John Wiley & Sons, New York, 1952)
57. Brown, J., “Artificial Dielectrics,” in *Progress in Dielectrics*, pg. 193 – 225 (Wiley, New York, 1960)

58. D. V. Sivukhin, "The Energy of Electromagnetic Fields in Dispersive Media" [in Russian], *Opt. Spektrosk.*, **3**, 1957, pp.308-312.
59. H. Lamb, "On Group-Velocity," *Proc. London Math. Soc*, Ser. 2, **1**, 1904, pp. 473-479
60. A. Schuster, *An Introduction to the Theory of Optics*. London, Edward Arnold, 1904, pp. 313-318
61. Pendry, J.B., Holden, A.J., Stewart, W.J., Youngs, I.: Extremely low frequency plasmons in metallic mesostructures. *Phys. Rev. Lett.* **76**, (1996), 4773–4776.
62. Pendry, J.B., Holden, A.J., Robbins, D.J., Stewart, W.J.: Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena. *IEEE Trans. Micro. Theory Tech.* **47**, (1999), 2075–2084.
63. Shelby, R.A., Smith, D.R., Schultz, S.: Experimental verification of a negative index of refraction. *Science* **292**, (2001), 77–79.
64. Bingham, C. M., *et al.*, "Planar wallpaper group metamaterials for novel terahertz applications," *Optics Express* **16**, (2008), 18565-18575.
65. Al-Naib, I. A., *et al.*, "Polarization and angle independent terahertz metamaterials with high Q-factors," *Applied Physics Letters* **98**, (2011), 091107.
66. Tao, H., *et al.*, "Highly flexible wide angle of incidence terahertz metamaterial absorber: Design, fabrication, and characterization," *Physical Review B* **78**, (2008), 241103.
67. O'brien, S., *et al.*, "Near-infrared photonic band gaps and nonlinear effects in negative magnetic metamaterials," *Physical Review B* **69**, (2004), 241101.
68. Xu, X., *et al.*, "Flexible visible–infrared metamaterials and their applications in highly sensitive chemical and biological sensing," *Nano Letters* **11**, (2011), 3232-3238.
69. Smith, D. R., Schultz, S., Markoš, P., & Soukoulis, C. M. Determination of effective permittivity and permeability of metamaterials from reflection and transmission coefficients. *Physical Review B*, 65(19), (2002), 195104.

70. Chen, X., B. Wu, J. A. Kong, and T. M. Grzegorzczuk, "Retrieval of the effective constitutive parameters of bianisotropic metamaterials," *Phys. Rev. E*, Vol. 71, Apr. 2005, 046610.
71. Smith, D. R., D. C. Vier, T. Koschny, and C. M. Soukoulis, "Electromagnetic parameter retrieval from inhomogeneous metamaterials," *Phys. Rev. E*, Vol. 71, Mar. 2005, 036617.
72. C. Menzel, T. Paul, C. Rockstuhl, T. Pertsch, S. Tretyakov, and F. Lederer, Validity of effective material parameters for optical fishnet metamaterials, *Phys. Rev. B* 81, (2010), 035320.
73. Smith, D.R., Mock, J.J., Starr, A.F., Schurig, D.: Gradient index metamaterials. *Phys. Rev. E* **71**, (2005), 036609.
74. Pendry, J.B., Schurig, D., Smith, D.R.: Controlling electromagnetic fields. *Science* **312**, (2006), 1780–1782.
75. Leonhardt, U.: Optical conformal mapping. *Science* **312**, (2006), 1777–1780.
76. Schurig, D., Mock, J.J., Justice, B.J., et al.: Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies. *Science* **314**, (2006), 977–980.
77. Liu, R., Ji, C., Mock, J.J., Chin, J.Y., Cui, T.J., Smith, D.R.: Broadband ground-plane cloak. *Science* **323**, (2009), 366.
78. Walia, Sumeet, et al. "Flexible metasurfaces and metamaterials: A review of materials and fabrication processes at micro-and nano-scales." *Applied Physics Reviews* 2.1 (2015), 011303.
79. Xu, W., and S. Sonkusale, "Microwave diode switchable metamaterial reflector/absorber," *Applied Physics Letters* **103**, (2013), 031902.
80. H. T. Chen, W. J. Padilla, J. M. O. Zide, A. C. Gossard, A. J. Taylor and R. D. Averitt Active terahertz metamaterial devices. *Nature*, 444, 2006, 597–600.
81. A. Degiron, J. J. Mock and D. R. Smith, Modulating and tuning the response of metamaterials at the unit cell level *Opt. Express*, 15, 2007, 1115–1127.

82. H. T. Chen, J. F. O'Hara, A. K. Azad, A. J. Taylor, R. D. Averitt, D. B. Shrekenhamer and W. J. Padilla, Experimental demonstration of frequency-agile terahertz metamaterials *Nat. Photonics*, 2, 2008, 295–298.
83. D. J. Cho, W. Wu, E. Ponizovskaya, P. Chaturvedi, A. M. Bratkovsky, S. Y. Wang, X. Zhang, F. Wang and Y. R. Shen, Ultrafast modulation of optical metamaterials. *Opt. Express*, 17, 2009, 17652–17657.
84. I. C. Khoo, D. H. Werner, X. Liang, A. Diaz and B. Weiner, Nanosphere dispersed liquid crystals for tunable negative–zero–positive index of refraction in the optical and terahertz regimes *Opt. Lett.*, 31, 2005, 2592–2594.
85. Q. Zhao, L. Kang, B. Du, B. Li, J. Zhou, H. Tang, X. Liang and B. Z. Zhang, "Electrically tunable negative permeability metamaterials based on nematic liquid crystals," *Appl. Phys. Lett.*, 90, 2007, 011112.
86. H. J. Zhao, J. Zhou, Q. Zhao, B. Li, L. Kang and Y. Bai, "Magnetotunable left-handed material consisting of yttrium iron garnet slab and metallic wires," *Appl. Phys. Lett.*, 91, 2007, 131107.
87. Y. Gao, J. P. Huang, Y. M. Liu, L. Gao, K. W. Yu and X. Zhang, Optical Negative Refraction in Ferrofluids with Magnetocontrollability *Phys. Rev. Lett.*, 104, 2010, 034501.
88. H. Nemec, P. Kuzel, F. Kadlec, C. Kadlec, R. Yahiaoui and P. Mounaix, Effect of dimensionality on the charge-density wave in few-layer 2H-NbSe₂ *Phys. Rev. B: Condens. Matter*, 79, 2009, 241108.
89. W. X. Huang, X. G. Yin, C. P. Huang, Q. J. Wang, T. F. Miao and Y. Y. Zhu, "Optical switching of a metamaterial by temperature controlling" *Appl. Phys. Lett.*, 96, 2010, 261908.
90. A. Q. Liu, et al. "Micromachined tunable metamaterials: a review." *Journal of Optics* 14.11 (2012): 114009.
91. C. M. Armstrong, "THE TRUTH ABOUT TERAHERTZ," *IEEE Spectrum* **49**, (2012), 28.

92. G. P. Williams, "Filling the THz gap—high power sources and applications," *Reports on Progress in Physics* **69**, (2006), 301.
93. K. B. Cooper, *et al.*, "THz imaging radar for standoff personnel screening," *IEEE Trans. Terahertz Sci. Technol.* **1**, (2011), 169–182.
94. P. F. Goldsmith, C.-T. Hsieh, G. R. Huguenin, J. Kapitzky, & Moore, E. L., "Focal plane imaging systems for millimeter wavelengths," *IEEE Trans. Microwave Theory Technol.* **41**, (1993), 1664–1675.
95. R. M. Woodward, *et al.*, "Terahertz pulsed imaging of ex vivo basal cell carcinoma," *J. Invest. Dermatol.* **120**, (2003), 72–78.
96. T.-J. Yen, *et al.*, "Terahertz magnetic response from artificial materials," *Science* **303**, (2004), 1494-1496.
97. H.-T. Chen, *et al.*, "A metamaterial solid-state terahertz phase modulator," *Nature Photonics* **3**, (2009), 148-151.
98. J. F. O'Hara, *et al.*, "Thin-film sensing with planar terahertz metamaterials: sensitivity and limitations," *Optics Express* **16**, (2008), 1786-1795.
99. D. Shrekenhamer, *et al.*, "Four-Color Metamaterial Absorber THz Spatial Light Modulator," *Advanced Optical Materials* **1**, (2013), 905-909. N. I. Landy, S. Sajuyigbe, J. J. Mock, D. R. Smith and W. J. Padilla, Perfect metamaterial absorber //Physical review letters. Vol. 100. – №. 20. – 2008. – P. 207402.
100. Avitzour Y., Urzhumov Y. A., Shvets G. Wide-angle infrared absorber based on a negative-index plasmonic metamaterial //Physical Review B. – 2009. – Vol. 79. – №. 4. – P. 045131.
101. C. M. Watts, X. Liu, and W. J. Padilla, "Metamaterial electromagnetic wave absorbers," *Advanced Materials* **24**, (2012), OP98 – OP120.
102. Y. Ye, S. He, 90° deg polarization rotator using a bilayered chiral metamaterial with giant optical activity, *Appl. Phys. Lett.* **96** (20) (2010) P. 203501

103. D. Jaggard, A. Mickelson, C. Papas, On electromagnetic waves in chiral media, *Appl. Phys.* 18 (2) (1979) 211–216.
104. N. Amitay, A.A.M. Saleh, Broad-band wide-angle quasi-optical polarization rotators, *IEEE Trans. Antennas and Propagation* 31 (1) (1983) 73–76.
105. E. Plum, J. Zhou, J. Dong, V.A. Fedotov, T. Koschny, C.M. Soukoulis, N.I. Zheludev, Metamaterial with negative index due to chirality, *Phys. Rev. B* 79 (2009), 035407.
106. I.V. Lindell, A.H. Sihvola, S.A. Tretyakov, A.J. Viitanen, *Electromagnetic Waves in Chiral and Bi-isotropic Media*, Artech House, 1994.
107. A. Sihvola, *Electromagnetic Mixing Formulas and Applications*, IEE Publication Series, Institution of Electrical Engineers, 1999.
108. S. B. Glybovski, S. A. Tretyakov, P. A. Belov, Y. S. Kivshar, & C. R. Simovski, Metasurfaces: From microwaves to visible. *Physics Reports*, 634, (2016). 1-72.
109. C. L. Holloway, E. F. Kuester, J. A. Gordon, J. O'Hara, J. Booth, & D. R. Smith, An overview of the theory and applications of metasurfaces: The two-dimensional equivalents of metamaterials. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, 54(2), (2012). 10-35.
110. J. Arnaud, F. Pelow, Resonant-grid quasi-optical diplexers, *Bell Syst. Tech. J.* 54 (2) (1975) 263–283.
111. S.-W. Lee, Scattering by dielectric-loaded screen, *IEEE Trans. Antennas and Propagation* 19 (5) (1971) 656–665.
112. K. Sarabandi, N. Behdad, A frequency selective surface with miniaturized elements, *IEEE Trans. Antennas and Propagation* 55 (5) (2007) 1239–1245.
113. Lourtioz, J. M., Benisty, H., Berger, V., Gerard, J. M., Maystre, D., & Tchel'nov, A. *Photonic crystals: towards nanoscale photonic devices*. Springer Science & Business Media. (2008).

114. Sakoda, Kazuaki. *Optical properties of photonic crystals*. Vol. 80. Springer Science & Business Media, 2004.
115. Kittel, C., *Introduction to Solid State Physics*, 7th ed., John Wiley & Sons, Inc., 1996.
116. Soukoulis, Costas M., ed. *Photonic crystals and light localization in the 21st century*. Vol. 563. Springer Science & Business Media, 2012.
117. Busch, K., Lölkes, S., Wehrspohn, R. B., & Föll, H. (Eds.). *Photonic crystals: advances in design, fabrication, and characterization*. John Wiley & Sons. (2006).
118. D. Englund, D. Fattal, E. Waks, et al., Controlling the spontaneous emission rate of single quantum dots in a two-dimensional photonic crystal. *Phys. Rev. Lett.* **95**, (2005), p.013904, 3
119. M. Mueller, A. Bauer, Th. Lehnhardt, et al., Widely tunable photonic crystalcoupled cavity lasers on GaSb. *IEEE Photon. Technol. Lett.* **20** (13), (2008), P.1100–1102
120. A. Larrue, O. Bouchard, A. Monmayrant, et al., Precise frequency spacing in photonic crystal DFB laser arrays. *IEEE Photon. Technol. Lett.* **20**(24), (2008), P.2120–2122
121. E. Yablonovitch Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics // *Phys. Rev. Lett.*— V. 58. 1987. P. 2059–2063.
122. T. Stomeo, F. Van Laere, M. Ayre, et al., Integration of grating couplers with a compact photonic crystal demultiplexer on an InP membrane. *Opt. Lett.* **33**(8), (2008) P. 884–886.
123. F. Van Laere, T. Stomeo, C. Cambournac, et al., Nanophotonic polarization diversity demultiplexer chip. *J. Lightwave. Technol.* **27**(4), (2009) P. 417–425
124. Y.-D. Wu, K.-W. Hsu, T.-T. Shih, et al., New design of four-channel add-drop filters based on double-resonant cavity photonic crystals. *J. Opt. Soc. Am. B.* **26**(4), (2009) P. 640–644

125. L. Vivien, L. Pavesi, Handbook of Silicon Photonics; CRC Press: Boca Raton, FL, USA, 2013.
126. R. Schaller, Moore's law: Past, present and future. IEEE Spectr. 34, 1997, 52–59.
127. V. Zhirnov, R. Cavin, J. Hutchby, G. Bourianoff, Limits to binary logic switch scaling—A gedanken model. Proc. IEEE 91, 2003, 1934–1939.
128. Lu, W.; Lieber, C.M. Nanoelectronics from the bottom up. Nat. Mater. 6, 2007, 841–850.
129. P. Tran, Optical limiting and switching of short pulses by use of a nonlinear photonic bandgap structure with a defect, J. Opt. Soc. Am. B. **14**(10), (1997) P. 2589–2595
130. J. Zhou, H. Shao, J. Zhao, et al., Storage and release of femtosecond laser pulses in a resonant photonic crystal. Opt. Lett. **30**(12), (2005) P.1560–1562
131. Zh.-H. Zhu, W.-M. Ye, J.-R. Ji, et al., High-contrast light-by-light switching and AND gate based on nonlinear photonic crystals. Opt. Express **14**(5), (2006) P.1783–1788
132. P. Andalib, N. Granpayeh, All-optical ultracompact photonic crystal AND gate based on nonlinear ring resonators. J. Opt. Soc. Am. B **26**(1), (2009) P. 10–16
133. H. Xiao, D. Yao, Optical limitation in two-dimensional nonlinear photonic crystal with triangular lattice. Phys. Lett. A **359**(6), (2006) P. 723–727
134. K. Gallo, G. Assanto, Spatial solitons in $\chi(2)$ planar photonic crystals. Opt. Lett. **32**(21), (2007) P. 3149–3151
135. Gubbiotti, G.; Tacchi, S.; Madami, M.; Carlotti, G.; Adeyeye, A.O.; Kostylev, M. Brillouin light scattering studies of planar metallic magnonic crystals. J. Phys. D Appl. Phys. 43, 2010, P. 264003.

136. Krawczyk, M.; Grundler, D. Review and prospects of magnonic crystals and devices with reprogrammable band structure. *J. Phys. Cond. Matter* 26, 2014, P. 123202.
137. Zvezdin, A.K.; Kotov, V.A. *Modern Magneto-optics and Magneto-optical Materials*; IOP Publishing: Bristol, UK, 1997.
138. Stancil, D.D.; Prabhakar, A. *SpinWaves: Theory and Applications*; Springer: Berlin, Germany, 2009.
139. Chiu, K.; Quinn, J. Magneto-plasma surface waves in solids. *Il Nuovo Cimento B*, 10, 1972, P. 1–20.
140. Barnes, W.L.; Dereux, A.; Ebbesen, T.W. Surface plasmon subwavelength optics. *Nature* 424, 2003, P. 824–830
141. Barnes, W.L.; Dereux, A.; Ebbesen, T.W. Surface plasmon subwavelength optics. *Nature*, 424, 2003, P. 824–830.
142. Stockman, M.I. Nanoplasmonics: past, present, and glimpse into future. *Opt. Express*, 19, 2011, P. 22029–22106.
143. Zayats, A.V.; Maier, S.A. *Active Plasmonics and Tuneable Plasmonic Metamaterials*; JohnWiley and Sons: New Jersey, NJ, USA, 2013.
144. Armelles, G.; Cebollada, A.; García-Martín, A.; González, M.U. Magnetoplasmonics: Combining Magnetic and Plasmonic Functionalities. *Adv. Opt. Mater.*, 1, 2013, P. 10–35.
145. Temnov, V.V. Ultrafast acousto-magneto-plasmonics. *Nat. Photon.*, 6, 2012, P. 728–736.
146. Maksymov I. S. Magneto-plasmonics and resonant interaction of light with dynamic magnetisation in metallic and all-magneto-dielectric nanostructures // *Nanomaterials*. – Vol. 5. – №. 2. 2015. – P. 577-613.
147. Armelles, G.; Dmitriev, A. Focus on magnetoplasmonics. *New J. Phys.*, 16, 2014, P. 045012.

148. Inoue, M.; Levy, M.; Baryshev, A.V. *Magnetophotonics: From Theory to Applications*; Springer: Berlin, Germany, 2013.
149. Wang, S.S.; Magnusson, R. Theory and applications of guided-mode resonance filters. *Appl. Opt.* 32, 1993, P. 2606–2613.
150. Naik, G.V.; Shalaev, V.M.; Boltasseva, A. Alternative Plasmonic Materials: Beyond Gold and Silver. *Adv. Mater.* 25, 2013, P. 3264–3294.
151. Krasnok, A.E.; Maksymov, I.S.; Denisyuk, A.I.; Belov, P.A.; Miroshnichenko, A.E.; Simovski, C.R.; Kivshar, Y.S. Optical nanoantennas. *Phys. Usp.*, 56, 2013, P. 539–564.
152. Kuznetsov, A.I.; Miroshnichenko, A.E.; Fu, Y.H.; Zhang, J.; Luk'yanchuk, B. Magnetic light. *Sci. Rep.*, 2, 2012, P. 492.
153. Bai, B.; Tervo, J.; Turunen, J. Polarization conversion in resonant magneto-optic gratings. *New J. Phys.*, 8, 2006, P. 205.
154. K. S. Yee, “Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell’s equations in isotropic media,” *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 14, no. 4, 1966, pp. 302-307.
155. R. F. Harrington, “Matrix Methods for Field Problems,” *Proc. IEEE*, vol. 55, no. 2, 1967, pp. 136-149.
156. T. Hubing, “Survey of Numerical Electromagnetic Modeling Techniques,” University of Missouri-Rolla, Department of Electrical Engineering, *TR91-1-001.3*, Sep. 1991.
157. CST Microwave Studio, <https://www.cst.com>.
158. Ansys HFSS, <http://www.ansys.com>.
159. Comsol Multiphysics, <http://www.comsol.com>.
160. M. Nevière and E. Popov, *Light Propagation in Periodic Media: Differential Theory and Design* (Marcel Dekker, 2002).

161. E. Popov and M. Nevière, "Maxwell equations in Fourier space: fast-converging formulation for diffraction by arbitrary shaped, periodic, anisotropic media," *J. Opt. Soc. Am. A* 18, (2001), P. 2886–2894 .
162. L. Li, "New formulation of the Fourier modal method for crossed surface-relief gratings," *J. Opt. Soc. Am. A* 14, (1997), 2758–2767.
163. H. Kim, J. Park, and B. Lee, *Fourier Modal Method and Its Applications in Computational Nanophotonics* (CRC Press, 2012).
164. J. M. Jin, *The Finite Element Method in Electromagnetics* (Wiley-IEEE, 2002).
165. J. M. Song and W. C. Chew, "Broadband time-domain calculations using FISC," *IEEE Antennas Propag. Soc. Int. Symp. Proc.*, San Antonio, Texas, vol.3, Jun. 2002, pp. 552–555.
166. K. S. Kunz and R. J. Luebbers, *The Finite Difference Time Domain Method for Electromagnetics* (CRC Press, 1993).
167. L. Challis and F. Sheard, "The green of Green functions," *Phys. Today*, 2003, P. 41–46.
168. Cowan, Allan R., et al. "Resonant scattering and mode coupling in two-dimensional textured planar waveguides." *JOSA A* 18.5 (2001): 1160-1170.
169. Chew, Weng Cho, Mei Song Tong, and Bin Hu. "Integral equation methods for electromagnetic and elastic waves." *Synthesis Lectures on Computational Electromagnetics* 3.1 (2008): 1-241.
170. Wang, B., Koschny, T., C. M. Soukoulis, Wide-angle and polarization-independent chiral metamaterial absorber. *Physical Review B*, 80(3), (2009). P. 033108.
171. Bingham, Christopher M., et al. "Planar wallpaper group metamaterials for novel terahertz applications." *Optics Express* 16.23 (2008): 18565-18575.

172. Liu, X., Tyler, T., Starr, T., Starr, A. F., Jokerst, N. M., & Padilla, W. J.. "Taming the blackbody with infrared metamaterials as selective thermal emitters." *Physical review letters* 107.4 (2011): 045901.
173. Liu, N., Mesch, M., Weiss, T., Hentschel, M., & Giessen, H. Infrared perfect absorber and its application as plasmonic sensor. *Nano letters*, 10(7), (2010). P. 2342-2348.
174. Enkrich, C., Pérez-Willard, F., Gerthsen, D., Zhou, J. F., Koschny, T., Soukoulis, C. M., Linden, S. Focused-ion-beam nanofabrication of near-infrared magnetic metamaterials. *advanced materials*, 17(21), (2005). P. 2547-2549.
175. Wu, C., Burton Neuner, I. I. I., Shvets, G., John, J., Milder, A., Zollars, B., S. Savoy, Large-area wide-angle spectrally selective plasmonic absorber. *Physical Review B*, 84(7), (2011). P. 075102.
176. Zhao, Jun, et al. "Large-area high-quality plasmonic oligomers fabricated by angle-controlled colloidal nanolithography." *ACS nano* 5.11 (2011):P. 9009-9016.
177. Born, M., and E. Wolf. 1980. *Principles of Optics* 6th ed. New York: Pergamon Press. First edition 1959.
178. Müller, Claus. "Grundprobleme der mathematischen Theorie elektromagnetischer Schwingungen." Berlin. (1957).
179. Н. А. Хижняк, "Функция Грина уравнений Максвелла для неоднородных сред." *Журн. техн. физики* 28.7 (1958): 1592-1609.
180. Richmond, Jack H. "Digital computer solutions of the rigorous equations for scattering problems." *Proceedings of the IEEE* 53.8 (1965): 796-804.
181. Richmond, Jack. "Scattering by a dielectric cylinder of arbitrary cross section shape." *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* 13.3 (1965): 334-341.

182. Harrington, Roger F., and Jan L. Harrington. *Field computation by moment methods*. Oxford University Press, 1996.
183. Poggio, A. J., and E. K. Miller. 1973. "Integral equation solution of three-dimensional scattering problems." *Computer Techniques for Electromagnetics*, ed. R. Mittra New York: Pergamon Press; New York: Hemisphere Publishing, 1987.
184. Ström, Staffan. "On the integral equations for electromagnetic scattering." *American Journal of Physics* 43.12 (1975): 1060-1069.
185. Chew, Weng Cho. *Waves and fields in inhomogeneous media*. Vol. 522. New York: IEEE press, 1995.
186. Самохин, А. Б. Интегральные уравнения и итерационные методы в электромагнитном рассеянии. М.: Радио и связь, 1998.
187. Хижняк, Н. А. *Интегральные уравнения макроскопической электродинамики*. К.: Наукова думка, 1986.
188. Katsenelenbaum, Boris Z. *High-frequency electrodynamics*. John Wiley & Sons, 2006.
189. Гал, Л. К., Н. А. Хижняк. "Рассеяние произвольно падающей волны на тонком металлическом цилиндре эллиптического сечения." *Изв. вузов. Радиофизика* 14.5 (1971): 1596-1610.
190. Contopanagos, H. F., Kyriazidou, C. A., Merrill, W. M., & Alexópoulos, N. G. (1999). Effective response functions for photonic bandgap materials. *JOSA A*, 16(7), 1682-1699.
191. Maystre, D., & Neviere, M. Electromagnetic theory of crossed gratings. *Journal of Optics*, 9(5), (1978), 301.
192. Popov, E., & Nevière, M.. Maxwell equations in Fourier space: fast-converging formulation for diffraction by arbitrary shaped, periodic, anisotropic media. *JOSA A*, 18(11), (2001), 2886-2894.

193. Li, Lifeng. "New formulation of the Fourier modal method for crossed surface-relief gratings." *JOSA A* 14.10 (1997): 2758-2767.
194. Kipp, Robert A., and Chi H. Chan. "A numerically efficient technique for the method of moments solution for planar periodic structures in layered media." *IEEE transactions on microwave theory and techniques* 42.4 (1994): 635-643.
195. Chen, Chao-Chun. "Diffraction of electromagnetic waves by a conducting screen perforated periodically with holes." *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* 19.5 (1971): 475-481.
196. Bozzi, Maurizio, et al. "Efficient analysis of quasi-optical filters by a hybrid MoM/BI-RME method." *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* 49.7 (2001): 1054-1064.
197. Axmann, Waldemar, and Peter Kuchment. "An efficient finite element method for computing spectra of photonic and acoustic band-gap materials: I. Scalar case." *Journal of Computational Physics* 150.2 (1999): 468-481.
198. Elschner, Johannes, Rainer Hinder, and Gunther Schmidt. "Finite element solution of conical diffraction problems." *Advances in Computational Mathematics* 16.2 (2002): 139-156.
199. Antilla, G. E., and N. G. Alexopoulos. "Scattering from complex three-dimensional geometries by a curvilinear hybrid finite-element–integral equation approach." *JOSA A* 11.4 (1994): 1445-1457.
200. Bozzi, Maurizio, et al. "Efficient analysis of quasi-optical filters by a hybrid MoM/BI-RME method." *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* 49.7 (2001): 1054-1064.
201. Roden, J. A., Gedney, S. D., Kesler, M. P., Maloney, J. G., & Harms, P. H. Time-domain analysis of periodic structures at oblique incidence: Orthogonal and nonorthogonal FDTD implementations. *IEEE Transactions on microwave theory and techniques*, 46(4), (1998), 420-427.

202. Yu, Wenhua, Supriyo Dey, and Raj Mittra. "On the modeling of periodic structures using the finite-difference time-domain algorithm." *Microwave and Optical Technology Letters* 24.3 (2000): 151-155.
203. Petersson, LE Rickard, and Jian-Ming Jin. "A three-dimensional time-domain finite-element formulation for periodic structures." *IEEE transactions on antennas and propagation* 54.1 (2006): 12-19.
204. Busch, K., Von Freymann, G., Linden, S., Mingaleev, S. F., Tkeshelashvili, L., & Wegener, M. Periodic nanostructures for photonics. *Physics reports*, 444(3), (2007). 101-202.
205. Еругин, Н. П., Штокало, И. З., Бондаренко, П. С., & Павлюк, И. А. *Курс обыкновенных дифференциальных уравнений: Учебное пособие*. Вища школа. (1974).
206. Свешников, А. Г. "Принцип предельного поглощения для волновода." *Докл. АН СССР*, vol. 80, no. 3, 1951. pp. 1011-1013.
207. Amitay, Noach, Victor Galindo, and Chen Pang Wu. "Theory and analysis of phased array antennas." *Theory and analysis of phased array antennas.*, by Amitay, N.; Galindo, V.; Wu, CP. Chichester (UK): John Wiley & Sons, 480 p. 1 (1972).
208. Никольский В.В., Никольская Т.И. Электродинамика и распространение радиоволн. – М.: Наука, 1989.- 544 с.
209. Ильинский А.С., Слепян Г.Я. Колебания и волны в электродинамических системах с потерями. –М.: МГУ, 1983.- 232 с.
210. Ильинский А.С., Кравцов В.В., Свешников А.Г. Математические модели электродинамики. –М.: Высш. шк., 1991.- 224 с
211. Yang, Hung-Yu David, Rodolfo Diaz, and Nicolaos G. Alexopoulos. "Reflection and transmission of waves from multilayer structures with planar-implanted periodic material blocks." *JOSA B* 14.10 (1997): 2513-2521.

212. Eibert, Thomas F., et al. "Hybrid FE/BI modeling of 3-D doubly periodic structures utilizing triangular prismatic elements and an MPIE formulation accelerated by the Ewald transformation." *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* 47.5 (1999): 843-850.
213. Zarrillo, G. I. N. O., and Kevin Aguiar. "Closed-form low frequency solutions for electromagnetic waves through a frequency selective surface." *IEEE transactions on antennas and propagation* 35.12 (1987): 1406-1417.
214. Wood, Robert Williams. "On a remarkable case of uneven distribution of light in a diffraction grating spectrum." *Proceedings of the Physical Society of London* 18.1 (1902): 269.
215. Rubin, B., and H. Bertoni. "Reflection from a periodically perforated plane using a subsectional current approximation." *IEEE transactions on antennas and propagation* 31.6 (1983): 829-836.
216. Prosvirnin, S. L., et al. "Analysis of reflection and transmission of electromagnetic waves in complex layered arrays." *Journal of Electromagnetic Waves and Applications* 14.6 (2000): 807-826.
217. Fano, Ugo. "The theory of anomalous diffraction gratings and of quasi-stationary waves on metallic surfaces (Sommerfeld's waves)." *JOSA* 31.3 (1941): 213-222.
218. Hessel, A., and A. A. Oliner. "A new theory of Wood's anomalies on optical gratings." *Applied Optics* 4.10 (1965): 1275-1297.
219. Rayleigh, Lord. "On the dynamical theory of gratings." *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character* 79.532 (1907): 399-416.
220. Zinenko, Tatiana L., Alexander I. Nosich, and Yoichi Okuno. "Plane wave scattering and absorption by resistive-strip and dielectric-strip periodic gratings." *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* 46.10 (1998): 1498-1505.

221. Natarov, Denys M., et al. "Periodicity-induced effects in the scattering and absorption of light by infinite and finite gratings of circular silver nanowires." *Optics Express* 19.22 (2011): 22176-22190.
222. Byelobrov, Volodymyr O., et al. "Periodicity Matters: Grating or lattice resonances in the scattering by sparse arrays of subwavelength strips and wires." *IEEE Antennas and Propagation Magazine* 57.6 (2015): 34-45.
223. Peng, Song, and G. Michael Morris. "Resonant scattering from two-dimensional gratings." *JOSA A* 13.5 (1996): 993-1005.
224. Fedotov, V. A., Rose, M., Prosvirnin, S. L., Papasimakis, N., & Zheludev, N. I. Sharp trapped-mode resonances in planar metamaterials with a broken structural symmetry. *Physical review letters*, 99(14), (2007). 147401.
225. Maleki, L., Matsko, A. B., Savchenkov, A. A., & Ilchenko, V. S. Tunable delay line with interacting whispering-gallery-mode resonators. *Optics letters*, 29(6), (2004). 626-628.
226. Xiao, Y. F., Gao, J., Zou, X. B., McMillan, J. F., Yang, X., Chen, Y. L., ... & Wong, C. W. Coupled quantum electrodynamics in photonic crystal cavities towards controlled phase gate operations. *New Journal of Physics*, 10(12), (2008). 123013.
227. Yanik, Mehmet Fatih, et al. "Stopping light in a waveguide with an all-optical analog of electromagnetically induced transparency." *Physical review letters* 93.23 (2004): 233903.
228. Born, Max, and Emil Wolf. *Principles of optics: electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light*. Elsevier, 2013.
229. Ono, Y., Kimura, Y., Ohta, Y., & Nishida, N. Antireflection effect in ultrahigh spatial-frequency holographic relief gratings. *Applied optics*, 26(6), (1987). 1142-1146.
230. Chen, F. T., and H. G. Craighead. "Diffractive phase elements based on two-dimensional artificial dielectrics." *Optics letters* 20.2 (1995): 121-123..

231. Warren, M. E., Smith, R. E., Vawter, G. A., & Wendt, J. R. High-efficiency subwavelength diffractive optical element in GaAs for 975 nm. *Optics letters*, 20(12), (1995). 1441-1443.
232. Кулешов Е. М. "Измерения в суб-мм диапазоне волн". Киев: Наукова думка. 1986, с. 140-157.
233. Бахвалов Н., Жидков И., Кобельков Г. Численные методы. М.: Физматлит, 2001.
234. Быков, А. А., & Ильинский, А. С. Решение краевых задач для линейных систем обыкновенных дифференциальных уравнений методом направленной ортогонализации. *Журнал вычислительной математики и математической физики*, 19(3), (1979). 631-639.
235. Годунов, С. К. О численном решении краевых задач для систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений. *Успехи математических наук*, 16(3 (99)), (1961). 171-174.
236. Li, Lifeng. "Formulation and comparison of two recursive matrix algorithms for modeling layered diffraction gratings." *JOSA A* 13.5 (1996): 1024-1035.
237. Li, Lifeng. "Note on the S-matrix propagation algorithm." *JOSA A* 20.4 (2003): 655-660.
238. Moharam, M. G., Gaylord, T. K., Pommet, D. A., & Grann, E. B. Stable implementation of the rigorous coupled-wave analysis for surface-relief gratings: enhanced transmittance matrix approach. *JOSA A*, 12(5), (1995). 1077-1086.
239. Годунов, С. К. (1994). Обыкновенные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. *Новосибирск: Изд-во Новосиб. ун-та*, 1.
240. Tan, E. L. Note on formulation of the enhanced scattering-(transmittance-) matrix approach. *JOSA A*, 19(6), (2002). 1157-1161.
241. Шестопалов В.П., Кириленко А.А., Рудь Л.А. Волноводные неоднородности. Т. 2. Киев: Наукова думка, 1976. С. 216.
242. Beruete, M., Sorolla, M., Campillo, I., & Dolado, J. S. Increase of the transmission in cut-off metallic hole arrays. *IEEE Microwave and wireless components letters*, 15(2), (2005). 116-118.

243. Walia, S., Shah, C. M., Gutruf, P., Nili, H., Chowdhury, D. R., Withayachumnankul, W., ... & Sriram, S. Flexible metasurfaces and metamaterials: A review of materials and fabrication processes at micro-and nano-scales. *Applied Physics Reviews*, 2(1), (2015). 011303.
244. Turpin, J. P., Bossard, J. A., Morgan, K. L., Werner, D. H., & Werner, P. L. (2014). Reconfigurable and tunable metamaterials: a review of the theory and applications. *International Journal of Antennas and Propagation*, 2014.
245. Шестопалов, В. П., Литвиненко, Л. Н., Масалов, С. А., Сологуб, В. Г., & Сологуб, С. А. (1973). *Дифракция волн на решетках*. Издательство Харьковского университета.
246. Zarrillo, G. I. N. O., & Aguiar, K. Closed-form low frequency solutions for electromagnetic waves through a frequency selective surface. *IEEE transactions on antennas and propagation*, 35(12), (1987). 1406-1417.
247. Fedotov, V. A., Rose, M., Prosvirnin, S. L., Papasimakis, N., & Zheludev, N. I. Sharp trapped-mode resonances in planar metamaterials with a broken structural symmetry. *Physical review letters*, 99(14), (2007). 147401.
248. Hsu, C. W., Zhen, B., Lee, J., Chua, S. L., Johnson, S. G., Joannopoulos, J. D., & Soljacic, M. Observation of Trapped Light within the Radiation Continuum. *Nature*, (2013). 499.
249. De Abajo, F. G. Colloquium: Light scattering by particle and hole arrays. *Reviews of Modern Physics*, 79(4), (2007). 1267.
250. Byelobrov, V. O., Zinenko, T. L., Kobayashi, K., & Nosich, A. I. Periodicity Matters: Grating or lattice resonances in the scattering by sparse arrays of subwavelength strips and wires. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, 57(6), (2015). 34-45.
251. Humphrey, A. D., Meinzer, N., Starkey, T. A., & Barnes, W. L. Surface lattice resonances in plasmonic arrays of asymmetric disc dimers. *ACS Photonics*, 3(4), (2016). 634-639.

252. Kozhara, L. I., Polevoy, S. Y., & Popov, I. V. (2014). Technique for analysis of the spatial field distribution in tapered wire medium. In *Solid State Phenomena* (Vol. 214, pp. 75-82). Trans Tech Publications.
253. Withayachumnankul, W., Lin, H., Serita, K., Shah, C. M., Sriram, S., Bhaskaran, M., & Abbott, D. Sub-diffraction thin-film sensing with planar terahertz metamaterials. *Optics express*, 20(3), (2012). 3345-3352.
254. Al-Naib, I., Yang, Y., Dignam, M. M., Zhang, W., & Singh, R. Ultra-high Q even eigenmode resonance in terahertz metamaterials. *Applied Physics Letters*, 106(1), (2015). 011102.
255. Perov, A. O., A. A. Kirilenko, and V. N. Derkach. "Polarization response manipulation for compound circular hole fishnet metamaterial." *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters* 16 (2017): 117-120.
256. Huang, C., Feng, Y., Zhao, J., Wang, Z., & Jiang, T. Asymmetric electromagnetic wave transmission of linear polarization via polarization conversion through chiral metamaterial structures. *Physical Review B*, 85(19), (2012). 195131.
257. Baker, A. A. B. (2004). *Composite materials for aircraft structures*. AIAA (American Institute of Aeronautics & Astronautics).
258. Briggs, A. Carbon fibre-reinforced cement. *Journal of Materials Science*, 12(2), (1977). 384-404.
259. Soares, C. A. M., Soares, C. M. M., & Freitas, M. J. (Eds.). (2013). *Mechanics of composite materials and structures* (Vol. 361). Springer Science & Business Media.
260. Bezborodov, V. I., Kiseliov, V. K., Kuleshov, Y. M., Nesterov, P. K., Mizrakhy, S. V., & Yanovsky, M. S. (2013). Evaluation of the influence of defects on the quality of composites using a quasi-optical polarization-frequency reflectometry in sub-terahertz domain. *Telecommunications and Radio Engineering*, 72(15).
261. Bezborodov, V. I., Kiseliov, V. K., Kuleshov, Y. M., Nesterov, P. K., Mizrakhi, S. V., Sherbatko, I. V., & Yanovsky, M. S. (2013). Sub-terahertz

- quasi-optical reflectometer for CFRP surface inspection. In *Advanced Materials Research* (Vol. 664, pp. 547-550). Trans Tech Publications.
262. Mealy, C., Boehmer, H., Scheffey, J. L., & Back, G. G. (2014). Characterization of the flammability and thermal decomposition properties of aircraft skin composite materials and combustible surrogates (No. DOT/FAA/TC-14/1).
 263. Malinowski, P. H., Sawczaka, M., Wandowska, T., Ostachowicz, W. M., & Ceniana, A. (2014, March). Characterisation of CFRP surface contamination by laser induced fluorescence. In *SPIE Smart Structures and Materials+ Nondestructive Evaluation and Health Monitoring* (pp. 90640E-90640E). International Society for Optics and Photonics.
 264. Pozar, D. M. (1998). *Microwave Engineering*, Ch. 8.
 265. Zvezdin, A. K., & Kotov, V. A. (1997). *Modern magnetooptics and magnetooptical materials*. CRC Press.
 266. Palik, E. D., & Furdyna, J. K. Infrared and microwave magnetoplasma effects in semiconductors. *Reports on Progress in Physics*, 33(3), (1970). 1193.
 267. Gomi, M., Satoh, K., & Abe, M. (1991, January). New garnet films with giant Faraday rotation. In *Retrospective Collection* (Vol. 7, pp. 919-924). Trans Tech Publications.
 268. Hansen, P., Witter, K., & Tolksdorf, W. Magnetic and magneto-optic properties of lead-and bismuth-substituted yttrium iron garnet films. *Physical Review B*, 27(11), (1983). 6608.
 269. Buhrer, C. F. Faraday rotation and dichroism of bismuth calcium vanadium iron garnet. *Journal of Applied Physics*, 40(11), (1969). 4500-4502.
 270. Prosvirnin, Sergey L., and V. A. Dmitriev. "Electromagnetic wave diffraction by array of complex-shaped metal elements placed on ferromagnetic substrate." *The European Physical Journal-Applied Physics* 49.3 (2010).
 271. Ahmadi, A., & Mosallaei, H. Physical configuration and performance modeling of all-dielectric metamaterials. *Physical Review B*, 77(4), (2008). 045104.

272. Bai, B., Tervo, J., & Turunen, J. Polarization conversion in resonant magneto-optic gratings. *New Journal of Physics*, 8(9), (2006). 205.
273. Khanikaev, A. B., Baryshev, A. V., Fedyanin, A. A., Granovsky, A. B., & Inoue, M. Anomalous Faraday effect of a system with extraordinary optical transmittance. *Optics Express*, 15(11), (2007). 6612-6622.
274. Caballero, B., García-Martín, A., & Cuevas, J. C. Generalized scattering-matrix approach for magneto-optics in periodically patterned multilayer systems. *Physical Review B*, 85(24), (2012). 245103.
275. Li, L. Fourier modal method for crossed anisotropic gratings with arbitrary permittivity and permeability tensors. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*, 5(4), (2003). 345.
276. Popov, E., & Nevière, M. Maxwell equations in Fourier space: fast-converging formulation for diffraction by arbitrary shaped, periodic, anisotropic media. *JOSA A*, 18(11), (2001). 2886-2894.
277. Смирнов, Ю. Г., & Цупак, А. А. Существование и единственность решения объемного сингулярного интегрального уравнения в задаче дифракции. *Дифференциальные уравнения*, 41(9), (2005). 1190-1197.
278. Grzegorzcyk, T. M., & Kong, J. A. Visualization of Faraday rotation and optical activity at oblique incidence. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, 47(5), (2005). 23-33.
279. Hummel, R. E., & Guenther, K. H. (Eds.). (1995). *Handbook of optical properties: thin films for optical coatings* (Vol. 1). CRC Press.
280. Dummer, D. J., Kaplan, S. G., Hanssen, L. M., Pine, A. S., & Zong, Y. High-quality Brewster's angle polarizer for broadband infrared application. *Applied optics*, 37(7), (1998). 1194-1204.
281. Huang, H., Fan, Y., Wu, B. I., & Kong, J. A. Tunable TE/TM wave splitter using a gyrotropic slab. *Progress In Electromagnetics Research*, 85, (2008). 367-380.
282. Gundel, H., Riege, H., Wilson, E. J. N., Handerek, J., & Zioutas, K. Fast polarization changes in ferroelectrics and their application in

- accelerators. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 280(1), (1989). 1-6.
283. Zuo, X., How, H., Shi, P., Oliver, S. A., & Vittoria, C. Development of high frequency ferrite phase-shifter. *IEEE transactions on magnetics*, 37(4), (2001). 2395-2397.
 284. G. A. Kraftmaher, V. V. Meriakry, “Investigation of sub-mm ferrites properties, “ *Radiotekhnika i Elektronika*, vo. 16, no.11, pp.2221-2222, 1971 (in Russian).
 285. Fan, S., & Joannopoulos, J. D. Analysis of guided resonances in photonic crystal slabs. *Physical Review B*, 65(23), (2002). 235112.
 286. Polevoy, S. Y., Prosvirnin, S. L., Tarapov, S. I., & Tuz, V. R. Resonant features of planar Faraday metamaterial with high structural symmetry-Study of properties of a 4-fold array of planar chiral rosettes placed on a ferrite substrate. *The European Physical Journal Applied Physics*, 61(3), (2013). 30501.
 287. Belotelov, V. I., Akimov, I. A., Pohl, M., Kotov, V. A., Kasture, S., Vengurlekar, A. S., ... & Bayer, M. Enhanced magneto-optical effects in magnetoplasmonic crystals. *Nature Nanotechnology*, 6(6), (2011). 370-376.
 288. Li, D., Chen, L., Lei, C., Menendez, J. L., Mallada, C., Tang, Z., ... & Du, Y. Plasmon-enhanced magneto-optical activity in a nanostructure with circle annular arrays. *JOSA B*, 33(5), (2016). 922-927.
 289. Khanikaev, A. B., Baryshev, A. V., Fedyanin, A. A., Granovsky, A. B., & Inoue, M. Anomalous Faraday effect of a system with extraordinary optical transmittance. *Optics Express*, 15(11), (2007). 6612-6622.
 290. Caballero, B., García-Martín, A., & Cuevas, J. C. Generalized scattering-matrix approach for magneto-optics in periodically patterned multilayer systems. *Physical Review B*, 85(24), (2012), 245103.

291. Caballero, B., García-Martín, A., & Cuevas, J. C. Faraday effect in hybrid magneto-plasmonic photonic crystals. *Optics express*, 23(17), (2015). 22238-22249.
292. Maccaferri, N., Inchausti, X., García-Martín, A., Cuevas, J. C., Tripathy, D., Adeyeye, A. O., & Vavassori, P. Resonant enhancement of magneto-optical activity induced by surface plasmon polariton modes coupling in 2D magnetoplasmonic crystals. *ACS Photonics*, 2(12), (2015). 1769-1779.
293. Ginn, J. C., Brener, I., Peters, D. W., Wendt, J. R., Stevens, J. O., Hines, P. F., & Sinclair, M. B. Realizing optical magnetism from dielectric metamaterials. *Physical review letters*, 108(9), (2012). 097402.
294. Ogawa, I., Sakai, A., Idehara, T., & KASPAREK, K. K. A. W. A quasi-optical transmission line for plasma scattering measurements using a submillimetre wave gyrotron. *International journal of electronics*, 83(5), (1997). 635-644.
295. Miyagi, M., Hongo, A., Aizawa, Y., & Kawakami, S. Fabrication of germanium-coated nickel hollow waveguides for infrared transmission. *Applied Physics Letters*, 43(5), (1983). 430-432.
296. Ohkubo, K., Kubo, S., Idei, H., Sato, M., Shimosuma, T., & Takita, Y. Coupling of tilting Gaussian beam with hybrid mode in the corrugated waveguide. *International Journal of Infrared and Millimeter Waves*, 18(1), (1997). 23-41.
297. Boyd, R. J., Cohen, W. E., Doran, W. P., & Tuminaro, R. D. WT4 millimeter waveguide system: Waveguide design and fabrication. *Bell Labs Technical Journal*, 56(10), (1977). 1873-1897.
298. Безбородов, В. И., Киселев, В. К., Кулешов, Е. М., & Яновский, М. С. Квазиоптические радиоизмерительные устройства ближнего миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов волн на основе металлодиэлектрического волновода квадратного сечения. *Радиофизика и электроника*. № 3. (2007). С.589-594.

299. Thumm, M. Development of output windows for high-power long-pulse gyrotrons and EC wave applications. *International journal of infrared and millimeter waves*, 19(1), (1998). 3-14.
300. Yang, X., Borie, E., Dammertz, G., Heidinger, R., Koppenburg, K., Piosczyk, B., ... & Thumm, M. A CVD-diamond disk brewster window for a frequency step-tunable 1 MW gyrotron. *International Journal of Infrared and Millimeter Waves*, 24(12), (2003). 2017-2024.
301. Maciel, J. J., & Felsen, L. B. Gaussian beam analysis of propagation from an extended plane aperture distribution through dielectric layers. I. Plane layer. *IEEE transactions on antennas and propagation*, 38(10), (1990). 1607-1617.
302. Luk, K. M., & Cullen, A. L. Three-dimensional Gaussian beam reflection from short-circuited isotropic ferrite slab. *IEEE transactions on antennas and propagation*, 41(7), (1993). 962-966.
303. Horowitz, B. R., & Tamir, T. Lateral displacement of a light beam at a dielectric interface. *JOSA*, 61(5), (1971). 586-594.
304. Tamir, T., & Bertoni, H. L. Lateral displacement of optical beams at multilayered and periodic structures. *JOSA*, 61(10), (1971). 1397-1413.
305. Li, Q., & Vernon, R. J. Theoretical and experimental investigation of Gaussian beam transmission and reflection by a dielectric slab at 110 GHz. *IEEE transactions on antennas and propagation*, 54(11), (2006). 3449-3457.
306. Марков Г.Т., Чаплин А.Ф. Возбуждение электромагнитных волн. М., Радио и связь, 1983. – С. 295.
307. Воробьев, С. Н., & Просвирнин, С. Л. Диффракция электромагнитных волн на ограниченной плоской структуре: спектральный метод и приближение заданного тока. *Радиотехника и электроника*, 39(12), (1994). 1951-1960.
308. Ватсон Г.Н. Теория Бесселевых функций. М., Из-во иностранной литературы, 1949. С. 787.

309. Goos, F., & Hänchen, H. Ein neuer und fundamentaler Versuch zur Totalreflexion. *Annalen der Physik*, 436(7-8), (1947). 333-346.
310. Artmann, K. Berechnung der Seitenversetzung des totalreflektierten Strahles. *Annalen der Physik*, 437(1-2), (1948). 87-102.
311. Lotsch, H. K. Reflection and refraction of a beam of light at a plane interface. *JOSA*, 58(4), (1968). 551-561.
312. Krayzel, F., Pollès, R., Moreau, A., Mihailovic, M., & Granet, G. Simulation and analysis of exotic non-specular phenomena. *Journal of the European Optical Society-Rapid publications*, (2010). 5.
313. Berman, P. R. Goos-Hänchen shift in negatively refractive media. *Physical Review E*, 66(6), (2002). 067603.
314. Merano, M., Aiello, A., Van Exter, M. P., Eliel, E. R., & Woerdman, J. P. Observation of Goos-Hänchen shifts in metallic reflection. *Optics express*, 15(24), (2007). 15928-15934.
315. Leung, P. T., Chen, C. W., & Chiang, H. P. Large negative Goos-Hänchen shift at metal surfaces. *Optics communications*, 276(2), (2007). 206-208.
316. He, J., Yi, J., & He, S. Giant negative Goos-Hänchen shifts for a photonic crystal with a negative effective index. *Optics express*, 14(7), (2006). 3024-3029.
317. Shadrivov, I. V., Zharov, A. A., & Kivshar, Y. S. Giant Goos-Hänchen effect at the reflection from left-handed metamaterials. *Applied Physics Letters*, 83(13), (2003). 2713-2715.
318. Wang, L. G., & Zhu, S. Y. The reversibility of the Goos-Hänchen shift near the band-crossing structure of one-dimensional photonic crystals containing left-handed metamaterials. *Applied Physics B: Lasers and Optics*, 98(2), (2010). 459-463.
319. Yin, X., Hesselink, L., Liu, Z., Fang, N., & Zhang, X. Large positive and negative lateral optical beam displacements due to surface plasmon resonance. *Applied Physics Letters*, 85(3), (2004). 372-374.

320. Wang, Y., Liu, Y., Xu, J., Zhang, H., Bai, L., Xiao, Y., ... & Zhang, X. Numerical study of lateral displacements of Gaussian beams reflected from weakly absorbing media near the Brewster dip and reflected from strongly absorbing media. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*, 11(10), (2009). 105701.
321. Huang, Y. Y., Dong, W. T., Gao, L., & Qiu, C. W. Large positive and negative lateral shifts near pseudo-Brewster dip on reflection from a chiral metamaterial slab. *Optics express*, 19(2), (2011). 1310-1323.
322. Huang, H., Fan, Y., Wu, B. I., & Kong, J. A. Positively and negatively large Goos-Hänchen lateral displacements from a symmetric gyrotropic slab. *Applied Physics A: Materials Science & Processing*, 94(4), (2009). 917-922.
323. Bliokh, K. Y., & Aiello, A. Goos-Hänchen and Imbert-Fedorov beam shifts: an overview. *Journal of Optics*, 15(1), (2013). 014001.
324. McGuirk, M., & Carniglia, C. K. An angular spectrum representation approach to the Goos-Hänchen shift. *JOSA*, 67(1), (1977). 103-107.
325. Tuz, V. R., & Fesenko, V. I. (2016). Gaussian beam tunneling through a gyrotropic-nihility finely-stratified structure. In *Contemporary optoelectronics* (pp. 99-113). Springer Netherlands.
326. Chen, C. G., Konkola, P. T., Ferrera, J., Heilmann, R. K., & Schattenburg, M. L. Analyses of vector Gaussian beam propagation and the validity of paraxial and spherical approximations. *JOSA A*, 19(2), (2002). 404-412.

ДОДАТОК А Список публікацій здобувача за темою дисертації

- 1 **V.V.Yachin**, N.V.Ryazantseva, N.A.Khizhnyak, "The scattering of electromagnetic waves by a periodic magnetodielectric structures with arbitrary profiles and inhomogeneous media" *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, Vol.11,No.11,1349-1366,1997.
- 2 **V.V.Yachin** and N.V.Ryazantseva, "The scattering of electromagnetic waves by rectangular-cell double-periodic magnetodielectric gratings" *Microwave and optical technology letters*, Vol.23, No.3, November 5, 1999, pp.177-183.
- 3 N.V. Sidorchuk, **V.V. Yachin**, and S.L. Prosvimin, "Low-Frequency Approximation for the Problem of Electromagnetic Wave Propagation in a Doubly- Periodic Magnetodielectric Layer" *Telecommunications and Radio Engineering*, vol. 59, No.5 pp. 52-59, 2003
- 4 **V.V. Yachin** " Exception singularities in scattering problems on three-dimensional magneto-dielectric structures with the selected direction" *Radiofizika i elektronika*, Kharkov, V.8, № 2, 2003, pp. 197-200
- 5 **V.V. Yachin** "Suppression principle in the problems of scattering by double-periodic magneto-dielectric structures" *Telecommunications and Radio Engineering*, vol. 61, No.1 pp. 26-32, 2004.
- 6 **V.V. Yachin**, N.V. Sidorchuk, " The scattering of electromagnetic waves by a double-periodic magneto-dielectric layer" *Radiofizika i radioastronomiya*, Kharkov, V.10, № 1, 2005, pp. 50-61
- 7 **V.V. Yachin**, "Substantiation of the Field Functional Method as Applied to Scattering by a Doubly Periodic Magnetodielectric Structure," *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, vol. 46, No. 9, pp. 1668-1673, 2006
- 8 A.V. Gribovskiy, S.L. Prosvimin, N.V. Sidorchuk, V.V.Khardikov, **V.V. Yachin**, " Some methods of the theory of planar metamaterials" *Fizika volnovykh processov i radiotekhnicheskiye sistemy*, V.10, № 3, 2007 pp. 27-31.
- 9 **V. Yachin** and K. Yasumoto, "Method of Integral Functionals for Electromagnetic Wave Scattering from a Double Periodic Magnetodielectric Layer," *J. Opt. Soc. Am. A*, Vol. 24, No. 11, pp. 3606-3618, 2007.

- 10 **V. V. Yachin**, T. L. Zinenko, V. K. Kiseliyov, "Quasistatic approximation for the scattering of a plane wave by double-periodic gyrotropic layer" *Radiofizika i radioastronomiya*, Kharkov, v.14, № 2, 2009, pp. 174-183
- 11 **V. V. Yachin**, T. L. Zinenko, V. K. Kiseliyov, S. N. Vorobyov "Diffraction of 3-D Gaussian beam with circular symmetry of the field space distribution on permeable screens at small angle of incidence" *Radio Physics and Radio Astronomy*.v1.i3 pp. 241-247, 2010
- 12 **V. Yachin**, K.Watanabe and K. Yasumoto, "Method of Integral Functionals for Electromagnetic Wave Scattering from Three- Dimensional Gratings," *Advanced Techniques for Microwave Systems* Editor: Giuseppe Schettini Part A. Transmission lines and Periodic Structures, Research Signpost, pp.85-102, 2011
- 13 **V.V. Yachin**, T.L.Zinenko, V. K. Kiseliyov, "Diffraction of a three-dimensional Gaussian beam with a circular symmetry on penetrable screens," *Telecommunications and Radio Engineering*, vol.71, no.8, pp. 677-691, 2012.
- 14 **V.V. Yachin**, V.K.Kiseliyov, Ye.M.Kuleshov, P.K.Nesterov, T.L.Zinenko (2014). Reflectometry of Carbon Fiber Reinforced Plastic (CFRP) in Sub– Terahertz Frequency Range: Theory and Experiment. *Telecommunications and Radio Engineering*, 73(11) pp. 1005-1015.
- 15 T. L. Zinenko, **V. V. Yachin**, & Marciniak, M. (2014). Brewster's angle polarizer design based on a gyrotropic double-periodic perforated layer. *Optical and Quantum Electronics*, 46(6), 779-790.
- 16 V. I. Bezborodov, O. Kosiak, Y. M. Kuleshov, & **Yachin, V. V.** (2015). Differential phase sections based on form birefringence in The terahertz frequency range. *Telecommunications and Radio Engineering*, 74(8) pp. 735-744.
- 17 V. I. Bezborodov, O. Kosiak, Y. M. Kuleshov, & **Yachin, V. V.** (2015). Form Birefringent Structures Matching to Free Space in the terahertz frequency range. *Telecommunications and Radio Engineering*, 74(19) pp. 1767-1776.
- 18 P. K. Nesterov, **V. V. Yachin**, T. L. Zinenko, & Kuleshov, Y. M. (2016). Characterization of CFRP Thermal degradation by The polarization-frequency reflectometry method in

subterahertz frequency range. *IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology*, 6(1), 91-98.

- 19 **V. Yachin**, L. Ivzhenko, S. Polevoy, & Tarapov, S. (2016). Resonant response in mechanically tunable metasurface based on crossed metallic gratings with controllable crossing angle. *Applied Physics Letters*, 109(22), 221905.
- 20 **V. V. Yachin**, & Zinenko, T. L. (2016). 3-D Gaussian beam scattering from a gyromagnetic perforated layer: Quasi-static approach. *Optics Communications*, 380, 425-433.

Відомості про апробацію результатів дисертації

The International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory “ММЕТ” (Kharkiv 1998, 2000, 2012; Kiev 2002, 2010; Dnipropetrovsk 2014; Lviv 2016; очна)

- The International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic Theory "DIPED" (Lviv 1999, 2001, 2009; очна)
- The International Symposium Physics and Engineering of MM and Sub-MM Waves “MSMW” (Kharkiv 2001, 2007, 2010, 2013, 2016; очна)
- The International Conference on Electromagnetics of Complex Media (Marrakesh 2002; очна)
- The International Korea-Japan Joint Conference on AP/EMC/EMT (Seoul, 2004; очна)
- The International Japan-Indo Seminar/Workshop on Microwaves, Photonics, and Communication Systems (Fukuoka 2007; очна)
- The International Indo-Japan Seminar/Workshop on Recent Advances in Optics and Photonics (New Delhi, 2007; заочна)
- The International Conference on Computer, Communication, Control and Information Technology (Calcutta 2009; заочна)
- The International Conference on Microwaves, Radar, and Wireless Communication “MIKON” (Gdansk 2014; заочна)
- The International Conference on Electronics and Nanotechnology “ELNANO” (Kiev 2016; очна)
- The International Conference on Electrical and Computer Engineering “UKRCON” (Kiev 2017; очна)