

Інститут радіофізики та електроніки ім. О. Я. Усикова
Національна академія наук України

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

Стешенко Сергій Олександрович

УДК 537.86: 517.958

ДИСЕРТАЦІЯ
УЗАГАЛЬНЕННЯ ТА РОЗВИТОК ЧИСЕЛЬНО-АНАЛІТИЧНИХ
МЕТОДІВ У ЗАДАЧАХ ЕЛЕКТРОДИНАМІКИ З КУСКОВО-
КООРДИНАТНИМИ ГРАНИЦЯМИ

01.04.03 – радіофізика

Подається на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело
_____ С.О. Стешенко

Науковий консультант: Кириленко Анатолій Опанасович,
доктор фізико-математичних наук, професор

Харків – 2021

АНОТАЦІЯ

Стешенко С. О. Узагальнення та розвиток чисельно-аналітичних методів у задачах електродинаміки з кусково-координатними границями. – Кваліфікаційна наукова робота на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.03 – радіофізика. – Інститут радіофізики та електроніки ім. О. Я. Усикова НАН України, Харків, 2021.

Дисертаційну роботу присвячено розвитку й узагальненню чисельно-аналітичних методів для розв’язання тривимірних і двовимірних задач дифракції. Перш за все в ній розглянуто задачі дифракції на неоднорідностях з кусково-координатними границями у хвилеводах і у періодичних структурах. Для розв’язання цих задач використано побудовані у роботі узагальнення методу часткових областей, методи узагальнених матриць розсіяння, сингулярних інтегральних рівнянь, дискретних особливостей, функції Гріна, власних коливань та інші.

Наукова новизна отриманих в роботі результатів перед усім полягає у вперше побудованих узагальненнях методу часткових областей для: знаходження спектра власних мод хвилеводів довільного складного поперечного перерізу з кусково-координатними границями в циліндричній системі координат; розрахунку площинного зчленування круглого хвилеводу з хвилеводом довільного складного поперечного перерізу з координатними границями в декартовій системі координат, знаходження матриці розсіяння напівскінченної періодичної структури з розсіювачів. Для аналізу хвилеводів з довільними параметрично заданими або комбінованими границями запропоновано алгоритм ступінчастої апроксимації. Запропоновані чисельно-аналітичні підходи, доповнені відомим

рішенням для хвильоводів з границями, заданими в декартовій системі координат, по своїй універсальності близькі до кінцево-різницевих методів. Новими також є конструкції поляризаторів, з поліпшеними характеристиками, які вдалося знайти за допомогою розроблених підходів. До них відносяться широкосмугові поляризатори на поздовжній вставці у коаксіальному хвильоводі; надкомпактні обертачі площини поляризації у круглому хвильоводі зі спряженими діафрагмами, які можуть перебудовуватися на потрібний кут обертання площини поляризації шляхом обертання однієї з діафрагм; обертачі площини поляризації у круглому хвильоводі, що не використовують резонансних елементів, і тим самим мають зменшені теплові втрати.

Для пояснення знайдених ефектів використано спектральну теорію. Показано, що прояв штучної оптичної активності, тобто обертання площини поляризації, наявність або відсутність задовільного або ідеального узгодження, можливість багатосмуговості ефекту пояснюються особливостями власних коливань структури. Шляхом чисельного експерименту доведено можливість використання простих апроксимаційних формул для коефіцієнтів проходження і відбиття структур, що мають дієдральну симетрію.

Розроблено алгоритми розрахунку площинних зчленувань круглого хвильоводу з діелектричною вставкою з круглим і коаксіальним хвильоводами. При цьому запропоновано оригінальні зображення для асиметричних мод і характеристичного рівняння круглого хвильоводу з діелектричною вставкою. На відміну від стандартних вони не мають особливостей в критичних точках.

Також в дисертаційній роботі розглянуто ряд антенних застосувань, в яких використовуються гребінки. Зокрема, встановлено відповідність між формою діаграми спрямованості апертури плоскопаралельного хвильоводу з гофрованими фланцями і власними режимами гребінок, що нарізані на фланцях, і запропоновано метод чисельного синтезу заданого розподілу поля антени витіч-

ної хвилі, що складається з планарного діелектричного хвилеводу, вздовж якого поширюється поверхнева хвиля, і гребінки.

Отримано швидко збіжні зображення функцій Гріна для періодичних ґраток із диполів у вільному просторі з використанням методу Евальда. Знайдено дисперсійні характеристики власних мод періодичних ґраток із плазмонних нанокулів в дипольному наближенні. Встановлено відповідність між ефектами посилення ближнього поля та субхвильового фокусування за допомогою періодичних шарів із плазмонних нанокулів з особливостями дисперсійних характеристик їх власних поперечних мод. Продемонстровано можливість отримання надроздільної здатності за допомогою ґраток з плазмових нанокулів.

Практичне значення отриманих результатів визначається можливістю використання запропонованих методів і алгоритмів для розробки нових пристроїв хвилевідної й антенної техніки з більш досконалішими характеристиками, ніж ті, що є в наявності. Так, побудоване узагальнення методу часткових областей вже дозволило знайти надкомпактні обертачі площини поляризації в круглому хвилеводі. Крім того, розроблений алгоритм розрахунку матриці розсіювання напівскінченної сповільнювальної системи дозволив вперше побудувати модель клинотрона з урахуванням взаємодії електронного пучка з власними хвилями сповільнювальної системи. Розроблені алгоритми реалізовано в програмному пакеті, який активно використовується для розробки пристроїв НВЧ, які вже знайшли своє практичне застосування.

Ключові слова: метод часткових областей, кусково-координатні границі, електродинаміка НВЧ, перетворювачі поляризації, напівнескінченна періодична система, антени витічних хвиль, синтез антен, надроздільна здатність, власні коливання.

ABSTRACT

Steshenko S.O. Generalization and development of numerical-analytical methods in problems of electrodynamics with piecewise coordinate boundaries. – Qualification research work as a manuscript.

Thesis for scientific degree of doctor of science in physics and mathematics on specialty 01.04.03 – radiophysics. – O. Ya. Usykov Institute for Radiophysics and Electronics NAS of Ukraine, Kharkiv, 2021.

The thesis is devoted to the development and generalization of numerical-analytical methods for solving 3D and 2D diffraction problems. First of all, diffraction problems on inhomogeneities with piecewise coordinate boundaries in waveguides and in periodic structures are considered. To solve these problems, the generalizations of the mode-matching technique, the methods of generalized scattering matrices, singular integral equations, discrete singularities, the Green's function, eigenoscillations, and others are used.

The **scientific novelty** of the results obtained in this work primarily consists in the first built generalizations of the mode-matching technique for: finding eigenmodes of waveguides of arbitrary complex cross-section with piecewise coordinate boundaries in cylindrical coordinate system; calculation of the plane junction of a circular waveguide with a waveguide of arbitrary complex cross section with coordinate boundaries in the Cartesian coordinate system, finding the scattering matrix of a semi-finite periodic structure of scatterers. For the analysis of waveguides with arbitrary parametrically specified boundaries, a stepwise approximation algorithm is proposed. The proposed numerical-analytical approaches, supplemented by the well-known solution for waveguides with boundaries specified in the Cartesian coordinate system, are similar in their universality to finite-difference methods. A number of de-

signs of polarizers with improved characteristics are found for the first time with the help of developed approaches. These include broadband septum polarizers in the coaxial waveguide; ultra-compact polarization plane rotators in a circular waveguide with conjugated irises, which can be adjusted to the desired angle of rotation of the polarization plane by rotating one of the irises; polarization plane rotators in a circular waveguide that do not use resonant elements, and thus have reduced ohmic loss.

Spectral theory is used to explain discovered effects. It is shown that the manifestation of artificial optical activity, i.e. the rotation of the plane of polarization, the presence or absence of satisfactory or perfect matching, the possibility of multibandness are explained by the peculiarities of eigen-oscillations of the structure. The possibility of using simple approximation formulas for the coefficients of transmission and reflection of the structures with dihedral symmetry is proved by numerical experiments.

Algorithms for calculating the plane junctions of a circular waveguide with a dielectric insert with circular and coaxial waveguides is built. The original representations for asymmetric modes and the characteristic equation of a circular waveguide with a dielectric insert are proposed. Unlike standard, they have no singularities at the critical points.

In addition, a number of antenna applications, which uses lamellar gratings, are considered in the thesis. In particular, the correspondence between the shape of the radiation pattern of an aperture of a parallel-plate waveguide with corrugated flanges and the eigenmodes of a lamellar grating on flanges is established, and the method of numerical synthesis of a given field distribution of a leaky-wave antenna consisting of a planar dielectric waveguide supporting a surface wave and a lamellar grating is proposed.

Fast-convergent representations of the Green's functions for periodic arrays of dipoles in free space using the Ewald method are obtained. The dispersion characteristics of the eigenmodes of periodic arrays of plasmonic nanospheres in the dipole

approximation are found. The correspondence between the effects of near-field enhancement and subwavelength focusing by means of periodic arrays of plasmonic nanospheres with the peculiarities of the dispersion characteristics of their transverse eigen-modes is established.

The **practical importance** of the obtained results is determined by the possibility of using the proposed methods and algorithms for the development of new devices of waveguide and antenna technology with advanced characteristics. Thus, the constructed generalization of the mode-matching technique has already made it possible to find ultra-compact rotators of the polarization plane in a circular waveguide. In addition, the developed algorithm for calculating the scattering matrix of a semi-finite slow-wave structure allowed for the first time to build a model of a clinotron taking into account the interaction of the electron beam with an eigen-mode of the slow-wave structure. The built algorithms are implemented in a software package, which is actively used for the development of microwave devices that have already found their practical applications.

Keywords: mode-matching technique, piecewise coordinate boundaries, microwave electrodynamics, polarization converters, semi-infinite periodic system, leaky wave antennas, antenna synthesis, super resolution, eigen-oscillations.

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. S. Steshenko and F. Capolino Single dipole approximation for collections of nanoscatterers Ch. 8 in book *Metamaterials Handbook: Theory and Phenomena of Metamaterials*, Vol. I, F. Capolino, Ed., Taylor and Francis - CRC Press, 2009, pp. 1-17.
2. S. Steshenko, F. Capolino, S. Tretyakov, and C. Simovski Super resolution with layers of resonant arrays of nanoparticles Ch. 4 in book *Metamaterials Handbook: Applications of Artificial Materials*, Vol. II, F. Capolino, Ed., Taylor and Francis - CRC Press, 2009, pp. 1-12.
3. В. В. Крыжановский, С. В. Крыжановский, С. А. Стешенко, О. В. Чистякова “Резонансные свойства системы планарный диэлектрический волновод-гребенка”, *Радиофізика та електроніка*, Т.13, №3, с. 481-488, 2008.
4. S. Steshenko, F. Capolino, P. Alitalo, and S. Tretyakov, “Effective model and investigation of the near-field enhancement and subwavelength imaging properties of multilayer arrays of plasmonic nanospheres”, *Physical Review E*, vol. 84, 016607, 12 p, 2011.
5. S. Campione, S. Steshenko, F. Capolino, “Complex bound and leaky modes in chains of plasmonic nanospheres”, *Optics Express*, vol. 19, no. 19, pp. 18345-18363, 2011.
6. S. Campione, S. Steshenko, M. Albani, and F. Capolino, “Complex modes and effective refractive index in 3D periodic arrays of plasmonic nanospheres”, *Optics Express*, vol. 19, no. 27, pp. 26027-26043, 2011.
7. Л. П. Мосьпан, С. А. Приколотин, С. А. Стешенко, А. А. Кириленко “Спектральные характеристики прямоугольной волноводной секции с парой разновысоких прямоугольных штырей”, *Радиофізика і радіоастрономія*, Т. 18, № 4, с. 349-356, 2013.
8. С. А. Стешенко, “Синтез антенны вытекающих волн по заданному распределению поля на апертуре”, *Радиофізика і радіоастрономія*, Т. 18, № 4, с. 373-380, 2013.
9. С. А. Стешенко, С. А. Приколотин, А.А. Кириленко, Д. Ю. Кулик, Л. А. Рудь, С. Л. Сенкевич "Метод частичных областей с учетом особенностей во внутренних задачах с произвольными кусочно-координатными границами.

Часть 2. Плоско-поперечные соединения и «in-line» объекты", *Радіофізика та електроніка*, Т.4(18), №3, с. 13-21, 2013.

10. С. А. Стешенко "Алгоритм расчета плоскостных сочленений волноводов произвольного сечения с использованием собственных функций общей апертуры", *Радіофізика та електроніка*, Т.4(18), №3, с. 22-27, 2013.
11. А. А. Кириленко, С. Л. Сенкевич, С. А. Стешенко "Анализ трехмерных замедляющих систем на основе метода обобщенных матриц рассеяния", *Радіофізика та електроніка*, Т.12, спец. вып., с. 122-129, 2007.
12. А. А. Кириленко, А. О. Перов, В. Н. Скресанов, С. А. Стешенко, В. В. Гламаздин, М. П. Натаров, А. И. Шубный, "Многочастотный облучатель зеркальной антенны для криогенных приемных фокальных блоков радиотелескопов VLBI2010-сети нового поколения: синтез, проектирование, эксперимент", *Космічна наука і технологія*, Т. 21, № 4, с. 24-31, 2015.
13. S. Steshenko, M. Zhadobov, R. Sauleau, A. A. Kirilenko and A. V. Boriskin, "Beam-forming Capabilities of Aperture Feeds Assisted by Corrugated Flanges", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 63, no. 12, pp. 5548-5560, 2015.
14. А. А. Kirilenko, S. O. Steshenko, V. N. Derkach, S. A. Prikolotin, D. Y. Kulik, S. L. Prosvirnin, L. P. Mospan "Rotation of the polarization plane by double-layer planar-chiral structures. Review of the results of theoretical and experimental studies", *Radioelectronics and Communications Systems*, vol. 60, no. 5, pp. 193-205, 2017.
15. Д. Ю. Кулик, С. А. Стешенко, А. А. Кириленко "Компактные вращатели плоскости поляризации на заданный угол в квадратном волноводе" *Радіофізика та електроніка*, Т.8(22), №1, с. 15-20, 2017.
16. Y. S. Kovshov, S. S. Ponomarenko, S. S. Kishko, A. Likhachev, A. Danik, L. Mospan, S. Steshenko, E. M. Khutoryan, A. N. Kuleshov, "Effect of Mode Transformation in THz Clinotron", *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*, vol. 39, no. 11, pp. 1055-1064, 2018.
17. А. А. Kirilenko, S. O. Steshenko, V. N. Derkach and Y. M. Ostryzhnyi, "A Tunable Compact Polarizer in a Circular Waveguide", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 67, no. 2, pp. 592-596, 2019.
18. А. А. Kirilenko, S. O. Steshenko, V. N. Derkach, Y. M. Ostrizhnyi, "Comparative analysis of tunable compact rotators", *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol. 33, no. 3, pp. 304-319, 2019.

19. А. А. Кириленко, Д. Ю. Кулик, Л. П. Мосьпан, С. А. Стешенко “Разработки лаборатории вычислительной электродинамики: от математических моделей до антенно-фидерных устройств”, *Радіофізика та електроніка*, Т.24, №2, с.3-14, 2019.
20. A. A. Kirilenko, S. O. Steshenko, V. N. Derkach, Y. M. Ostrizhnyi, L. P. Mospan, “Tunable polarization rotator on a pair of grooved flanges,” *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol. 34, no. 17, pp. 2304-2316, 2020.
21. S. O. Steshenko, “Generalization of the mode-matching technique to the problems of scattering by semi-infinite slow-wave structures,” *Радіофізика та електроніка*, vol. 25, no. 4, pp. 10-17, 2020.
22. L. P. Mospan, S. O. Steshenko, “A multi-function resonator based on an asymmetric tri-post rectangular waveguide section,” *International Journal of Microwave and Wireless Technologies*, vol. 12, no. 10, pp. 1005-1011, 2020.
23. Л. П. Мосьпан, А. А. Кириленко, Д. Ю. Кулик, С. А. Стешенко, “Численное моделирование частотно-селективных поверхностей с П-образными апертурами”, *Радіофізика та електроніка*, Т. 25, no. 1, с. 3-10, 2020.
24. О. М. Ульянов, В. В. Захаренко, С. А. Алексеев, О. М. Резніченко, І. О. Кулагін, В. В. Будніков, В. І. Присяжний, А. В. Поїхало, В. В. Войтюк, В. М. Мамарев, В. В. Ожінсікий, В. П. Власенко, В. М. Чміль, І. К. Сундучков, М. М. Бердар, В. І. Лебідь, М. І. Паламар, А. В. Чайковський, Ю. В. Пастернак, М. А. Стрембицький, М. П. Натаров, С. О. Стешенко, В. В. Гламаздин, О. І. Шубний, А. О. Кириленко, Д. Ю. Кулик, “Створення радіотелескопу РТ-32 на базі антенної системи Mark-4В. 3. Гетеродини та власні шуми приймальної системи”, *Радіофізика і радіоастрономія*, Т. 25, №3, с. 175-192, 2020.
25. S. Steshenko, F. Capolino, D. R. Wilton, and D. R. Jackson, “Ewald Acceleration for the Dyadic Green’s Functions for a Linear Array of Dipoles and a Dipole in a Parallel-Plate Waveguide”, *Proc. of the IEEE International Symposium on Antennas and Propagation*, San Diego, USA, pp. 1-4, 2008.
26. A. Vallecchi, S. Steshenko, F. Capolino, “Artificial Magnetism at Optical Frequencies in Composite Materials Made of Particles with Pairs of Tightly Coupled Metallic Nanospheres,” *Proc. of XXIX General Assembly of the International Union of Radio Science*, Chicago, USA, 4 p., 2008.
27. S. Steshenko, A. Vallecchi, and F. Capolino, “Electric and magnetic resonances in arrays with elements made of tightly coupled silver nanospheres”, *Proc. of the*

2nd International Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics, Pamplona, Spain, September 21-26, 2008, 3p.

28. S. Campione, S. Steshenko, and F. Capolino, "Description and characterization of the complex modes in a linear chain of noble metal nanospheres", *Proc. of SPIE*, San Francisco, USA, vol. 7946, 11 p., 2011.
29. C. A. Стешенко, "Оптимизация профиля гребенки для обеспечения требуемого распределения поля на апертуре", *Труды Международного симпозиума «Методы дискретных особенностей в задачах математической физики»*, Херсон, Украина, 4 с., 2011.
30. S. Campione, S. Steshenko, M. Albani, F. Capolino, "Characterization of the optical modes in 3D-periodic arrays of metallic nanospheres", *Proc. of General Assembly and Scientific Symposium*, Istanbul, Turkey, pp. 1-4, 2011.
31. S. Steshenko, A. A. Kirilenko, A. V. Boriskin, M. Zhadobov, R. Sauleau, "Advanced modeling of choke ring antennas for mm-wave applications", *Proc. of the 6th European Conference on Antennas and Propagation*, Prague, Czech Republic, pp. 650-654, 2012.
32. S. A. Prikolotin, S. A. Steshenko, D. Yu. Kulik, L. A. Rud, A. A. Kirilenko, "Fast Full 3D EM CAD of Waveguide Units Based on the Generalized Mode Matching Technique", *Proc. of International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory*, Kharkiv, Ukraine, pp. 109-112, 2012
33. S. O. Steshenko, S. A. Prikolotin, D. J. Kulik, A. A. Kirilenko, L. A. Rud, L. P. Mospan, "Numerical determination of eigenmodes of an arbitrary waveguide with coordinate boundaries in cylindrical coordinate system", *Proc. of International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory*, Kharkiv, Ukraine, pp. 240-242, 2013.
34. A. A. Kirilenko, D. Yu. Kulik, S. A. Prikolotin, L. A. Rud, S. A. Steshenko "Design and optimization of broadband ridged coaxial waveguide polarizers", *Proc. of International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory*, Kharkiv, Ukraine, pp. 445-447, 2013.
35. A. A. Kirilenko, D. Yu. Kulik, S. A. Prikolotin, L. A. Rud, S. A. Steshenko, "Stepped approximation technique for designing coaxial waveguide polarizers", *Proc. of the IX International Conference on Antenna Theory and Techniques*, Odessa, Ukraine, pp. 470-472, 2013.

36. S. O. Steshenko, “On the characteristic equation for the dielectric-loaded circular waveguide”, *Proc. of International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory*, Kharkiv, Ukraine, 3 p., 2016.
37. S. Steshenko, A. Kirilenko, V. Maslov, “Mode Selective Properties of Concentric Metal Rings on a Dielectric Substrate in a Circular Waveguide”, *Proc. of IEEE 7th International Conference on Advanced Opto-electronics and Lasers*, Odessa, Ukraine, 3 p., 2016.
38. Y. Kovshov, S. Ponomarenko, S. Kishko, A. Likhachev, A. Danik, L. Mospan, S. Steshenko, E. Khutoryan, A. Kuleshov, “Demonstration of a Mode Transformation Effect in 300-GHz CW Clinotron”, *Proc. of IEEE 17th International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory*, Kyiv, Ukraine, pp. 254-257, 2018.
39. A. Kirilenko, S. Steshenko, Y. Ostryzhnyi, “Topology of a Planar-chiral Iris as a Factor in Controlling the " Optical Activity" of a Bilayer Object”, *Proc. of IEEE Ukrainian Microwave Week*, Kharkiv, Ukraine, pp.555-558, 2020.

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ	18
ВСТУП	19
РОЗДІЛ 1 ОГЛЯД СУЧАСНИХ МЕТОДІВ В АКТУАЛЬНИХ ЗАДАЧАХ ЕЛЕКТРОДИНАМІКИ	30
1.1 Аналітичні, чисельні та чисельно-аналітичні методи електродинаміки	30
1.2 Метод часткових областей	33
1.2.1 Історія і основні особливості методу часткових областей	33
1.2.1 Матриця розсіяння елементарної неоднорідності	36
1.3 Метод узагальнених матриць розсіяння	42
1.3.1 Розрахунок з'єднання двох елементів загальними портами	42
1.3.2 Власні коливання з'єднання двох елементів загальними портами	46
1.4 Висновки до розділу 1	47
Розділ 2 РОЗВИТОК ЧИСЕЛЬНО-АНАЛІТИЧНИХ МЕТОДІВ РОЗРАХУНКУ БАЗИСІВ ВЛАСНИХ МОД ХВИЛЕВОДІВ СКЛАДНОГО ПОПЕРЕЧНОГО ПЕРЕРІЗУ	49
2.1 Узагальнення чисельно-аналітичних методів розрахунку базисів власних мод хвилеводів з кусково-координатними границями в циліндричній системі координат	51
2.1.1 Зображення мод в циліндричній системі координат	52
2.1.2 Узагальнені зображення для потенціалів мод в часткових областях ортогона у циліндричній системі координат	57
2.1.3. Знаходження мод хвилеводу з перетином у вигляді довільного ортогона в циліндричній системі координат	64
2.1.4 Чисельні приклади	79
2.2 Ступінчаста апроксимація як інструмент для розрахунку базисів власних мод хвилеводів з довільними границями	80

2.2.1 Узагальнення поняття сегмента. Види сегментів. Площа сегмента.....	81
2.2.2 Ступінчаста апроксимація двогранного сегмента.....	83
2.2.3 Розбиття одногранного сегмента на підсегменти.....	86
2.2.5 Ступінчаста апроксимація для проєктування поляризаторів у коаксіальному хвилеводі.	87
2.3 Модифіковане дисперсійне рівняння для двошарового круглого хвилеводу	92
2.3.1 Геометрія задачі та зображення для електромагнітних полів в циліндричній системі координат	93
2.3.2 Характеристичне рівняння	96
2.3.3 Чисельні результати.....	101
2.4 Висновки до розділу 2	105
Розділ 3 АЛГОРИТМИ РОЗРАХУНКУ МАТРИЦЬ РОЗСІЯННЯ НЕОДНОРІДНОСТЕЙ В ХВИЛЕВОДАХ СКЛАДНОГО ПОПЕРЕЧНОГО ПЕРЕРІЗУ З КУСКОВО-КООРДИНАТНИМИ ГРАНИЦЯМИ.....	106
3.1 Алгоритм розрахунку площинного зчленування між хвилеводами складного поперечного перерізу з кусково-координатними границями.....	109
3.2 Розрахунок складних хвилевідних вузлів.....	113
3.2.3 Врахування симетрії поперечних перерізів.....	114
3.2.4 Верифікація алгоритму розв'язання векторних задач хвилевідної електродинаміки з кусково-координатними границями	115
3.3 Алгоритм розрахунку площинних зчленувань хвилеводів довільного перетину, що накладаються, з використанням власних функцій загальної апертури.....	117
3.3.1 Опис геометрії задачі.....	119
3.3.2 Зведення задачі до системи лінійних алгебраїчних рівнянь першого роду	120
3.3.3 Про еквівалентність традиційного і запропонованого підходів	125
3.3.4 Порівняння ефективності двох підходів.....	127

3.4 Розрахунок матриці розсіяння площинного зчленування круглого хвилеводу з обнятим хвилеводом складного поперечного перерізу з координатними границями в декартовій системі координат	129
3.4.1 Формулювання задачі та зображення полів в хвилеводах, що зчленуються	130
3.4.2 Поля у круглому хвилеводі	131
3.4.3 Поля в хвилеводі складного поперечного перерізу.....	138
3.4.4 Інтеграл зв'язку.....	140
3.4.5 Чисельний приклад	144
3.5 Чисельна оптимізація поляризатора у коаксіальному хвилеводі ..	145
3.6 Компактні поляризатори у круглому хвилеводі на основі плоско-кіральних діафрагм.....	148
3.6.1 Геометрія обертача ПП.....	151
3.6.2 Рух резонансних зон і поява обертання ПП	155
3.6.3 Загальні особливості власних коливань бішару	161
3.6.4 Резонанси двошарових компонентів.....	166
3.6.5 Власні коливання та резонанси дієдральної пари діафрагм	168
3.6.6 Топологія бішару як фактор контролю штучної оптичної активності.....	172
3.6.7 Аналітична апроксимація частотної характеристики дієдрального бішару.....	175
3.6.8 Обертачі поляризації на основі діафрагм зі складною топологією щілин	179
3.6.9 Експеримент	180
3.7 Обертання площини поляризації об'єктами, розміщеними поза порожниною хвилеводу.....	183
3.7.1 Модовий склад поля. Модель методу часткових областей	187
3.7.2 D_3 обертач площини поляризації з фіксованою геометрією ($g = 0$)	189
3.7.3 D_3 обертач з геометрією, що перебудовується ($g \neq 0$)	198

3.8 Висновки до розділу 3	202
Розділ 4 ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РОЗСІЯННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ НА НАПІВСКІНЧЕННІЙ ПЕРІОДИЧНІЙ СИСТЕМІ РОЗСІЮВАЧІВ.....	
4.1 Аналіз тривимірних сповільнювальних систем на основі методу узагальнених матриць розсіяння.....	207
4.1.1 Опис методу.....	209
4.1.2 Перевірка збіжності та верифікація методу	214
4.1.3 Дисперсійні характеристики гофрованого хвилеводу	217
4.1.4 Гребінка з поздовжніми пазами в прямокутному хвилеводі.....	218
4.1.5 Розрахунок сповільнювальної системи клинотрона.	220
4.2 Узагальнення методу часткових областей на задачі розсіяння на напівнескінченних сповільнювальних системах	224
4.2.1 Опис методу.....	225
4.2.2 Дисперсійний аналіз СС.....	230
4.2.3 Розрахунок матриці розсіяння напівскінченної сповільнювальної системи	234
4.2.4 Проблема гомогенізації сповільнювальної системи.	237
4.3 Висновки до розділу 4	238
Розділ 5 МОДЕЛЮВАННЯ, АНАЛІЗ І СИНТЕЗ АНТЕН, ЩО МІСТЯТЬ ГРЕБІНКИ, З УРАХУВАННЯМ ЇХ СКІНЧЕНОЇ ПРОТЯЖНОСТІ.....	
5.1 Формування діаграм спрямованості за допомогою апертури хвилеводу з гофрованим фланцем	242
5.1.1 Випадок Н-поляризації	246
5.1.2 Випадок Е-поляризації	267
5.2 Синтез антени витічних хвиль по заданому розподілу поля на апертурі.....	273
5.2.1 Алгоритм синтезу антени	275
5.2.2 Аналіз результатів.....	285
5.3 Висновки до розділу 5	287

Розділ 6 ВЛАСНІ РЕЖИМИ ПЕРІОДИЧНИХ ҐРАТОК З ПЛАЗМОННИХ НАНОКУЛЬ І ЇХ ЗВ'ЯЗОК З СУБХВИЛЬОВОЮ ВІЗУАЛІЗАЦІЄЮ.....	289
6.1 Модель дипольного збудження для нескінченної ґратки з нанокуль	293
6.2 Періодичне збудження нескінченної ґратки з нанокуль.....	295
6.2.1 Один шар куль.....	296
6.2.2 N шарів куль	301
6.2.3 Збудження плоскою хвилею	302
6.3 Поширення мод у ґратці з нанокуль	302
6.4 Надроздільна здатність та посилення ближнього поля	304
6.5 Вплив відстані h між двома шарами	313
6.6 Прискорення періодичної функції Гріна методом Евальда	316
6.7 Висновки до розділу 6	320
Висновки	322
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	325
ДОДАТОК А Список публікацій здобувача за темою дисертації	356

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

FDTD	– Finite Difference in Time Domain
PEW	– perfect electric wall (ідеальна електрична стінка)
PMW	– perfect magnetic wall (ідеальна магнітна стінка)
ДС	– діаграма спрямованості
IУ	– ідеальне узгодження
МЧО	– метод часткових областей
НВЧ	– надвисокочастотний
НОП	– надзвичайне оптичне проходження
ПДХ	– планарний діелектричний хвилевід
ПП	– площина поляризації
СЛАР	– система лінійних алгебраїчних рівнянь
СС	– сповільнювальна система
УМР	– узагальнена матриця розсіяння
ШОА	– штучна оптична активність

ВСТУП

Актуальність теми. Дисертацію присвячено розвитку чисельно-аналітичних методів в задачах електродинаміки з координатними границями та їх узагальненню на задачі з кусково-координатними границями та на задачі дифракції на напівнескінченних періодичних структурах з ідентичних розсіювачів.

Попри широке застосування універсальних чисельних методів, що базуються на кінцево-різницевих методах, розвиток та універсалізація чисельно-аналітичних методів залишається важливою задачею.

По-перше, чисельно-аналітичні методи є більш ефективними, що особливо важливо при розв'язанні задач оптимізації. Навіть на сучасних комп'ютерах комерційні моделі, що базуються на кінцево-різницевих підходах, не завжди забезпечують достатню точність і швидкість. При цьому деякі чисельно-аналітичні методи, до яких зокрема відноситься метод часткових областей, не вимагають ітераційного процесу, оскільки параметри їх алгоритму (наприклад, число мод проєкційного базису), що забезпечують прийнятну точність, можуть бути оцінені апіорі.

По-друге, ряду законів електродинаміки чисельно-аналітичні розв'язки задовольняють більш точно або взагалі автоматично. До цих законів зокрема відносяться співвідношення взаємності, закон збереження енергії, закон симетрії потоку енергії та співвідношення між амплітудами та фазами основних і вищих просторових гармонік поля, що впливають з них.

По-третє, при застосуванні чисельно-аналітичних методів усі якісні характеристики, включаючи характерні частотні точки (повного проходження, повного відбиття, повного перетворення у крос-поляризовану хвилю тощо), прояв-

ляються навіть на малих порядках, що важливо при попередніх дослідженнях того чи іншого нового явища.

Крім того, вже при малих розмірах проєкційних базисів простежується існування власних коливань, що дозволяє відразу припустити існування характерних частотних точок у задачах дифракції. Наприклад, явище «надзвичайного оптичного проходження» через екран, перфорований позамежними отворами, деякий час пояснювалося резонансами «плазмонів-поляритонів», що збуджуються на границі недосконалого металу. Шляхом дослідження власних коливань таких структур і їх складових було показано, що площинне зчленування між півпростором і двовимірно періодичною ґраткою з напівнескінченних хвилеводів має свої власні «апертурні» коливання. Вони забезпечують резонанси повного проходження через перфоровані екрани навіть в разі ідеального металу.

Ще одна методологічна перевага чисельно-аналітичних підходів полягає в тому, що вони, зокрема метод часткових областей і його модифікації, найчастіше аналізують спочатку окремі фрагменти цілого, а потім проводиться «електродинамічне збирання» методом узагальнених S -матриць. Це дозволяє досліджувати тонку структуру фізичних ефектів, глибше розуміти їх природу та принципи формування.

Недоліком чисельно-аналітичних методів є їх менша універсальність у порівнянні з прямими, оскільки вони вимагають побудови нового окремого алгоритму при зміні топології структури, що розраховується. Таким чином, актуальним напрямком досліджень є розробка універсальних підходів, що базуються на чисельно-аналітичних методах, які будуть поєднувати в собі, з одного боку, універсальність прямих методів, а з іншого, точність і ефективність чисельно-аналітичних.

У цьому напрямку в дисертаційній роботі розв'язано важливу проблему сучасної радіофізики та прикладної електродинаміки – розробки універсального

й ефективного підходу до розрахунку характеристик розсіяння неоднорідностей довільної форми у хвилеводах і періодичних структурах. Цю проблему вирішено за допомогою запропонованого автором узагальнення методу часткових областей з метою отримання універсального алгоритму розрахунку матриць розсіяння неоднорідностей з кусково-координатними границями. При цьому, в разі довільних границь з єдиною вимогою кускової координатності формування структури матричних операторів та всієї схеми розрахунків переноситься на плечі комп'ютера. У разі некоординатних або комбінованих границь використовується їх ступінчаста апроксимація.

Запропоновані чисельно-аналітичні підходи було використано при дослідженні високодобротних явищ у задачах дифракції, аналізі спектральних задач для відкритих структур у комплексній області частот, оперативному розв'язанні задач багатовимірної оптимізації та у ряді інших проблем електродинаміки, що не входять до сфери застосувань кінцево-різницевого схем.

Чисельно-аналітичні методи було розвинено для аналізу різних об'єктів електродинаміки, до яких відносяться хвилевідні об'єкти зі складним контуром або екрани, в тому числі багатосарові, з відповідними періодичними елементами. Особливе місце в роботі займають сучасні дослідження в області метаматеріалів. Тут структура самих «метаатомів» різного роду така, що глобальний ефект базується на «близькодії» дрібноструктурних елементів згасними полями, що вимагає точного розрахунку полів у тонких зазорах (щілинах).

До ряду об'єктів, що потребують спеціального підходу, входять також протяжні структури, що містять періодичні дрібномасштабні елементи. До них відносяться електродинамічні системи пристроїв вакуумної електроніки, таких як ЛЗХ, ЛБХ, клинотрон тощо, де присутні протяжна сповільнювальна система та вихідні надрозмірні вузли, а також періодичні системи прискорювачів. Тут нерозв'язана досі задача полягала в розрахунку матриці розсіяння з'єднання регулярного хвилеводу і сповільнювальної системи. Її наявність забезпечить по-

будову точної 3D моделі всього приладу. Крім того, розв'язання проблеми розрахунку узагальненої S -матриці в базисі Флоке хвиль відкриває можливості в розв'язанні задачі про «гомогенізацію» метаматеріального середовища та проблеми узгодження відповідної багатосарової структури з вільним простором.

Таким чином, розвиток ефективних чисельно-аналітичних методів для вивчення тонкої структури нових популярних об'єктів у мікрохвильовій і оптичній техніці, що істотно розширюють можливості антено-фідерної техніки НВЧ і сучасної фотоніки, є **актуальним завданням**.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертація узагальнює результати досліджень, що були виконані у лабораторії обчислювальної електродинаміки відділу теорії дифракції та дифракційної електроніки Інституту радіофізики та електроніки ім. О. Я. Усикова НАН України в рамках таких держбюджетних тем: *«Розробка та впровадження нових методів обчислювальної радіофізики, теоретичне та експериментальне дослідження трансформації електромагнітних полів гіга- і терагерцового діапазонів в об'єктах і середовищах антропогенного та природного походження»* (шифр «БУКСИР 3», номер держреєстрації 0106U011975); *«Розробка та впровадження нових методів обчислювальної радіофізики; теоретичне та експериментальне дослідження трансформації електромагнітних полів гіга-, терагерцевого та оптичного діапазонів в об'єктах і середовищах антропогенного та природного походження; аналіз та синтез нових вузлів і пристроїв резонансної квазіоптики, твердотільної електроніки, імпульсної та антенної техніки; розробка і тестування нових вимірювальних схем рефлекто- і діелектрометрії»* (шифр «БУКСИР 4», номер держреєстрації 0112U000210); *«Генерація, посилення, детектування та розповсюдження терагерцового випромінювання: електродинамічне моделювання та експеримент»* (шифр «СТАРТ 4», номер держреєстрації 0117U004034); *«Нові теоретичні та експериментальні методи в електродинамічному моделюванні, генерації та випромінюванні електромагнітних*

хвиль гігагерцового та терагерцового діапазонів частот» (шифр «СТАРТ 5», номер держреєстрації 0120U00980); «Аналіз і синтез нових радіофізичних пристроїв, штучних матеріалів та метаповерхонь для діапазонів довжин хвиль від міліметрів до мікрометрів строгими методами» (шифр «Ротор», номер держреєстрації 0120U100500).

Мета і задачі дослідження. Мета дослідження – узагальнення методу часткових областей з метою отримання універсального алгоритму розрахунку матриць розсіяння неоднорідностей з кусково-координатними границями в декартовій або циліндричній системах координат.

Для досягнення поставленої мети було розв’язано наступні ключові задачі:

побудовано узагальнення методу часткових областей для розрахунку базисів власних мод хвилеводів із координатними границями в циліндричній системі координат на випадок довільної кількості часткових областей, що складають переріз хвилеводу;

розроблено алгоритм автоматичної побудови ступінчастої апроксимації границі перерізу хвилеводу, заданої параметрично, зі збереженням площини перерізу, що забезпечує кращу точність розрахунків згідно з усталеним у практиці правилом Р. Міттри;

усунено проблему особливостей дисперсійного рівняння для асиметричних власних мод круглого хвилеводу з коаксіальною діелектричною вставкою;

розроблено алгоритми автоматичного формування матричних операторів для розрахунку хвилевідних неоднорідностей з координатними границями в декартовій та циліндричній системах координат за допомогою методів часткових областей і методу узагальнених матриць розсіяння;

узагальнено метод R. N. MacPhie і K. L. Wu для розрахунку матриці розсіяння зчленування круглого хвилеводу, що охоплює хвилевід складного поперечного перерізу з координатними границями в декартовій системі координат;

розроблено метод розрахунку матриці розсіяння напівнескінченної періодичної системи з розсіювачів із відомими узагальненими матрицями розсіяння.

Об'єкт дослідження – процес поширення і розсіяння електромагнітних хвиль в направляючих і резонансних структурах.

Предмет дослідження – матриці розсіяння та резонансні властивості хвилевідних неоднорідностей, шаруватих матеріалів і скінченних та напівскінченних фрагментів періодичних структур.

Методи дослідження. Для розв'язання поставлених у дисертації задач використовувалися строгі чисельно-аналітичні та чисельні методи. Основні використані методи - це метод часткових областей, метод сингулярних інтегральних рівнянь та метод узагальнених матриць розсіяння. Крім того, використовувалися методи функції Гріна, сканувальних ґраток, Евальда, Ейлера, перевалу, градієнтного спуску, генетичні алгоритми, *B*-сплайни та інші.

Наукова новизна одержаних результатів полягає в наступному:

Вперше запропоновано узагальнення методу часткових областей для розрахунку власних мод хвилеводів і апертур складного перерізу на випадок довільного числа областей з координатними границями в циліндричній системі координат.

Вперше побудовано узагальнення методу часткових областей для розрахунку узагальненої матриці розсіяння, що виникає при розв'язанні задач аналізу електромагнітних полів площинних зчленувань хвилеводів довільного складного перерізу з координатними або кусково-координатними границями в одній із систем координат: декартовій або циліндричній.

Для розрахунку власних мод хвилеводів із криволінійними або комбінованими границями вперше забезпечено автоматичну ступінчасту апроксимацію границь, що наблизило сферу застосування чисельно-аналітичних алгоритмів до кінцево-різницевих. Метод було використано для оптимізації широкопasmового поляризатора в коаксіальному хвилеводі.

Розроблено алгоритми розрахунку площинних зчленувань круглого хвилеводу з діелектричною коаксіальною вставкою з круглим і коаксіальним хвилеводами. При цьому вперше запропоновано оригінальні зображення для асиметричних мод і характеристичного рівняння круглого хвилеводу з діелектричною вставкою. На відміну від стандартних вони не містять особливостей в критичних точках.

Вперше побудовано узагальнення методу часткових областей для розрахунку площинного зчленування широкого круглого хвилеводу з хвилеводами складного довільного поперечного перерізу в декартовій системі координат. Реалізований алгоритм дозволив запропонувати серію компактних обертачів площини поляризації в круглому хвилеводі, що перебудовуються на необхідний кут обертання. Їх поздовжній розмір становить всього лише близько $\lambda/30$. Найкраща конструкція дозволяє перебудовувати кут обертання площини поляризації в діапазоні від -125° до -58° при обертанні однієї з діафрагм пристрою на кут у діапазоні від -30° до -12° зі зберіганням коефіцієнту стоячої хвилі (КСХ) на рівні не гіршому 1,2.

Вперше чисельно продемонстровано існування ефекту оптичної активності в круглому хвилеводі об'єктом, що не має резонансних елементів типу щілин, смужок і т.п. Обертач складається з двох з'єднаних однакових, але повернених відносно один одного гофрованих фланців і дозволяє обертати площину поляризації, майже повністю перетворюючи падаючу хвилю в крос-поляризовану в смузі близько 5% із КСХ не гіршим 1,2.

Вперше встановлено, що в разі часткового перекриття перерізів з'єднаних хвилеводів немає потреби у введенні «віртуальних» каналів. Пряме зшивання векторних полів через поле на загальній апертурі складного перерізу породжує інтегральне рівняння першого роду, яке, все ж таки, забезпечує стабільний розв'язок. Запропонований підхід значно ефективніший у порівнянні з підходом, що використовує «віртуальний» хвилевід нульової довжини.

Розроблено нові підходи, що дозволяють досліджувати тривимірні кіральні метаатоми, які являють собою дієдральні комірки в круглому хвилеводі. Продемонстровано ланцюжок власних коливань, що послідовно формуються від окремого площинного зчленування до всієї комірки в цілому. Показано, що прояв "оптичної активності", наявність або відсутність узгодження, можливість багатосмуговості ефекту можуть бути пояснені особливостями власних коливань, що збуджуються в зазорі двошарової структури.

Запропоновано метод розрахунку матриці розсіяння електромагнітних хвиль у з'єднанні багатомодової регулярної лінії (вільного простору або регулярного хвилеводу) з напівнескінченим періодичним набором розсіювачів із відомими матрицями розсіяння, що відкрило шлях до точного моделювання цілого ряду як класичних об'єктів (періодичні системи у вакуумній електроніці та в прискорювальній техніці), так і новітніх шаруватих метаповерхонь.

Встановлено відповідність між власними модами відбивної ґратки типу «гребінка» та формою діаграми спрямованості, що формується у двовимірній задачі випромінювання TEM (H -поляризація) і TE_1 (E -поляризація) хвиль з апертури плоско-паралельного хвилеводу зі скінченими гребінками на фланцях. Зокрема показано, що така двовимірна антена в разі H -поляризації може формувати як гладку однопелюсткову діаграму спрямованості в режимі запирання поверхневої хвилі, так і широку секторну (для вузьких одномодових канавок) або вузьку спрямовану діаграму спрямованості (для широких двомодових канавок) у режимі витічної хвилі. Показано, що при випромінюванні E -поляризованих хвиль таку антену зручно використовувати для формування секторних діаграм спрямованості.

Вперше запропоновано метод чисельного синтезу антени витічних хвиль, що складається з планарного діелектричного хвилеводу та гребінки, для забезпечення необхідного розподілу поля на апертурі. Метод використано для оптимізації профілю гребінки (глибин канавок і ширини ламелей) для отримання

амплітудного розподілу поля класичного типу «косинус на п'єдесталі» на апертурі антени, довжина якої становить понад 100 довжин хвиль.

Отримано зручні для розрахунку зображення для функцій Гріна нескінченних періодичних ґраток із диполів із використанням методу Евальда. Зображення функцій Гріна використано для розрахунку дисперсійних характеристик власних мод періодичних ґраток із плазмонних нанокул у дипольному наближенні. Вперше показано, що першопричиною ефектів посилення ближнього поля та субхвильового фокусування за допомогою нескінченних періодичних шарів із плазмонних нанокул є поверхневі власні поперечні моди. Було показано, що ці ефекти можна використовувати для подолання дифракційної межі. Зокрема, продемонстровано можливість розрізнити 2 електричні диполі, що знаходяться на відстані $0,29\lambda$ і випромінюють поле на частоті 787 ТГц, по іншу сторону від двошарової ґратки зі срібних нанокул у площині спостереження на відстані $0,6\lambda$ від площини розташування джерел.

Практичне значення одержаних результатів. В дисертаційній роботі розвинуто низку чисельно-аналітичних методів (метод часткових областей, метод функції Гріна та метод синтезу антени витічної хвилі для забезпечення заданого амплітудного розподілу поля). Розроблені методи вносять суттєвий внесок у розвиток засобів дослідження хвильових процесів у хвилевідних і періодичних структурах. Крім того, ці методи цілком придатні для синтезу електродинамічних вузлів із більш доскональними характеристиками, ніж ті, що є в наявності. Так, побудоване узагальнення методу часткових областей вже дозволило знайти надкомпактні обертачі площини поляризації в круглому хвилеводі, а розроблений алгоритм розрахунку матриці розсіяння напівнескінченної сповільнювальної системи дозволив побудувати модель клинотрона з урахуванням взаємодії електронного пучка з власними хвилями сповільнювальної системи. Запропоновані алгоритми реалізовано в системі моделювання MWD, що розробляється в лабораторії обчислювальної електродинаміки під керівництвом здо-

бувача. З їх допомогою запропоновано ряд пристроїв, які використовуються для модернізації радіотелескопа, що знаходиться у м. Золочів Львівської області.

Особистий внесок здобувача у роботах [1–11, 13–15, 17–23, 25–33, 35–35, 39] полягав в розробці методу та комп'ютерній реалізації алгоритму. У цих та інших роботах, що написано у співавторстві, здобувач брав участь в аналізі фізичних результатів і формулюванні узагальнювальних висновків. В роботах [1, 2, 4, 8, 10, 11, 13, 21, 29, 31, 36, 37] здобувач виконав усі чисельні експерименти. Внесок здобувача в роботі [12] полягав у розробці методів розрахунку хвилевідних неоднорідностей, що включають круглі хвилеводи з діелектричною вставкою. Внесок здобувача в роботі [16, 38] полягав у розробці та реалізації методу аналізу електродинамічної системи, що включає напівнескінченну сповільнювальну систему. В роботах [34, 35] внесок здобувача полягав у розробці методу автоматичної побудови ступінчастої апроксимації хвилеводу складного поперечного перерізу. В роботі [24] внесок здобувача полягав у оптимізації фільтрів низьких частот та переходів. Роботи [8, 10, 21, 29, 36] виконані без співавторів.

Апробація результатів дисертації. Результати роботи обговорювалися і доповідалися на науковому семінарі «Теорія дифракції та дифракційна електроніка» Інституту радіофізики та електроніки ім. О.Я. Усикова НАН України та на 24 міжнародних наукових конференціях, зокрема:

IEEE International Symposium on Antennas and Propagation (San Diego, USA, 2008);

XXIX General Assembly of the International Union of Radio Science (Chicago, USA, 2008);

SPIE conference (Strasbourg, France, 2008);

2nd International Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics (Pamplona, Spain, 2008);

7th International Conference on Antenna Theory and Techniques (Lviv, Ukraine, 2009);

SPIE conference (San Francisco, USA, 2011);

6th European Conference on Antennas and Propagation (Prague, Czech Republic, 2012);

International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (Kharkiv, Ukraine, 2012);

IX International Conference on Antenna Theory and Techniques (Odessa, Ukraine, 2013);

IEEE 7th International Conference on Advanced Optoelectronics and Lasers (Odessa, Ukraine, 2016);

IEEE 17th International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (Kyiv, Ukraine, 2018);

IEEE Ukrainian Microwave Week (Kharkiv, Ukraine, 2020).

Результати з розрахунку власних мод сповільнювальних систем і матриці розсіяння напівнескінченної сповільнювальної системи доповідалися на семінарі відділу теоретичної радіофізики Радіоастрономічного інституту НАН України.

Публікації. Основні результати за темою дисертації опубліковано в **39** наукових роботах [1-35]: у **2**-х главах монографій [1,2], у **22**-х наукових статтях [3-24] та в **15** тезах на міжнародних конференціях [25-39].

Структура та обсяг дисертації. Дисертація складається з анотації, вступу, шести розділів основного тексту з рисунками та таблицями, висновків, списку використаних літературних джерел і одного додатка. Обсяг дисертації становить 360 сторінок. Вона містить 114 рисунків (з них 3 розміщені на 3 окремих сторінках), 6 таблиць та 281 бібліографічних посилань.

Equation Chapter 1 Section 1

РОЗДІЛ 1

ОГЛЯД СУЧАСНИХ МЕТОДІВ В АКТУАЛЬНИХ ЗАДАЧАХ ЕЛЕКТРОДИНАМІКИ

1.1 Аналітичні, чисельні та чисельно-аналітичні методи електродинаміки

Серед електродинамічних структур тільки незначна їх кількість має аналітичні розв'язки. До них відносяться: 1) половинна діафрагма в плоскопаралельному хвилеводі або, що те ж саме, стрічкова ґратка з половинним заповненням при деяких кутах падіння [1-3], 2) апертура плоскопаралельного хвилеводу без фланців [4], 3) півплощина [4], 4) ґратка з півплощин [5], 5) ґратка з похилих півплощин [6], 6) розгалуження в прямокутному хвилеводі [7]. Для цих структур матриці розсіювання може бути знайдено у замкнутому вигляді за допомогою методу Віннера-Хопфа [8]. Детальну інформацію про аналітичне розв'язання деяких задач дифракції можна знайти в [4, 9, 10].

Для розв'язання більш складних задач розсіяння застосовуються універсальні чисельні і чисельно-аналітичні методи. Більша частина універсальних чисельних методів є різновидами кінцево-різницевого методів [11].

Одним з таких методів є метод скінченних елементів [12]. Це один з найстаріших методів. Він спочатку застосовувався в авіації, при розв'язанні задач теорії пружності та розрахунку міцності конструкцій. У електродинаміці скінченних елементів вперше було застосовано в кінці 60-х років для аналізу хвилеводів і резонаторів. Невідоме поле згідно цього методу дискретизується по вузлах розрахункової сітки. Зазвичай поверхневі області апроксимуються трикутною сіткою, а об'єми - тетраедрами. Однією зі слабких сторін методу є те,

що він не включає в себе умову випромінювання. Як наслідок, при розв'язанні відкритих задач доводиться вводити поглинаючі границі [13]. Крім того, аналіз великих тривимірних структур вимагає побудови дуже складної сітки. Інколи час, який займає побудова сітки, перевищує час розрахунку полів. Одним з добре відомих комерційних програмних пакетів, який базується на методі скінченних елементів є High Frequency Structure Simulator (HFSS). Цей метод також використовується у CST Microwave Studio.

Ще один універсальний метод - це метод кінцевих різниць у часовій області (FDTD - Finite Difference in Time Domain) [14]. FDTD базується на безпосередній дискретизації рівнянь Максвелла в диференційній формі. Застосування кінцево-різницевого підходу в обчислювальній електродинаміці почалося ще з 20-х років. Цей метод дискретизує увесь простір сіткою, в вузлах якої розраховується електромагнітне поле. Кожен вузол сітки може відповідати матеріалу з різними властивостями, що дозволяє елементарним чином враховувати неоднорідності середовища. Основним недоліком FDTD є необхідність дискретизації розрахункової області, що в деяких випадках призводить до великої кількості розрахункових об'ємів, і, як наслідок, до великих часових витрат на розв'язання задачі. Ця проблема особливо гостро стоїть, коли об'єкт, що аналізується, являє собою велику структуру і містить маленькі складні неоднорідності. Сіткові методи, попри свою універсальність, вкрай ресурсомісткі. Тому їх використання в задачах оптимізації складних структур не завжди можливе. Задачі дослідження резонансних структур - це ще один клас задач, в яких застосування таких методів часто є вкрай малоефективним. Існують сотні інструментів моделювання (наприклад, OmniSim, XFDTD, Lumerical, CST Studio Suite, OptiFDTD і т.д.), в які реалізовані алгоритми FDTD.

Метод моментів (MoM - The Method of Moments) широко використовується при розробці приладів антенної техніки [15]. У методі моментів замість того, щоб розглядати тіла, що випромінюють або розсіюють, розглядають екві-

валентні струми. Моделювання в методі моментів базується на розв'язанні ключового завдання, а саме проблеми збудження структури елементарним джерелом струму. При цьому використовується метод функції Гріна. Якщо функція Гріна може бути записана аналітично в простій формі, то метод моментів виявляється досить ефективним. В такому випадку дискретизації піддають лише поверхню, а не весь простір, що знижує розмірність задачі. На жаль, лише для обмеженого числа структур, функція Гріна може бути знайдена досить просто. Зокрема, до них відносяться вільний простір і плоскошаруваті структури. В інших випадках функцію Гріна знаходять чисельно. Сьогодні існує велика кількість як комерційних, так і некомерційних програмних пакетів, в яких реалізовано метод моментів, зокрема, FEKO, SONNET, CST Microwave Studio і т.д.

На відміну від прямих чисельних методів, чисельно-аналітичні методи проблемно орієнтовані. Вони вимагають аналітичної роботи для кожної окремої топології. Однак ця робота оплачується кращою збіжністю і точністю алгоритму, оскільки вони явно враховують більшу частину граничних умов на аналітичному рівні. Як правило, такі методи призводять до добре обумовлених систем лінійних алгебраїчних рівнянь.

У дисертаційній роботі широко використовується комбінація чисельно-аналітичного методу часткових областей і чисельного методу узагальнених матриць розсіювання. Нижче наводиться опис цих методів.

1.2 Метод часткових областей

1.2.1 Історія і основні особливості методу часткових областей

Метод часткових областей (МЧО) полягає в застосуванні проекційного методу Гальоркіна для спряження (зшивання) полів між областями, в яких відомо розкладання полів, що задовольняють рівнянням Максвелла і граничним умовам на решті кордонів.

Він застосовується в двовимірних задачах пошуку власних мод хвильоводів, які розбиваються на часткові області, що допускають застосування методу поділу змінних. Відповідні задачі призводять до однорідних рівнянь Гельмгольца з граничними умовами, що визначаються поляризацією мод. Рівняння Гельмгольца допускає поділ змінних в чотирьох системах координат:

- в декартовій системі координат (розв'язок - добуток експоненційних функцій),
- в полярній системі координат (розв'язок - добуток функції Бесселя і експоненційної функції),
- в параболічній системі координат (розв'язок - добуток функцій параболічного циліндра),
- в еліптичній системі координат (розв'язок - добуток функцій Мат'є).

У задачах на власні моди МЧО на даний момент використовується тільки для хвильоводів з кусково-координатними границями в декартовій та полярній (циліндричній) системах координат.

Крім того МЧО застосовується в тривимірній задачі про зчленуванні двох хвильоводів. В цьому випадку МЧО часто називають методом Трефца [16]. У за-

дачі про площинне зчленування є велика кількість реалізацій методу часткових областей, в тому числі для еліптичних хвилеводів [17-19].

Метод часткових областей безпосередньо пов'язаний з методом поперечного резонансу, що полягає у зображенні полів в регулярних хвилеводах у вигляді власних мод, що поширюються або згасають. Очевидно перевага такого підходу в порівнянні з сітковими методами, оскільки при такому зображенні полів в більшій частині об'єму процес описується елементарним множенням на експоненти. При цьому власні моди автоматично задовольняють рівняння Максвелла і граничні умови на стінках регулярних хвилеводів.

Вперше метод часткових областей було запропоновано в 1941 р. для розрахунку електромагнітного поля у хрестоподібному резонаторі [20].

У Радянському Союзі піонером в застосуванні і розвитку цього методу був генерал-лейтенант Григорій Кисунько (1918-1998), відомий як один з творців радянської системи протиракетної оборони [21].

Надалі метод отримав розвиток в роботах [22-31]. Було розроблено ряд версій методу, що враховують поведінку полів на ребрах [32-39].

Узагальнення методу на хвилеводи з довільними кусково-координатними границями в декартовій системі координат було побудовано у роботі [25]. Мотивацією для такого узагальнення з'явилася необхідність розрахунку складної багат шарової екранованої інтегральної схеми (рис. 1.1). Після «ручного» розбиття перерізів на підобласті і побудови МЧО для кожного перерізу і їх зчленувань виникла ідея автоматизувати цю достатньо рутинну роботу і покласти її на плечі комп'ютера.

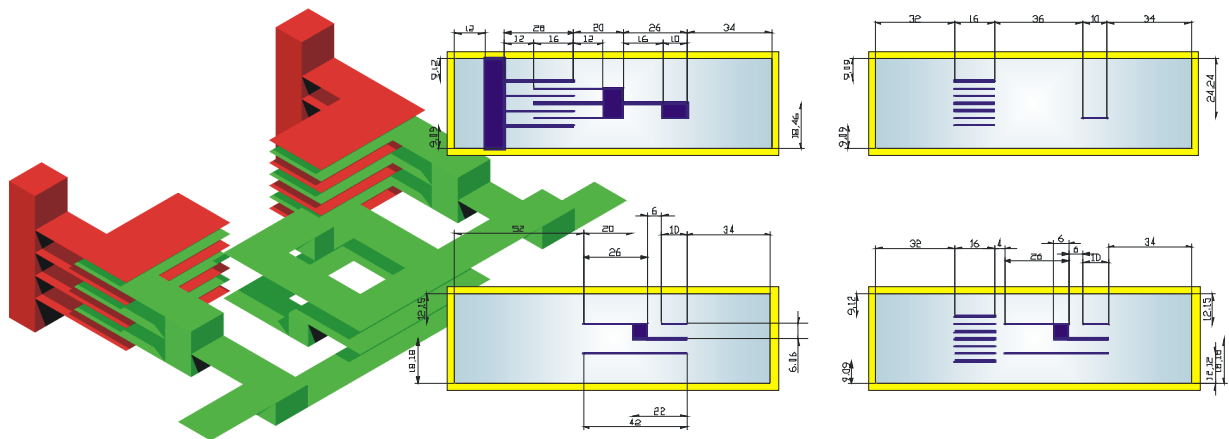


Рисунок 1.1 - Фільтр нижніх частот, реалізований на багатошаровій інтегральній схемі і частина хвилеводів складних перерізів, для яких потрібно розраховувати модові базиси в процесі аналізу такого фільтра

Надалі такий узагальнений метод було модифіковано для урахування умов на ребрах [40].

Доказ збіжності і оцінка її швидкості були отримані тільки для двовимірної задачі про власні значення Γ -подібного хвилеводу [41].

У тривимірній задачі про зчленуванні двох хвилеводів критерієм вірності результатів є чисельний експеримент і порівняння з відомими розв'язками.

Для розрахунку хвилевідних вузлів, що складаються з двох або більшої кількості площинних зчленувань хвилеводів, застосовується комбінація МЧО і методу узагальнених матриць розсіювання (УМР). Останній дозволяє розраховувати матриці розсіяння (в тому числі згасних мод) складного об'єкта через матриці розсіяння окремих неоднорідностей.

Метод часткових областей є одним з найпопулярніших методів обчислювальної електродинаміки. Продовжують з'являтися нові модифікації МЧО для розв'язання нових задач [42-49]. Наприклад, для розрахунку інтегрованих у підкладку хвилеводів (SIW – substrate integrated waveguides) [50, 51].

У наступному підрозділі наведено формули МЧО для розрахунку елементарної неоднорідності - площинного зчленування двох хвильоводів.

1.2.1 Матриця розсіяння елементарної неоднорідності

Будемо розглядати випадок зчленування одного обхопного («широкого») з декількома обнятими («вузькими») хвильоводами. Будемо говорити, що переріз хвильоводу 0 охоплює перерізи групи хвильоводів $1, 2, \dots, J$ (хвильовід 0 є широким по відношенню до хвильоводів $1, 2, \dots, J$), якщо поперечний переріз кожного j -го хвильоводу ($j=1, 2, \dots, J$) повністю лежить всередині поперечного перерізу хвильоводу 0. Хвильоводи $1, 2, \dots, J$ в цьому випадку будемо називати обнятими, або вузькими.

Нехай з боку обнятого хвильоводу j падає хвиля одиничної амплітуди з номером p ; систему координат введемо таким чином, щоб площина $z = 0$ збігалася з площиною стику хвильоводів, а вісь z була направлена в бік широкого хвильоводу (рис. 1.2).

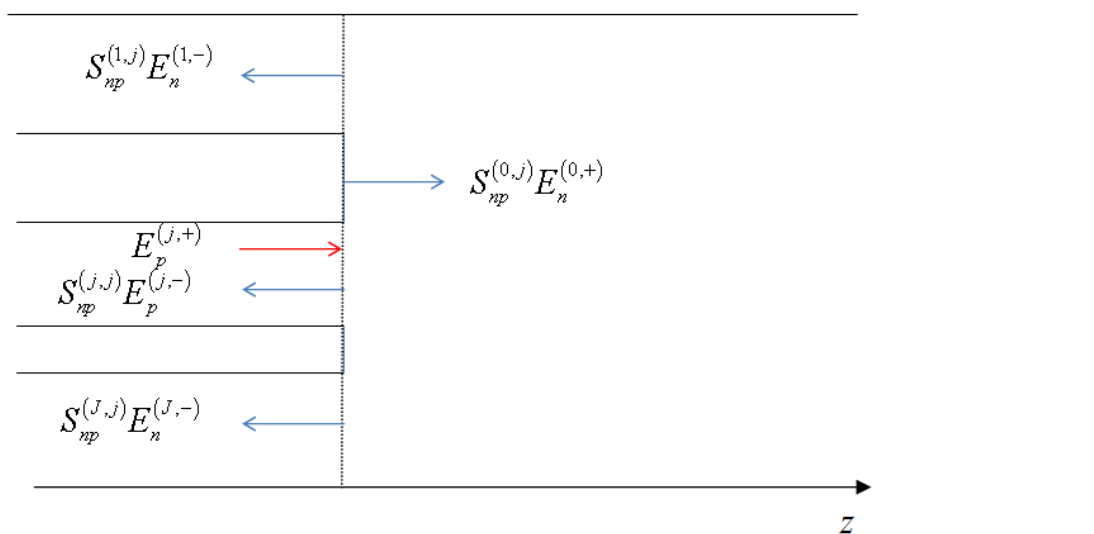


Рисунок 1.2 – Схематичне зображення зчленування хвильоводів

Тоді поля в кожному хвилеводі можна представити у вигляді розкладів по полях власних мод:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \mathbf{E}^{(0)} \\ \mathbf{H}^{(0)} \end{pmatrix} &= \sum_{n=1} S_{np}^{(0,j)} \begin{pmatrix} \mathbf{E}_n^{(0,+)} \\ \mathbf{H}_n^{(0,+)} \end{pmatrix}, \quad z \geq 0, \\ \begin{pmatrix} \mathbf{E}^{(i)} \\ \mathbf{H}^{(i)} \end{pmatrix} &= \delta_{ij} \begin{pmatrix} \mathbf{E}_p^{(j,+)} \\ \mathbf{H}_p^{(j,+)} \end{pmatrix} + \sum_{n=1} S_{np}^{(i,j)} \begin{pmatrix} \mathbf{E}_n^{(i,-)} \\ \mathbf{H}_n^{(i,-)} \end{pmatrix}, \\ z \leq 0, \quad i &= 1, 2, \dots, J, \end{aligned} \quad (1.1)$$

де $(\mathbf{E}^{(i)}, \mathbf{H}^{(i)})$ - поле в i -му хвилеводі;

$S_{np}^{(i,j)}$ - елемент матриці розсіяння;

$(\mathbf{E}_n^{(i,\pm)}, \mathbf{H}_n^{(i,\pm)})$ - поле n -ї моди i -го хвилеводу, що розповсюджується в позитивному (негативному) напрямку осі z ;

δ_{ij} - дельта-символ Кронекера.

З умови безперервності тангенціальних полів в площині стику хвилеводів слідує

$$\begin{cases} \mathbf{E}_t^{(0)}(x, y) - \sum_{i=1}^J \chi(U^{(i)}) \mathbf{E}_t^{(i)}(x, y) = 0, & z = 0, \quad (x, y) \in U^{(0)}, \\ \mathbf{H}_t^{(0)}(x, y) - \mathbf{H}_t^{(i)}(x, y) = 0, & z = 0, \quad (x, y) \in U^{(i)}, \quad i = 1, 2, \dots, J, \end{cases} \quad (1.2)$$

де $U^{(i)}$ - поперечний переріз i -го хвилеводу;

χ - індикатор множини:

$$\chi(U^{(i)}) = \begin{cases} 0, & (x, y) \notin U^{(i)} \\ 1, & (x, y) \in U^{(i)} \end{cases} \quad (1.3)$$

Шляхом проєкціювання першого рівняння в (1.2) на систему функцій $\mathbf{e}_k^{(0)}$, $k = 1, 2, \dots$, а другого на систему функцій $\mathbf{h}_k^{(i)}$, $k = 1, 2, \dots$, отримаємо

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_{U^{(0)}} \mathbf{E}_t^{(0)} \cdot \mathbf{e}_k^{(0)} ds - \sum_{i=1}^J \int_{U^{(i)}} \mathbf{E}_t^{(i)} \cdot \mathbf{e}_k^{(0)} ds = 0, \\ k = 1, 2, \dots, \\ \int_{U^{(i)}} (\mathbf{H}_t^{(0)} - \mathbf{H}_t^{(i)}) \cdot \mathbf{h}_k^{(i)} ds = 0, \\ k = 1, 2, \dots, \quad i = 1, 2, \dots, J, \end{array} \right. \quad (1.4)$$

де $\mathbf{e}_k^{(i)}$ ($\mathbf{h}_k^{(i)}$) - нормована тангенціальна компонента електричного (магнітного) поля k -ї моди i -го хвилеводу.

Користуючись співвідношеннями $\mathbf{H}_t^{\pm} = \pm \frac{1}{W} \mathbf{z}_0 \times \mathbf{E}_t^{\pm}$, $\mathbf{h} = \mathbf{z}_0 \times \mathbf{e}$, $\mathbf{E}_t^{\pm} = \sqrt{W} \mathbf{e}$,

(1.1) і ортогональністю власних мод хвилеводів, приходимо до виразів

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{kp}^{(0,j)} \sqrt{W_k^{(0)}} - \sum_{i=1}^J \sum_{n=1} S_{np}^{(i,j)} \sqrt{W_n^{(i)}} (\mathbf{e}_k^{(0)}, \mathbf{e}_n^{(i)})_i = \sqrt{W_p^{(j)}} (\mathbf{e}_k^{(0)}, \mathbf{e}_p^{(j)})_j, \quad k = 1, 2, \dots \\ \sum_{n=1} S_{np}^{(0,j)} \frac{1}{\sqrt{W_n^{(0)}}} (\mathbf{e}_n^{(0)}, \mathbf{e}_k^{(i)})_i + S_{kp}^{(i,j)} \frac{1}{\sqrt{W_k^{(i)}}} = \delta_{ij} \delta_{kp} \frac{1}{\sqrt{W_p^{(j)}}}, \quad k = 1, 2, \dots, i = 1, 2, \dots, J \end{array} \right. \quad (1.5)$$

де $W_k^{(i)}$ - хвильовий опір k -ї хвилі i -го хвилеводу; скалярні добутки виду

$$(\mathbf{f}, \mathbf{g})_i = \int_{U^{(i)}} \mathbf{f} \cdot \mathbf{g} ds \text{ назвемо «інтегралами зв'язку»}.$$

Рівності (1.5) при всіх можливих значеннях p породжують СЛАР відносно невідомих коефіцієнтів матриці розсіяння. Запишемо її в матричному вигляді, позначивши

$$\mathbf{W}^{(i)} = \text{diag}(W_1^{(i)}, W_2^{(i)}, \dots);$$

$\mathbf{M}^{(i)}$ матрицю з елементами $\mathbf{M}_{kn}^{(i)} = (\mathbf{e}_k^{(0)}, \mathbf{e}_n^{(i)})_i$;

\mathbf{I} - одиничну матрицю:

$$\begin{cases} \mathbf{S}^{(0,j)} - \sum_{i=1}^J [\mathbf{W}^{(0)}]^{-1/2} \mathbf{M}^{(i)} [\mathbf{W}^{(i)}]^{1/2} \mathbf{S}^{(i,j)} = [\mathbf{W}^{(0)}]^{-1/2} \mathbf{M}^{(j)} [\mathbf{W}^{(j)}]^{1/2}, \\ [\mathbf{W}^{(i)}]^{1/2} [\mathbf{M}^{(i)}]^T [\mathbf{W}^{(0)}]^{-1/2} \mathbf{S}^{(0,j)} + \mathbf{S}^{(i,j)} = \delta_{ij} \mathbf{I}, \quad i = 1, 2, \dots, J. \end{cases} \quad (1.6)$$

Виразимо $\mathbf{S}^{(0,j)}$ з першого рівняння і підставимо його в друге:

$$\begin{aligned} & \left([\mathbf{W}^{(in)}]^{1/2} \mathbf{M}^T [\mathbf{W}^{(0)}]^{-1} \mathbf{M} [\mathbf{W}^{(in)}]^{1/2} + \mathbf{I} \right) \mathbf{S}^{(in,in)} + \\ & [\mathbf{W}^{(in)}]^{1/2} \mathbf{M}^T [\mathbf{W}^{(0)}]^{-1} \mathbf{M} [\mathbf{W}^{(in)}]^{1/2} = \mathbf{I}, \end{aligned} \quad (1.7)$$

де $\mathbf{S}^{(in,in)} = \{ \mathbf{S}^{(i,j)} \}_{i,j=1,\dots,J}$ - блокова матриця розсіювання, що описує перетворення

між хвилями обнятих хвилеводів, тобто матриці відбиття в ті ж обняті хвилеводи ($\mathbf{S}^{(i,i)}, i \neq 0$) і матриці проходження в інші обняті хвилеводи ($\mathbf{S}^{(i,j)}, i \neq j$);

$\mathbf{W}^{(in)} = \text{diag} \{ \mathbf{W}^{(1)}, \mathbf{W}^{(2)}, \dots, \mathbf{W}^{(J)} \}$ - діагональна матриця, що містить хвильові опори обнятих хвилеводів;

$\mathbf{M} = (\mathbf{M}^{(1)}, \mathbf{M}^{(2)}, \dots, \mathbf{M}^{(J)})$ - матриця інтегралів зв'язку, що містить матричні блоки-стовпці $\mathbf{M}^{(j)}, j = 1, 2, \dots, J$.

Знайдемо матрицю $\mathbf{S}^{(0,in)} = \{ \mathbf{S}^{(0,1)}, \mathbf{S}^{(0,2)}, \dots, \mathbf{S}^{(0,J)} \}$, що описує проходження хвиль обнятих хвилеводів в обхопний з першого рівняння (1.6), а з (1.7) знайдемо вираз для матриці $\mathbf{S}^{(in,in)}$:

$$\mathbf{S}^{(in,in)} = \left(\mathbf{I} + [\mathbf{W}^{(in)}]^{1/2} \mathbf{M}^T [\mathbf{W}^{(0)}]^{-1} \mathbf{M} [\mathbf{W}^{(in)}]^{1/2} \right)^{-1} \times$$

$$\left(\mathbf{I} - [\mathbf{W}^{(in)}]^{1/2} \mathbf{M}^T [\mathbf{W}^{(0)}]^{-1} \mathbf{M} [\mathbf{W}^{(in)}]^{1/2} \right); \quad (1.8)$$

$$\mathbf{S}^{(0,in)} = [\mathbf{W}^{(0)}]^{-1/2} \mathbf{M} [\mathbf{W}^{(in)}]^{1/2} (\mathbf{I} + \mathbf{S}^{(in,in)}). \quad (1.9)$$

Зрозуміло, що для отримання повної матриці розсіяння потрібно розглянути і випадок падіння хвилі p з боку широкого хвилеводу. В цьому випадку поля в хвилеводах представляються у вигляді:

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} \mathbf{E}^{(0)} \\ \mathbf{H}^{(0)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{E}_p^{(0,+)} \\ \mathbf{H}_p^{(0,+)} \end{pmatrix} + \sum_{n=1} S_{np}^{(0,0)} \begin{pmatrix} \mathbf{E}_n^{(0,-)} \\ \mathbf{H}_n^{(0,-)} \end{pmatrix}, & z \leq 0, \\ \begin{pmatrix} \mathbf{E}^{(i)} \\ \mathbf{H}^{(i)} \end{pmatrix} = \sum_{n=1} S_{np}^{(i,0)} \begin{pmatrix} \mathbf{E}_n^{(i,+)} \\ \mathbf{H}_n^{(i,+)} \end{pmatrix}, & z \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, J. \end{cases} \quad (1.10)$$

З умов безперервності в площині стику, приходимо до набору матричних рівнянь з різними $k = 1, 2, \dots$, і $i = 1, 2, \dots, J$:

$$\begin{cases} \sum_{n=1} S_{np}^{(0,0)} (\mathbf{E}_{n,t}^{(0,-)}, \mathbf{e}_k^{(0)})_0 - \sum_{i=1}^J \sum_{n=1} S_{np}^{(i,0)} (\mathbf{E}_{n,t}^{(i,+)}, \mathbf{e}_k^{(0)})_i = -(\mathbf{E}_{p,t}^{(0,+)}, \mathbf{e}_k^{(0)})_0, \\ \sum_{n=1} S_{np}^{(0,0)} \frac{1}{W_n^{(0)}} (\mathbf{E}_{n,t}^{(0,-)}, \mathbf{e}_k^{(i)})_i + \sum_{n=1} S_{np}^{(i,0)} \frac{1}{W_n^{(i)}} (\mathbf{E}_{n,t}^{(i,+)}, \mathbf{e}_k^{(i)})_i = \frac{1}{W_p^{(0)}} (\mathbf{E}_{p,t}^{(0,+)}, \mathbf{e}_k^{(i)})_i. \end{cases} \quad (1.11)$$

Шляхом нескладних перетворень ця система приводиться до вигляду:

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{kp}^{(0,0)} - \sum_{i=1}^J \sum_{n=1}^J S_{np}^{(i,0)} \frac{\sqrt{W_n^{(i)}}}{\sqrt{W_k^{(0)}}} (\mathbf{e}_k^{(0)}, \mathbf{e}_n^{(i)})_i = -\delta_{kp}, \\ \sum_{n=1}^J S_{np}^{(0,0)} \frac{\sqrt{W_k^{(i)}}}{\sqrt{W_n^{(0)}}} (\mathbf{e}_n^{(0)}, \mathbf{e}_k^{(i)})_i + S_{kp}^{(i,0)} = \frac{\sqrt{W_k^{(i)}}}{\sqrt{W_p^{(0)}}} (\mathbf{e}_p^{(0)}, \mathbf{e}_k^{(i)})_i. \end{array} \right. \quad (1.12)$$

де $k = 1, 2, \dots, i = 1, 2, \dots, J$.

Розглянувши всі необхідні $p = 1, 2, \dots$, запишемо систему (1.12) в матричному вигляді (з $i = 1, 2, \dots, J$):

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{S}^{(0,0)} - \sum_{i=1}^J [\mathbf{W}^{(0)}]^{-1/2} \mathbf{M}^{(i)} [\mathbf{W}^{(i)}]^{1/2} \mathbf{S}^{(i,0)} = -\mathbf{I}, \\ [\mathbf{W}^{(i)}]^{1/2} [\mathbf{M}^{(i)}]^T [\mathbf{W}^{(0)}]^{-1/2} \mathbf{S}^{(0,0)} + \mathbf{S}^{(i,0)} = [\mathbf{W}^{(i)}]^{1/2} [\mathbf{M}^{(i)}]^T [\mathbf{W}^{(0)}]^{-1/2}. \end{array} \right. \quad (1.13)$$

Звідки отримаємо

$$\begin{aligned} \mathbf{S}^{(0,0)} &= \sum_{i=1}^J [\mathbf{W}^{(0)}]^{-1/2} \mathbf{M}^{(i)} [\mathbf{W}^{(i)}]^{1/2} \mathbf{S}^{(i,0)} - \mathbf{I} = \\ &[\mathbf{W}^{(0)}]^{-1/2} \mathbf{M} [\mathbf{W}^{(in)}]^{1/2} \mathbf{S}^{(in,0)} - \mathbf{I}, \end{aligned} \quad (1.14)$$

$$\mathbf{S}^{(in,0)} = 2 \left(\mathbf{I} + [\mathbf{W}^{(in)}]^{1/2} \mathbf{M}^T [\mathbf{W}^{(0)}]^{-1} \mathbf{M} [\mathbf{W}^{(in)}]^{1/2} \right)^{-1} [\mathbf{W}^{(in)}]^{1/2} \mathbf{M}^T [\mathbf{W}^{(0)}]^{-1/2}. \quad (1.15)$$

Повну матрицю розсіяння знаходимо як сукупність рішень (1.8), (1.9), (1.14), (1.15).

Хоча спектр власних мод хвилеводу нескінченний і узагальнена матриця розсіяння в принципі також нескінченновимірна, проте чисельні алгоритми мають справу зі скінченновимірними матрицями, і доводиться якимось чином «усікати» спектр власних мод кожного хвилеводу. Перший крок до розумного і одночасно універсального способу такого усічення було запропоновано

Р. Міттрою і описано в роботі [4]. Узагальнення «правила Міттри» на випадок МЧО, що оперує з системами другого роду, знайдено в основному шляхом численних експериментів, які було проведено в роботах ряду радянських і зарубіжних авторів: найкраща швидкість збіжності чисельних рішень зі «скороченим» базисом досягається тоді,

- коли число власних хвиль, врахованих у розрахунках змінюється пропорційно співвідношенню площ хвилеводів [18, 52, 53],

або, у близькому, але більш зручному «електродинамічному» формулюванні

- коли максимальні частоти відсікання хвиль, врахованих у кожному із з'єднаних хвилеводів, збігаються.

Для нас важливо те, що така модифікація правила Міттри носить узагальнюючий характер і не залежить від конкретної геометрії і топології поперечних перерізів. Вперше вона була використана в роботах Ф. Ардта.

1.3 Метод узагальнених матриць розсіяння

1.3.1 Розрахунок з'єднання двох елементів загальними портами

Нехай є два елементи: A_1 з портами $P_1^{(1)}, \dots, P_1^{(N_1)}, P_1^{(N_1+1)}, \dots, P_1^{(N_1+n)}$ і A_2 з портами $P_2^{(1)}, \dots, P_2^{(N_2)}, P_2^{(N_2+1)}, \dots, P_2^{(N_2+n)}$. При цьому порти $P_1^{(N_1+1)}, \dots, P_1^{(N_1+n)}$ елемента A_1 стикуються з портами $P_2^{(N_2+1)}, \dots, P_2^{(N_2+n)}$ елемента A_2 (рис. 1.3).

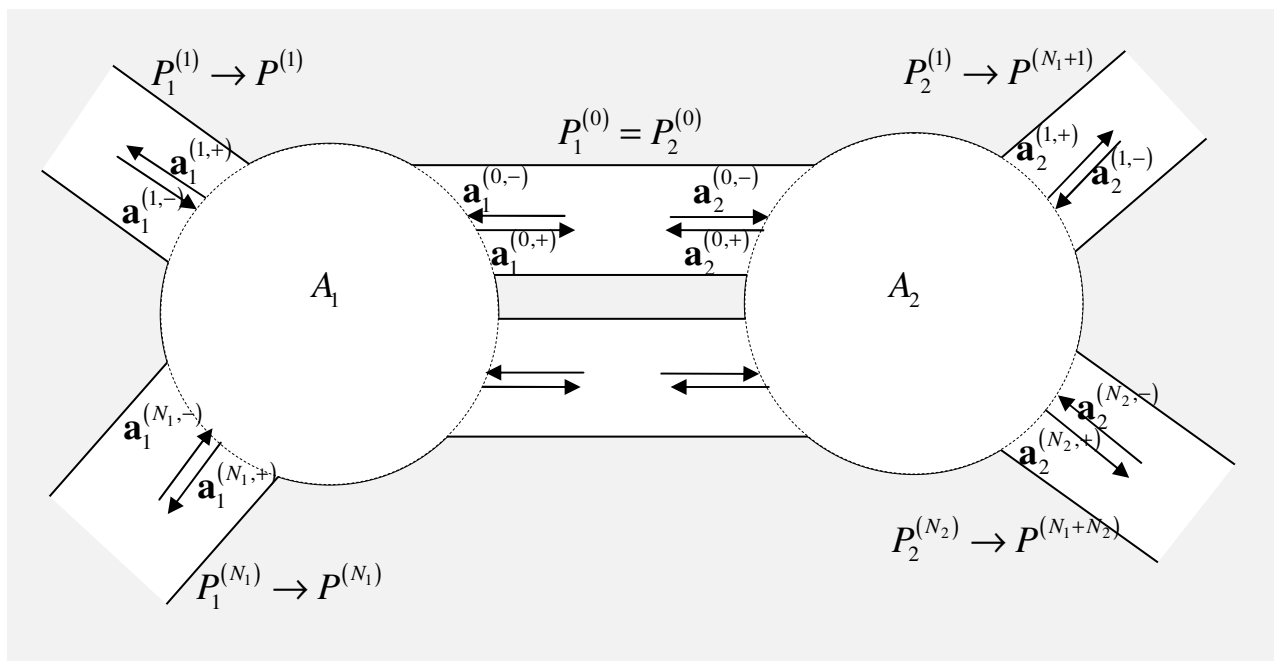


Рисунок 1.3 – Схема з'єднання двох вузлів

Об'єднаємо порти, що стикуються, в один мультипорт для кожного елемента:

$$P_1^{(0)} = \bigcup_{i=1}^n P_1^{(N_1+i)}, \quad P_2^{(0)} = \bigcup_{i=1}^n P_2^{(N_2+i)}.$$

Позначимо тепер $\mathbf{a}_i^{(p,-)}$ - вектора амплітуд падаючих хвиль, а $\mathbf{a}_i^{(p,+)}$ - вектора амплітуд розсіяних хвиль в порту p елемента i , $p = 0, 1, \dots, N_i$, $i = 1, 2$.

Нехай тепер $S_i^{(p,q)}$ є матриця перетворення хвиль порту $P_i^{(q)}$ в хвилі порту $P_i^{(p)}$. Матриця $E = \text{diag}\{\exp(i\zeta_n l_n)\}$, де ζ_n - постійна поширення хвилі номер n у мультипорту $P_1^{(0)}$ (або, що те ж саме, у мультипорту $P_2^{(0)}$), l_n - довжина хвилеводу, до якого відноситься дана хвиля.

Між векторами амплітуд хвиль мають місце такі співвідношення:

$$\mathbf{a}_i^{(p,+)} = \sum_{q=0}^{N_i} S_i^{(p,q)} \mathbf{a}_i^{(q,-)}, \quad p = 0, 1, \dots, N_i, \quad i = 1, 2, \quad (1.16)$$

$$\mathbf{a}_1^{(0,-)} = E \mathbf{a}_2^{(0,+)}, \quad (1.17)$$

$$\mathbf{a}_2^{(0,-)} = E \mathbf{a}_1^{(0,+)}. \quad (1.18)$$

Виключаємо невідомі $\mathbf{a}_i^{(0,-)}, i = 1, 2$:

$$\mathbf{a}_1^{(p,+)} = \sum_{q=1}^{N_1} S_1^{(p,q)} \mathbf{a}_1^{(q,-)} + S_1^{(p,0)} E \mathbf{a}_2^{(0,+)}, \quad p = 0, 1, \dots, N_1, \quad (1.19)$$

$$\mathbf{a}_2^{(p,+)} = \sum_{q=1}^{N_2} S_2^{(p,q)} \mathbf{a}_2^{(q,-)} + S_2^{(p,0)} E \mathbf{a}_1^{(0,+)}, \quad p = 0, 1, \dots, N_2. \quad (1.20)$$

Розв'язуємо відносно невідомих $\mathbf{a}_i^{(0,+)}, i = 1, 2$:

$$\mathbf{a}_1^{(0,+)} = D_1^{-1} \left(\sum_{q=1}^{N_1} S_1^{(0,q)} \mathbf{a}_1^{(q,-)} + S_1^{(0,0)} E \sum_{q=1}^{N_2} S_2^{(0,q)} \mathbf{a}_2^{(q,-)} \right), \quad (1.21)$$

$$\mathbf{a}_2^{(0,+)} = D_2^{-1} \left(\sum_{q=1}^{N_2} S_2^{(0,q)} \mathbf{a}_2^{(q,-)} + S_2^{(0,0)} E \sum_{q=1}^{N_1} S_1^{(0,q)} \mathbf{a}_1^{(q,-)} \right), \quad (1.22)$$

де

$$D_1 = I - S_1^{(0,0)} E S_2^{(0,0)} E, \quad (1.23)$$

$$D_2 = I - S_2^{(0,0)} E S_1^{(0,0)} E. \quad (1.24)$$

Амплітуди хвиль $\mathbf{a}_i^{(0,-)}, i = 1, 2$ відновлюються за формулами (1.17) і (1.18), а амплітуди хвиль $\mathbf{a}_i^{(p,+)}, p = 0, 1, \dots, N_p, i = 1, 2$ за формулами (1.19) і (1.20).

Таким чином, для S -матриці з'єднання двох елементів отримуємо:

$$S^{(p,q)} = S\left(P_1^{(q)} \rightarrow P_1^{(p)}\right) = S_1^{(p,q)} + S_1^{(p,0)} ED_2^{-1} S_2^{(0,0)} ES_1^{(0,q)}, \quad p, q = 1, 2, \dots, N_1, \quad (1.25)$$

$$S^{(p,q+N_1)} = S\left(P_2^{(q)} \rightarrow P_1^{(p)}\right) = S_1^{(p,0)} ED_2^{-1} S_2^{(0,q)}, \quad p = 1, 2, \dots, N_1, \quad q = 1, 2, \dots, N_2, \quad (1.26)$$

$$S^{(p+N_1,q)} = S\left(P_1^{(q)} \rightarrow P_2^{(p)}\right) = S_2^{(p,0)} ED_1^{-1} S_1^{(0,q)}, \quad p = 1, 2, \dots, N_2, \quad q = 1, 2, \dots, N_1, \quad (1.27)$$

$$S^{(p+N_1,q+N_1)} = S\left(P_2^{(q)} \rightarrow P_2^{(p)}\right) = S_2^{(p,q)} + S_2^{(p,0)} ED_1^{-1} S_1^{(0,0)} ES_2^{(0,q)}, \quad p, q = 1, 2, \dots, N_2. \quad (1.28)$$

Формули (1.25)-(1.26) отримано з (1.19) і (1.21)-(1.22). Вони вимагають обертання матриці D_2 , а формули (1.27)-(1.28), отримані з (1.20) і (1.21)-(1.22), вимагають обертання матриці D_1 . Від обертання однієї з цих матриць можна позбутися. Позбудемося, наприклад, від обертання матриці D_2 . Для цього перерахуємо амплітуди $\mathbf{a}_2^{(0,+)}$ через знайдені $\mathbf{a}_1^{(0,+)}$ з (1.20):

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_2^{(0,+)} &= \sum_{q=1}^{N_2} S_2^{(0,q)} \mathbf{a}_2^{(q,-)} + S_2^{(0,0)} E \mathbf{a}_1^{(0,+)} = \\ & \sum_{q=1}^{N_2} S_2^{(0,q)} \mathbf{a}_2^{(q,-)} + S_2^{(0,0)} ED_1^{-1} \left(\sum_{q=1}^{N_1} S_1^{(0,q)} \mathbf{a}_1^{(q,-)} + S_1^{(0,0)} E \sum_{q=1}^{N_2} S_2^{(0,q)} \mathbf{a}_2^{(q,-)} \right) = \\ & S_2^{(0,0)} ED_1^{-1} \sum_{q=1}^{N_1} S_1^{(0,q)} \mathbf{a}_1^{(q,-)} + \left(I + S_2^{(0,0)} ED_1^{-1} S_1^{(0,0)} E \right) \sum_{q=1}^{N_2} S_2^{(0,q)} \mathbf{a}_2^{(q,-)} \end{aligned} \quad (1.29)$$

Звідси замість формул (1.25)-(1.26) симетричних з (1.27)-(1.28), з (1.19) і (1.29) отримаємо

$$S^{(p,q)} = S\left(P_1^{(q)} \rightarrow P_1^{(p)}\right) = S_1^{(p,q)} + S_1^{(p,0)} ES_2^{(0,0)} ED_1^{-1} S_1^{(0,q)}, \quad p, q = 1, 2, \dots, N_1, \quad (1.30)$$

$$S^{(p,q+N_1)} = S\left(P_2^{(q)} \rightarrow P_1^{(p)}\right) = S_1^{(p,0)} E \left(I + S_2^{(0,0)} ED_1^{-1} S_1^{(0,0)} E \right) S_2^{(0,q)}, \quad (1.31)$$

$$p = 1, 2, \dots, N_1, \quad q = 1, 2, \dots, N_2.$$

Порівнявши, (1.25)-(1.26) і (1.30)-(1.31), отримаємо

$$D_2^{-1}S_2^{(0,0)}E = S_2^{(0,0)}ED_1^{-1}, \quad (1.32)$$

$$S_1^{(p,0)}ED_2^{-1}S_2^{(0,q)} = S_1^{(p,0)}E\left(I + S_2^{(0,0)}ED_1^{-1}S_1^{(0,0)}E\right)S_2^{(0,q)} \quad (1.33)$$

Співвідношення (1.32) - очевидне, а (1.33) - ні.

Для ефективності обчислимо і запасемо заздалегідь матриці

$$B_q = ED_1^{-1}S_1^{(0,q)}, \quad q = 1, 2, \dots, N_1, \quad (1.34)$$

$$C_q = ED_1^{-1}S_1^{(0,0)}ES_2^{(0,q)}, \quad q = 1, 2, \dots, N_2. \quad (1.35)$$

Тоді

$$S^{(p,q)} = S\left(P_1^{(q)} \rightarrow P_1^{(p)}\right) = S_1^{(p,q)} + S_1^{(p,0)}ES_2^{(0,0)}B_q, \quad p, q = 1, 2, \dots, N_1, \quad (1.36)$$

$$S^{(p,q+N_1)} = S\left(P_2^{(q)} \rightarrow P_1^{(p)}\right) = S_1^{(p,0)}E\left(S_2^{(0,q)} + S_2^{(0,0)}C_q\right), \quad p = 1, 2, \dots, N_1, q = 1, 2, \dots, N_2. \quad (1.37)$$

$$S^{(p+N_1,q)} = S\left(P_1^{(q)} \rightarrow P_2^{(p)}\right) = S_2^{(p,0)}B_q, \quad p = 1, 2, \dots, N_2, \quad q = 1, 2, \dots, N_1, \quad (1.38)$$

$$S^{(p+N_1,q+N_1)} = S\left(P_2^{(q)} \rightarrow P_2^{(p)}\right) = S_2^{(p,q)} + S_2^{(p,0)}C_q, \quad p, q = 1, 2, \dots, N_2. \quad (1.39)$$

1.3.2 Власні коливання з'єднання двох елементів загальними портами

У разі відсутності падаючої хвилі ($\mathbf{a}_i^{(p,-)} = 0, p = 1, 2, \dots, N_i, i = 1, 2$) з (1.19)- (1.20) отримуємо систему для знаходження власних коливань з'єднання двох елементів загальними портами:

$$\mathbf{a}_1^{(p,+)} = S_1^{(p,0)}E\mathbf{a}_2^{(0,+)}, \quad p = 0, 1, \dots, N_1, \quad (1.40)$$

$$\mathbf{a}_2^{(p,+)} = S_2^{(p,0)} E \mathbf{a}_1^{(0,+)}, \quad p = 0, 1, \dots, N_2. \quad (1.41)$$

При $p = 0$ отримуємо

$$\mathbf{a}_1^{(0,+)} = S_1^{(0,0)} E S_2^{(0,0)} E \mathbf{a}_1^{(0,+)} \quad (1.42)$$

або

$$D_1 \mathbf{a}_1^{(0,+)} = 0. \quad (1.43)$$

Таким чином, власні частоти можуть бути знайдені з рівняння

$$\det(D_1) = 0. \quad (1.44)$$

При цьому амплітуди хвиль власного коливання в кожному з хвилеводів можуть бути виражені через $\mathbf{a}_1^{(0,+)}$ за формулами:

$$\mathbf{a}_1^{(0,-)} = E \mathbf{a}_2^{(0,+)} = E S_2^{(0,0)} E \mathbf{a}_1^{(0,+)}, \quad (1.45)$$

$$\mathbf{a}_1^{(p,+)} = S_1^{(p,0)} \mathbf{a}_1^{(0,-)} = S_1^{(p,0)} E S_2^{(0,0)} E \mathbf{a}_1^{(0,+)}, \quad p = 1, \dots, N_1, \quad (1.46)$$

$$\mathbf{a}_2^{(p,+)} = S_2^{(p,0)} \mathbf{a}_2^{(0,-)} = S_2^{(p,0)} E \mathbf{a}_1^{(0,+)}, \quad p = 1, 2, \dots, N_2. \quad (1.47)$$

1.4 Висновки до розділу 1

Задачі розсіяння мають аналітичні розв'язки для дуже невеликого числа топологій. В інших випадках застосовуються універсальні чисельні або ж проблемно-орієнтовані чисельно-аналітичні методи. Останні мають кращу збіж-

ність і точність, проте вимагають побудови нової версії алгоритму при модифікації топології.

Метод часткових областей допускає автоматизацію такої роботи, що дозволяє наблизити його по універсальності до кінцево-різницевих методів.

Equation Chapter 2 Section 1

РОЗДІЛ 2

РОЗВИТОК ЧИСЕЛЬНО-АНАЛІТИЧНИХ МЕТОДІВ РОЗРАХУНКУ БАЗИСІВ ВЛАСНИХ МОД ХВИЛЕВОДІВ СКЛАДНОГО ПОПЕРЕЧНОГО ПЕРЕРІЗУ

У цьому розділі розглянуто задачі знаходження власних мод хвилеводів довільного складного поперечного перерізу з координатними та кусково-координатними границями. В підрозділі 2.1 розглянуто випадок кусково-координатних границь у циліндричній системі координат (радіальні $\varphi = const$ і азимутальні $\rho = const$). До цього цю задачу було розв'язано для випадку границь в декартовій системі координат (горизонтальних $y = const$ і вертикальних $x = const$) [54, 40]. Попри схожість цих задач, випадок циліндричної системи координат значно складніший. Оскільки у випадку декартової системи координат можливі тільки прямокутні часткові області, на які розбивається складний переріз, а у випадку циліндричної системи координат області можуть бути одного з чотирьох типів: круг, коаксіал, сектор круга і сектор коаксіала. Кожен тип області потребує свого зображення поля.

Узагальнення на випадок довільної кількості довільним чином розташованих областей, що формують поперечний переріз хвилеводу, реалізовано за допомогою використання розгалужень у формулах, що задають узагальнене зображення власних мод. Потрібна гілка, що визначає значення функції або величини, обирається у момент їх розрахунку.

Розроблений алгоритм разом з побудованим раніше алгоритмом для випадку декартових границь робить метод часткових областей значно універсальнішим. Але залишаються випадки, коли границі не є координатними, або коли вони комбіновані, тобто одна частина з них задана в декартовій системі координат, а інша – в циліндричній. Такі задачі пропонується розв'язувати за допо-

могою ступінчастої апроксимації некоординатних границь, або границь, заданих в циліндричній системі у комбінованому випадку. У підрозділі 2.2 запропоновано алгоритм автоматичної побудови ступінчастої апроксимації границь, заданих параметрично. При цьому вона будується так, щоб площини первинного та наближеного перерізів збігалися. Це правило нав'язано з тих міркувань, що частоти відсікання перших TE і TM мод значною мірою залежать від площини поперечного перерізу хвилеводу.

Цей підхід було використано для аналізу й оптимізації поляризатора на поздовжній вставці у коаксіальному хвилеводі. Відповідний результат описано у розділі 3.

Узагальнення методу часткових областей для хвилеводів із границями в декартовій системі координат [54, 40], побудоване в роботі аналогічне узагальнення для випадку циліндричної системи координат, і запропонований алгоритм ступінчастої апроксимації некоординатних і комбінованих границь підіймають універсальність методу часткових областей майже на рівень прямих кінцево-різницевих методів. Оскільки ці підходи разом дозволяють розглядати порожнисті або повністю заповнені діелектриком хвилеводи будь-якої топології.

У випадку часткового заповнення хвилеводу задача пошуку власних мод значно ускладнюється. По-перше, у загальному випадку моди в цій задачі гібридні та не розподіляються на TE і TM поляризовані (за винятком найпростіших геометрій, коли діелектрик утворює суцільний шар на одній зі стінок хвилеводу [55]); по-друге, базиси стають частотно залежними й, по-третє, при великих значеннях відносної діелектричної проникності ϵ діелектрика тут можливі комплексні моди з комплексними постійними поширення [56].

У підрозділі 2.3 запропоновано модифікацію характеристичного рівняння для знаходження власних мод одного з найпростіших, але дуже широко використовуваного хвилеводу з частковим діелектричним заповненням, а саме круглого хвилеводу з коаксіальною діелектричною вставкою.

Характеристичне рівняння для такого хвилеводу було знайдене ще у 1960-х роках. Але воно, як рівняння відносно постійної поширення, має своїм недоліком наявність особливостей в точках, коли фазова швидкість хвилі дорівнює швидкості світла в одному з діелектричних шарів хвилеводу. У роботі [57] було запропоновано в околах цих особливостей використовувати поліноміальну апроксимацію характеристичного рівняння з розкриттям невизначеності. Це потребує також іншого зображення полів власних мод в околах цих особливостей. Таким чином, цей підхід подвоює необхідну кількість інтегралів зв'язку, які необхідно вміти розраховувати для знаходження матриці розсіяння круглого двошарового хвилеводу з іншими. Запропоноване в дисертаційній роботі характеристичне рівняння значно складніше класичного [57], але воно не має цих особливостей.

Запропоноване характеристичне рівняння стійке та дозволяє знаходити сотні власних мод круглого двошарового хвилеводу. Воно було використано для розрахунку тридіапазонного випромінювача радіотелескопа [58].

Основні результати цього розділу опубліковано в роботах [59-62].

2.1 Узагальнення чисельно-аналітичних методів розрахунку базисів власних мод хвилеводів з кусково-координатними границями в циліндричній системі координат

Хвилевідні вузли з координатними границями в циліндричній системі координат широко використовуються в пристроях НВЧ, що працюють на круглих і коаксіальних хвилеводах. Для їх аналізу крім універсальних сіткових методів були розроблені більш точні алгоритми, що базуються на методі часткових областей [63-65]. Однак всі наявні на даний момент алгоритми розроблялися для

аналізу окремих структур, що представляють інтерес, до яких в основному відносилися гребінчасті хвилеводи. До сих пір не розроблено загальний алгоритм для аналізу будь-якого хвилеводу даного класу. В цьому розділі цю прогалину усунуто. У ньому описано узагальнення методу часткових областей, раніше побудоване для хвилеводів в декартовій системі координат [54, 40], на хвилеводи з координатними границями в циліндричній системі координат. Далі наведено алгоритм пошуку E - і H -мод. Аналогічний алгоритм розроблено і для пошуку TEM -мод. У дисертаційній роботі його не наведено через обмеження на кількість сторінок.

2.1.1 Зображення мод в циліндричній системі координат

Надалі будемо мати на увазі залежність від часу $e^{-i\omega t}$.

Наведені в цьому розділі зображення справедливі для всіх хвилеводів, розглянутих далі. Серед них круглий, сектор круглого, коаксіальний, сектор коаксіального і довільний ортогон у циліндричній системі координат.

Модовий базис в хвилеводі поперечного перерізу S з однорідним заповненням розпадається на три незалежних класи E -, H - і TEM -мод.

2.1.1.1 Компоненти електричного і магнітного полів E -хвиль у циліндричній системі координат

Наведемо зображення полів E -хвиль (TM -хвиль) через вектор Герца:

$$\vec{E}_e = \frac{\sqrt{W_e}}{i\zeta} (\text{grad div } \vec{\Pi}_e + k^2 \vec{\Pi}_e), \quad \vec{H}_e = -\frac{1}{\sqrt{W_e}} \text{rot } \vec{\Pi}_e, \quad (2.1)$$

де

$$W_e = \frac{W_0 \zeta}{k_0 \varepsilon} = \frac{\zeta}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon} - \text{хвильовий опір } E\text{-хвилі}, \quad (2.2)$$

$$W_0 = \sqrt{\mu_0 / \varepsilon_0} = \mu_0 c \approx 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2.99792458 \cdot 10^8 = 119.9169832\pi \approx 120\pi \quad (2.3)$$

- хвильовий опір плоскої хвилі в вакуумі,

$$k_0 = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} - \text{хвильове число в вакуумі}, \quad (2.4)$$

$$\vec{\Pi}_e = \pm \hat{z} \psi_e(\rho, \varphi) e^{\pm i\zeta z} - \text{вектор Герца } E\text{-хвилі}. \quad (2.5)$$

Тут $\psi_e(\rho, \varphi)$ - власна функція оператора Лапласа:

$$-\Delta \psi_e(\rho, \varphi) = \chi^2 \psi_e(\rho, \varphi), \quad (\rho, \varphi) \in S, \quad (2.6)$$

яка задовольняє граничну умову Дирихле на границі області:

$$\psi_e(\rho, \varphi) = 0, \quad \rho \in \partial S. \quad (2.7)$$

Якщо область містить точку 0 в якості граничної, то необхідно вимагати обмеженість в нулі

$$|\psi_e(0, \varphi)| < \infty. \quad (2.8)$$

Якщо область замкнена по φ , то має виконуватися умова періодичності по φ :

$$\begin{aligned}\psi_e(\rho, \varphi + 2\pi) &= \psi_e(\rho, \varphi), \\ \psi'_e(\rho, \varphi + 2\pi) &= \psi'_e(\rho, \varphi).\end{aligned}\quad (2.9)$$

Компоненти E -хвиль хвилеводу виражаються через функцію $\psi_e(\rho, \varphi)$ за формулами

$$\vec{E}_{e,t}^{\pm} = \sqrt{W_e} \vec{e}_e e^{\pm i\zeta z}, \quad (2.10)$$

$$E_{e,z}^{\pm} = \pm \frac{\sqrt{W_e}}{i\zeta} \chi_e^2 \psi_e(\rho, \varphi) e^{\pm i\zeta z}, \quad (2.11)$$

$$\vec{H}_{e,t}^{\pm} = \pm \frac{1}{\sqrt{W_e}} \vec{h}_e e^{\pm i\zeta z}, \quad (2.12)$$

$$H_{e,z}^{\pm} = 0, \quad (2.13)$$

де $\zeta = \sqrt{k^2 - \chi_e^2}$ - постійна поширення, $\text{Re} \zeta \geq 0$, $\text{Im} \zeta \geq 0$,

$$\vec{e}_e = \text{grad} \psi_e(\rho, \varphi) = \hat{\rho} \frac{\partial \psi_e}{\partial \rho}(\rho, \varphi) + \hat{\varphi} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \psi_e}{\partial \varphi}(\rho, \varphi), \quad (2.14)$$

$$\vec{h}_e = -\text{rot}[\hat{z} \psi_e(\rho, \varphi)] = -\hat{\rho} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \psi_e}{\partial \varphi}(\rho, \varphi) + \hat{\varphi} \frac{\partial \psi_e}{\partial \rho}(\rho, \varphi) = \hat{z} \times \vec{e}_e. \quad (2.15)$$

При цьому справедливо співвідношення:

$$\vec{H}_{e,t}^{\pm} = \pm \frac{k_0 \mathcal{E}}{W_0 \zeta} \hat{z} \times \vec{E}_{e,t}^{\pm} = \pm \frac{1}{W_e} \hat{z} \times \vec{E}_{e,t}^{\pm}. \quad (2.16)$$

Власні розв'язки рівняння Лапласа $\psi_e(\rho, \varphi)$ нормуються так, щоб виконувалося співвідношення

$$\int_S (\vec{e}_n \cdot \vec{e}_p) ds = \delta_{np}. \quad (2.17)$$

При такому нормуванні потужність, що переноситься E -хвилею з амплітудою A :

$$P = \frac{1}{2} |A|^2 \operatorname{Re} \int_S [\vec{E} \times \vec{H}^*] \cdot d\vec{s} = \pm \frac{1}{2} |A|^2 \frac{\operatorname{Re} W}{|W|} e^{\mp 2z \operatorname{Im} \zeta} =$$

$$= \begin{cases} \pm \frac{1}{2} |A|^2, \operatorname{Im} \zeta = 0, \operatorname{Im} \mu, \varepsilon = 0, & \text{для мод, що поширюються,} \\ 0, \operatorname{Re} \zeta = 0, \operatorname{Im} \mu, \varepsilon = 0, & \text{для згаслих мод.} \end{cases} \quad (2.18)$$

2.1.1.2 Компоненти електричного і магнітного полів H -хвиль у циліндричній системі координат

Наведемо зображення полів H -хвиль (TE -хвиль) через вектор Герца $\vec{\Pi}_h$:

$$\vec{E}_h = \sqrt{W_h} \operatorname{rot} \vec{\Pi}_h, \quad \vec{H}_h = \frac{1}{i\zeta \sqrt{W_h}} (\operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{\Pi}_h + k^2 \vec{\Pi}_h), \quad (2.19)$$

де

$$W_h = k_0 W_0 \mu / \zeta = \omega \mu_0 \mu / \zeta - \text{хвильовий опір } H\text{-хвилі,} \quad (2.20)$$

W_0 і k визначені в (2.3) і (2.4),

$$\vec{\Pi}_h = \hat{z} \psi_h(\rho, \varphi) e^{\pm i\zeta z} - \text{вектор Герца } H\text{-хвилі,} \quad (2.21)$$

Тут $\psi_h(\rho, \varphi)$ - власна функція оператора Лапласа:

$$-\Delta \psi_h(\rho, \varphi) = \chi^2 \psi_h(\rho, \varphi), (\rho, \varphi) \in S, \quad (2.22)$$

яка задовольняє граничну умову Неймана на границі області:

$$\frac{\partial}{\partial n} \psi_h(\rho, \varphi) = 0, (\rho, \varphi) \in \partial S. \quad (2.23)$$

Якщо область містить точку 0 в якості граничної, то необхідно вимагати обмеженість в нулі

$$|\psi_h(0, \varphi)| < \infty. \quad (2.24)$$

Якщо область повна, то має виконуватися умова періодичності по φ :

$$\begin{aligned} \psi_h(\rho, \varphi + 2\pi) &= \psi_h(\rho, \varphi), \\ \psi'_h(\rho, \varphi + 2\pi) &= \psi'_h(\rho, \varphi). \end{aligned} \quad (2.25)$$

Компоненти H -хвиль виражаються через функції $\varphi_h(x, y)$ за формулами

$$\vec{E}_{h,t}^{\pm} = \sqrt{W_h} \vec{e}_h e^{\pm i\zeta z}, \quad (2.26)$$

$$E_{h,z}^{\pm} = 0, \quad (2.27)$$

$$\vec{H}_{h,t}^{\pm} = \pm \frac{1}{\sqrt{W_h}} \vec{h}_h e^{\pm i\zeta z} \quad (2.28)$$

$$H_{h,z}^{\pm} = \frac{\chi_h^2}{i\zeta \sqrt{W_h}} \psi_h(\rho, \varphi) e^{\pm i\zeta z}, \quad (2.29)$$

де $\zeta = \sqrt{k^2 - \chi_h^2}$ - постійна поширення, $\text{Re } \zeta \geq 0, \text{ Im } \zeta \geq 0$,

$$\vec{e}_h = \text{rot}[\hat{z}\psi_h(\rho, \varphi)] = \text{grad}\psi_h(\rho, \varphi) \times \hat{z} = \hat{\rho} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \psi_h}{\partial \varphi}(\rho, \varphi) - \hat{\varphi} \frac{\partial \psi_h}{\partial \rho}(\rho, \varphi), \quad (2.30)$$

$$\vec{h}_h = \text{grad}\psi_h(\rho, \varphi) = \hat{\rho} \frac{\partial \psi_h}{\partial \rho}(\rho, \varphi) + \hat{\varphi} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \psi_h}{\partial \varphi}(\rho, \varphi) = \hat{z} \times \vec{e}_h. \quad (2.31)$$

При цьому справедливо співвідношення:

$$\vec{H}_{h,t}^{\pm} = \pm \frac{\zeta}{k_0 W_0 \mu} \hat{z} \times \vec{E}_{h,t}^{\pm} = \pm \frac{1}{W_h} \hat{z} \times \vec{E}_{h,t}^{\pm}. \quad (2.32)$$

Власні розв'язки рівняння Лапласа $\psi_h(\rho, \varphi)$ нормуються так, щоб виконувалося співвідношення (2.17). При такому нормуванні потужність, що переноситься H -хвилею з амплітудою A дорівнює (2.18).

2.1.2 Узагальнені зображення для потенціалів мод в часткових областях ортогона у циліндричній системі координат

Нехай S є довільний ортогон у циліндричній системі координат, тобто S являє собою деяку область, межі якої кусково-неперервно задаються функціями $\rho = \text{const}$ або $\varphi = \text{const}$. Ортогон S можна розбити на скінченне число областей

$$S = \bigcup_{j=1}^J S_j. \quad (2.33)$$

Області S_j можуть містити або не містити точку 0 в якості граничної, що, в силу умови скінченної енергії, визначає, чи будуть зображення мод, включати тільки обмежені в нулі функції Бесселя, або ж і зростаючі функції Неймана.

Крім того, області можуть бути повними ($0 \leq \varphi \leq 2\pi$) або секторними, що означає наявність або відсутність вимоги на періодичність розв'язку.

Таким чином, області бувають наступних типів:

(C) круг (circle),

(CS) сектор круга (circle sector),

(X) коаксіал (coaxial),

(XS) сектор коаксіала (coaxial sector).

Зауважимо, що області типів (C) і (CS) взаємовиключні, тобто один переріз може містити тільки або круг (C) або сектор круга (CS) (один або декілька).

На рис. 2.1 і 2.2 наведено приклади ортогонів з областями (C) і (CS), відповідно. Типи областей відмічено верхнім індексом в їх позначеннях $S_j^{(\alpha)}$.

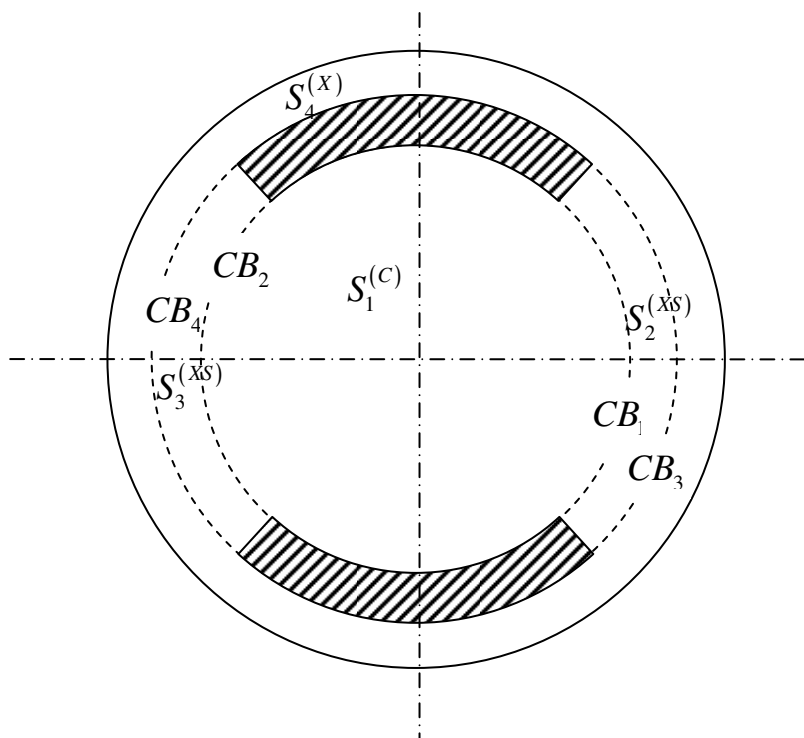


Рисунок 2.1 – Ортогон, що містить круг

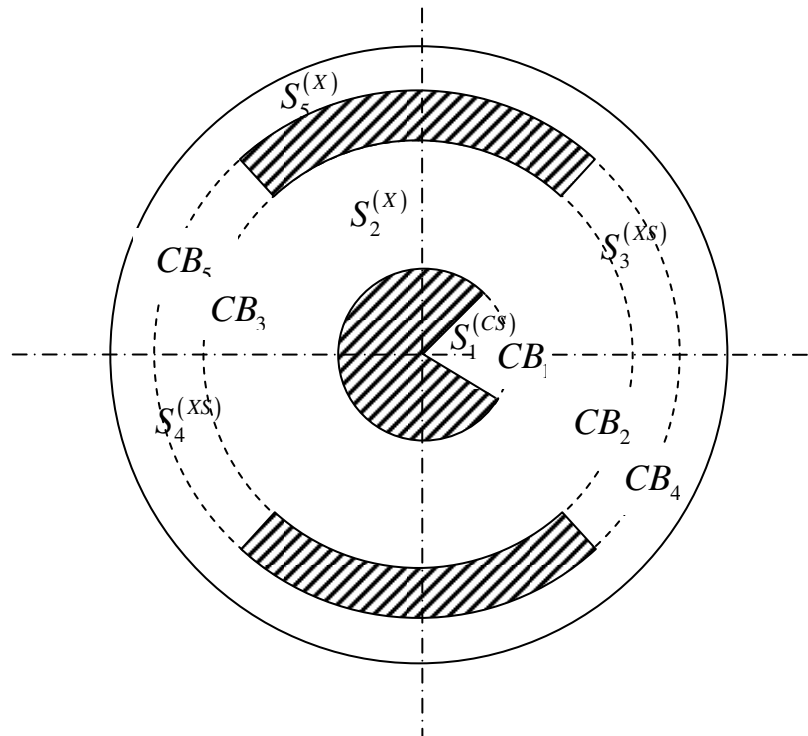


Рисунок 2.2 – Ортогон, що містить сектор круга

Визначимо функцію, що повертає тип перетину

$$t(j) = \begin{cases} C, & S_j - \text{круг,} \\ CS, & S_j - \text{сектор круга,} \\ X, & S_j - \text{коаксіал,} \\ XS, & S_j - \text{сектор коаксіала.} \end{cases} \quad (2.34)$$

Запишемо зображення для потенціалів і компонент полів в області кожного типу.

При зображенні мод циліндричних ортогонів необхідно враховувати асимптотичну поведінку циліндричних функцій при великих порядках

$$J_\nu(x) \sim \frac{1}{\sqrt{2\pi\nu}} \left(\frac{ex}{2\nu} \right)^\nu, \quad \nu \rightarrow \infty, \quad (2.35)$$

$$Y_\nu(x) \sim -\sqrt{\frac{2}{\pi\nu}} \left(\frac{ex}{2\nu}\right)^{-\nu}, \quad \nu \rightarrow \infty. \quad (2.36)$$

При фіксованому аргументі x функція Бесселя швидко убуває, а функція Неймана швидко зростає з ростом ν .

Для придушення зростання функцій, що представляють поля в коаксіальних областях введемо нормувальний коефіцієнт

$$C_\nu(x) = \begin{cases} 1, & \nu = 0, \\ \left(\min\left\{\frac{ex}{2\nu}, 1\right\}\right)^{-\nu}, & \nu \neq 0. \end{cases} \quad (2.37)$$

Нехай кожна область S_j ортогона (2.33) визначається координатами

$$\rho \in (R_0^{(j)}, R_1^{(j)}), \quad \varphi \in (\varphi_0^{(j)}, \varphi_1^{(j)}), \quad (2.38)$$

при цьому позначимо

$$\varphi_1^{(j)} - \varphi_0^{(j)} = \Delta\varphi_j. \quad (2.39)$$

Потенціали E - і H -хвиль в часткових областях S_j можна записати в узагальненому вигляді.

2.1.2.1. E-хвилі

Запишемо узагальнене зображення для потенціалів E -мод в області S_j :

$$\psi_e^{(j)}(\rho, \varphi) = \sum_{r=0}^1 \left\{ A_0^{(j,r)} U_{e,0}^{(j,r)}(\chi\rho) + \sum_{n=1}^{M_e^{(j)}} U_{e,n}^{(j,r)}(\chi\rho) \left[A_n^{(j,r)} \cos\left(n\xi_j(\varphi - \varphi_0^{(j)})\right) + B_n^{(j,r)} \sin\left(n\xi_j(\varphi - \varphi_0^{(j)})\right) \right] \right\}, \quad (2.40)$$

де

$$U_{e,n}^{(j,r)}(x) = \begin{cases} C_{\xi_{j,n}}(\chi R_1^{(j)}) J_{\xi_{j,n}}(x), & t(j) = C \text{ або } CS, \\ \frac{C_{\xi_{j,n}}(\chi R_1^{(j)})}{C_{\xi_{j,n}}(\chi R_0^{(j)})} \left[Y_{\xi_{j,n}}(\chi R_r^{(j)}) J_{\xi_{j,n}}(x) - J_{\xi_{j,n}}(\chi R_r^{(j)}) Y_{\xi_{j,n}}(x) \right], & t(j) = X \text{ або } XS, \end{cases} \quad (2.41)$$

$$\xi_j = \begin{cases} 1, & t(j) = C \text{ або } X, \\ \pi/\Delta\varphi_j, & t(j) = CS \text{ або } XS. \end{cases} \quad (2.42)$$

Для круга і коаксіала вважаємо $\varphi_0^{(j)} = 0$, $\Delta\varphi = 2\pi$.

При цьому

$$A_n^{(j,0)} \neq 0, \text{ тільки якщо } S_j \text{ не сектор, тобто, якщо } (1 - \delta_{t(j),CS})(1 - \delta_{t(j),XS}) = 1,$$

$$A_n^{(j,1)} \neq 0 \text{ тільки для коаксіала, тобто, якщо } \delta_{t(j),X} = 1,$$

$$B_n^{(j,0)} \neq 0 \text{ завжди,}$$

$$B_n^{(j,1)} \neq 0, \text{ тільки якщо } S_j \text{ не круг і не сектор круга, тобто, якщо}$$

$$(1 - \delta_{t(j),C})(1 - \delta_{t(j),CS}) = 1.$$

При спряженні полів будуть потрібні значення потенціалу і його похідної по ρ при $\rho = R_0^{(j)}$ (тільки для коаксіала і сектора коаксіала) і $\rho = R_1^{(j)}$.

Частинна похідна по ρ потенціалу дорівнює

$$\frac{\partial \psi_e^{(j)}}{\partial \rho}(\rho, \varphi) = \chi \sum_{r=0}^1 \left\{ A_0^{(j,r)} U_{e,0}^{(j,r)'}(\chi \rho) + \sum_{n=1}^{M_e^{(j)}} U_{e,n}^{(j,r)'}(\chi \rho) \left[A_n^{(j,r)} \cos\left(n \xi_j (\varphi - \varphi_0^{(j)})\right) + B_n^{(j,r)} \sin\left(n \xi_j (\varphi - \varphi_0^{(j)})\right) \right] \right\}. \quad (2.43)$$

Частина величин, що входять в (2.40), на границях областей дорівнюють нулю:

$$\begin{aligned} \psi_e^{(j)}(R_0^{(j)}, \varphi) &= A_0^{(j,1)} U_{e,0}^{(j,1)}(\chi R_0^{(j)}) + \\ & \sum_{n=1}^{M_e^{(j)}} U_{e,n}^{(j,1)}(\chi R_0^{(j)}) \left[A_n^{(j,1)} \cos\left(n \xi_j (\varphi - \varphi_0^{(j)})\right) + B_n^{(j,1)} \sin\left(n \xi_j (\varphi - \varphi_0^{(j)})\right) \right], \end{aligned} \quad (2.44)$$

$t(j) = X$ або XS ,

$$\begin{aligned} \psi_e^{(j)}(R_1^{(j)}, \varphi) &= A_0^{(j,0)} U_{e,0}^{(j,0)}(\chi R_1^{(j)}) + \\ & \sum_{n=1}^{M_e^{(j)}} U_{e,n}^{(j,0)}(\chi R_1^{(j)}) \left[A_n^{(j,0)} \cos\left(n \xi_j (\varphi - \varphi_0^{(j)})\right) + B_n^{(j,0)} \sin\left(n \xi_j (\varphi - \varphi_0^{(j)})\right) \right]. \end{aligned} \quad (2.45)$$

2.1.2.2. Н-хвилі

Запишемо узагальнене зображення для потенціалів H -мод в області S_j :

$$\begin{aligned} \psi_h^{(j)}(\rho, \varphi) &= \sum_{r=0}^1 \left\{ -A_0^{(j,r)} U_{h,0}^{(j,r)}(\chi \rho) + \right. \\ & \left. \sum_{n=1}^{M_h^{(j)}} U_{h,n}^{(j,r)}(\chi \rho) \left[-A_n^{(j,r)} \cos\left(n \xi_j (\varphi - \varphi_0^{(j)})\right) + B_n^{(j,r)} \sin\left(n \xi_j (\varphi - \varphi_0^{(j)})\right) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (2.46)$$

де

$$U_{h,n}^{(j,r)}(x) = \begin{cases} C_{\xi_j n}(\chi R_1^{(j)}) J_{\xi_j n}(x), & t(j) = C \text{ або } CS, \\ \frac{C_{\xi_j n}(\chi R_1^{(j)})}{C_{\xi_j n}(\chi R_0^{(j)})} \left[Y_{\xi_j n}'(\chi R_r^{(j)}) J_{\xi_j n}(x) - J_{\xi_j n}'(\chi R_r^{(j)}) Y_{\xi_j n}(x) \right], & \\ t(j) = X \text{ або } XS, \end{cases} \quad (2.47)$$

ξ_j визначено в (2.42).

При цьому

$A_n^{(j,0)} \neq 0$ завжди,

$A_n^{(j,1)} \neq 0$, тільки якщо S_j не круг і не сектор круга, тобто, якщо

$$(1 - \delta_{t(j),C})(1 - \delta_{t(j),CS}) = 1,$$

$B_n^{(j,0)} \neq 0$, тільки якщо S_j не сектор, тобто, якщо $(1 - \delta_{t(j),CS})(1 - \delta_{t(j),XS}) = 1$,

$B_n^{(j,1)} \neq 0$ тільки для коаксіала, тобто, якщо $\delta_{t(j),X} = 1$.

При спряженні полів будуть потрібні значення частинних похідних потенціалу при $\rho = R_0^{(j)}$ (тільки для коаксіала і сектора коаксіала) і $\rho = R_1^{(j)}$.

Частинні похідні потенціалу рівні

$$\frac{\partial \psi_h^{(j)}}{\partial \rho}(\rho, \varphi) = \chi \sum_{r=0}^1 \left\{ -A_0^{(j,r)} U_{h,0}^{(j,r)'}(\chi \rho) + \sum_{n=1}^{M_h^{(j)}} U_{h,n}^{(j,r)'}(\chi \rho) \left[-A_n^{(j,r)} \cos(n \xi_j (\varphi - \varphi_0^{(j)})) + B_n^{(j,r)} \sin(n \xi_j (\varphi - \varphi_0^{(j)})) \right] \right\}, \quad (2.48)$$

$$\frac{\partial \psi_h^{(j)}}{\partial \varphi}(\rho, \varphi) = \xi_j \sum_{r=0}^1 \sum_{n=1}^{M_h^{(j)}} n U_{h,n}^{(j,r)}(\chi \rho) \left[A_n^{(j,r)} \sin\left(n \xi_j (\varphi - \varphi_0^{(j)})\right) + B_n^{(j,r)} \cos\left(n \xi_j (\varphi - \varphi_0^{(j)})\right) \right]. \quad (2.49)$$

Частина величин, що входять в (2.48), на границях областей дорівнюють нулю:

$$\frac{\partial \psi_h^{(j)}}{\partial \rho}(R_0^{(j)}, \varphi) = -\chi A_0^{(j,1)} U_{h,0}^{(j,1)'}(\chi R_0^{(j)}) + \chi \sum_{n=1}^{M_h^{(j)}} U_{h,n}^{(j,1)'}(\chi R_0^{(j)}) \left[-A_n^{(j,1)} \cos\left(n \xi_j (\varphi - \varphi_0^{(j)})\right) + B_n^{(j,1)} \sin\left(n \xi_j (\varphi - \varphi_0^{(j)})\right) \right], \quad (2.50)$$

$t(j) = X$ або XS ,

$$\frac{\partial \psi_h^{(j)}}{\partial \rho}(R_1^{(j)}, \varphi) = -\chi A_0^{(j,0)} U_{h,0}^{(j,0)'}(\chi R_1^{(j)}) + \chi \sum_{n=1}^{M_h^{(j)}} U_{h,n}^{(j,0)'}(\chi R_1^{(j)}) \left[-A_n^{(j,0)} \cos\left(n \xi_j (\varphi - \varphi_0^{(j)})\right) + B_n^{(j,0)} \sin\left(n \xi_j (\varphi - \varphi_0^{(j)})\right) \right]. \quad (2.51)$$

2.1.3. Знаходження мод хвилеводу з перетином у вигляді довільного ортогона в циліндричній системі координат

Позначимо $(\rho, \varphi) \in \{\{R_i\} \times CB_i\}_{i=1}^K$ набір загальних відрізків границь областей (CB - скорочення від common boundary), $(\rho, \varphi) \in \{\{R_i\} \times MB_i\}_{i=1}^Q$ набір відрізків «металевих» границь областей, що лежать на координатних лініях $\rho = const$, (MB - скорочення від metal boundary) і

$$CB = \bigcup_{i=1}^K CB_i, \quad (2.52)$$

$$MB = \bigcup_{i=1}^Q MB_i. \quad (2.53)$$

Для кожної області введемо чотири набори індексів границь:

$$B_0(j) = \left\{ \begin{array}{l} i : \text{відрізок } \rho = R_i, \varphi \in CB_i \text{ лежить на границі} \\ \text{області } S_j, \text{ що розташована ближче до } \rho=0 \end{array} \right\}, \quad (2.54)$$

$$B_1(j) = \left\{ \begin{array}{l} i : \text{відрізок } \rho = R_i, \varphi \in CB_i \text{ лежить на границі} \\ \text{області } S_j, \text{ що розташована далі від } \rho=0 \end{array} \right\}, \quad (2.55)$$

$$M_0(j) = \left\{ \begin{array}{l} i : \text{відрізок } \rho = R_i, \varphi \in MB_i \text{ лежить на "металевій"} \\ \text{границі області } S_j, \text{ що розташована ближче до } \rho=0 \end{array} \right\}, \quad (2.56)$$

$$M_1(j) = \left\{ \begin{array}{l} i : \text{відрізок } \rho = R_i, \varphi \in MB_i \text{ лежить на "металевій"} \\ \text{границі області } S_j, \text{ що розташована далі від } \rho=0 \end{array} \right\}. \quad (2.57)$$

Для кожної спільної границі двох областей введемо такі позначення:

$$s_0(i) = j \Leftrightarrow CB_i \in B_1(j), \quad (2.58)$$

$$s_1(i) = j \Leftrightarrow CB_i \in B_0(j). \quad (2.59)$$

Таким чином, $s_0(i)$ позначає індекс області, розташованої по той же бік від границі CB_i , що і початок координат, а $s_1(i)$ - індекс області, що лежить з початком координат по різні боки від границі CB_i .

Очевидно, що

$$i \in B_0(s_1(i)), \quad (2.60)$$

$$i \in B_1(s_0(i)). \quad (2.61)$$

2.1.3.1. E-хвилі

Для того щоб знайти розв'язок крайової задачі для рівняння Гельмгольца в складному перерізі, можна знайти розв'язок в кожній області і прирівняти на границях областей розв'язки і їх нормальні похідні. Тому для знаходження E -мод в ортогоні, достатньо знайти потенціал ψ_e в кожній частковій області, а потім прирівняти на границях областей $\rho = R_i$, $\varphi \in CB_i$, $i = 1, 2, \dots, K$ значення потенціалу $\psi_e \sim E_z$ і його частинну похідну $\frac{\partial \psi_e}{\partial \rho} \sim H_\varphi$.

Умову спряженні потенціалу ψ_e на відрізьку $\{R_i\} \times CB_i$ будемо проєкціювати на систему функцій $\{f_p^{(i)}(\varphi)\}_{p=1}^{P_i}$, що має наступні властивості:

1. $\{f_p^{(i)}(\varphi)\}_{p=1}^{\infty}$ мають утворювати повну систему функцій в L_2 ;
2. $f_p^{(i)}(\varphi)$ мають убувати як $\underline{O}(|\vec{r}|^{2/3})$ поблизу ребер;
3. $f_p^{(i)}(\varphi)$ мають вести себе як $\underline{O}(|\vec{r}|)$ поблизу електричних стінок $\varphi = const$;
4. $f_p^{(i)}(\varphi)$ мають вести себе як $\underline{O}(1)$ поблизу магнітних стінок $\varphi = const$.

Умову спряження нормальної похідної потенціалу $\frac{\partial \psi_e}{\partial \rho} \sim H_\varphi$ будемо про-

екціювати на систему функцій $\{g_p^{(i)}(\varphi)\}_{p=1}^{P_i}$, що має наступні властивості:

1. $\{g_p^{(i)}(\varphi)\}_{p=1}^{\infty}$ мають утворювати повну систему функцій в L_2 ;
2. $g_p^{(i)}(\varphi)$ мають зростати як $\underline{O}(|\vec{r}|^{-1/3})$ поблизу ребер;
3. $g_p^{(i)}(\varphi)$ мають вести себе як $\underline{O}(|\vec{r}|)$ поблизу електричних стінок $\varphi = const$;
4. $g_p^{(i)}(\varphi)$ мають вести себе як $\underline{O}(1)$ поблизу магнітних стінок $\varphi = const$.

Перераховані вимоги на проєкційні функції передають властивості компонент E_z і H_φ , таким чином, покращуючи збіжність з ростом P_i .

На кожній спільній границі $\{R_i\} \times CB_i$, $i = 1, 2, \dots, K$ представимо потенціал ψ_e у вигляді розкладання в ряд по системі функцій $\{f_p^{(i)}\}_{p=0}^{P_i}$:

$$\psi_e(R_i, \varphi) =: \psi_e^{(i)}(\varphi) = \sum_{p=1}^{P_i} c_p^{(i)} f_p^{(i)}(\varphi), \quad \varphi \in CB_i, \quad i = 1, 2, \dots, K. \quad (2.62)$$

Для кожної області $j = 1, 2, \dots, J$ отримуємо умови спряження потенціалу

$$\psi_e(R_0^{(j)}, \varphi) = \sum_{i \in B_0(j)} 1_{CB_i}(\varphi) \psi_e^{(i)}(\varphi) = \sum_{i \in B_0(j)} 1_{CB_i}(\varphi) \sum_{p=1}^{P_i} c_p^{(i)} f_p^{(i)}(\varphi), \quad (2.63)$$

$$\psi_e(R_1^{(j)}, \varphi) = \sum_{i \in B_1(j)} 1_{CB_i}(\varphi) \psi_e^{(i)}(\varphi) = \sum_{i \in B_1(j)} 1_{CB_i}(\varphi) \sum_{p=1}^{P_i} c_p^{(i)} f_p^{(i)}(\varphi), \quad (2.64)$$

де 1_{CB_i} - індикатор множини CB_i

$$1_{CB_i}(\varphi) = \begin{cases} 1, & \varphi \in CB_i, \\ 0, & \varphi \notin CB_i. \end{cases} \quad (2.65)$$

Підставляючи в (2.63), (2.64) узагальнене зображення для потенціалу ψ_e на границях (2.44) і (2.45), отримуємо

$$A_0^{(j,1)} U_{e,0}^{(j,1)}(\chi R_0^{(j)}) + \sum_{n=1}^{M_e^{(j)}} U_{e,n}^{(j,1)}(\chi R_0^{(j)}) \left[A_n^{(j,1)} \cos(n\xi_j(\varphi - \varphi_0^{(j)})) + B_n^{(j,1)} \sin(n\xi_j(\varphi - \varphi_0^{(j)})) \right] = \sum_{i \in B_0(j)} 1_{CB_i}(\varphi) \sum_{p=1}^{P_i} c_p^{(i)} f_p^{(i)}(\varphi), \quad j=1,2,\dots,J, \quad (2.66)$$

$$A_0^{(j,0)} U_{e,0}^{(j,0)}(\chi R_1^{(j)}) + \sum_{n=1}^{M_e^{(j)}} U_{e,n}^{(j,0)}(\chi R_1^{(j)}) \left[A_n^{(j,0)} \cos(n\xi_j(\varphi - \varphi_0^{(j)})) + B_n^{(j,0)} \sin(n\xi_j(\varphi - \varphi_0^{(j)})) \right] = \sum_{i \in B_1(j)} 1_{CB_i}(\varphi) \sum_{p=1}^{P_i} c_p^{(i)} f_p^{(i)}(\varphi), \quad j=1,2,\dots,J. \quad (2.67)$$

Помножимо рівняння (2.66) і (2.67) на ортогональні функції $\cos(n\xi_j(\varphi - \varphi_0^{(j)}))$, $n=0,1,\dots,M_e^{(j)}$, $\sin(n\xi_j(\varphi - \varphi_0^{(j)}))$, $n=1,2,\dots,M_e^{(j)}$ і про інтегруємо результат на інтервалі $\varphi \in (\varphi_0^{(j)}, \varphi_1^{(j)})$. Отримуємо

$$A_0^{(j,0)} = \frac{1}{\Delta\varphi_j} \frac{1}{U_{e,0}^{(j,0)}(\chi R_1^{(j)})} \sum_{i \in B_1(j)} \sum_{p=1}^{P_i} c_p^{(i)} F_{p0}^{(i,c)}, \quad j=1,2,\dots,J, \quad (2.68)$$

$$A_0^{(j,1)} = \frac{1}{\Delta\varphi_j} \frac{1}{U_{e,0}^{(j,1)}(\chi R_0^{(j)})} \sum_{i \in B_0(j)} \sum_{p=1}^{P_i} c_p^{(i)} F_{p0}^{(i,c)}, \quad j=1,2,\dots,J, \quad (2.69)$$

$$A_n^{(j,0)} = \frac{2}{\Delta\varphi_j} \frac{1}{U_{e,n}^{(j,0)}(\chi R_1^{(j)})} \sum_{i \in B_1(j)} \sum_{p=1}^{P_i} c_p^{(i)} F_{pn}^{(i,j,c)}, \quad j=1,2,\dots,J, n=1,2,\dots,M_e^{(j)}, \quad (2.70)$$

$$A_n^{(j,1)} = \frac{2}{\Delta\varphi_j} \frac{1}{U_{e,n}^{(j,1)}(\chi R_0^{(j)})} \sum_{i \in B_0(j)} \sum_{p=1}^{P_i} c_p^{(i)} F_{pn}^{(i,j,c)}, \quad j=1,2,\dots,J, n=1,2,\dots,M_e^{(j)}, \quad (2.71)$$

$$B_n^{(j,0)} = \frac{2}{\Delta\varphi_j} \frac{1}{U_{e,n}^{(j,0)}(\chi R_1^{(j)})} \sum_{i \in B_1(j)} \sum_{p=1}^{P_i} c_p^{(i)} F_{pn}^{(i,j,s)}, \quad j=1,2,\dots,J, n=1,2,\dots,M_e^{(j)}. \quad (2.72)$$

$$B_n^{(j,1)} = \frac{2}{\Delta\varphi_j} \frac{1}{U_{e,n}^{(j,1)}(\chi R_0^{(j)})} \sum_{i \in B_0(j)} \sum_{p=1}^{P_i} c_p^{(i)} F_{pn}^{(i,j,s)}, \quad j=1,2,\dots,J, n=1,2,\dots,M_e^{(j)}, \quad (2.73)$$

де

$$F_{p0}^{(i,c)} = \int_{CB_i} f_p^{(i)}(\varphi) d\varphi, \quad i=1,2,\dots,K, p=1,2,\dots,P_i, \quad (2.74)$$

$$F_{pn}^{(i,j,c)} = \int_{CB_i} f_p^{(i)}(\varphi) \cos\left(n\xi_j(\varphi - \varphi_0^{(j)})\right) d\varphi, \quad (2.75)$$

$$j=1,2,\dots,J, i \in B_0(j) \cup B_1(j), p=1,2,\dots,P_i, n=1,2,\dots,M_e^{(j)},$$

$$F_{pn}^{(i,j,s)} = \int_{CB_i} f_p^{(i)}(\varphi) \sin\left(n\xi_j(\varphi - \varphi_0^{(j)})\right) d\varphi, \quad (2.76)$$

$$j=1,2,\dots,J, i \in B_0(j) \cup B_1(j), p=1,2,\dots,P_i, n=1,2,\dots,M_e^{(j)}.$$

Рівняння (2.68)-(2.73) однозначно визначають невідомі коефіцієнти в зображенні потенціалу в області S_j . Запишемо рівняння (2.70)-(2.73) в матричному вигляді, окремо виписавши скалярні рівняння для коефіцієнтів $A_0^{(j,r)}$ (2.68)-(2.69). При цьому будемо використовувати індекс $1-r$, що переводить $r=0$ в 1 і $r=1$ в 0. Отримуємо

$$A_0^{(j,r)} = \frac{1}{\Delta\varphi_j} \frac{1}{U_{e,0}^{(j,r)}(\chi R_{1-r}^{(j)})} \sum_{i \in B_{1-r}(j)} \left[F_0^{(i,c)} \right]^T \vec{c}^{(i)}, \quad j=1,2,\dots,J, r=0,1, \quad (2.77)$$

$$\vec{A}^{(j,r)} = \frac{2}{\Delta\varphi_j} \left[\mathbf{U}_e^{(j,r)}(\chi R_{1-r}^{(j)}) \right]^{-1} \sum_{i \in B_{1-r}(j)} \left[\mathbf{F}^{(i,j,c)} \right]^T \vec{c}^{(i)}, \quad j=1,2,\dots,J, r=0,1, \quad (2.78)$$

$$\vec{B}^{(j,r)} = \frac{2}{\Delta\varphi_j} \left[\mathbf{U}_e^{(j,r)}(\chi R_{1-r}^{(j)}) \right]^{-1} \sum_{i \in B_{1-r}(j)} \left[\mathbf{F}^{(i,j,s)} \right]^T \vec{c}^{(i)}, \quad j=1,2,\dots,J, r=0,1, \quad (2.79)$$

де

$\vec{A}^{(j,r)}$ - вектори невідомих коефіцієнтів $A_n^{(j,r)}$, $n = 1, 2, \dots, M_e^{(j)}$
 $(j = 1, 2, \dots, J, r = 0, 1)$,

$\vec{B}^{(j,r)}$ - вектори невідомих коефіцієнтів $B_n^{(j,r)}$,
 $n = 1, 2, \dots, M_e^{(j)} (j = 1, 2, \dots, J, r = 0, 1)$,

$\vec{c}^{(i)}$ - вектори невідомих коефіцієнтів $c_p^{(i)}$, $p = 1, 2, \dots, P_i (i = 1, 2, \dots, K)$,

$\mathbf{U}_e^{(j,r)}(\chi R_{1-r}^{(j)}) = \text{diag} \left\{ U_{e,1}^{(j,r)}(\chi R_{1-r}^{(j)}), U_{e,2}^{(j,r)}(\chi R_{1-r}^{(j)}), \dots, U_{e,M_e^{(j)}}^{(j,r)}(\chi R_{1-r}^{(j)}) \right\}$ - діагональна матриця розміру $M_e^{(j)} \times M_e^{(j)} (j = 1, 2, \dots, J, r = 0, 1)$,

$\vec{F}_0^{(i,c)}$ - вектори значень $F_{p0}^{(i,c)}$, $p = 1, 2, \dots, P_i (i = 1, 2, \dots, K)$,

$\mathbf{F}^{(i,j,c)} = \left\{ F_{pn}^{(i,j,c)} \right\}_{p=1, n=1}^{P_i, M_e^{(j)}}$, $\mathbf{F}^{(i,j,s)} = \left\{ F_{pn}^{(i,j,s)} \right\}_{p=1, n=1}^{P_i, M_e^{(j)}}$ - прямокутні матриці розміру $P_i \times M_e^{(j)} (j = 1, 2, \dots, J, i \in B_0(j) \cup B_1(j))$.

Тепер запишемо умови спряження нормальної похідної на кожній спільній границі

$$\frac{\partial \psi_e^{(s_0(l))}}{\partial \rho}(R_l, \varphi) = \frac{\partial \psi_e^{(s_1(l))}}{\partial \rho}(R_l, \varphi), \quad \varphi \in CB_l, l = 1, 2, \dots, K. \quad (2.80)$$

Підставляючи в рівняння (2.80) зображення (2.43), після проєкціювання на систему функцій $\left\{ g_q^{(l)} \right\}_{q=1}^{P_l}$ і розділення на χ , отримаємо у матричному вигляді

$$\begin{aligned}
& \bar{G}_0^{(l,c)} \sum_{r=0}^1 U_{e,0}^{(s_0(l),r)'} (\chi R_l) A_0^{(s_0(l),r)} + \mathbf{G}^{(l,s_0(l),c)} \sum_{r=0}^1 U_e^{(s_0(l),r)'} (\chi R_l) \bar{A}^{(s_0(l),r)} + \\
& \mathbf{G}^{(l,s_0(l),s)} \sum_{r=0}^1 U_e^{(s_0(l),r)'} (\chi R_l) \bar{B}^{(s_0(l),r)} = \\
& \bar{G}_0^{(l,c)} \sum_{r=0}^1 U_{e,0}^{(s_1(l),r)'} (\chi R_l) A_0^{(s_1(l),r)} + \mathbf{G}^{(l,s_1(l),c)} \sum_{r=0}^1 U_e^{(s_1(l),r)'} (\chi R_l) \bar{A}^{(s_1(l),r)} + \\
& \mathbf{G}^{(l,s_1(l),s)} \sum_{r=0}^1 U_e^{(s_1(l),r)'} (\chi R_l) \bar{B}^{(s_1(l),r)}, \quad l=1,2,\dots,K,
\end{aligned} \tag{2.81}$$

де

$U_e^{(j,r)'} (\chi R_l) = \text{diag} \left\{ U_{e,1}^{(j,r)'} (\chi R_l), U_{e,2}^{(j,r)'} (\chi R_l), \dots, U_{e,M_e^{(j)}}^{(j,r)'} (\chi R_l) \right\}$ - діагональна матриця розміру $M_e^{(j)} \times M_e^{(j)}$ ($j=1,2,\dots,J, r=0,1$),

$\bar{G}_0^{(l,c)}$ - вектор значень $G_{q0}^{(l,c)}$, $q=1,2,\dots,P_l$ ($l=1,2,\dots,K$),

$\mathbf{G}^{(l,j,c)} = \left\{ G_{qn}^{(l,j,c)} \right\}_{q=1,n=1}^{P_l, M_e^{(j)}}$, $\mathbf{G}^{(l,j,s)} = \left\{ G_{qn}^{(l,j,s)} \right\}_{q=1,n=1}^{P_l, M_e^{(j)}}$ - прямокутні матриці розміру $P_l \times M_e^{(j)}$ ($j=1,2,\dots,J, l \in B_0(j) \cup B_1(j)$),

$$G_{q0}^{(l,c)} = \int_{CB_l} g_q^{(l)} d\varphi, \quad l=1,2,\dots,K, q=1,2,\dots,P_l, \tag{2.82}$$

$$G_{qn}^{(l,j,c)} = \int_{CB_l} g_q^{(l)} \cos \left(n \xi_j \left(\varphi - \varphi_0^{(j)} \right) \right) d\varphi, \tag{2.83}$$

$j=1,2,\dots,J, l \in B_0(j) \cup B_1(j), q=1,2,\dots,P_l, n=1,2,\dots,M_e^{(j)}$,

$$G_{qn}^{(l,j,s)} = \int_{CB_l} g_q^{(l)} \sin \left(n \xi_j \left(\varphi - \varphi_0^{(j)} \right) \right) d\varphi, \tag{2.84}$$

$j=1,2,\dots,J, l \in B_0(j) \cup B_1(j), q=1,2,\dots,P_l, n=1,2,\dots,M_e^{(j)}$.

Підставляючи в рівняння (2.81), розділене на 2, зображення (2.77)-(2.79) для коефіцієнтів, отримуємо систему однорідних рівнянь для знаходження поперечного хвильового числа χ і невідомих коефіцієнтів $\left\{c_p^{(i)}\right\}_{p=1}^{P_i}$

$$\begin{aligned} & \sum_{j=0}^1 \frac{(-1)^j}{\Delta \varphi_{s_j(t)}} \left\{ \frac{1}{2} \bar{G}_0^{(l,c)} \sum_{r=0}^1 \left(r \left(1 - \delta_{i(s_j(t)),CS} \right) \left(1 - \delta_{i(s_j(t)),XS} \right) + (1-r) \delta_{i(s_j(t)),X} \right) W_{e,0}^{(s_j(t),r)} \sum_{i \in B_r(s_j(t))} \left[\bar{F}_0^{(i,c)} \right]^T \bar{c}^{(i)} + \right. \\ & \mathbf{G}^{(l,s_j(t),c)} \sum_{r=0}^1 \left(r \left(1 - \delta_{i(s_j(t)),CS} \right) \left(1 - \delta_{i(s_j(t)),XS} \right) + (1-r) \delta_{i(s_j(t)),X} \right) \mathbf{W}_e^{(s_j(t),r)} \sum_{i \in B_r(s_j(t))} \left[\mathbf{F}^{(i,s_j(t),c)} \right]^T \bar{c}^{(i)} + \\ & \left. \mathbf{G}^{(l,s_j(t),s)} \sum_{r=0}^1 \left(r + (1-r) \left(1 - \delta_{i(s_j(t)),C} \right) \left(1 - \delta_{i(s_j(t)),CS} \right) \right) \mathbf{W}_e^{(s_j(t),r)} \sum_{i \in B_r(s_j(t))} \left[\mathbf{F}^{(i,s_j(t),s)} \right]^T \bar{c}^{(i)} \right\} = 0, \\ & l = 1, 2, \dots, K. \end{aligned} \quad (2.85)$$

Тут позначено

$$W_{e,0}^{(j,r)} = U_{e,0}^{(j,1-r)'} (\chi R_l) \left[U_{e,0}^{(j,1-r)} (\chi R_r^{(j)}) \right]^{-1}, \quad j = 1, 2, \dots, J, r = 0, 1, \quad (2.86)$$

$$\mathbf{W}_e^{(j,r)} = \mathbf{U}_e^{(j,1-r)'} (\chi R_l) \left[\mathbf{U}_e^{(j,1-r)} (\chi R_r^{(j)}) \right]^{-1}, \quad j = 1, 2, \dots, J, r = 0, 1. \quad (2.87)$$

Після знаходження $\left\{c_p^{(i)}\right\}_{p=1}^{P_i}$ коефіцієнти в зображеннях мод обчислюються за формулами (2.77)-(2.79). Потім моди нормуються так, щоб виконувалася рівність (2.17).

2.1.3.2. Н-хвилі

Як і в випадку E -хвиль прирівняємо на границях областей $\rho = R_i$, $\varphi \in CB_i$, $i = 1, 2, \dots, K$ значення потенціалу $\psi_h \sim H_z$ і його частинну похідну $\frac{\partial \psi_h}{\partial \rho} \sim E_\varphi$.

Умову спряження потенціалу ψ_h на відрізку $\{R_i\} \times CB_i$ будемо проєкціювати на систему функцій $\{g_p^{(i)}(\varphi)\}_{p=1}^{P_i}$, що має наступні властивості:

1. $\{g_p^{(i)}(\varphi)\}_{p=1}^{\infty}$ мають утворювати повну систему функцій в L_2 ;
2. $g_p^{(i)}(\varphi)$ мають вести себе як $\text{const} + \underline{O}(|\vec{r}|^{2/3})$ поблизу ребер;
3. $g_p^{(i)}(\varphi)$ мають вести себе як $\underline{O}(1)$ поблизу електричних стінок $\varphi = \text{const}$;
4. $g_p^{(i)}(\varphi)$ мають вести себе як $\underline{O}(|\vec{r}|)$ поблизу магнітних стінок $\varphi = \text{const}$.

Умову спряження нормальної похідної потенціалу $\frac{\partial \psi_h}{\partial \rho} \sim E_\varphi$ будемо проєкціювати на систему функцій $\{f_p^{(i)}(\varphi)\}_{p=1}^{P_i}$, що має наступні властивості:

1. $\{f_p^{(i)}(\varphi)\}_{p=1}^{\infty}$ має утворювати повну систему функцій в L_2 ;
2. $f_p^{(i)}(\varphi)$ має зростати як $\underline{O}(|\vec{r}|^{-1/3})$ поблизу ребер;
3. $f_p^{(i)}(\varphi)$ має вести себе як $\underline{O}(1)$ поблизу електричних стінок $\varphi = \text{const}$;
4. $f_p^{(i)}(\varphi)$ має вести себе як $\underline{O}(|\vec{r}|)$ поблизу магнітних стінок $\varphi = \text{const}$.

Перераховані вимоги на проєкційні функції передають властивості компонент H_z і E_φ , таким чином, покращуючи збіжність з ростом P_i .

На кожній спільній границі $\{R_i\} \times CB_i$, $i=1,2,\dots,K$ представимо частинну похідну потенціалу $\frac{\partial \psi_h}{\partial \rho}$ у вигляді розкладання в ряд по системі функцій

$$\left\{ f_p^{(i)} \right\}_{p=0}^{P_i} :$$

$$\frac{1}{\chi} \frac{\partial \psi_h}{\partial \rho}(R_i, \varphi) = \frac{1}{\chi} \frac{\partial \psi_h^{(i)}}{\partial \rho}(\varphi) = \sum_{p=1}^{P_i} c_p^{(i)} f_p^{(i)}(\varphi), \quad \varphi \in CB_i, \quad i=1,2,\dots,K. \quad (2.88)$$

Для кожної області $j=1,2,\dots,J$ отримуємо умови спряження частинної похідної потенціалу

$$\frac{1}{\chi} \frac{\partial \psi_h}{\partial \rho}(R_0^{(j)}, \varphi) = \sum_{i \in B_0(j)} 1_{CB_i}(\varphi) \frac{1}{\chi} \frac{\partial \psi_h^{(i)}}{\partial \rho}(\varphi) = \sum_{i \in B_0(j)} 1_{CB_i}(\varphi) \sum_{p=1}^{P_i} c_p^{(i)} f_p^{(i)}(\varphi), \quad (2.89)$$

$$\frac{1}{\chi} \frac{\partial \psi_h}{\partial \rho}(R_1^{(j)}, \varphi) = \sum_{i \in B_1(j)} 1_{CB_i}(\varphi) \frac{1}{\chi} \frac{\partial \psi_h^{(i)}}{\partial \rho}(\varphi) = \sum_{i \in B_1(j)} 1_{CB_i}(\varphi) \sum_{p=1}^{P_i} c_p^{(i)} f_p^{(i)}(\varphi). \quad (2.90)$$

Підставляючи в (2.89), (2.90) зображення (2.50) і (2.51), отримуємо

$$\begin{aligned} & -A_0^{(j,1)} U_{h,0}^{(j,1)'}(\chi R_0^{(j)}) + \\ & \sum_{n=1}^{M_h^{(j)}} U_{h,n}^{(j,1)'}(\chi R_0^{(j)}) \left[-A_n^{(j,1)} \cos(n\xi_j(\varphi - \varphi_0^{(j)})) + B_n^{(j,1)} \sin(n\xi_j(\varphi - \varphi_0^{(j)})) \right] \\ & = \sum_{i \in B_0(j)} 1_{CB_i}(\varphi) \sum_{p=1}^{P_i} c_p^{(i)} f_p^{(i)}(\varphi), \quad j=1,2,\dots,J, \end{aligned} \quad (2.91)$$

$$\begin{aligned} & -A_0^{(j,0)} U_{h,0}^{(j,0)'}(\chi R_1^{(j)}) + \\ & \sum_{n=1}^{M_h^{(j)}} U_{h,n}^{(j,0)'}(\chi R_1^{(j)}) \left[-A_n^{(j,0)} \cos(n\xi_j(\varphi - \varphi_0^{(j)})) + B_n^{(j,0)} \sin(n\xi_j(\varphi - \varphi_0^{(j)})) \right] = \\ & \sum_{i \in B_1(j)} 1_{CB_i}(\varphi) \sum_{p=1}^{P_i} c_p^{(i)} f_p^{(i)}(\varphi), \quad j=1,2,\dots,J. \end{aligned} \quad (2.92)$$

Помножимо рівняння (2.91) і (2.92) на ортогональні функції $\cos\left(n\xi_j\left(\varphi-\varphi_0^{(j)}\right)\right)$, $n=0,1,\dots,M_h^{(j)}$, $\sin\left(n\xi_j\left(\varphi-\varphi_0^{(j)}\right)\right)$, $n=1,2,\dots,M_h^{(j)}$ і про інтегруємо результат на інтервалі $\varphi \in \left(\varphi_0^{(j)}, \varphi_1^{(j)}\right)$. Отримуємо

$$A_0^{(j,0)} = -\frac{1}{\Delta\varphi_j} \frac{1}{U_{h,0}^{(j,0)'}\left(\chi R_1^{(j)}\right)} \sum_{i \in B_1(j)} \sum_{p=1}^{P_i} c_p^{(i)} F_{p0}^{(i,c)}, \quad j=1,2,\dots,J, \quad (2.93)$$

$$A_0^{(j,1)} = -\frac{1}{\Delta\varphi_j} \frac{1}{U_{h,0}^{(j,1)'}\left(\chi R_0^{(j)}\right)} \sum_{i \in B_0(j)} \sum_{p=1}^{P_i} c_p^{(i)} F_{p0}^{(i,c)}, \quad j=1,2,\dots,J, \quad (2.94)$$

$$A_n^{(j,0)} = -\frac{2}{\Delta\varphi_j} \frac{1}{U_{h,n}^{(j,0)'}\left(\chi R_1^{(j)}\right)} \sum_{i \in B_1(j)} \sum_{p=1}^{P_i} c_p^{(i)} F_{pn}^{(i,j,c)}, \quad j=1,2,\dots,J, n=1,2,\dots,M_h^{(j)}, \quad (2.95)$$

$$A_n^{(j,1)} = -\frac{2}{\Delta\varphi_j} \frac{1}{U_{h,n}^{(j,1)'}\left(\chi R_0^{(j)}\right)} \sum_{i \in B_0(j)} \sum_{p=1}^{P_i} c_p^{(i)} F_{pn}^{(i,j,c)}, \quad j=1,2,\dots,J, n=1,2,\dots,M_h^{(j)}, \quad (2.96)$$

$$B_n^{(j,0)} = \frac{2}{\Delta\varphi_j} \frac{1}{U_{h,n}^{(j,0)'}\left(\chi R_1^{(j)}\right)} \sum_{i \in B_1(j)} \sum_{p=1}^{P_i} c_p^{(i)} F_{pn}^{(i,j,c)}, \quad j=1,2,\dots,J, n=1,2,\dots,M_h^{(j)}. \quad (2.97)$$

$$B_n^{(j,1)} = \frac{2}{\Delta\varphi_j} \frac{1}{U_{h,n}^{(j,1)'}\left(\chi R_0^{(j)}\right)} \sum_{i \in B_0(j)} \sum_{p=1}^{P_i} c_p^{(i)} F_{pn}^{(i,j,s)}, \quad j=1,2,\dots,J, n=1,2,\dots,M_h^{(j)}, \quad (2.98)$$

де

$$F_{p0}^{(i,c)} = \int_{CB_i} f_p^{(i)}(\varphi) d\varphi, \quad i=1,2,\dots,K, p=1,\dots,P_i, \quad (2.99)$$

$$F_{pn}^{(i,j,c)} = \int_{CB_i} f_p^{(i)}(\varphi) \cos\left(n\xi_j\left(\varphi-\varphi_0^{(j)}\right)\right) d\varphi, \quad (2.100)$$

$$j=1,2,\dots,J, i \in B_0(j) \cup B_1(j), p=1,2,\dots,P_i, n=0,1,\dots,M_h^{(j)},$$

$$F_{pn}^{(i,j,s)} = \int_{CB_i} f_p^{(i)}(\varphi) \sin\left(n\xi_j(\varphi - \varphi_0^{(j)})\right) d\varphi, \quad (2.101)$$

$$j = 1, 2, \dots, J, i \in B_0(j) \cup B_1(j), p = 1, 2, \dots, P_i, n = 1, 2, \dots, M_h^{(j)}.$$

Рівняння (2.93)-(2.98) однозначно визначають невідомі коефіцієнти в зображенні потенціалу в області S_j . Запишемо ці рівняння в матричному вигляді, окремо виписавши скалярне рівняння для $A_0^{(j,r)}$. Отримуємо

$$A_0^{(j,r)} = -\frac{1}{\Delta\varphi_j} \frac{1}{U_{h,0}^{(j,r)'}\left(\chi R_{1-r}^{(j)}\right)} \sum_{i \in B_{1-r}(j)} \left[F_0^{(i,c)}\right]^T \vec{c}^{(i)}, \quad j = 1, 2, \dots, J, r = 0, 1, \quad (2.102)$$

$$\vec{A}^{(j,r)} = -\frac{2}{\Delta\varphi_j} \left[U_h^{(j,r)'}\left(\chi R_{1-r}^{(j)}\right)\right]^{-1} \sum_{i \in B_{1-r}(j)} \left[\mathbf{F}^{(i,j,c)}\right]^T \vec{c}^{(i)}, \quad j = 1, 2, \dots, J, r = 0, 1, \quad (2.103)$$

$$\vec{B}^{(j,r)} = \frac{2}{\Delta\varphi_j} \left[U_h^{(j,r)'}\left(\chi R_{1-r}^{(j)}\right)\right]^{-1} \sum_{i \in B_{1-r}(j)} \left[\mathbf{F}^{(i,j,s)}\right]^T \vec{c}^{(i)}, \quad j = 1, 2, \dots, J, r = 0, 1, \quad (2.104)$$

де

$\vec{A}^{(j,r)}$ - вектора невідомих коефіцієнтів $A_n^{(j,r)}$, $n = 1, 2, \dots, M_h^{(j)}$ ($j = 1, 2, \dots, J, r = 0, 1$),

$\vec{B}^{(j,r)}$ - вектора невідомих коефіцієнтів $B_n^{(j,r)}$, $n = 1, 2, \dots, M_h^{(j)}$ ($j = 1, 2, \dots, J, r = 0, 1$),

$\vec{c}^{(i)}$ - вектора невідомих коефіцієнтів $c_p^{(i)}$, $p = 1, 2, \dots, P_i$ ($i = 1, 2, \dots, K$),

$U_h^{(j,r)'}\left(\chi R_{1-r}^{(j)}\right) = \text{diag}\left\{U_{h,1}^{(j,r)'}\left(\chi R_{1-r}^{(j)}\right), U_{h,2}^{(j,r)'}\left(\chi R_{1-r}^{(j)}\right), \dots, U_{h,M_h^{(j)}}^{(j,r)'}\left(\chi R_{1-r}^{(j)}\right)\right\}$ - діагональна

матриця розміру $M_h^{(j)} \times M_h^{(j)}$ ($j = 1, 2, \dots, J, r = 0, 1$),

$\vec{F}_0^{(i,c)}$ - вектора значень $F_{p0}^{(i,c)}$, $p = 1, 2, \dots, P_i$ ($i = 1, 2, \dots, K$),

$\mathbf{F}^{(i,j,c)} = \left\{F_{pn}^{(i,j,c)}\right\}_{p=1, n=1}^{P_i, M_h^{(j)}}$, $\mathbf{F}^{(i,j,s)} = \left\{F_{pn}^{(i,j,s)}\right\}_{p=1, n=1}^{P_i, M_h^{(j)}}$ - прямокутні матриці розміру

$P_i \times M_h^{(j)}$ ($j = 1, 2, \dots, J, i \in B_0(j) \cup B_1(j)$),

Тепер запишемо умови спряження для потенціалу $\psi_h \sim H_z$ на кожній спільній границі

$$\psi_h^{(s_0(l))}(R_l, \varphi) = \psi_h^{(s_1(l))}(R_l, \varphi), \quad \varphi \in CB_l, l = 1, 2, \dots, K. \quad (2.105)$$

Підставляючи в рівняння (2.105) зображення (2.46), після проєкціювання на систему функцій $\{g_q^{(l)}\}_{q=1}^{P_l}$, отримуємо у матричному вигляді

$$\begin{aligned} & -\vec{G}_0^{(l,c)} \sum_{r=0}^1 U_{h,0}^{(s_0(l),r)}(\chi R_l) A_0^{(s_0(l),r)} - \mathbf{G}^{(l,s_0(l),c)} \sum_{r=0}^1 \mathbf{U}_h^{(s_0(l),r)}(\chi R_l) \vec{A}^{(s_0(l),r)} + \\ & \mathbf{G}^{(l,s_0(l),s)} \sum_{r=0}^1 \mathbf{U}_h^{(s_0(l),r)}(\chi R_l) \vec{B}^{(s_0(l),r)} = \\ & -\vec{G}_0^{(l,c)} \sum_{r=0}^1 U_{h,0}^{(s_1(l),r)}(\chi R_l) A_0^{(s_1(l),r)} - \mathbf{G}^{(l,s_1(l),c)} \sum_{r=0}^1 \mathbf{U}_h^{(s_1(l),r)}(\chi R_l) \vec{A}^{(s_1(l),r)} + \\ & \mathbf{G}^{(l,s_1(l),s)} \sum_{r=0}^1 \mathbf{U}_h^{(s_1(l),r)}(\chi R_l) \vec{B}^{(s_1(l),r)}, \quad l = 1, 2, \dots, K, \end{aligned} \quad (2.106)$$

де

$\mathbf{U}_h^{(j,r)}(\chi R_l) = \text{diag} \left\{ U_{h,1}^{(j,r)}(\chi R_l), U_{h,2}^{(j,r)}(\chi R_l), \dots, U_{h,M_h^{(j)}}^{(j,r)}(\chi R_l) \right\}$ - діагональна матриця

розміру $M_h^{(j)} \times M_h^{(j)}$ ($j = 1, 2, \dots, J, r = 0, 1$),

$\vec{G}_0^{(l,c)}$ - вектор значень $G_{q0}^{(l,c)}$, $q = 1, 2, \dots, P_l$ ($l = 1, 2, \dots, K$),

$\mathbf{G}^{(l,j,c)} = \left\{ G_{qn}^{(l,j,c)} \right\}_{q=1, n=1}^{P_l, M_h^{(j)}}$, $\mathbf{G}^{(l,j,s)} = \left\{ G_{qn}^{(l,j,s)} \right\}_{q=1, n=1}^{P_l, M_h^{(j)}}$ - прямокутні матриці розміру

$P_l \times M_h^{(j)}$ ($j = 1, 2, \dots, J, l \in B_0(j) \cup B_1(j)$),

$$G_{q0}^{(l,c)} = \int_{CB_l} g_q^{(l)} d\varphi, \quad l = 1, 2, \dots, K, q = 1, 2, \dots, P_l, \quad (2.107)$$

$$G_{qn}^{(l,j,c)} = \int_{CB_i} g_q^{(l)} \cos\left(n\xi_j\left(\varphi - \varphi_0^{(j)}\right)\right) d\varphi, \quad (2.108)$$

$$j = 1, 2, \dots, J, l \in B_0(j) \cup B_1(j), q = 1, 2, \dots, P_l, n = 1, 2, \dots, M_h^{(j)},$$

$$G_{qn}^{(l,j,s)} = \int_{CB_i} g_q^{(l)} \sin\left(n\xi_j\left(\varphi - \varphi_0^{(j)}\right)\right) d\varphi, \quad (2.109)$$

$$j = 1, 2, \dots, J, l \in B_0(j) \cup B_1(j), q = 1, 2, \dots, P_l, n = 1, 2, \dots, M_h^{(j)}.$$

Підставляючи в рівняння (2.106), розділене на 2, зображення (2.102)-(2.104), отримуємо систему однорідних рівнянь для знаходження поперечного хвильового числа χ і невідомих коефіцієнтів $\left\{c_p^{(i)}\right\}_{p=1}^{P_i}$

$$\begin{aligned} & \sum_{j=0}^1 \frac{(-1)^j}{\Delta\varphi_{s_j(l)}} \left\{ \frac{1}{2} \tilde{G}_0^{(l,c)} \sum_{r=0}^1 \left(1 + (1-r) \left(1 - \delta_{i(s_j(l)),c} \right) \left(1 - \delta_{i(s_j(l)),CS} \right) \right) \mathbf{W}_{h,0}^{(s_j(l),r)} \sum_{i \in B_r(s_j(l))} \left[F_0^{(i,c)} \right]^T \bar{c}^{(i)} + \right. \\ & \mathbf{G}^{(l,s_j(l),c)} \sum_{r=0}^1 \left(1 + (1-r) \left(1 - \delta_{i(s_j(l)),c} \right) \left(1 - \delta_{i(s_j(l)),CS} \right) \right) \mathbf{W}_h^{(s_j(l),r)} \sum_{i \in B_r(s_j(l))} \left[\mathbf{F}^{(i,s_j(l),c)} \right]^T \bar{c}^{(i)} + \\ & \left. \mathbf{G}^{(l,s_j(l),s)} \sum_{r=0}^1 \left(r \left(1 - \delta_{i(s_j(l)),CS} \right) \left(1 - \delta_{i(s_j(l)),XS} \right) + (1-r) \delta_{i(s_j(l)),X} \right) \mathbf{W}_h^{(s_j(l),r)} \sum_{i \in B_r(s_j(l))} \left[\mathbf{F}^{(i,s_j(l),s)} \right]^T \bar{c}^{(i)} \right\} = 0, \end{aligned} \quad (2.110)$$

$$l = 1, 2, \dots, K.$$

Тут позначено

$$W_{h,0}^{(j,r)} = U_{h,0}^{(j,1-r)} \left(\chi R_l \right) \left[U_{h,0}^{(j,1-r)'} \left(\chi R_r \right) \right]^{-1}, \quad j = 1, 2, \dots, J, r = 0, 1, \quad (2.111)$$

$$\mathbf{W}_h^{(j,r)} = \mathbf{U}_h^{(j,1-r)} \left(\chi R_l \right) \left[\mathbf{U}_h^{(j,1-r)'} \left(\chi R_r \right) \right]^{-1}, \quad j = 1, 2, \dots, J, r = 0, 1. \quad (2.112)$$

Після знаходження $\left\{c_p^{(i)}\right\}_{p=1}^{P_i}$ коефіцієнти в зображеннях мод обчислюються за формулами (2.102)-(2.104). Потім моди нормуються так, щоб виконувалася рівність (2.17).

2.1.4 Чисельні приклади

Як приклад розглянемо хвилевід, який використовується в обертачах площини поляризації (рис. 2.3). Тут часткові області поперечного перерізу виділені і пронумеровані. На рис. 2.4 показано розподіл полів пари мод цього хвилеводу: перша TE -мода (рис. 2.4а) і перша TM -мода (рис. 2.4б). Кольорові стрілки позначають напрямок і амплітуду поперечного електричного поля. Колір заповнення рис. 2.4б представляє амплітуду компоненти E_z .

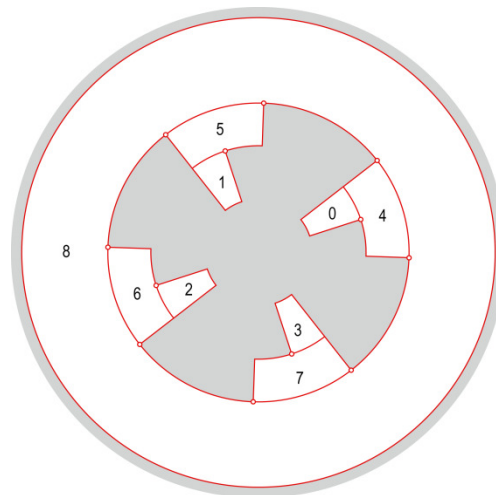


Рисунок 2.3 - Приклад перерізу хвилеводу з координатними границями в циліндричній системі координат

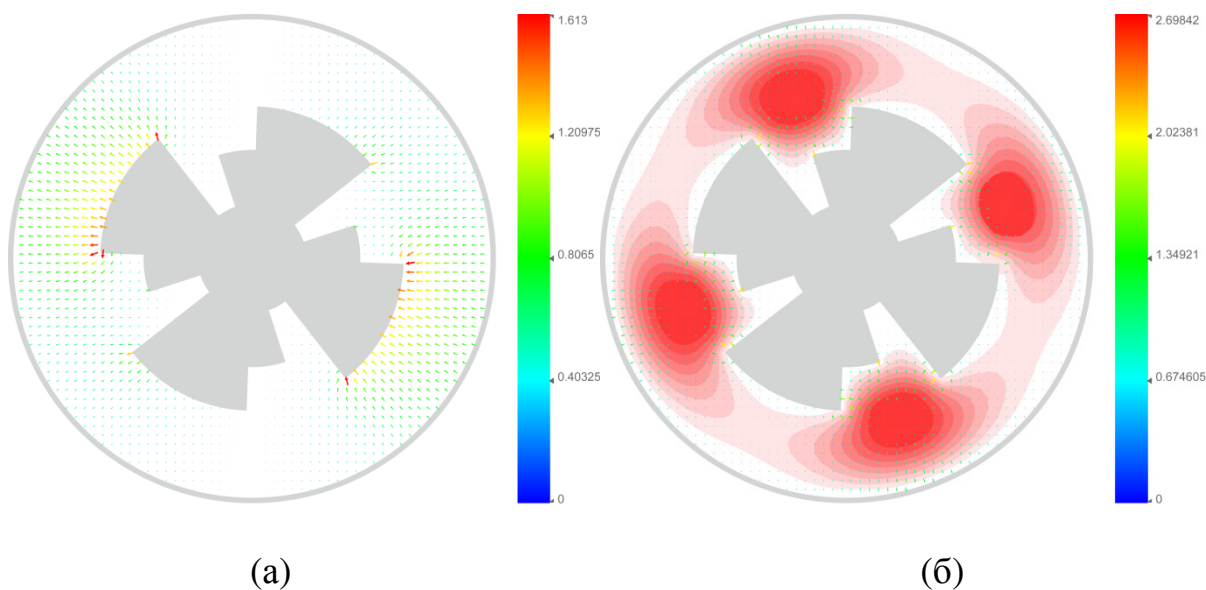


Рисунок 2.4 - Розподіл полів для мод хвилеводу, зображеного на рис. 1.3: а) перша TE -мода, б) перша TM -мода

2.2 Ступінчаста апроксимація як інструмент для розрахунку базисів власних мод хвилеводів з довільними границями

В цьому підрозділі описано алгоритм побудови ступінчастої апроксимації границі довільного перерізу. Він дозволяє апроксимувати границі довільного хвилеводу границями в декартовій системі координат.

Нехай криву задано параметрично:

$$\begin{cases} x = x(t), \\ y = y(t), \quad t \in [0, \Gamma]. \end{cases}$$

Будемо називати ступінчастою апроксимацією наближення кривої ламаною лінією, що містить тільки горизонтальні і вертикальні границі. Потрібно знайти ступінчасту апроксимацію так, щоб площі, обмежені кривою і її набли-

женням були однаковими. Для визначення площі крива повинна бути замкнутою, однак розімкнуту криву і її ступінчасту апроксимацію завжди можна замкнути вертикальними і горизонтальними гранями.

Додатковою вимогою є збереження дзеркальної симетрії відносно вертикальних і горизонтальних осей.

2.2.1 Узагальнення поняття сегмента. Види сегментів. Площа сегмента

Сегментом зазвичай називають частину круга, обмежену дугою і її хордою. Узагальнимо це визначення. Будемо розуміти під сегментом область, обмежену дугою довільної кривої і однією або двома гранями, спрямованими по горизонталі або по вертикалі (рис.2.5). Сегмент з однією гранню будемо називати одногранним (рис.2.5а, б), з двома гранями - двогранним (рис.2.5в, г).

Дуга сегмента з'єднує дві точки кривої з параметрами t_0 і t_1 , не перетинаючи лінії граней сегмента. Так області, зображені на рис. 2.6 не є сегментами.

Будемо характеризувати кожен сегмент напрямком границі, що виходить з початку дуги. На рис. 2.5а,в зображені горизонтальні сегменти (з горизонтальною штрихуванням), на рис. 2.5б,г - вертикальні сегменти (з вертикальним штрихуванням). Крім того сегмент характеризується шириною $dx = x_1 - x_0$ і висотою $dy = y_1 - y_0$, де позначено $x_0 = x(t_0)$, $x_1 = x(t_1)$, $y_0 = y(t_0)$, $y_1 = y(t_1)$. Очевидно, що ці величини можуть бути негативними. Висота одногранного горизонтального сегмента і ширина одногранного вертикального сегмента дорівнюють нулю.

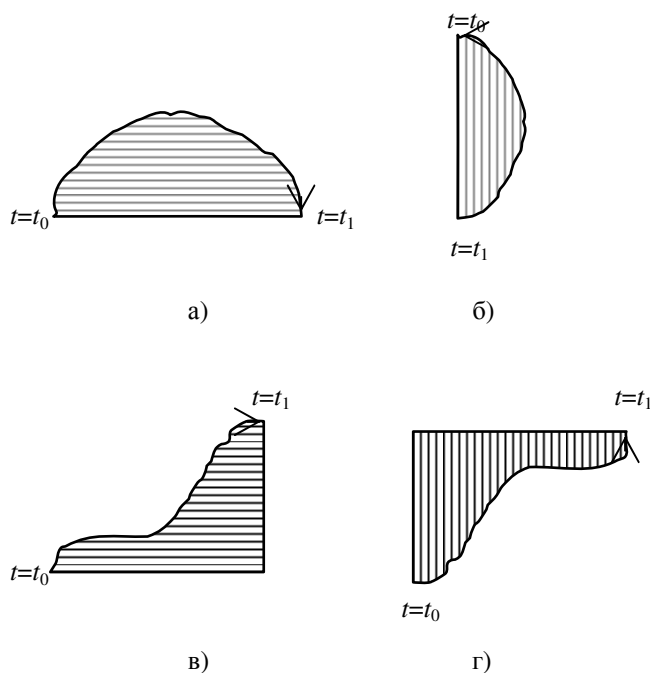


Рисунок 2.5 – Види сегментів

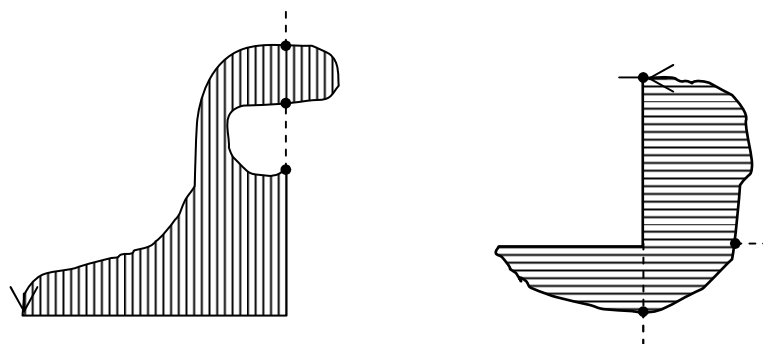


Рисунок 2.6 – Области, які не є сегментами

Сегмент являє собою однозв'язну замкнуту область. Будемо називати площею сегмента величину, рівну по модулю площі обмеженої області. Знак визначається за напрямком обходу контуру. Якщо дуга сегмента обходить його в позитивному напрямку, тобто область залишається зліва, площа сегмента позитивна. В іншому випадку вона негативна. Площі сегментів на рис.2.5б, г позитивні, а на рис.2.5а, в негативні.

Площа сегмента розраховується за формулами

$$S(t_0, t_1) = \int_{t_0}^{t_1} x(t) \dot{y}(t) dt + (y_0 - y_1) x_1 \text{ для горизонтального сегмента,}$$

$$S(t_0, t_1) = - \int_{t_0}^{t_1} y(t) \dot{x}(t) dt - (x_0 - x_1) y_1 \text{ для вертикального сегмента.}$$

Тепер задачу можна переформулювати наступним чином. Потрібно розбити криву на сегменти, так щоб сума їх площ дорівнювала нулю.

2.2.2 Ступінчаста апроксимація двогранного сегмента.

Двогранні сегменти можна апроксимувати сходиною двома способами рис.2.7. Перший використовує сходинок з двома вертикальними гранями і горизонтальною середньою гранню з ординатою \tilde{y} . Будемо називати її горизонтальною сходиною. Другий спосіб використовує вертикальну сходинок, яка має вертикальну середню грань з абсцисою \tilde{x} .

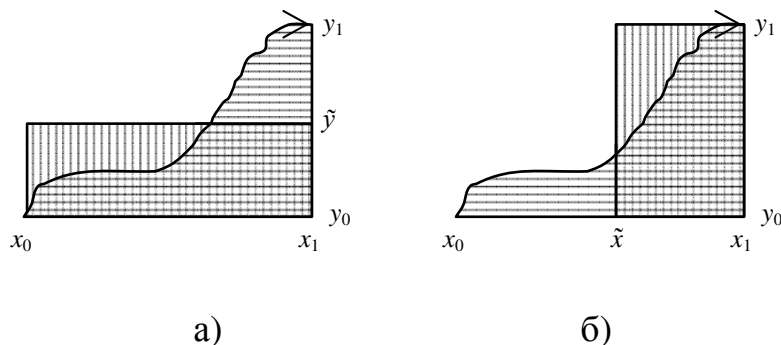


Рисунок 2.7 – Ступінчаста апроксимація опуклого горизонтального двогранного сегмента: а) горизонтальна сходинок; б) вертикальна сходинок

Площа сходинок визначається так само як і площа сегмента з заміною дуги кривої ступінчастою апроксимацією. У разі горизонтального сегмента вона розраховується за формулами

$$\tilde{S} = (y_0 - \tilde{y}) dx \text{ для горизонтальної сходинок,}$$

$$\tilde{S} = (\tilde{x} - x_1) dy \text{ для вертикальної сходинок.}$$

У разі вертикального сегмента (рис.2.8)

$$\tilde{S} = (y_1 - \tilde{y}) dx \text{ для горизонтальної сходинок,}$$

$$\tilde{S} = (\tilde{x} - x_0) dy \text{ для вертикальної сходинок.}$$

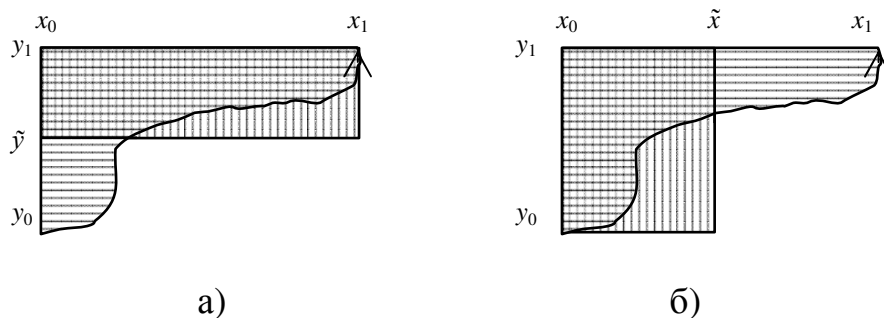


Рисунок 2.8 – Ступінчаста апроксимація опуклого вертикального двогранного сегмента: а) горизонтальна сходинок; б) вертикальна сходинок

Положення сходинок визначається з умови рівності площ сходинок і сегмента $\tilde{S} = S$. Отримуємо

$$\tilde{x} = x_1 + S/dy, \quad \tilde{y} = y_0 - S/dx \text{ для горизонтального сегмента,} \quad (2.113)$$

$$\tilde{x} = x_0 + S/dy, \quad \tilde{y} = y_1 - S/dx \text{ для вертикального сегмента.} \quad (2.114)$$

Сходинок додає дві нові грані. Вони перетинаються з кривою. Повинна бути принаймні одна точка перетину. Хоча їх може бути і більше. У горизонтальній сходинок визначаються точки перетину з вертикальною гранню CD (містить першу грань для горизонтального сегмента і останню для вертикального) і

прямою AB , що містить горизонтальну грань (рис.2.9а). У вертикальній сходинки виділяються точки перетину кривої з прямою AB , що містить вертикальну грань, і з горизонтальним променем CD (містить останню грань для горизонтального сегмента і першу для вертикального) (рис. 2.9б). Обов'язково повинна бути точка перетину з променем AB . В іншому випадку вибирається інша сходинка. Випадок, коли крива не перетинає цей промінь ні у горизонтальній, ні у вертикальній сходинки неможливий. Точки нумеруються таким чином, щоб значення параметра збільшувалося від точки до точки. Кожні дві сусідні точки перетину включаючи початок і кінець дуги сегмента утворюють новий сегмент. Напрямок кожного сегмента залежить від того, на якій прямій границі лежить початок його дуги. Якщо грань горизонтальна, то і сегмент горизонтальний, і навпаки.

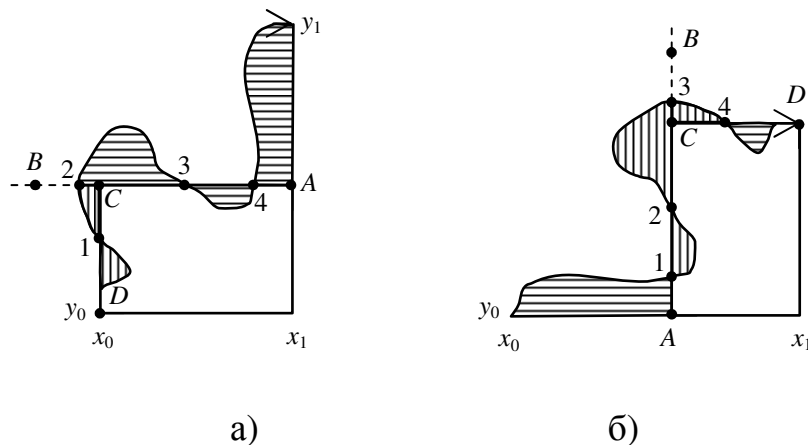


Рисунок 2.9 – Нумерація точок перетину сходинки з кривою, що апроксимується: а) горизонтальна сходинка; б) вертикальна сходинка

Описаний алгоритм вибору і нумерації точок перетину гарантує те, що сума площ нових сегментів буде дорівнювати нулю.

Яку з двох сходинок вибрати? Краще вибрати ту сходинку, яка утворює сегменти з меншими розкидом площ по модулю. Можна виразити мінімум мо-

дуля площі по всім новим сегментам в частках від максимуму і вибрати ту сходинку, для якої ця величина більша:

$$\frac{|S_{\min}|}{|S_{\max}|} \rightarrow \max. \quad (2.115)$$

Однак часто розкид модулів площ буде однаковим, оскільки якщо сегмент породжує тільки два підсегменти, то їх площі будуть однаковими по модулю і різними за знаком. Тоді потрібно вибрати ту сходинку, яка утворює сегменти з меншою за модулем площею:

$$|S_{\max}| \rightarrow \min. \quad (2.116)$$

Потрібно домовитися вибрати один певний вид сходинок, наприклад, горизонтальну, якщо обидві сходинки дають один і той же результат за обома критеріями (2.115), (2.116). Це гарантує збереження симетрії ступінчастої апроксимації для кривих з вертикальними і горизонтальними площинами симетрії.

2.2.3 Розбиття одногранного сегмента на підсегменти

При апроксимації одногранного сегмента додаються фіктивні вузли в точках перетину кривої з прямою, що проходить через середину сегмента. Вони нумеруються в порядку збільшення параметра, розбиваючи сегмент на нові сегменти (рис.2.10). Ці вузли вважаються фіктивними, оскільки не додають сходинок до ступінчастої апроксимації. Якщо не потрібне подальше розбиття підсегментів одногранного сегмента, то всі фіктивні вузли будуть видалені.

Сума площ підсегментів при описаному розбитті залишається рівною сумі вихідного сегмента.

Так на рис.2.10 вихідний сегмент розбитий точками на 6 підсегментів. Позначимо s_i , $i = 1, 2, \dots, 6$ площі областей, обмежених кривою і лінією, що містить фіктивні вузли. Ці області позначені на рисунку цифрами, обведеними в кружечки. Площа першого сегмента дорівнює $-s_1$, другого $s_4 + s_6$, третього s_5 , четвертого $-s_4$, п'ятого $-s_3 - s_5$, шостого $-s_2 - s_4 - s_6$. Сума площ дорівнює $-s_1 - s_2 - s_3 - s_4$ і збігається з площею первинного сегмента.

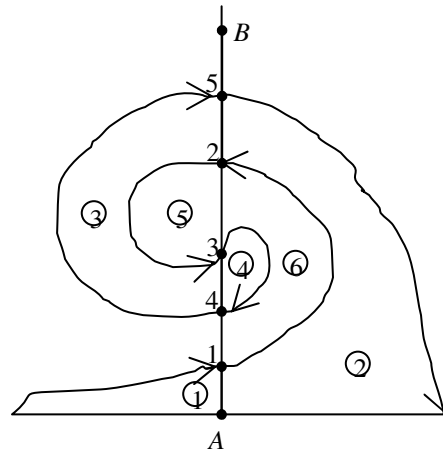


Рисунок 2.10 – Розбиття одногранного сегмента на підсегменти фіктивними вузлами

2.2.5 Ступінчаста апроксимація для проєктування поляризаторів у коаксіальному хвилеводі.

У даному підрозділі описано електромагнітну модель та чисельний алгоритм для аналізу гребінчастого коаксіального хвилевідного поляризатора. Використовуючи розроблені обчислювальні засоби, оптимізацію поляризатора для

X діапазону при різній кількості оптимізованих параметрів було проведено з метою знайти оптимальну конфігурацію, що забезпечує задані характеристики в межах смуги пропускання не менше 30%. Оскільки запропонована модель базується на поетапному наближенні контурів перерізу поляризатора ступінчастою апроксимацією, окрема увага приділяється проблемі достовірності отриманих результатів.

Розглянута конфігурація поляризатора та її геометричні параметри представлені на рис. 2.11 для випадку п'яти гребенів. У загальному випадку поляризатор складається з N гребенів, що мають однакову товщину t , довжини $r_n = r_{N+1-n}$, ширини зазорів $w_n = w_{N+1-n}$, та відстані між гребнями $l_n = l_{N-n}$, де $n = 1, 2, \dots, N/2$ для парних N і $n = 1, 2, \dots, (N-1)/2$ для непарних N .

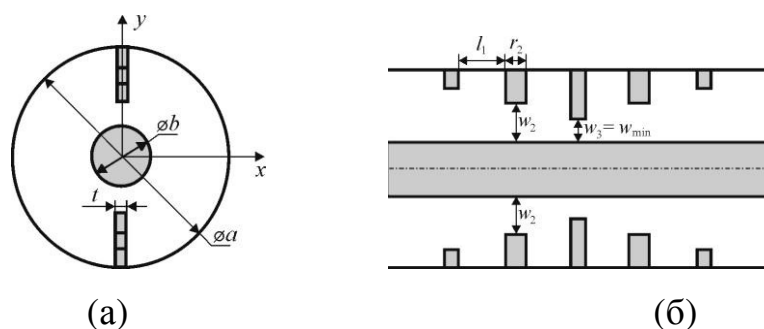


Рисунок 2.11 – Поперечний (а) та поздовжній (б) перерізи п'ятигребінчастого поляризатора у коаксіальному хвилеводі

Розрахунок повних базисів TE і TM мод (частот відсікання та власних функцій) для хвилеводів, границі яких неможливо описати в одній (циліндричній або декартовій) системі координат, є складною обчислювальною проблемою. У нашому випадку ми маємо кругові контури зовнішнього та внутрішнього провідників та прямокутні (нерадіальні) гребені. Щоб уникнути цієї труднощі, підхід, що базується на поетапному наближенні регулярних і гребінчастих круглих хвилеводів [66], було модифіковано для коаксіальних структур. Ступінчасту апроксимацію контуру коаксіального хвилеводу показано на рис. 2.12. Ширини

та висоти прямокутних областей, що утворюються, встановлені таким чином, щоб площі, обмежені первинним і апроксимованим контурами, були рівними. Подібне поетапне наближення виконується також для регулярного коаксіального хвилеводу з тими самими діаметрами a і b .

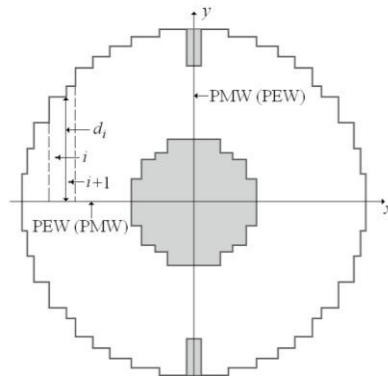


Рисунок 2.12 – Ступінчаста апроксимація гребінчастого коаксіального хвилеводу

Оскільки робочими модами є TE_{11}^y і TE_{11}^x , поляризовані вздовж осей Oy і Ox відповідно, два відповідні набори TE і TM мод розраховуються окремо. Перший набір включає всі моди, поперечні поля яких характеризуються вертикальною ідеальною магнітною (perfect magnetic wall (PMW)) та горизонтальною ідеальною електричною (perfect electric wall (PEW)) стінками, показаними на рис. 2.12, а другий має зворотній порядок таких стінок. Через це достатньо враховувати чверть перерізу хвилеводу з певними умовами на стінках.

Для розрахунку частот відсікання та власних функцій TE і TM мод у згаданих вище хвилеводах зі ступінчастими границями, ми використовуємо метод часткових областей (МЧО) та метод Гальоркіна. Поля в кожній з областей, отримані в результаті ступінчастого наближення, представлені у вигляді рядів Фур'є з стійних мод відповідного плоскопаралельного хвилеводу ширини d_i . Коли використовується МЧО, отримується однорідна система лінійних алгебраїчних рівнянь відносно амплітуд згаданих вище стійних мод. Нулями детермі-

нанта цієї системи є потрібні частоти відсікання відповідної хвилевідної секції фазообертача.

Таблиця 2.1 ілюструє достовірність результатів, отриманих із розробленим алгоритмом. Дані в таблиці 2.1 розраховано для перших 12 TE і TM мод в коаксіальному хвилеводі при $alb = 2,744$. Точні дані отримано з використанням відомих дисперсійних рівнянь для TE і TM мод. Результати МЧО обчислюються для кількості сходинок $M = 65$ та двох комбінацій умов на стінках симетрії: РМВ-РЕВ та РЕВ-РМВ, що відповідають модам з кутовими залежностями $\sin(n\varphi)$ і $\cos(n\varphi)$. Хоча частоти відсікання для обох комбінацій повинні бути однаковими, насправді вони різняться між собою (не більше ніж на 1%) і від точного значення ($\approx 1\%$ для TE_{11} моди). Це перший фактор, який може призвести до втрати точності при дизайні реального пристрою за допомогою розробленого наближеного алгоритму. Крім того, порядок послідовності деяких TM мод порушено (їх частоти відсікання підкреслено в таблиці 2.1).

Подібні висновки справедливі для алгоритмів, що базуються на методі Гальоркіна. При його використанні електричне поле в апертурі d_i між сусідніми областями (i і $i+1$ на рис. 2.17) представляються у вигляді рядів з функцій, що враховують поведінку поля біля ребер (поліноми Гегенбауера та тригонометричні функції з вагою, що відповідають прямокутному ребру [67]).

Точність розрахунку базисів мод та узагальненої S -матриці площинних зчленувань хвилеводів задається заданим значенням максимальної граничної частоти відсікання (f_{\max}), що визначає кількість розрахованих мод у всіх хвилевідних секціях як складових конфігурації поляризатора.

Таблиця 2.1 - Частоти відсікання у ГГц власних мод коаксіального хвилеводу, розраховані з точного рівняння та алгоритмом ступінчастої апроксимації

Моди	Точне значення	PMW-PEW	PEW-PMW
TE_{11}	6,0788	6,0188	6,0274
TE_{31}	16,7498	16,6459	16,6244
TM_{11}	20,6940	21,0218	20,9848
TE_{12}	21,9717	21,8756	21,9201
TE_{51}	25,9193	25,7015	25,7056
TM_{31}	26,9244	27,1396	27,1844
TE_{32}	30,5775	30,3776	30,2144
TE_{71}	34,6828	34,3488	34,2700
TM_{51}	35,6523	35,8652	35,8607
TM_{12}	40,3711	<u>41,0385</u>	<u>40,9634</u>
TE_{13}	40,9688	40,8194	40,9143
TE_{52}	41,8194	41,5991	41,5498

S -матриці поляризатора в цілому для обох поляризацій обчислюються за допомогою методу узагальнених матриць розсіяння з урахуванням поздовжньої симетрії поляризатора та з використанням повнохвильового солвера [25] як каскад двопортових хвилевідних з'єднань, повнохвильові S -матриці яких для TE і TM мод розраховуються за допомогою МЧО.

Дослідження зближення результатів із збільшенням f_{\max} показує, що отримані дані збігаються з графічною точністю при $f_{\max} > (12-15)f_0$, де f_0 є центральною частотою робочої смуги поляризатора.

Серед факторів, що впливають на точність розрахунку, слід зазначити кількість сходинок M наближення контурів перерізів поляризатора. Проведені дослідження показують, що ця кількість повинна бути $M > 60$.

2.3 Модифіковане дисперсійне рівняння для двошарового круглого хвилеводу

Круглі хвилеводи з діелектричним навантаженням широко використовуються в багатьох пристроях хвилевідних та антенних технологій. Наприклад, вони використовуються у фідері відбивної антени [58, 68] як діелектрична лінза. Кожен переріз цієї антени може включати круглий, діелектрично навантажений і коаксіальний хвилевід. Для розрахунку таких пристроїв методом часткових областей повинні бути відомі моди хвилеводів та інтегралів зв'язку між ними.

Доступна велика кількість статей та книг, присвячених їх розрахунку [57, 69, 70, 56]. У роботі [57] було показано, що стандартне характеристичне рівняння не можна застосовувати, коли швидкість хвилі близька до швидкості світла у нескінченному середовищі з матеріальними параметрами діелектричної вставки. У цьому випадку неможливо розрахувати характеристичну функцію з розумною точністю через граничні співвідношення. В роботі [57] було запропоновано розглянути ще одне характеристичне рівняння в околах критичних точок, де відношення циліндричних функцій замінюються їх асимптотичними поліноміальними зображеннями. При такому підході моди мають два зображення: у вигляді комбінацій функцій Бесселя поза критичними областями та в поліноміальній формі в критичних областях. Це вимагає розгалуження алгоритму, оскільки кількість формул для інтегралів зв'язку подвоюється. Крім того, узагальнення для випадку багатьох шарів діелектриків у круглому хвилеводі є проблематичним, оскільки кількість гілок алгоритму зростає зі збільшенням кількості шарів діелектрика.

Підхід, запропонований у цьому підрозділі, використовує альтернативні зображення для мод та характеристичного рівняння, що полегшують усунення особливостей.

2.3.1 Геометрія задачі та зображення для електромагнітних полів в циліндричній системі координат

Поперечний переріз хвилеводу, що розглядається, показано на рис. 2.13. Хвилевід заповнений матеріалом з відносною діелектричною проникністю ϵ_2 та відносною проникністю μ_2 і має діелектричну вставку з параметрами ϵ_1, μ_1 .

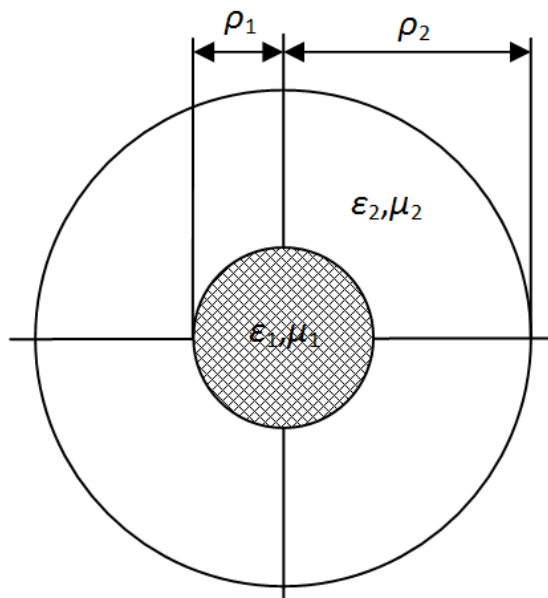


Рисунок 2.13 – Переріз двохшарового круглого хвилеводу. $\epsilon_1, \mu_1, \epsilon_2, \mu_2$ - відносні діелектричні і магнітні проникності середовищ

Нехай залежність від часу та координат φ і z задається множителем $\exp(i(n\varphi + \gamma z - \omega t))$, де γ - невідома постійна поширення. Випадок $n = 0$ тут не

розглядається, оскільки він принципово відрізняється (в цьому випадку гібридних хвиль немає).

Компоненти поздовжнього поля електромагнітних полів мають наступний вигляд

$$E_z(\rho) = \begin{cases} A_1 \frac{\gamma}{|\gamma|} J_n(\chi_1 \rho), & \rho \in [0, \rho_1], \\ A_2 \frac{\gamma}{|\gamma|} U_{n,0}(\chi_2, \rho_2, \rho), & \rho \in [\rho_1, \rho_2], \end{cases} \quad (2.117)$$

$$H_z(\rho) = \begin{cases} ia_1 J_n(\chi_1 \rho), & \rho \in [0, \rho_1], \\ ia_2 U_{n,1}(\chi_2, \rho_2, \rho), & \rho \in [\rho_1, \rho_2], \end{cases} \quad (2.118)$$

де

$$\chi_i = \sqrt{k_i^2 - \gamma^2}, \quad k_i = k_0 \sqrt{\varepsilon_i \mu_i}, \quad i=1,2, \quad k_0 = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}, \quad (2.119)$$

$$U_{n,0}(\chi, x, y) = Y_n(x\chi) J_n(y\chi) - J_n(x\chi) Y_n(y\chi), \quad (2.120)$$

$$U_{n,1}(\chi, x, y) = x\chi [Y'_n(x\chi) J_n(y\chi) - J'_n(x\chi) Y_n(y\chi)], \quad (2.121)$$

ε_0 та μ_0 - діелектрична та магнітна проникності вакууму.

Поперечні компоненти розраховуються за формулами

$$E_\rho(\rho) = \begin{cases} \frac{i\gamma}{\chi_1^2 \rho} \left[A_1 \frac{\gamma}{|\gamma|} \chi_1 \rho J'_n(\chi_1 \rho) - a_1 \frac{\gamma}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_1} \left(\frac{k_1}{\gamma} \right)^2 n J_n(\chi_1 \rho) \right], \\ \rho \in [0, \rho_1], \\ -\frac{i\gamma}{\chi_2^2 \rho} \left[A_2 \frac{\gamma}{|\gamma|} U_{n,1}(\chi_2, \rho, \rho_2) + \right. \\ \left. a_2 \frac{\gamma}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_2} \left(\frac{k_2}{\gamma} \right)^2 n U_{n,1}(\chi_2, \rho_2, \rho) \right], & \rho \in [\rho_1, \rho_2], \end{cases} \quad (2.122)$$

$$H_\rho(\rho) = \begin{cases} \frac{\gamma}{\chi_1^2 \rho} \left[A_1 \frac{\gamma^2}{|\gamma|} \frac{1}{\omega \mu_0 \mu_1} \left(\frac{k_1}{\gamma} \right)^2 n J_n(\chi_1 \rho) - a_1 \chi_1 \rho J_n'(\chi_1 \rho) \right], \\ \rho \in [0, \rho_1], \\ -\frac{\gamma}{\chi_2^2 \rho} \left[A_2 \frac{\gamma^2}{|\gamma|} \frac{1}{\omega \mu_0 \mu_2} \left(\frac{k_2}{\gamma} \right)^2 n U_{n,0}(\chi_2, \rho, \rho_2) - \right. \\ \left. a_2 U_{n,2}(\chi_2, \rho, \rho_2) \right], \quad \rho \in [\rho_1, \rho_2], \end{cases} \quad (2.123)$$

$$E_\varphi(\rho) = \begin{cases} -\frac{\gamma}{\chi_1^2 \rho} \left[A_1 \frac{\gamma}{|\gamma|} n J_n(\chi_1 \rho) - a_1 \frac{\omega \mu_0 \mu_1}{\gamma} \chi_1 \rho J_n'(\chi_1 \rho) \right], \rho \in [0, \rho_1], \\ \frac{\gamma}{\chi_2^2 \rho} \left[A_2 \frac{\gamma}{|\gamma|} n U_{n,0}(\chi_2, \rho, \rho_2) - \right. \\ \left. a_2 \frac{\omega \mu_0 \mu_2}{\gamma} U_{n,2}(\chi_2, \rho, \rho_2) \right], \quad \rho \in [\rho_1, \rho_2], \end{cases} \quad (2.124)$$

$$H_\varphi(\rho) = \begin{cases} \frac{i\gamma}{\chi_1^2 \rho} \left[A_1 \frac{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_1}{|\gamma|} \chi_1 \rho J_n'(\chi_1 \rho) - a_1 n J_n(\chi_1 \rho) \right], \rho \in [0, \rho_1], \\ -\frac{i\gamma}{\chi_2^2 \rho} \left[A_2 \frac{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_2}{|\gamma|} U_{n,1}(\chi_2, \rho, \rho_2) + \right. \\ \left. a_2 n U_{n,1}(\chi_2, \rho_2, \rho) \right], \quad \rho \in [\rho_1, \rho_2], \end{cases} \quad (2.125)$$

де

$$U_{n,2}(\chi, x, y) = xy\chi^2 [Y_n'(x\chi)J_n'(y\chi) - J_n'(x\chi)Y_n'(y\chi)]. \quad (2.126)$$

Коефіцієнт $\gamma/|\gamma|$ вводиться в (2.117), щоб зробити коефіцієнти A_i та a_i незалежними від знака γ . Дійсно, з формул (2.122)-(2.125) видно, що поперечні складові електричного поля парні, а поперечні складові магнітного поля непарні відносно γ . Це забезпечує поворот вектора Пойнтінга зі зміною знаку γ . Якщо

коефіцієнт $\gamma/|\gamma|$ у (2.117) видалити, то коефіцієнти A_i або a_i міняли б свій знак разом з γ .

2.3.2 Характеристичне рівняння

Характеристичне рівняння отримується з умови неперервності тангенціальних компонент електричного та магнітного полів на спільній границі часткових областей $\rho = \rho_1$. Ці умови еквівалентні однорідній системі з чотирьох лінійних рівнянь для невідомих коефіцієнтів A_1 , a_1 , A_2 і a_2 . Нетривіальний розв'язок існує тоді і лише тоді, коли детермінант матриці рівняння дорівнює нулю, що визначає характеристичне рівняння [57, 69]:

$$\begin{aligned}
 f(\gamma) = & \left[k_2 \frac{\varepsilon\mu - 1}{\chi_1^2 \chi_2^2} \frac{\gamma n}{\rho_1 \rho_2} J_n(\chi_1 \rho_1) \right]^2 U_{n,0} \left(\chi_2 \rho_2, \frac{\rho_1}{\rho_2}, 1 \right) \times \\
 & U_{n,1} \left(\chi_2 \rho_2, 1, \frac{\rho_1}{\rho_2} \right) - \left[\varepsilon \frac{1}{\chi_1 \rho_2} J'_n(\chi_1 \rho_1) U_{n,0} \left(\chi_2 \rho_2, \frac{\rho_1}{\rho_2}, 1 \right) - \right. \\
 & \left. \frac{1}{\chi_2^2 \rho_1 \rho_2} J_n(\chi_1 \rho_1) U_{n,1} \left(\chi_2 \rho_2, \frac{\rho_1}{\rho_2}, 1 \right) \right] \left[\mu \frac{1}{\chi_1 \rho_2} J'_n(\chi_1 \rho_1) U_{n,1} \left(\chi_2 \rho_2, 1, \frac{\rho_1}{\rho_2} \right) + \right. \\
 & \left. \frac{1}{\chi_2^2 \rho_1 \rho_2} J_n(\chi_1 \rho_1) U_{n,2} \left(\chi_2 \rho_2, \frac{\rho_1}{\rho_2}, 1 \right) \right] = 0,
 \end{aligned} \tag{2.127}$$

де

$$\varepsilon = \varepsilon_1 / \varepsilon_2, \quad \mu = \mu_1 / \mu_2. \tag{2.128}$$

Можна показати, що

$$f(\gamma) = O(\chi_1^{2n-2}), \quad \chi_1 \rightarrow 0, \quad (2.129)$$

$$f(\gamma) = O(\chi_2^{-2}), \quad \chi_2 \rightarrow 0. \quad (2.130)$$

$$f(\gamma) = O(k_0^2), \quad k_0 \rightarrow 0. \quad (2.131)$$

Зменшуване і від'ємник (2.127) в околі критичних точок $\chi_1 = 0$ і $\chi_2 = 0$ асимптотично на 2 порядки менші. Вони ведуть себе як $O(\chi_1^{2n-4})$, коли $\chi_1 \rightarrow 0$, і як $O(\chi_2^{-4})$, коли $\chi_2 \rightarrow 0$.

При $\chi_2 \rightarrow 0$ вирази для поперечних полів (2.122)-(2.125) у кільці мають невизначеність виду $0/0$ з χ_2^2 у знаменнику. Чисельник - це різниця двох ненульових значень, визначених з певною точністю. Для розрахунку (2.127) і (2.122)-(2.125) в околах критичних точок можуть використовуватися асимптотичні форми, як пропонується в [57]. Цей підхід незручний, оскільки вимагає розгалуження алгоритму в околах критичних точок не лише для розв'язання характеристичного рівняння, а й для пошуку власних мод, їх нормування та обчислення інтегралів зв'язку. Крім того, важко узагальнити цей підхід на випадок багатшарового круглого хвилеводу.

Вирішити проблему можна шляхом введення нових невідомих коефіцієнтів

$$B_1 = (\chi_1 \rho_1)^{n-2} \left(A_1 - a_1 \frac{|\gamma|}{\omega \epsilon_0 \epsilon_1} \right), \quad (2.132)$$

$$b_1 = a_1 (\chi_1 \rho_1)^n \omega \mu_0 \mu_1 \rho_1, \quad (2.133)$$

$$B_2 = \frac{1}{(\chi_2 \rho_2)^2} \left(A_2 + a_2 n \frac{|\gamma|}{\omega \epsilon_0 \epsilon_2} \right), \quad (2.134)$$

$$b_2 = a_2 \omega \mu_0 \mu_2 n \rho_2. \quad (2.135)$$

Характеристичне рівняння відносно цих невідомих коефіцієнтів має вигляд

$$F(\gamma) = \det\{a_{ij}\}_{i,j=1}^4 = 0, \quad (2.136)$$

де

$$a_{11} = \frac{\rho_1}{\rho_2} (\chi_1 \rho_1)^2 f_{n,22}(\chi_1 \rho_1), \quad a_{12} = \frac{|\gamma|}{k_1^2 \rho_2} f_{n,22}(\chi_1 \rho_1), \quad (2.137)$$

$$a_{13} = \chi_2^2 \rho_1 \rho_2 U_{n,0} \left(\chi_2 \rho_2, \frac{\rho_1}{\rho_2}, 1 \right), \quad a_{14} = -\frac{|\gamma| \rho_1}{k_2^2 \rho_2^2} U_{n,0} \left(\chi_2 \rho_2, \frac{\rho_1}{\rho_2}, 1 \right), \quad (2.138)$$

$$a_{21} = a_{23} = 0, \quad a_{22} = f_{n,22}(\chi_1 \rho_1), \quad a_{24} = -\mu \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{1}{n} U_{n,1} \left(\chi_2 \rho_2, 1, \frac{\rho_1}{\rho_2} \right), \quad (2.139)$$

$$a_{31} = \frac{\gamma^2 \rho_1^2}{|\gamma| \rho_2} n f_{n,22}(\chi_1 \rho_1), \quad a_{32} = \frac{\rho_1}{\rho_2} f_{n,32}(\chi_1 \rho_1, k_1 \rho_1), \quad (2.140)$$

$$a_{33} = \frac{\gamma^2 \rho_2}{|\gamma|} n U_{n,0} \left(\chi_2 \rho_2, \frac{\rho_1}{\rho_2}, 1 \right), \quad a_{34} = -f_{n,34} \left(\chi_2 \rho_2, k_2 \rho_2, \frac{\rho_1}{\rho_2} \right), \quad (2.141)$$

$$a_{41} = \varepsilon \frac{\rho_1}{\rho_2} f_{n,41}(\chi_1 \rho_1), \quad a_{42} = -\varepsilon \frac{|\gamma|}{k_1^2 \rho_2} f_{n,42}(\chi_1 \rho_1), \quad (2.142)$$

$$a_{43} = \frac{\rho_2}{\rho_1} U_{n,1} \left(\chi_2 \rho_2, \frac{\rho_1}{\rho_2}, 1 \right), \quad a_{44} = \frac{|\gamma|}{k_2^2 \rho_1} f_{n,44} \left(\chi_2 \rho_2, \frac{\rho_1}{\rho_2} \right), \quad (2.143)$$

$$f_{n,22}(\chi) = \chi^{-n} J_n(\chi), \quad (2.144)$$

$$f_{n,32}(\chi, y) = \chi^{-n} \left[\frac{1}{\chi^2} (n J_n(\chi) - \chi J_n'(\chi)) - \frac{1}{y^2} n J_n(\chi) \right], \quad (2.145)$$

$$f_{n,34}(\chi, y, \rho) = \frac{1}{\chi^2} \left(n U_{n,0}(\chi, \rho, 1) + \frac{1}{n} U_{n,2}(\chi, \rho, 1) \right) - \frac{1}{y^2} n U_{n,0}(\chi, \rho, 1), \quad (2.146)$$

$$f_{n,41}(\chi) = \chi^{1-n} J_n'(\chi), \quad f_{n,42}(\chi) = \chi^{-n-2} (n J_n(\chi) - \chi J_n'(\chi)), \quad (2.147)$$

$$f_{n,44}(\chi, \rho) = \chi^{-2} (U_{n,1}(\chi, 1, \rho) - U_{n,1}(\chi, \rho, 1)). \quad (2.148)$$

Для обчислення функцій (2.120), (2.121), (2.126), (2.144)-(2.148) в околі $\chi = 0$ слід застосовувати асимптотики, оскільки в цій точці вони мають особливості.

Нове характеристичне рівняння (2.136) не може бути записане в простій закритій формі як (2.127). Однак воно має певні переваги.

Характеристичні функції (2.136) і (2.127) пов'язані як

$$F(\gamma) = \frac{1}{n} (\chi_1 \rho_1)^{2-2n} (\chi_2 \rho_1)^2 f(\gamma). \quad (2.149)$$

В силу (2.129)-(2.131) і (2.149) нова характеристична функція веде себе як

$$f(\gamma) = O(1), \quad \chi_1 \rightarrow 0, \quad (2.150)$$

$$f(\gamma) = O(1), \quad \chi_2 \rightarrow 0. \quad (2.151)$$

$$f(\gamma) = O(1), \quad k_0 \rightarrow 0. \quad (2.152)$$

Нове характеристичне рівняння не має особливостей і хибних нулів у цих точках. Всі елементи матриці в (2.136) обмежені в околах точок $\chi_1 = 0$ та $\chi_2 = 0$. Однак деякі елементи матриці мають особливості, коли $k_0 \rightarrow 0$ та $\rho_1/\rho_2 \rightarrow 0$. Ця проблема менш неприємна, оскільки для реальних хвильоводів ці параметри не дорівнюють нулю.

Зображення полів відносно нових невідомих не мають особливостей. Наприклад, ϕ -компоненти полів в інтервалі $\rho_1 \leq \rho \leq \rho_2$ представляються як

$$E_\phi(\rho) = \frac{\rho_2}{\rho} \left[B_2 \frac{\gamma^2 \rho_2}{|\gamma|} n U_{n,0} \left(\chi_2 \rho_2, \frac{\rho}{\rho_2}, 1 \right) - b_2 f_{n,34} \left(\chi_2 \rho_2, k_2 \rho_2, \frac{\rho}{\rho_2} \right) \right], \quad (2.153)$$

$$H_\varphi(\rho) = -i \frac{1}{\omega \mu_0 \mu_2} \frac{\gamma}{|\gamma|} \frac{1}{\rho} \times \left[B_2(k_2 \rho_2)^2 U_{n,1} \left(\chi_2 \rho_2, \frac{\rho}{\rho_2}, 1 \right) + b_2 |\gamma| \rho_2 f_{n,44} \left(\chi_2 \rho_2, \frac{\rho}{\rho_2} \right) \right]. \quad (2.154)$$

Порівняння двох характеристичних функцій поблизу критичної точки для діелектрично навантаженого круглого хвилеводу з $\varepsilon = 2$ та $\rho_1/\rho_2 = 0,1$ показано на рис. 2.14 для $n = 1$ та $k_2 \rho_2 = 10,0813352$. Суцільна лінія відповідає нормованій відповідно до (2.149) характеристичній функції (2.127), пунктирною лінією відображаються значення функції (2.136). Якщо $|\chi_2 \rho_2| < 0,001$, характеристична функція (2.127) має величезні похибки. Частоту обрано таким чином, щоб розв'язок характеристичного рівняння потрапляв у критичну область. Характеристичне рівняння (2.127) при вибраних значеннях параметрів не дозволяє знайти основну HE_{11} моду хвилеводу. Натомість характеристична функція (2.136) не має особливостей у критичній області.

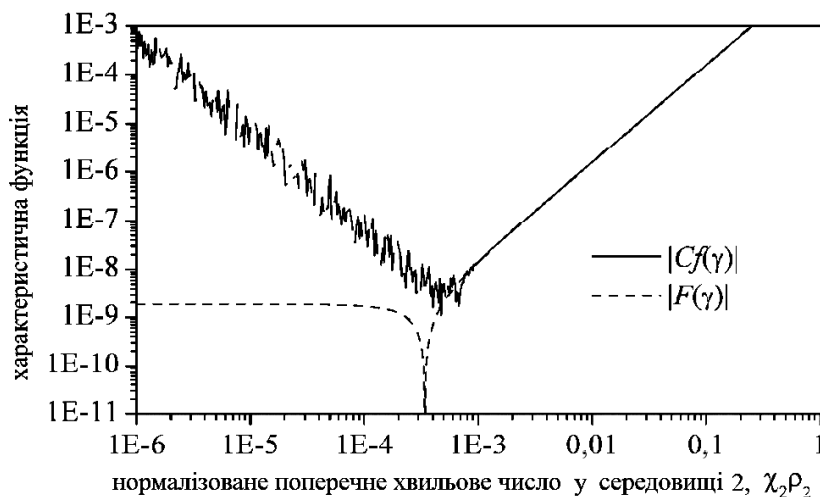


Рисунок 2.14 – Порівняння двох характеристичних функцій поблизу критичної точки $\chi_2 = 0$

2.3.3 Чисельні результати

2.3.3.1 Інтервали застосовності асимптотичних зображень функцій

Деякі функції, що входять в дисперсійне рівняння, зображення полів і нормувальні коефіцієнти, не можуть бути розраховані безпосередньо в околах точок $\chi_1 = 0$ і $\chi_2 = 0$, оскільки такі розрахунки призводять до значних погрешностей. У цих околах функції можуть бути розраховані за допомогою асимптотичних формул. Наведемо асимптотики для функцій (2.144)-(2.147)

$$f_{n,22}(x) = \begin{cases} x^{-n} J_n(x), & x > 10^{-6}, \\ \frac{2^{-n}}{n!} \left[1 - \frac{x^2}{4(1+n)} \right] + O(x^4), & 0 \leq x \leq 10^{-6}, \end{cases} \quad (2.155)$$

$$f_{n,32}(x, y) = \begin{cases} x^{-n} \left[\frac{1}{x^2} (nJ_n(x) - xJ'_n(x)) - \frac{1}{y^2} nJ_n(x) \right], & x > 10^{-3}, \\ \frac{2^{-2-n}}{n!} \left[1 - \frac{n(4+4n+y^2)}{(n+1)y^2} + \frac{1}{n+1} + \right. \\ \left. \frac{1}{8(n+1)} \left(-1 + \frac{n(16+8n+y^2)}{(n+2)y^2} - \frac{2}{n+2} \right) x^2 \right] + O(x^4), & 0 \leq x \leq 10^{-3}, \end{cases} \quad (2.156)$$

$$f_{n,34}(x, y, \rho) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} \left(nU_{n,0}(x, \rho, 1) + \frac{1}{n} U_{n,2}(x, \rho, 1) \right) - \frac{1}{y^2} nU_{n,0}(x, \rho, 1), & x > 0.01, \\ \tilde{f}_{n,34}(x^2, y, \rho) + O(x^4), & 0 \leq x \leq 0.01, \end{cases} \quad (2.157)$$

$$\tilde{f}_{1,34}(\xi, y, \rho) = \frac{1}{4\pi\rho y^2} \left[(-1 + \rho^2)(-4 + y^2(1 + \rho^2)) + 4\rho^2 y^2 \ln \rho - \right. \\ \left. \frac{1}{12} \left((-1 + \rho^2)(-6(1 + \rho^2) + y^2(1 - 14\rho^2 + \rho^4)) + 12\rho^2(2 + y^2(1 + \rho^2)) \ln \rho \right) \xi \right], \quad (2.158)$$

$$f_{n,41}(x) = \begin{cases} x^{1-n} J'_n(x), & x > 10^{-6}, \\ \frac{2^{-n}}{(n-1)!} \left[1 - \frac{(n+2)}{4n(n+1)} x^2 \right] + O(x^4), & 0 \leq x \leq 10^{-6}. \end{cases} \quad (2.159)$$

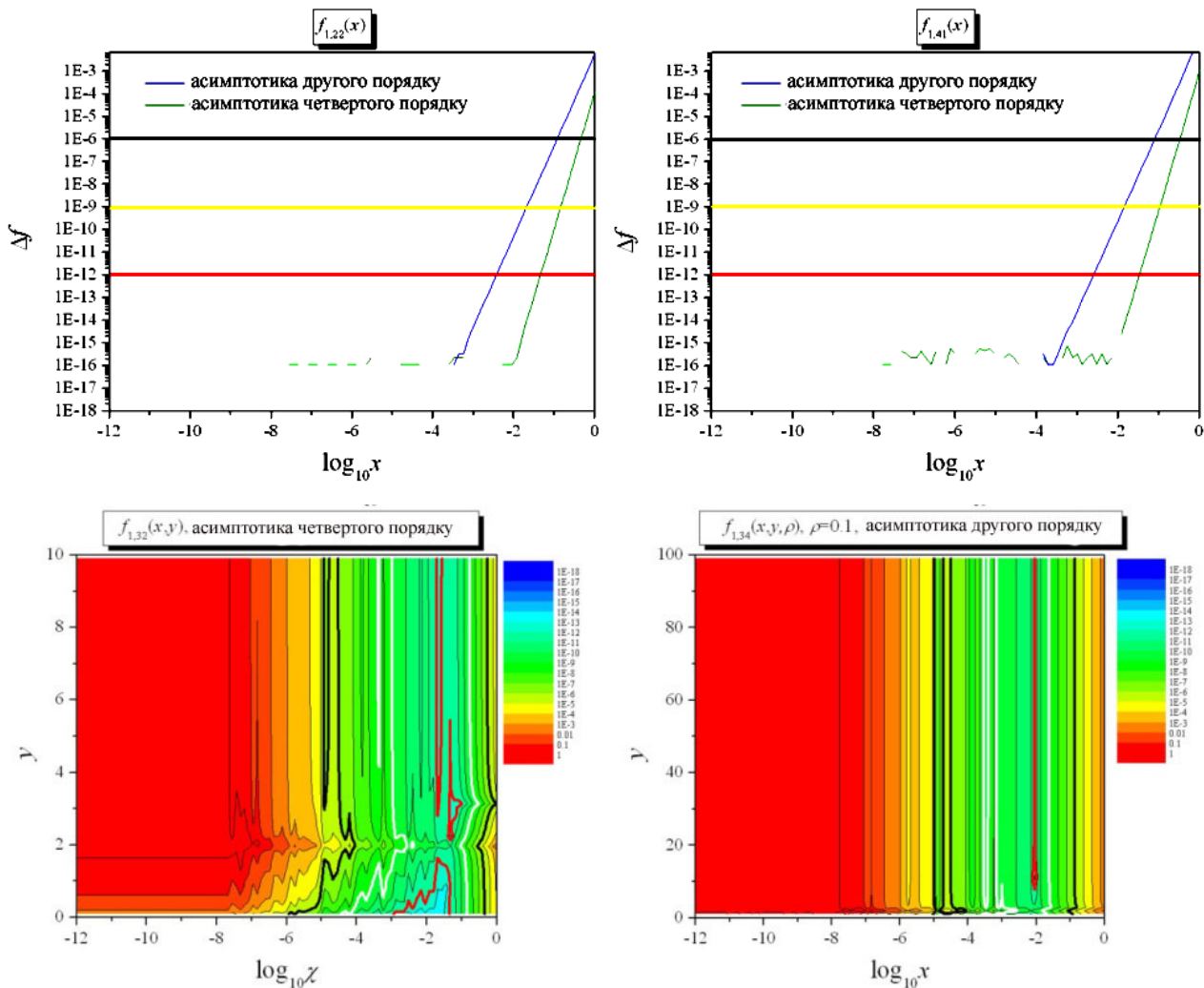


Рисунок 2.15 – Відносні похибки асимптотик у порівнянні з прямим обчисленням функцій

Для більшості функцій виявилося достатнім використовувати асимптотики другого порядку. Інтервали застосовності асимптотик отримано на основі результатів, наведених на рис. 2.15, на яких зображені відносні похибки деяких асимптотичних формул в порівнянні з прямим обчисленням функцій. Чорними, білими (або жовтими) і червоними жирними лініями відзначено значення відносних похибок на рівнях 10^{-6} , 10^{-9} і 10^{-12} відповідно.

2.3.3.2 Моді двошарового круглого хвилеводу

Розглянемо хвилі двошарового круглого хвилеводу з відносною діелектричною проникністю вставки $\varepsilon = 2$. Як показано в [70], комплексні хвилі можуть існувати тільки, якщо $\varepsilon > 7,626$. Тому достатньо знайти тільки хвилі, що поширюються (швидкі і повільні) і згасають. Дисперсійне рівняння і функції, що входять в зображень полів, дійсні. На рис.2.16-2.18 представлено моди двошарового круглого хвилеводу з $\varepsilon = 2$ і $\rho_1/\rho_2 = 0,1; 0,5; 0,9$, відповідно. Зображено залежності від нормованого хвильового числа трьох залежних величин: нормованої постійної поширення і нормованих поперечних хвильових чисел у середовищах 1 і 2. Зеленою, чорною і помаранчевою прямими лініями відзначено лінію світла у середовищі 1, лінію світла у середовищі 2 і лінію відсікання мод. Дисперсійні криві для повільних хвиль зображено червоними лініями, а для швидких і згасних хвиль - синіми. Максимальне поперечне хвильове число в середовищі 2 задавалося рівним 100. Уздовж негативних значень ординати відкладалися чисто уявні значення постійної поширення і поперечного хвильового числа в середовищі 2. Чисто уявних значень поперечного хвильового числа в середовищі 1 не буває.

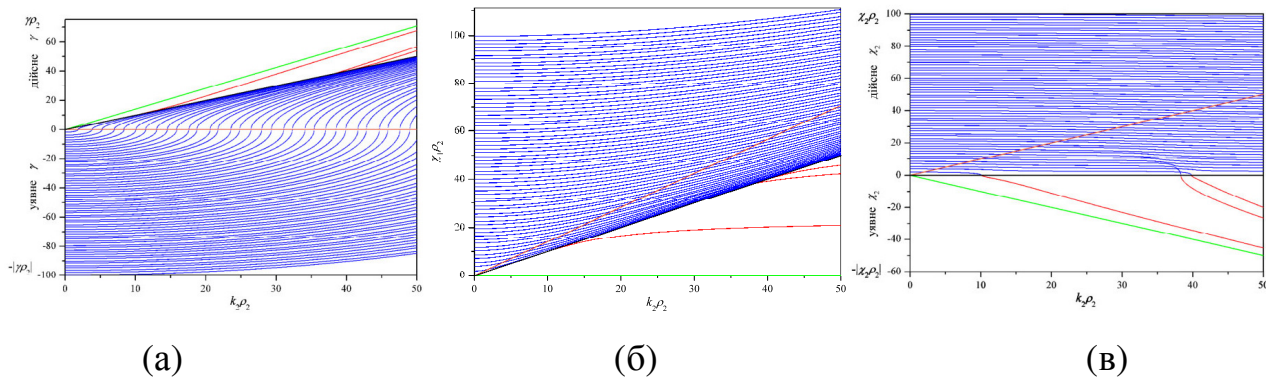


Рисунок 2.16 – Дисперсійні криві для мод двошарового круглого хвильоводу з $\varepsilon = 2$ і $\rho_1/\rho_2 = 0,1$: (а) - нормована постійна поширення, (б) - нормоване поперечне число в середовищі 1, (в) - нормоване поперечне число у середовищі 2

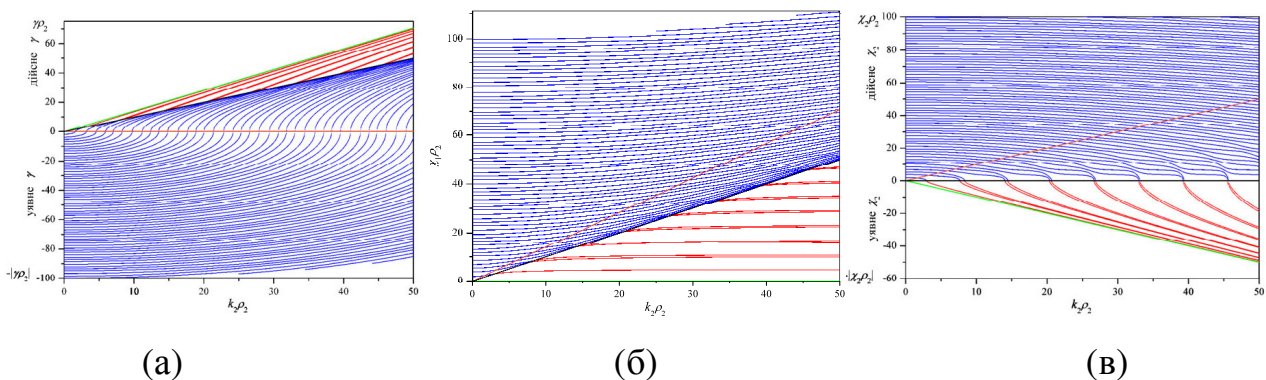


Рисунок 2.17 – Аналогічно рис. 2.16 для $\varepsilon = 2$ і $\rho_1/\rho_2 = 0,5$

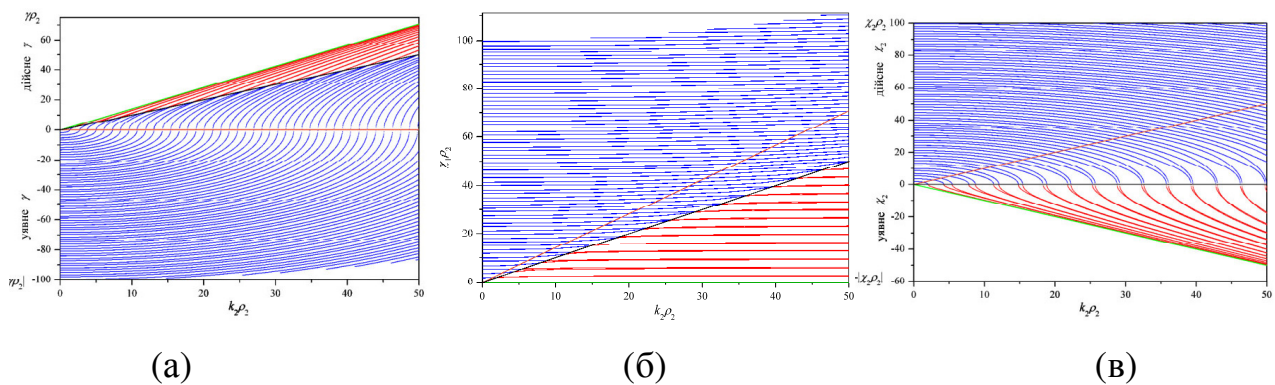


Рисунок 2.18 – Аналогічно рис. 2.16 для $\varepsilon = 2$ і $\rho_1/\rho_2 = 0,9$

2.4 Висновки до розділу 2

1. Вперше побудовано узагальнення методу часткових областей для розрахунку власних мод хвильоводів складного перерізу з координатними границями в циліндричній системі координат.

2. Запропоновано метод аналізу хвильоводів складного поперечного перерізу з комбінованими координатними границями, частину з яких задано в декартовій, а іншу – в циліндричній системах координат. Метод використовує ступінчасту апроксимацію частини границь, заданих в циліндричній системі координат. Запропонований метод було використано для оптимізації широкопasmового поляризатора в коаксіальному хвильоводі.

3. Запропоновано зображення для асиметричних мод і характеристичного рівняння круглого хвильоводу з діелектричною вставкою. На відміну від стандартного вони не містять особливостей в критичних точках. Алгоритми введені в систему електродинамічного моделювання MWD і використані для розрахунку опромінювачів радіотелескопа.

Equation Chapter (Next) Section 1

РОЗДІЛ 3

АЛГОРИТМИ РОЗРАХУНКУ МАТРИЦЬ РОЗСІЯННЯ НЕОДНОРІДНОСТЕЙ В ХВИЛЕВОДАХ СКЛАДНОГО ПОПЕРЕЧНОГО ПЕРЕРІЗУ З КУСКОВО-КООРДИНАТНИМИ ГРАНИЦЯМИ

Цей розділ дисертації присвячено задачам розсіяння електромагнітних хвиль не неоднорідностях у хвилеводах складного поперечного перерізу в декартовій і циліндричній системах координат. Матриця розсіяння найпростішої неоднорідності, якою є площинне зчленування двох хвилеводів, розраховується класичним методом часткових областей. Особливістю тут є необхідність розрахунку інтегралів зв'язку між модами, що мають узагальнені зображення.

У випадку зчленування двох хвилеводів із границями в декартовій системі координат інтеграли зв'язку можуть бути розраховані аналітично. У випадку зчленування двох хвилеводів із границями в циліндричній системі координат інтеграли зв'язку доводиться розраховувати чисельно, оскільки вони містять неаналітичні інтеграли від добутку циліндричних функцій.

У випадку зчленування двох хвилеводів, що накладаються, і при цьому їх перетин не збігається ні з одним перерізом, можливе використання двох підходів. Перший полягає у введенні «віртуального» хвилеводу з перерізом, що відповідає перетину двох хвилеводів. Зчленування кожного з хвилеводів з «віртуальним» розраховується класичним методом часткових областей, а первинне зчленування можна розраховувати методом узагальнених матриць розсіяння для з'єднання двох площинних зчленувань «віртуальним» хвилеводом нульової довжини. Інший підхід полягає в проєкціюванні мод двох хвилеводів на власні моди їх перетину. Це призводить до матричного рівняння першого роду, яке, все-таки, дозволяє отримати стійкий розв'язок, якщо використовувати правило Р. Міттри [71] для усікання базисів хвилеводів. У підрозділі 3.4 доведено екви-

валентність обох підходів і показано перевагу другого підходу з точки зору ефективності.

Для розрахунку матриці розсіяння круглого хвилеводу, що охоплює хвилевід довільного складного поперечного перерізу з координатними границями в декартовій системі координат, у дисертаційній роботі побудовано узагальнення методу R. H. McPhie і K. L. Wu, який раніше було запропоновано для випадку зчленування круглого та прямокутного [72] або хрестоподібного [91] хвилеводів. Він використовує представлення мод круглого хвилеводу у вигляді нескінченної суперпозиції плоских хвиль.

Для розрахунку S -матриць складних неоднорідностей, що утворені двома або більшою кількістю площинних зчленувань, в роботі використовується метод узагальнених матриць розсіяння.

В третьому розділі також наведено низку практично важливих застосувань запропонованих підходів і побудованих алгоритмів [58, 73-81].

Шляхом оптимізації знайдено низку конструкцій широкопоздовжнього поляризатора на поздовжній вставці в коаксіальному хвилеводі з різним числом секцій (підрозділ 3.5). Оскільки частину границь поперечного перерізу хвилеводів, що складають пристрій, задано в декартовій, а іншу – в циліндричній системі координат, то в цій задачі використовується ступінчаста апроксимація.

У підрозділі 3.6 досліджено ефект штучної оптичної активності, тобто обертання площини поляризації хвилі при проходженні TE_{11} моди круглого хвилеводу через дві спряжені кіральні діафрагми з прямокутними або Г-подібними щілинами. Для цього використовувався метод R. H. MacPhie і K. L. Wu та його узагальнення.

Це дозволило запропонувати конструкцію надкомпактного обертача площини поляризації в круглому хвилеводі, що може перебудовуватися на потрібний кут обертання площини поляризації при фіксованій частоті шляхом обертання однієї з діафрагм відносно іншої. Його поздовжній розмір складає усю-

го $\lambda/30$. Ефект отримав підтвердження в експерименті, який було проведено під керівництвом В. М. Деркача.

Шляхом чисельного експерименту показано, що коефіцієнти відбиття R і проходження T такого пристрою можуть добре наближуватися простими апроксимаційними формулами, що залежать від власних коливань структури. Ці формули було виведено для структур, що мають поздовжню симетрію [82]. Структури, що розглядаються, замість поздовжньої симетрії мають особливий тип симетрії, яка називається дієдральною. Поздовжня симетрія власних коливань в цьому випадку не визначена. Тим не менш, як показано у підрозділі 3.6, якщо умовно розділити власні коливання на «симетричні» і «асиметричні» по їх близькості до коливань відповідної симетрії з точки зору спрямованості напруженості електричного поля в портах, то наведені апроксимації добре наближують амплітудно-частотні характеристики пристрою.

Таким чином оптична активність, резонансні частоти, ширина смуги визначаються наявністю власних коливань.

Показано, що резонансну частоту з високим рівнем оптичної активності такого пристрою можна істотно знизити, якщо використовувати багатошліпінні діафрагми, або Г-подібні щілини. Останні дозволяють зсунути резонансну частоту навіть у позамежну область частот. Це спостереження дозволить у майбутньому розробляти фільтри на запертих модах, що обертають площину поляризації.

У підрозділі 3.7 запропоновано конструкцію обертача поляризації в круглому хвилеводі, що не має резонансних елементів типу щілин, смужок тощо. Він складається з двох гофрованих фланців. Для розрахунку пристрою використовувалося узагальнення методу часткових областей для знаходження власних мод хвилеводів з координатними границями в циліндричній системі координат, яке було наведено в розділі 2. Показано, що такі пристрої можуть ефективно обертати площину поляризації. Їх недолік – це більший поздовжній розмір, у

порівнянні з обертачами, що використовують спряжені діафрагми. Очікувана перевага – зменшені омичні втрати, оскільки конструкція не має резонансних елементів.

Основні результати цього розділу опубліковано у роботах [58, 59, 73-81, 83-88].

3.1 Алгоритм розрахунку площинного зчленування між хвилеводами складного поперечного перерізу з кусково-координатними границями

Складовими частинами хвилевідно-резонаторних, антенних і інших об'єктів НВЧ електродинаміки, дуже часто є хвилеводи складних поперечних перерізів кусково-координатного (ортогонного) типу. Інтерес до них особливо зріс зараз, коли з'ясувалося, що вони можуть забезпечити радикальне вирішення багатьох проблем, недоступне при використанні класичних перерізів. Наявність універсальних, точних, швидких і ефективних математичних моделей, які дозволяють знаходити спектри власних хвиль хвилеводів ортогонного типу будь-якого ступеня складності, відкриває широкі перспективи щодо застосування для подальшого аналізу і синтезу 3D НВЧ-об'єктів комбінації векторного методу часткових областей (МЧО) і методу узагальнених матриць розсіяння.

У цьому підрозділі розглядається застосування узагальненого МЧО для обчислення характеристик плоско-поперечних з'єднань хвилевідних ліній кусково-координатного (ортогонного) перерізу в декартових і циліндричних координатах і "in-line" пристроїв на їх основі. Аналізуються особливості геометрії конкретних задач, що дозволяють підвищити ефективність обчислень. Досліджується достовірність отриманих алгоритмів.

Предметом даного підрозділу є опис самого алгоритму розв'язання задач розсіяння на хвилевідних неоднорідностях з координатними границями, тому доречно описати, як розраховуються інтеграли зв'язку, які є елементами матриці \mathbf{M} з (1.8), (1.9), (1.14), (1.15). Компоненти поля кожної моди представлено у вигляді кусково-безперервних функцій [67] і кожен інтеграл зв'язку зводиться до суми часткових інтегралів по прямокутним областям накладень кожної області вузького хвилеводу на відповідні області широкого. Таким чином, інтеграл зв'язку між модою k широкого і модою n вузького хвилеводів (з індексами 0 і i відповідно) можна представити в наступному вигляді:

$$\left(\mathbf{e}_k^{(0)}, \mathbf{e}_n^{(i)} \right)_i = \sum_{j=0}^{N_0} \sum_{t=0}^{N_i} \int_{U_j^{(0)} \cap U_t^{(i)}} \mathbf{e}_k^{(0)} \cdot \mathbf{e}_n^{(i)} ds. \quad (3.1)$$

Тут N_j - кількість прямокутних областей в поперечному перерізі j -го хвилеводу; $U_k^{(j)}$ - k -а область j -го хвилеводу.

Оскільки кожна компонента вектора $\mathbf{e}_s^{(j)}$ представляється у вигляді розкладання в ряд з добутків тригонометричних функцій, всі інтеграли виду (16) можуть бути представлені у вигляді скінченних сум простих аналітичних виразів. Наведемо приклад розрахунку інтегралів зв'язку між TE хвилею обхопного хвилеводу 0 з номером k і TE хвилею обнятого хвилеводу i з номером n (обидва хвилеводи мають ортогонні поперечні перерізи). Нормована тангенціальна компонента поля TE хвилі ортогонного хвилеводу при розбитті ортогона на області горизонтальними лініями представляється у вигляді

$$\mathbf{e}_{TE}^{(i)} = \sum_{m=0}^{M^{(r,i)}} \left(\begin{array}{l} -k_{y,m}^{(r,i)} \cos(k_{x,m}^{(r,i)} (x - x_0^{(r,i)})) \times \\ \times \left[A_m^{(r,i)} \sin(k_{y,m}^{(r,i)} (y - y_0^{(r,i)})) - B_m^{(r,i)} \sin(k_{y,m}^{(r,i)} (y_0^{(r,i)} + h^{(r,i)} - y)) \right] \mathbf{z}_0 + \\ k_{x,m}^{(r,i)} \sin(k_{x,m}^{(r,i)} (x - x_0^{(r,i)})) \times \\ \times \left[A_m^{(r,i)} \cos(k_{y,m}^{(r,i)} (y - y_0^{(r,i)})) + B_m^{(r,i)} \cos(k_{y,m}^{(r,i)} (y_0^{(r,i)} + h^{(r,i)} - y)) \right] \mathbf{z}_0 \end{array} \right), \quad (3.2)$$

$(x, y) \in U_r^{(i)}$.

При такому записі поля маємо:

$$\left(\mathbf{e}_{TE}^{(0)}, \mathbf{e}_{TE}^{(i)} \right)_i = \sum_{j=0}^{N_0} \sum_{t=0}^{N_i} \int_{U_j^{(0)} \cap U_t^{(i)}} \mathbf{e}_{TE}^{(0)} \cdot \mathbf{e}_{TE}^{(i)} ds; \quad (3.3)$$

$$\int_{U_j^{(0)} \cap U_t^{(i)}} \mathbf{e}_{TE}^{(0)} \cdot \mathbf{e}_{TE}^{(i)} ds = \sum_{m=0}^{M^{(t,i)}} \sum_{v=0}^{M^{(j,0)}} \int_{U_j^{(0)} \cap U_t^{(i)}} I_{TE,v,m}^{(j,t)}(x, y) dx dy. \quad (3.4)$$

Проінтегрувавши окремо по x і y , можемо записати

$$\left(\mathbf{e}_{TE}^{(0)}, \mathbf{e}_{TE}^{(i)} \right)_i = \sum_{j=0}^{N_0} \sum_{t=0}^{N_i} \sum_{m=0}^{M^{(t,i)}} \sum_{v=0}^{M^{(j,0)}} \left\{ k_{y,v}^{(j,0)} k_{y,m}^{(t,i)} I^{(c)} \left(k_{x,v}^{(j,0)}, -x_0^{(j,0)}, k_{x,m}^{(t,i)}, -x_0^{(t,i)}, G_x^{(j,t,0,i)} \right) \times \right. \\ \left. \begin{array}{l} \left[A_v^{(j,0)} A_m^{(t,i)} I^{(s)} \left(k_{y,v}^{(j,0)}, -y_0^{(j,0)}, k_{y,m}^{(t,i)}, -y_0^{(t,i)}, G_y^{(j,t,0,i)} \right) + \right. \\ \left. + B_v^{(j,0)} B_m^{(t,i)} I^{(s)} \left(-k_{y,v}^{(j,0)}, -y_0^{(j,0)} - h^{(j,0)}, -k_{y,m}^{(t,i)}, -y_0^{(t,i)} - h^{(t,i)}, G_y^{(j,t,0,i)} \right) - \right. \\ \left. - A_v^{(j,0)} B_m^{(t,i)} I^{(s)} \left(k_{y,v}^{(j,0)}, -y_0^{(j,0)}, -k_{y,m}^{(t,i)}, -y_0^{(t,i)} - h^{(t,i)}, G_y^{(j,t,0,i)} \right) - \right. \\ \left. - B_v^{(j,0)} A_m^{(t,i)} I^{(s)} \left(-k_{y,v}^{(j,0)}, -y_0^{(j,0)} - h^{(j,0)}, k_{y,m}^{(t,i)}, -y_0^{(t,i)}, G_y^{(j,t,0,i)} \right) \right] + \\ + k_{x,v}^{(j,0)} k_{x,m}^{(t,i)} I^{(s)} \left(k_{x,v}^{(j,0)}, -x_0^{(j,0)}, k_{x,m}^{(t,i)}, -x_0^{(t,i)}, G_x^{(j,t,0,i)} \right) \times \\ \left. \begin{array}{l} \left[A_v^{(j,0)} A_m^{(t,i)} I^{(c)} \left(k_{y,v}^{(j,0)}, -y_0^{(j,0)}, k_{y,m}^{(t,i)}, -y_0^{(t,i)}, G_y^{(j,t,0,i)} \right) + \right. \\ \left. + B_v^{(j,0)} B_m^{(t,i)} I^{(c)} \left(k_{y,v}^{(j,0)}, -y_0^{(j,0)} - h^{(j,0)}, k_{y,m}^{(t,i)}, -y_0^{(t,i)} - h^{(t,i)}, G_y^{(j,t,0,i)} \right) - \right. \\ \left. + A_v^{(j,0)} B_m^{(t,i)} I^{(c)} \left(k_{y,v}^{(j,0)}, -y_0^{(j,0)}, k_{y,m}^{(t,i)}, -y_0^{(t,i)} - h^{(t,i)}, G_y^{(j,t,0,i)} \right) - \right. \\ \left. + B_v^{(j,0)} A_m^{(t,i)} I^{(c)} \left(k_{y,v}^{(j,0)}, -y_0^{(j,0)} - h^{(j,0)}, k_{y,m}^{(t,i)}, -y_0^{(t,i)}, G_y^{(j,t,0,i)} \right) \right] \end{array} \right\}. \end{array}$$

де

$G_x^{(j,t,0,i)} = \text{Pr}_x U_j^{(0)} \cap U_t^{(i)}$ - проєкція перетину областей $U_j^{(0)}$ і $U_t^{(i)}$ на вісь x ;

$G_y^{(j,t,0,i)} = \text{Pr}_y U_j^{(0)} \cap U_t^{(i)}$ - проєкція перетину областей $U_j^{(0)}$ і $U_t^{(i)}$ на вісь y ;

$$\begin{aligned} I^{(c)}(a_1, b_1, a_2, b_2, \Omega) &= \int_{\Omega} \cos(a_1(x + b_1)) \cos(a_2(x + b_2)) dx; \\ I^{(s)}(a_1, b_1, a_2, b_2, \Omega) &= \int_{\Omega} \sin(a_1(x + b_1)) \sin(a_2(x + b_2)) dx. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Аналогічно можна отримати вирази для розрахунку інших інтегралів зв'язку. Варто відзначити, що отримані інтеграли $I^{(c)}$ і $I^{(s)}$ мають просте аналітичне зображення.

Слід підкреслити істотну відмінність даної реалізації МЧО від стандартних ситуацій, де базиси розкладання електромагнітних полів з двох боків «апертури зшивання», як і відповідні проєкційні функції, задано аналітично або, принаймні, вони знаходяться з простих дисперсійних рівнянь чисельно з легко оцінюваною точністю. У нашому випадку як постійні поширення хвиль ортогона, так і самі базисні функції, що задаються усіченими рядами Фур'є, є продуктами обертань матричних операторів, в принципі нескінченновимірних. Базиси розраховуються з певною похибкою, що, природно, позначається і на розрахунку елементів матриці розсіяння.

Загальну оцінку точності розрахунку базисів ортогоонних хвилеводів наведено в роботі [67]. Тут ми вкажемо лише на те, що параметри алгоритму розрахунку базисів ортогоонних хвилеводів зазвичай вибиралися такими, щоб похибка розрахунку базисів була на $1.5 \div 2$ порядки менше, ніж передбачувана похибка елементів S -матриці, що виникає при усіченні матричних операторів в (1.8), (1.9), (1.14), (1.15). В результаті, ортогональність векторних власних функцій, що передбачалася ідеальною при отриманні (1.8), (1.9), (1.14), (1.15), виявляється порушеною і до деяких діагональних матричних операторів, що фігу-

рують в алгоритмі, може додаватися «недіагональний фон» з елементів порядку $10^{-5} \dots 10^{-6}$. Тому необхідна помилка розрахунку елементів S -матриці порядку $10^{-3} \dots 10^{-4}$, забезпечується вибором розмірів усічених матричних операторів в (1.8), (1.9), (1.14), (1.15).

В якості непрямого прикладу оцінки точності розрахунків наведемо той факт, що класичне співвідношення $(e_{TE}^{(0)}, e_{TM}^{(i)}) = 0$ впливає з формули Гріна, реально виконується з точністю не гірше 10^{-4} .

3.2 Розрахунок складних хвилевідних вузлів

Описаний вище узагальнений МЧО дозволяє знаходити матрицю розсіяння стику хвилеводів, а на практиці доводиться мати справу з хвилевідними об'єктами, що складаються з декількох площинних зчленувань різних ліній. Для розрахунку всієї задачі використовується метод декомпозиції, названий у [4] методом узагальнених матриць розсіяння. Відмінність узагальненої матриці розсіяння від звичайної полягає в тому, що враховуються не тільки моди, що поширюються, але і згасні моди, часто радикально впливають на характеристики складного хвилевідного об'єкта. Для розв'язання задачі дифракції на складному хвилевідному об'єкті спочатку застосовують декомпозицію [89], тобто розбивають всю задачу на кілька простіших підзадач, а потім - рекомпозиції. Рекомпозицію (або «збирання») можна проводити різними шляхами і, в залежності від топології об'єкта, кожен з можливих шляхів рекомпозиції буде більш-менш вигідним з точки зору витрат обчислювальних потужностей. Для кожної задачі існує певний оптимум порядку рекомпозиції, загальний підхід до оптимізації рекомпозиційної схеми описано в роботі [90].

3.2.3 Врахування симетрії поперечних перерізів.

Продуктивність сучасних комп'ютерів дозволяє, в принципі, не особливо замислюватися над оптимізацією програмного коду, що реалізує алгоритм. Проте, врахування найбільшої кількості властивостей топології НВЧ-об'єкта в математичній моделі дозволяє збільшити ресурсоефективність програми і досягти істотного скорочення часу розв'язання прямої задачі. При розв'язанні задач багатопараметричної оптимізації цей приріст продуктивності стає вирішальним, визначаючи принципову можливість вирішити ту чи іншу проблему за реальний час. Одним з властивостей хвилевідних об'єктів, що легко враховується, але дає зростання продуктивності в рази, є площинна симетрія.

Відомо, що якщо неоднорідність в симетричному тракті не порушує симетрію об'єкта, то при падінні на цю неоднорідність хвиля може збуджувати тільки моди того ж класу симетрії, що і падаюча хвиля. Оскільки метод знаходження модового базису дозволяє відразу враховувати симетрію поперечного перерізу, то, виділяючи моди різних класів симетрії, можна прискорювати розв'язання задачі розсіяння, шляхом зниження порядку матриць. Для цього потрібно розбити цю задачу на кілька підзадач, кожна з яких відповідає своєму типу симетрії, а потім об'єднати всі ці матриці в загальну, хоч і розріджену, S -матрицю, що включає хвилі всіх типів симетрії. Такий підхід буде тим більш ефективний, чим більша кількість неоднорідностей, що не порушують симетрію, розташована поспіль, оскільки в такому випадку об'єднувати матриці потрібно тільки після приєднання останньої неоднорідності.

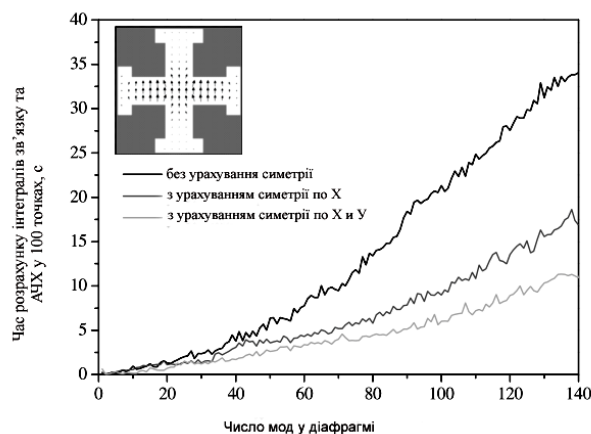


Рисунок 3.1 – Підвищення ефективності обчислень шляхом врахування поперечної симетрії об'єкта при розрахунку складної діафрагми

Відповідні процедури реалізовані в описаному алгоритмі. Реальний ви-граш в швидкості розрахунків при врахуванні симетрії ілюструє рис. 3.1. Як видно з рисунка, врахування однієї площини симетрії прискорює розрахунок в два рази, а двох площин – в три рази.

3.2.4 Верифікація алгоритму розв'язання векторних задач хвилевідної електродинаміки з кусково-координатними границями

Для того, щоб продемонструвати стійкість алгоритму розглянемо кон-струкцію, представлену на рис. 3.2. В [67] було проведено порівняльний аналіз модового складу хвилеводу «double split-ring», переріз якого при пошуку базису розбивалося на прямокутні області двома різними способами: в першому випадку - вертикальними, а в другому - горизонтальними лініями. При цьому вияви-лося, що частоти відсікання мод збіглися в середньому з точністю до 10^{-6} . По-дальше розв'язання задачі дифракції показало, що ці незначні відмінності мо-

дових базисів практично не позначилися на АЧХ пристрою, представленої на рис. 3.3.

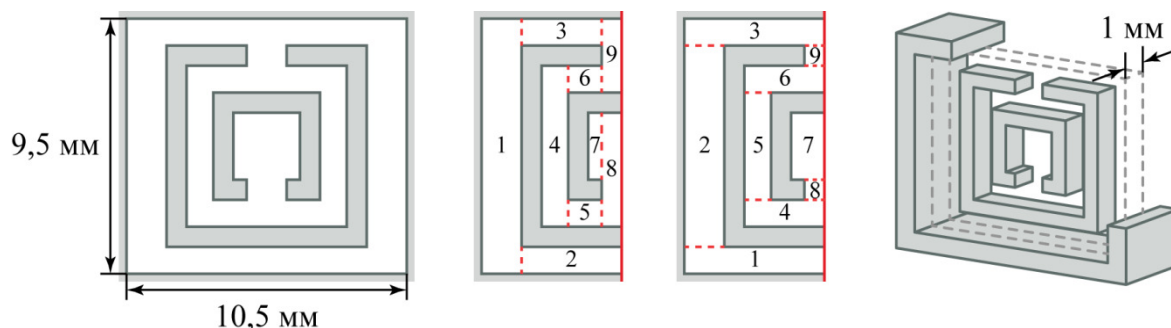


Рисунок 3.2 - Поперечний переріз "double split-ring" діафрагми, «горизонтальне» і «вертикальне» розбиття поперечного перерізу при знаходженні базисів і ескіз діафрагми в прямокутному хвилеводі

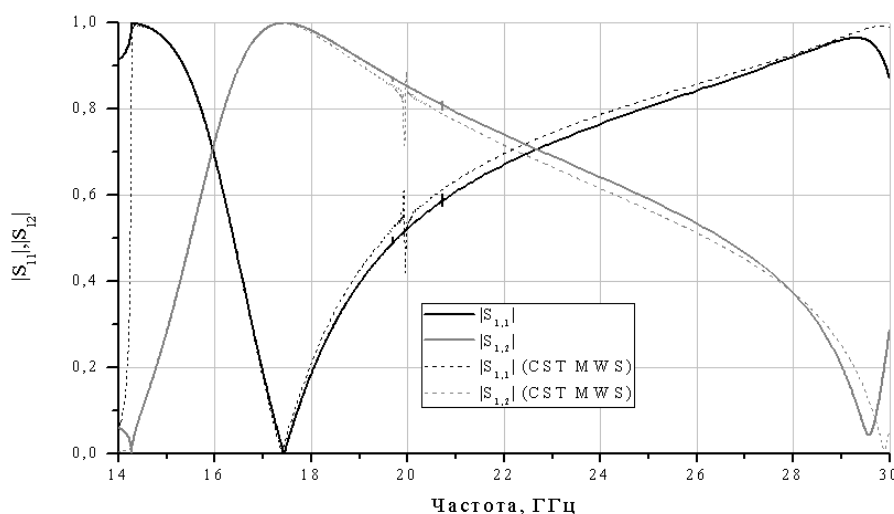


Рисунок 3.3 – АЧХ діафрагми Рис.3.2, розраховані за допомогою МЧО при $f_{\text{cut}} = 100$ ГГц (суцільна лінія) і CST Microwave Studio (пунктирна лінія)

Максимальна розбіжність кривих по амплітуді не перевищувала величини 10^{-4} . В інших точках криві практично збігалися з точністю $10^{-5} \dots 10^{-6}$. Відмінностей в частотах резонансів не спостерігалось. Нагадаємо, що в реалізованих алгоритмах параметром, який регулює точність, є f_{cut} - частота, яку не перевищують частоти відсікання мод, що враховуються в проєкційних алгоритмах.

Для порівняння, на рис. 3.3 також наведено результати розрахунку АЧХ, проведені на CST Microwave Studio при максимальній точності. Тут ми бачимо гарний збіг результатів. Необхідно відзначити, що при підвищенні точності розрахунків, криві, отримані за допомогою Microwave Studio, все більше наближалися до наших кривим.

3.3 Алгоритм розрахунку площинних зчленувань хвилеводів довільного перетину, що накладаються, з використанням власних функцій загальної апертури

Зазвичай МЧО застосовується до тих зчленувань, у яких перетин одного хвилеводу повністю вписується в перетин іншого хвилеводу, тобто коли загальна апертура зчленування збігається з хвилеводом меншого перерізу. Однак при проектуванні реальних пристроїв, що містять стрибкоподібні зчленування, часто виникають ситуації, коли апертура зчленування не збігається з перерізом вхідного або вихідного хвилеводу, і в результаті застосування канонічного МЧО до таких хвилевідних неоднорідностей стає неможливим. Це зчленування із зсувом осей [24] або повернених відносно один одного однакових хвилеводів [92], зчленування хвилеводів з різною формою поперечного перерізу [93] та інші неоднорідності. Традиційним підходом до побудови ефективних алгоритмів розрахунку в таких ситуаціях є введення між з'єднаними хвилеводами деякого проміжного хвилеводу. Як правило, в якості такого вибирають хвилевід, переріз якого збігається з перетином перерізів хвилеводів. Потім, використовуючи добре відомий метод УМР, знаходять матрицю розсіювання вихідного зчленування при нульовій довжині проміжного хвилеводу. Разом з тим, такий триступеневий алгоритм є і основним недоліком традиційного підходу, оскільки

ки він вимагає приблизно в три рази більше процесорного часу в порівнянні з алгоритмами МЧО в задачах, до яких він може застосовуватися безпосередньо.

Існують і інші підходи до розв'язання задач, де вводяться в розгляд проміжні хвилеводи нульової довжини. Зокрема, в роботі [94] проміжний хвилевід простого перетину пропонується вводити в тих випадках, коли умова застосовності МЧО виконується, але виникають певні труднощі обчислення інтегралів зв'язку між хвилями хвилеводів складних перерізів. На відміну від традиційного підходу, побудований в [94] алгоритм вимагає обернення прямокутної матриці. Переваги запропонованого алгоритму в [94] продемонстровано на прикладі зчленування двох прямокутних хвилеводів з проміжним круглим хвилеводом, поперечний переріз якого більше перерізів хвилеводів, що з'єднуються. Хоча такий підхід можна застосувати і для неоднорідностей, описаних вище, однак він не отримав широкого розповсюдження.

В роботі [18] для стрибкоподібних зчленувань, до яких МЧО безпосередньо непридатний, поперечне електричне поле в загальній апертурі представляється у вигляді Фур'є-розкладу за власними функціями хвилеводу, що відповідає перетину. Застосовуючи процедуру МЧО для електричних компонент полів вхідного і вихідного хвилеводів, амплітуди розсіяних хвиль виражаються через невідомі коефіцієнти введеного розкладання поля в апертурі. Після підстановки виразів для розсіяних амплітуд в умову безперервності на апертурі магнітних полів хвилеводів, що з'єднуються, отримуємо СЛАР відносно коефіцієнтів розкладу поля на апертурі, а потім по ним визначаються елементи матриці розсіяння розглянутого зчленування.

Слід зазначити, що отримана в роботі [18] (як, до речі, і в [94]) СЛАР формально є системою першого роду (СЛАР-1) виду $Ax = b$, а в канонічному МЧО - системою другого роду (СЛАР-2) виду $I + Ax = b$, де I - одинична діагональна матриця.

Метою цієї роботи є подальший розвиток і дослідження потенційних можливостей застосування методу [18] до класу стрибкоподібних зчленувань хвилеводів із загальною апертурою, яка не співпадає з перерізом будь-якого хвилеводу. Конкретні результати наведено для зчленувань прямокутних хвилеводів. Як зазначено вище, традиційний підхід до аналізу таких неоднорідностей базується на введенні в розгляд проміжного хвилеводу нульової довжини. Нижче буде показано, що запропонований і традиційний підходи еквівалентні в математичному плані і дають однакові чисельні результати. При цьому запропонований підхід виявляється ефективнішим, оскільки він вимагає обертання і зберігання меншого числа матриць.

3.3.1 Опис геометрії задачі.

Нехай хвилеводи з перерізами Ω_1 і Ω_2 стикуються таким чином, що їх зв'язок здійснюється через загальну апертуру з перерізом Ω_0 . Розглянемо алгоритм розрахунку узагальненої матриці розсіяння зчленувань, що виникають у разі, коли один з хвилеводів не вписується повністю в переріз іншого хвилеводу. Приклад такого зчленування показано на рис. 3.4.

Традиційний підхід до аналізу таких зчленувань базується на методах декомпозиції і узагальнених матриць розсіяння (УМР). Спочатку зчленування розбивається на два ключових елементи, узагальнені матриці розсіяння яких можуть бути розраховані з використанням строгих аналітичних або чисельних методів. Для цього можна ввести проміжний («віртуальний») хвилевід 0 з перерізом Ω_0 і тоді в якості ключових елементів природно розглядати два площинних зчленування, а саме: хвилеводів 0 і 1 і хвилеводів 0 і 2 (див. схему на рис. 3.5).

На останньому етапі проводиться рекомпозиція цих ключових елементів з використанням методу УМР через введений проміжний хвилевід нульової довжини. Якщо для розрахунку двох ключових неоднорідностей використовується МЧО, то в підсумку виявляється, що побудований алгоритм вимагає розв'язання не менше трьох систем лінійних алгебраїчних рівнянь, що робить такий алгоритм неекономічним в плані витрат машинного часу.

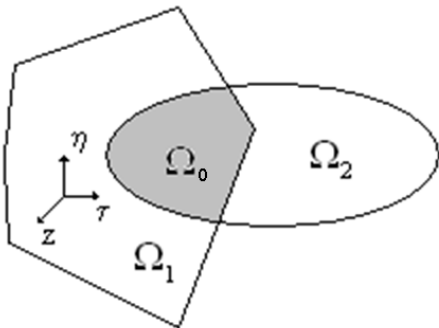


Рисунок 3.4 - Площинне зчленування хвилеводів, що накладаються

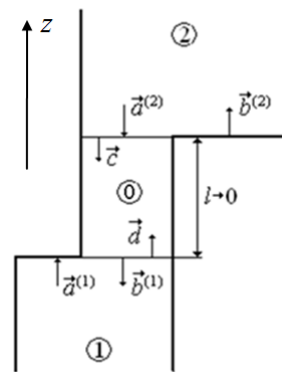


Рисунок 3.5 - Традиційна схема виділення ключових елементів в методі узагальнених матриць розсіяння

3.3.2 Зведення задачі до системи лінійних алгебраїчних рівнянь першого роду

Введемо позначення: $\vec{e}_n^{(i)}$, $n = 1, 2, \dots, N_i$ - базисні функції для поперечного електричного поля в кожному з трьох хвилеводів, зображених на рисунку 3.4. Тоді тангенціальні компоненти електричного і магнітного полів в i -му хвилеводі при падінні p -ї хвилі з j -го хвилеводу можна представити у вигляді

$$\vec{E}_t^{(i)} = \sum_{n=1}^{N_i} \sqrt{W_n^{(i)}} (b_{ij,np} + \delta_{ij} \delta_{np}) \vec{e}_n^{(i)}, \quad (3.6)$$

$$\vec{H}_t^{(i)} = (-1)^i \sum_{n=1}^{N_i} \sqrt{Y_n^{(i)}} (b_{ij,np} - \delta_{ij} \delta_{np}) \vec{h}_n^{(i)}, \quad (3.7)$$

де $b_{ij,np}$ - вектори шуканих амплітуд розсіяних хвиль, що визначають елементи матриці розсіяння розглянутого зчленування;

$W_n^{(i)}$ і $Y_n^{(i)} = (W_n^{(i)})^{-1}$ - імпеданс і адмітанс n -ої хвилі i -ого хвилеводу;

$\vec{h}_n^{(i)} = [\hat{z} \times \vec{e}_n^{(i)}]$ - базисні функції поперечного магнітного поля хвиль в i -му хвилеводі;

δ_{ij} - символ Кронекера.

Граничні умови і умови безперервності полів в площині $z = 0$ запишемо у вигляді

$$\vec{E}_t^{(i)} = \begin{cases} \vec{E}_t^{(0)}, & (\tau, \eta) \in \Omega_0, \\ 0, & (\tau, \eta) \notin \Omega_0, \end{cases} \quad i = 1, 2, \quad (3.8)$$

$$\vec{H}_t^{(1)} = \vec{H}_t^{(2)}, \quad (\tau, \eta) \in \Omega_0. \quad (3.9)$$

де $\vec{E}_t^{(0)}$ - невідоме поперечне електричне поле в загальній апертурі хвилеводів Ω_0 .

Використовуючи зображення (3.6) і ортонормованість системи функцій $\vec{e}_n^{(i)}$, $n = 1, \dots, N_i$ в перерізі i -ого хвилеводу, після проєкціювання (3.8) на набір зазначених функцій отримуємо вираз для векторів шуканих амплітуд

$$b_{ij,np} = \sqrt{Y_n^{(i)}} \left(\vec{E}_t^{(0)}, \vec{e}_n^{(i)} \right)_0 - \delta_{ij} \delta_{np}, \quad (3.10)$$

де

$$\left(\vec{E}_t^{(0)}, \vec{e}_n^{(i)}\right)_0 = \int_{\Omega_0} \left(\vec{E}_t^{(0)}(\tau', \eta') \cdot \vec{e}_n^{(i)}(\tau', \eta')\right) d\Omega'. \quad (3.11)$$

Підставимо вирази (3.10) у вираз (3.7) і, використовуючи умову безперервності (3.9), отримуємо функціональне рівняння

$$\sum_{i=1}^2 \sum_{n=1}^{N_i} Y_n^{(i)} \left(\vec{E}_t^{(0)}, \vec{e}_n^{(i)}\right)_0 \vec{h}_n^{(i)}(\tau, \eta) = 2\sqrt{Y_p^{(j)}} \vec{h}_p^{(j)}(\tau, \eta), \quad (\tau, \eta) \in \Omega_0 \quad (3.12)$$

або в інтегральній формі

$$\int_{\Omega_0} \sum_{i=1}^2 \sum_{n=1}^{N_i} Y_n^{(i)} \left(\vec{E}_t^{(0)}(\tau', \eta') \cdot \vec{e}_n^{(i)}(\tau', \eta')\right) \vec{h}_n^{(i)}(\tau, \eta) d\Omega = 2\sqrt{Y_p^{(j)}} \vec{h}_p^{(j)}(\tau, \eta), \quad (3.13)$$

тобто фактично ми отримали аналог інтегрального рівняння 1-го роду відносно невідомої функції $\vec{E}_t^{(0)}(\tau', \eta')$, яка описує розподіл поперечного електричного поля на загальній апертурі зчленування хвилеводів Ω_0 .

Уявімо шукану функцію $\vec{E}_t^{(0)}(\tau', \eta')$ у вигляді ряду по базисних функціях хвилеводу з перерізом Ω_0

$$\vec{E}_t^{(0)} = \sum_{r=1}^{N_0} C_{rp}^{(j)} \sqrt{W_r^{(0)}} \vec{e}_r^{(0)}, \quad (3.14)$$

де $C_{rp}^{(j)}$ - невідомі коефіцієнти, які залежать від номерів моди (p) і порту (j) збудження.

Тоді (3.11) представляється у вигляді

$$\left(\vec{E}_t^{(0)}, \vec{e}_n^{(i)}\right)_0 = \sum_{r=1}^{N_0} C_{rp}^{(j)} \sqrt{W_r^{(0)}} M_{nr}^{(i)}, \quad (3.15)$$

де $M_{nr}^{(i)} = \left(\vec{e}_n^{(i)}, \vec{e}_r^{(0)}\right)_0$, $i=1,2$, $n=1,2,\dots,N_i$, $r=1,2,\dots,N_0$ - інтеграл зв'язку між базисними функціями i -го і нульового хвилеводів.

Зауважимо, що $M_{nr}^{(i)} = 0$, якщо $\vec{e}_n^{(i)}$ - базисна функція TE -хвилі i -го порту зчленування ($i=1,2$), а $\vec{e}_r^{(0)}$ - базисна функція TM - або TEM -хвилі введеного в розгляд хвилеводу з перерізом Ω_0 , а також якщо $\vec{e}_n^{(i)}$ відповідає TEM -хвилі, а $\vec{e}_r^{(0)}$ - TM -хвилі.

Підставами зображення (3.15) в (3.12) і отримаємо

$$\sum_{i=1}^2 \sum_{n=1}^{N_i} Y_n^{(i)} \sum_{r=1}^{N_0} C_{rp}^{(j)} \sqrt{W_r^{(0)}} M_{nr}^{(i)} \vec{h}_n^{(i)}(\tau, \eta) = 2\sqrt{Y_p^{(j)}} \vec{h}_p^{(j)}(\tau, \eta). \quad (3.16)$$

Далі ми можемо помножити справа це рівняння векторно на поздовжній орт \hat{z} , врахувати співвідношення $\vec{e}_n^{(i)} = \left[\vec{h}_n^{(i)} \times \hat{z}\right]$ і отримати рівність, еквівалентну (3.16)

$$\sum_{i=1}^2 \sum_{n=1}^{N_i} Y_n^{(i)} \sum_{r=1}^{N_0} C_{rp}^{(j)} \sqrt{W_r^{(0)}} M_{nr}^{(i)} \vec{e}_n^{(i)}(\tau, \eta) = 2\sqrt{Y_p^{(j)}} \vec{e}_p^{(j)}(\tau, \eta). \quad (3.17)$$

Помножимо (3.17) скалярно на $\sqrt{W_k^{(0)}} \vec{e}_k^{(0)}(\tau, \eta)$ і проінтегруємо по площі апертури Ω_0 . Отримуємо

$$\sqrt{W_k^{(0)}} \sum_{i=1}^2 \sum_{n=1}^{N_i} Y_n^{(i)} \sum_{r=1}^{N_0} C_{rp}^{(j)} \sqrt{W_r^{(0)}} M_{nr}^{(i)} M_{nk}^{(i)} = 2\sqrt{W_k^{(0)}} \sqrt{Y_p^{(j)}} M_{pk}^{(j)}, \quad k=1,2,\dots,N_0. \quad (3.18)$$

Фактично ми звели задачу до системи лінійних алгебраїчних рівнянь першого роду (СЛАР-1) відносно вектора невідомих $C_{rp}^{(j)}$, $r=1,2,\dots,N_0$.

Позначимо $\mathbf{W}_i = \text{diag}(W_n^{(i)})$ і $\mathbf{Y}_i = \text{diag}(Y_n^{(i)})$ - діагональні матриці розміру $N_i \times N_i$ імпедансів і адмітансів власних хвиль i -го хвилеводу; $\mathbf{M}_i = \left\{ \left(\vec{e}_n^{(i)}, \vec{e}_r^{(0)} \right)_0 \right\}$, $n=1,2,\dots,N_i$, $r=1,2,\dots,N_0$ - матриці інтегралів зв'язку; $\mathbf{C}_j = \{c_{rp}^{(j)}\}$, $j=1,2$, $r=1,2,\dots,N_0$, $p=1,2,\dots,N_j$ - матриці невідомих коефіцієнтів зображення (3.14).

Тоді система рівнянь (3.18) може бути записана в матричному вигляді:

$$\sqrt{\mathbf{W}_0} (\mathbf{M}_1^T \mathbf{Y}_1 \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2^T \mathbf{Y}_2 \mathbf{M}_2) \sqrt{\mathbf{W}_0} \mathbf{C}_j = 2\sqrt{\mathbf{W}_0} \mathbf{M}_j^T \sqrt{\mathbf{Y}_j}, \quad j=1,2. \quad (3.19)$$

S -матриця зчленування двох хвилеводів, що накладаються, виражається через розв'язки систем (3.19) \mathbf{C}_1 і \mathbf{C}_2 за формулами, що слідують з (3.10) і (3.15):

$$\mathbf{S}^{(i,j)} = \sqrt{\mathbf{Y}_i} \mathbf{M}_i \sqrt{\mathbf{W}_0} \mathbf{C}_j - \delta_{ij} \mathbf{I}. \quad (3.20)$$

Таким чином, остаточний алгоритм розрахунку площинних зчленувань «накладного» типу зводиться до знаходження розв'язку матричного рівняння першого роду (3.19) і перерахункових формул (3.20) для визначення елементів матриці розсіяння розглянутого зчленування.

3.3.3 Про еквівалентність традиційного і запропонованого підходів

Можна показати, що традиційний підхід зводиться до запропонованого, що робить ці два підходи еквівалентними. Дійсно, відповідно до традиційного підходу зчленування двох хвилеводів, що накладаються, розглядається, як з'єднання двох площинних зчленувань (ключових елементів) загальним хвилеводом довжини 0, узагальнені матриці розсіяння яких відомі.

Запишемо формули для S -матриць ключових елементів ($i = 1, 2$):

$$\mathbf{S}_i^{(0,0)} = 2\mathbf{X}_i\mathbf{A}_i^{-1}\mathbf{X}_i^T - \mathbf{I}, \quad (3.21)$$

$$\mathbf{S}_i^{(0,1)} = 2\mathbf{X}_i\mathbf{A}_i^{-1}, \quad (3.22)$$

$$\mathbf{S}_i^{(1,0)} = 2\mathbf{A}_i^{-1}\mathbf{X}_i^T, \quad (3.23)$$

$$\mathbf{S}_i^{(1,1)} = 2\mathbf{A}_i^{-1} - \mathbf{I}, \quad (3.24)$$

де

$$\mathbf{A}_i = \mathbf{I} + \mathbf{X}_i^T\mathbf{X}_i - \text{матриця розміру } N_0 \times N_0, \quad (3.25)$$

$$\mathbf{X}_i = \sqrt{\mathbf{Y}_i}\mathbf{M}_i\sqrt{\mathbf{W}_0} - \text{матриця розміру } N_i \times N_0. \quad (3.26)$$

Блоки S -матриці всього зчленування хвилеводів, що накладаються, розраховуються за формулами

$$\mathbf{S}^{(i,j)} = \delta_{ij}\mathbf{S}_i^{(0,0)} + \mathbf{S}_i^{(0,1)}\left(\mathbf{I} + \delta_{ij}\left(\mathbf{S}_{3-i}^{(1,1)} - \mathbf{I}\right)\right)\mathbf{D}_j^{-1}\mathbf{S}_j^{(1,0)}, \quad i, j = 1, 2, \quad (3.27)$$

де

$$\mathbf{D}_i = \mathbf{I} - \mathbf{S}_i^{(1,1)}\mathbf{S}_{3-i}^{(1,1)}, \quad i = 1, 2. \quad (3.28)$$

Підставивши (3.24) в (3.28), отримуємо

$$\mathbf{D}_i = 2\mathbf{A}_i^{-1}(\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2 - 2\mathbf{I})\mathbf{A}_{3-i}^{-1}, \quad (3.29)$$

звідки

$$\mathbf{D}_i^{-1} = \frac{1}{2}\mathbf{A}_{3-i}(\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2 - 2\mathbf{I})^{-1}\mathbf{A}_i. \quad (3.30)$$

Таким чином, задача знаходження S -матриці зчленування двох хвильоводів, що накладаються, призводить до системи першого роду з матрицею $\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2 - 2\mathbf{I} = \mathbf{X}_1^T \mathbf{X}_1 + \mathbf{X}_2^T \mathbf{X}_2$.

Після підставлення (3.30) і (3.21)-(3.24) в (3.27), шляхом нескладних перетворень отримуємо

$$\mathbf{S}^{(1,1)} = -\mathbf{I} + 2\mathbf{X}_1(\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2 - 2\mathbf{I})^{-1}\mathbf{X}_1^T, \quad (3.31)$$

$$\mathbf{S}^{(1,2)} = 2\mathbf{X}_1(\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2 - 2\mathbf{I})^{-1}\mathbf{X}_2^T, \quad (3.32)$$

$$\mathbf{S}^{(2,1)} = 2\mathbf{X}_2(\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2 - 2\mathbf{I})^{-1}\mathbf{X}_1^T, \quad (3.33)$$

$$\mathbf{S}^{(2,2)} = \mathbf{I} + 2\mathbf{X}_2(\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2 - 2\mathbf{I})^{-1}\mathbf{X}_2^T. \quad (3.34)$$

Запропонований підхід без використання «віртуального» хвильоводу базується на розв'язанні системи першого роду (3.19), яка може бути записана через матриці \mathbf{A}_1 і \mathbf{A}_2 в еквівалентному вигляді

$$(\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2 - 2\mathbf{I})\mathbf{C}^{(j)} = 2\mathbf{X}_j^T, \quad j=1,2. \quad (3.35)$$

Відзначимо, що це та сама матриця, яка обертається в (3.31)-(3.34).

Підставивши в зображення для блоків S -матриці зчленування двох хвилеводів (3.20) явний вираз для C_i :

$$C_i = 2(A_1 + A_2 - 2I)^{-1} X_i^T, \quad i = 1, 2, \quad (3.36)$$

отримуємо формули, що точно збігаються з формулами (3.31)-(3.34).

Таким чином, еквівалентність двох підходів доведено.

Зауважимо, що у порівнянні з традиційним підходом, що вимагає обернення не менше трьох матриць (3.25) і (3.29) розміру $N_0 \times N_0$ (матрицю D_2 можна не обертати, оскільки залежні від неї матриці можуть бути виражені через матрицю D_1), запропонований алгоритм вимагає обернення лише однієї матриці розміру $N_0 \times N_0$ в (3.36). В результаті, такий алгоритм виявляється більш економічним в плані витрат комп'ютерного часу.

3.3.4 Порівняння ефективності двох підходів

Як зазначено вище, запропонований підхід вимагає обернення меншого числа матриць в порівнянні з традиційним підходом. Крім того, він більш економічний з точки зору пам'яті, оскільки не вимагає розрахунку і зберігання матриць розсіяння окремих площинних зчленувань.

Порівняємо швидкості розрахунку двома підходами на двох конкретних прикладах: а) для нескінченно тонкої діафрагми перерізу $15 \times 1 \text{ мм}^2$ в прямокутному хвилеводі перерізу $23 \times 10 \text{ мм}^2$ (рис. 3.6, рис. 3.7) для зчленування хвилеводу перерізу $23 \times 10 \text{ мм}^2$ з хвилеводом перерізу $19 \times 9,5 \text{ мм}^2$ через щілину перерізу $15 \times 1 \text{ мм}^2$ (рис. 3.7).

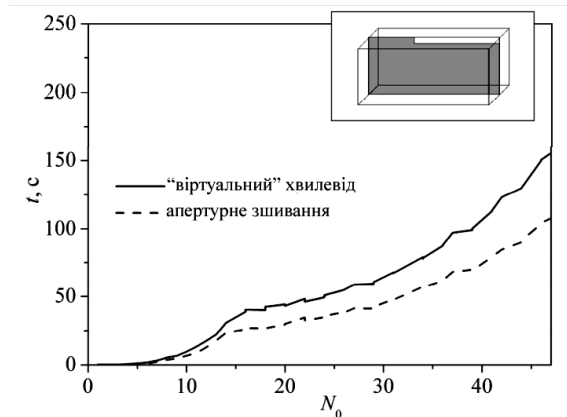


Рисунок 3.6 - Час розрахунку S -матриці в 1001 частотній точці для симетричного площинного зчленування прямокутних хвилеводів

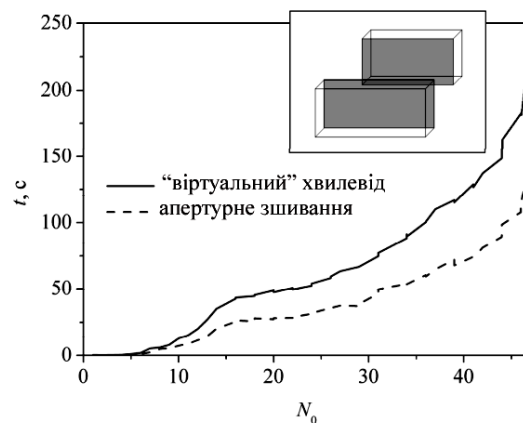


Рисунок 3.7 - Час розрахунку S -матриці в 1001 частотній точці для несиметричного площинного зчленування прямокутних хвилеводів

На рис. 3.6 і рис. 3.7 представлено час розрахунку інтегралів зв'язку і повної S -матриці в 1001 частотній точці в залежності від числа мод N_0 , що враховуються в хвилеводі перетину Ω_0 .

Як видно з рисунка, починаючи з деякого розміру базису, запропонований підхід стає швидшим у порівнянні з традиційним в середньому на 40% у разі симетричного зчленування (рис. 3.6) і на 70% у разі несиметричного зчленування (рис. 3.7).

Різна ефективність пояснюється тим, що в разі симетричного зчленування при використанні традиційного підходу розраховується матриця розсіяння тільки одного зчленування з «віртуальним» хвилеводом S_1 , оскільки $S_2 = S_1$.

3.4 Розрахунок матриці розсіяння площинного зчленування круглого хвилеводу з обнятим хвилеводом складного поперечного перерізу з координатними границями в декартовій системі координат

Ще у 1995 році було запропоновано метод розрахунку зчленування круглого хвилеводу з обнятим меншим прямокутним хвилеводом [72]. Він базується на розкладанні мод круглого хвилеводу по плоских хвилях. Надалі метод знайшов широке застосування, оскільки такі зчленування зустрічаються в багатьох пристроях мікрохвильової техніки. Серед них фільтри [95], поляризатори [96, 97], герметичні вікна [98], мультиплексери [99], рупорні антени [100].

Алгоритм, запропонований в [72], було реалізовано в системі моделювання MWD [59], що розробляється в ІРЕ НАНУ.

Надалі метод [72] було узагальнено для розрахунку турнікетних зчленувань складної форми [101], модового аналізу прямокутних хвилеводів з закругленими кутами [102], розрахунку зчленування круглого хвилеводу з хрестоподібним [91].

У даній роботі запропоновано узагальнення методу на випадок зчленування круглого хвилеводу з хвилеводом складного («ортогонного») перерізу з координатними границями в декартовій системі координат. Ключовим тут є зображення для інтегралів зв'язку між модами круглого хвилеводу, що розкладаються в ряд по плоских хвилях, і модами ортогонного перерізу, що розкладаються в ряди Фур'є в кожній прямокутній області [67]. Після аналітичного роз-

рахунку інтегралів зв'язку, матриця розсіяння площинного зчленування розраховується стандартним чином відповідно до МЧО [84].

3.4.1 Формулювання задачі та зображення полів в хвилеводах, що зчленуються

Розглянемо площинне зчленування круглого хвилеводу радіуса R з обнятим хвилеводом складного поперечного перерізу з координатними границями в декартовій системі координат (рис. 3.8).

Для розрахунку матриці розсіяння такого площинного зчленування використовуємо метод часткових областей [84]. Для цього необхідно знати інтеграли зв'язку між модами круглого хвилеводу і хвилеводу складного поперечного перерізу, тобто інтеграли від скалярного добутку поперечних розподілів напруженостей електричного поля мод у поперечному перерізі меншого складного хвилеводу.

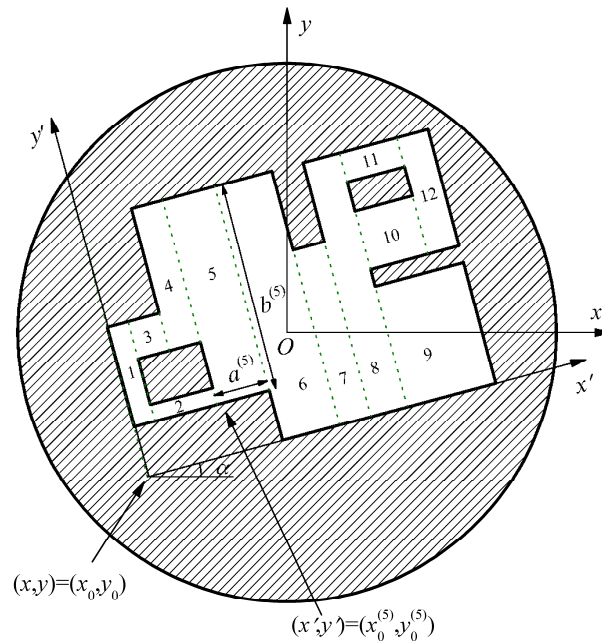


Рисунок 3.8 – Зчленування круглого хвилеводу радіуса R з обнятим хвилеводом складного поперечного перерізу з координатними границями в декартовій системі координат

3.4.2 Поля у круглому хвилеводі

Поля у круглому хвилеводі представляються у вигляді суперпозиції власних мод [103]. Запишемо зображення для поперечних компонент напруженості електричного поля власних E і H мод круглого хвилеводу

$$\vec{E}_{h(e),t}^{\pm} = \sqrt{W_{h(e)}} \vec{e}_{h(e)} e^{\pm i\zeta z}, \quad (3.37)$$

де

$W_h = k_0 W_0 \mu / \zeta = \omega \mu_0 \mu / \zeta$ – хвильовий опір H -хвилі,

$W_e = \frac{W_0 \zeta}{k_0 \varepsilon} = \frac{\zeta}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon}$ – хвильовий опір E -хвилі,

$W_0 = \sqrt{\mu_0 / \varepsilon_0} = \mu_0 c$ – хвильовий опір плоскої хвилі у вакуумі,

$k_0 = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$ – хвильове число у вакуумі,

ξ – постійна поширення.

Для H мод з позитивним азимутальним індексом є два лінійно незалежних розв'язки для поперечних полів власних мод \vec{e}_h (при $n=0$ є тільки одне – «косинусне»):

«косинусне»

$$\vec{e}_{h, nm}^{(c)} = \frac{1}{N_{h, nm}} \left[\hat{\rho} \frac{n}{\rho} J_n \left(\frac{j'_{nm} \rho}{R} \right) \sin(n\varphi) + \hat{\varphi} \frac{j'_{nm}}{R} J'_n \left(\frac{j'_{nm} \rho}{R} \right) \cos(n\varphi) \right], \quad (3.38)$$

і «синусне»

$$\vec{e}_{h, nm}^{(s)} = \frac{1}{N_{h, nm}} \left[\hat{\rho} \frac{n}{\rho} J_n \left(\frac{j'_{nm} \rho}{R} \right) \cos(n\varphi) - \hat{\varphi} \frac{j'_{nm}}{R} J'_n \left(\frac{j'_{nm} \rho}{R} \right) \sin(n\varphi) \right], \quad (3.39)$$

де

$$\psi_{h, nm}^{(c)}(\rho, \varphi) = -\frac{1}{N_{h, nm}} J_n \left(\frac{j'_{nm} \rho}{R} \right) \cos(n\varphi), \quad n=0, 1, \dots, \quad m=1, 2, \dots, \quad (3.40)$$

$$\psi_{h, nm}^{(s)}(\rho, \varphi) = \frac{1}{N_{h, nm}} J_n \left(\frac{j'_{nm} \rho}{R} \right) \sin(n\varphi), \quad n=1, 2, \dots, \quad m=1, 2, \dots, \quad (3.41)$$

j'_{nm} m -й позитивний нуль функції $J'_n(r)$ (нуль $J'_0(0)=0$ не враховується), $N_{h, nm}$ – нормувальний коефіцієнт.

Відповідне поперечне хвильове число –

$$\chi_{h, nm} = \frac{j'_{nm}}{R}. \quad (3.42)$$

Для E мод з позитивним азимутним індексом є два лінійно незалежних розв'язки для поперечних полів власних мод \vec{e}_e (при $n = 0$ тільки є тільки одне – «косинусне»):

«косинусне»

$$\vec{e}_{e, nm}^{(c)} = \text{grad} \psi_{e, nm}^{(c)}(x, y) = \frac{1}{N_{e, nm}} \text{grad} \left(J_n(\chi_{e, nm} \rho) \cos(n\varphi) \right) \quad (3.43)$$

і «синусне»

$$\vec{e}_{e, nm}^{(s)} = \text{grad} \psi_{e, nm}^{(s)}(x, y) = \frac{1}{N_{e, nm}} \text{grad} \left(J_n(\chi_{e, nm} \rho) \sin(n\varphi) \right), \quad (3.44)$$

де

$$\psi_{e, nm}^{(c)}(\rho, \varphi) = \frac{1}{N_{e, nm}} J_n \left(\frac{j_{nm} \rho}{R} \right) \cos(n\varphi), \quad n = 0, 1, \dots, \quad m = 1, 2, \dots, \quad (3.45)$$

$$\psi_{e, nm}^{(s)}(\rho, \varphi) = \frac{1}{N_{e, nm}} J_n \left(\frac{j_{nm} \rho}{R} \right) \sin(n\varphi), \quad n = 1, 2, \dots, \quad m = 1, 2, \dots, \quad (3.46)$$

j_{nm} m -й нуль функції $J_n(r)$, $N_{e, nm}$ – нормувальний коефіцієнт.

Відповідне поперечне хвильове число моди –

$$\chi_{e, nm} = \frac{j_{nm}}{R}. \quad (3.47)$$

Нормувальні коефіцієнти вибираються так, щоб система векторних функцій (3.38), (3.39), (3.43), (3.44) утворювала ортонормований базис:

$$N_{h, nm} = \sqrt{\frac{\pi(1 + \delta_{0n})}{2} (j_{nm}'^2 - n^2) |J_n(j_{nm}')|}, \quad (3.48)$$

$$N_{e,nm} = \sqrt{\frac{\pi(1+\delta_{0n})}{2}} j_{nm} |J_{n+1}(j_{nm})|. \quad (3.49)$$

Таким чином, поперечні розподіли напруженості електричного поля власних мод круглого хвилеводу є комбінаціями функцій $J_n(\chi\rho)\cos(n\varphi)$, $J_n(\chi\rho)\sin(n\varphi)$ і складових їх градієнта.

Для того щоб отримати аналітичні зображення для інтегралів зв'язку з модами хвилеводу складного поперечного перерізу представимо ці функції у вигляді суперпозиції плоских хвиль [72]

$$J_n(\chi\rho) \begin{Bmatrix} \cos(n\varphi) \\ \sin(n\varphi) \end{Bmatrix} \approx \frac{i^n}{N} \sum_{l=0}^{N-1} \begin{Bmatrix} \cos(n\theta_l) \\ \sin(n\theta_l) \end{Bmatrix} e^{-i\chi(x\cos\theta_l + y\sin\theta_l)}, \quad (3.50)$$

де

$$\theta_l = \frac{2\pi l}{N}, \quad (3.51)$$

$$x = \rho \cos \varphi, \quad y = \rho \sin \varphi. \quad (3.52)$$

Для градієнта (3.50) отримуємо

$$\begin{aligned} \rho \text{grad} \left(J_n(\chi\rho) \begin{Bmatrix} \cos(n\varphi) \\ \sin(n\varphi) \end{Bmatrix} \right) \approx \\ -\frac{i^{n+1}}{N} \chi\rho \sum_{l=0}^{N-1} \begin{Bmatrix} \cos(n\theta_l) \\ \sin(n\theta_l) \end{Bmatrix} e^{-i\chi(x\cos\theta_l + y\sin\theta_l)} (\hat{x}\cos\theta_l + \hat{y}\sin\theta_l), \end{aligned} \quad (3.53)$$

Тут градієнт помножено на ρ , щоб права частина залежала від додатку $\chi\rho$.

Перевірено (див. рис. 3.9), що при $|\chi\rho| \leq 100$, $n \leq 100$ формула (3.50) дає результат з точністю не гірше ніж 10^{-6} , якщо

$$N = \lfloor 1,15\chi\rho \rfloor + n + 14. \quad (3.54)$$

При тих же N формула (3.53) дає результат з точністю не гірше ніж 10^{-5} .

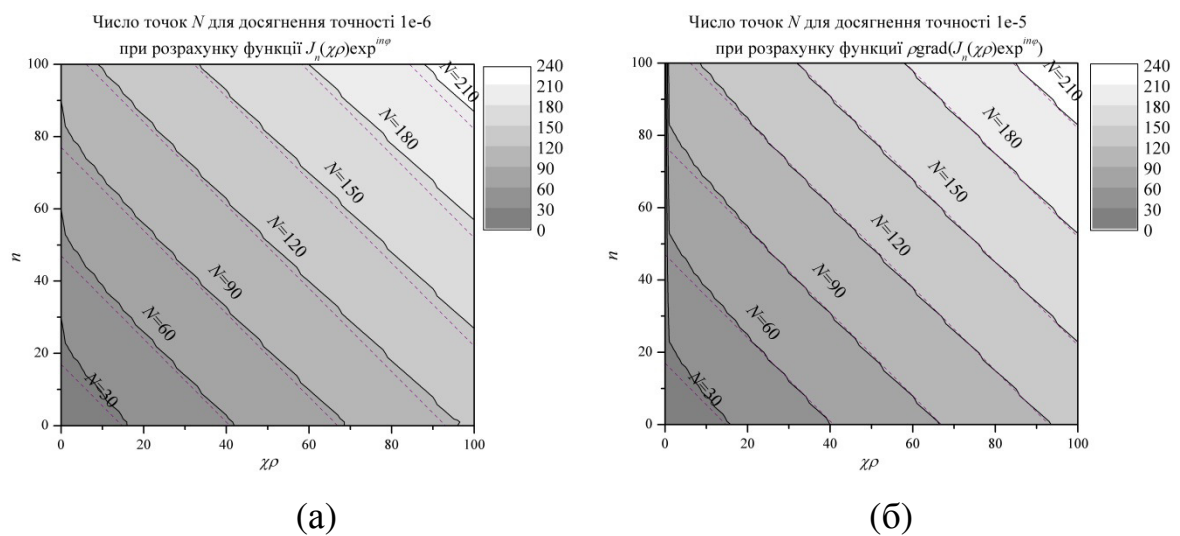


Рисунок 3.9 – Число точок для досягнення точності ε (прямі пунктирні лінії відповідають прямим $1,15\chi\rho + n + 14 = N = const$):

а) $\varepsilon = 1e - 6$ при розрахунку функції $J_n(\chi\rho)\exp(in\varphi)$,

б) $\varepsilon = 1e - 5$ при розрахунку функції $\rho\text{grad}(J_n(\chi\rho)\exp(in\varphi))$

Знайти N для більшої точності проблематично через похибки розрахунку самої функції Бесселя.

Система координат для зображення мод у хвилеводі складного перерізу може мати початок в довільній точці, а її осі можуть бути поверненими на довільний кут. Тому зручно мати зображення (3.50) і (3.53) в системі координат з початком в довільній точці $x = x_0 = \rho_0 \cos \varphi_0$, $y = y_0 = \rho_0 \sin \varphi_0$ з осями, поверненими на довільний кут α .

У такій «штрихованій» системі координат

$$\begin{aligned}x' &= (x - x_0) \cos \alpha + (y - y_0) \sin \alpha, \\y' &= -(x - x_0) \sin \alpha + (y - y_0) \cos \alpha,\end{aligned}\tag{3.55}$$

$$\hat{x}' = \cos \alpha \hat{x} + \sin \alpha \hat{y}, \quad \hat{y}' = -\sin \alpha \hat{x} + \cos \alpha \hat{y}\tag{3.56}$$

отримуємо

$$\begin{aligned}J_n(\chi\rho) \begin{Bmatrix} \cos(n\varphi) \\ \sin(n\varphi) \end{Bmatrix} &\approx \frac{(-1)^{\lfloor n/2 \rfloor}}{N} \sum_{l=0}^{N-1} \begin{Bmatrix} \cos(n(\theta_l + \alpha)) \\ \sin(n(\theta_l + \alpha)) \end{Bmatrix} \times \\ &\left[\sin \left(\chi(x_0 \cos(\theta_l + \alpha) + x' \cos \theta_l) + \frac{\pi}{4}(1 + (-1)^n) \right) \times \right. \\ &\cos(\chi(y_0 \sin(\theta_l + \alpha) + y' \sin \theta_l)) + \\ &\cos \left(\chi(x_0 \cos(\theta_l + \alpha) + x' \cos \theta_l) + \frac{\pi}{4}(1 + (-1)^n) \right) \times \\ &\left. \sin(\chi(y_0 \sin(\theta_l + \alpha) + y' \sin \theta_l)) \right],\end{aligned}\tag{3.57}$$

$$\begin{aligned}\rho \text{rad} \left(J_n(\chi\rho) \begin{Bmatrix} \cos(n\varphi) \\ \sin(n\varphi) \end{Bmatrix} \right) &\approx \\ &\frac{(-1)^{\lfloor n/2 \rfloor}}{N} \chi\rho \sum_{l=0}^{N-1} \begin{Bmatrix} \cos(n(\theta_l + \alpha)) \\ \sin(n(\theta_l + \alpha)) \end{Bmatrix} \left\{ (\hat{x}' \cos \theta_l + \hat{y}' \sin \theta_l) \times \right. \\ &\left[\cos \left(\chi(x' \cos \theta_l + x_0 \cos(\theta_l + \alpha)) + \frac{\pi}{4}(1 + (-1)^n) \right) \times \right. \\ &\cos(\chi(y' \sin \theta_l + y_0 \sin(\theta_l + \alpha))) - \\ &\sin \left(\chi(x' \cos \theta_l + x_0 \cos(\theta_l + \alpha)) + \frac{\pi}{4}(1 + (-1)^n) \right) \times \\ &\left. \left. \sin(\chi(y' \sin \theta_l + y_0 \sin(\theta_l + \alpha))) \right] \right\}.\end{aligned}\tag{3.58}$$

В (3.57) і (3.58) ми перейшли до дійсних зображень.

Використовуючи (3.57) і (3.58), запишемо розкладання по плоских хвилях поперечних електричних полів в круглому хвилеводі. Для скорочення формул введемо «індикатор» типу моди

$$s_e = \begin{cases} 1, & \text{для Е-моди,} \\ -1, & \text{для інших мод} \end{cases} \quad (3.59)$$

і позначення

$$\xi_{lx} = \begin{cases} \cos \theta_l, & \text{для Е-моди,} \\ \sin \theta_l, & \text{для Н-моди,} \end{cases} \quad (3.60)$$

$$\xi_{ly} = \begin{cases} \sin \theta_l, & \text{для Е-моди,} \\ -\cos \theta_l, & \text{для Н-моди.} \end{cases} \quad (3.61)$$

Тоді можна отримати узагальнене зображення для поперечних електричних полів E - або H -моди круглого хвилеводу з індексами n і m в системі координат з початком в точці (x_0, y_0) і осями, поверненими на кут α

$$\begin{aligned} \vec{e}_{nm}^{(cls)} \approx & \frac{1}{N_{nm}} \frac{(-1)^{[n/2]}}{N} \chi_{nm} \sum_{l=0}^{N-1} \begin{Bmatrix} s_e \cos(n(\theta_l + \alpha)) \\ \sin(n(\theta_l + \alpha)) \end{Bmatrix} (\hat{x}' \xi_{lx} + \hat{y}' \xi_{ly}) \times \\ & \left[\cos \left(\chi_{nm} (x' \cos \theta_l + x_0 \cos(\theta_l + \alpha)) + \frac{\pi}{4} (1 + (-1)^n) \right) \times \right. \\ & \cos \left(\chi_{nm} (y' \sin \theta_l + y_0 \sin(\theta_l + \alpha)) \right) - \\ & \left. \sin \left(\chi_{nm} (x' \cos \theta_l + x_0 \cos(\theta_l + \alpha)) + \frac{\pi}{4} (1 + (-1)^n) \right) \times \right. \\ & \left. \sin \left(\chi_{nm} (y' \sin \theta_l + y_0 \sin(\theta_l + \alpha)) \right) \right]. \end{aligned} \quad (3.62)$$

3.4.3 Поля в хвилеводі складного поперечного перерізу

Переріз обнятого хвилеводу представимо у вигляді об'єднання прямокутних областей

$$S = \bigcup_{j=1}^J S_j \quad (3.63)$$

де $S_j = (x_0^{(j)}, x_0^{(j)} + a^{(j)}) \times (y_0^{(j)}, y_0^{(j)} + b^{(j)})$ в координатах (x', y') . У програмному пакеті MWD [59], розробленому в ІРЕ НАНУ, реалізовано алгоритм, що автоматично розбиває хвилевід складного перерізу з координатними границями на прямокутні області. Надалі для визначеності мається на увазі розбиття вертикальними прямими лініями.

Запишемо зображення поперечних компонент напруженості електричного поля власних E , H і T мод хвилеводу складного перерізу [67]. Вони виражаються через поперечні модові розподіли полів так само, як і моди круглого хвилеводу

$$\vec{E}_{hleT,t}^{\pm} = \sqrt{W_{hleT}} \vec{e}_{hleT} e^{\pm i \zeta z}, \quad (3.64)$$

де хвильові опори для H і E мод визначено у (2.26). Хвильовий опір T мод такий же, як і у H мод.

Використовуючи (3.59) і позначення

$$\delta_h = \begin{cases} 1, & \text{для Н-моди,} \\ 0, & \text{для інших мод,} \end{cases} \quad (3.65)$$

$$\delta_T = \begin{cases} 1, & \text{для Т-моди,} \\ 0, & \text{для інших мод,} \end{cases} \quad (3.66)$$

$$\xi_{px}^{(j)} = \begin{cases} 1, & \text{для Е-моди,} \\ -\frac{\pi p}{b^{(j)}}, & \text{для інших мод,} \end{cases} \quad (3.67)$$

$$\xi_{py}^{(j)} = \begin{cases} \frac{\pi p}{b^{(j)}}, & \text{для Е-моди,} \\ \left(\omega_p^{(j)}\right)^2, & \text{для інших мод,} \end{cases} \quad (3.68)$$

запишемо узагальнене зображення для поперечних електричних полів ортогононої моди

$$\begin{aligned} \bar{e} = & \delta_T A_0^{(j)} \hat{y}' + \sum_{p=1-\delta_h}^{M^{(j)}} e^{-\text{Im}(\omega_p^{(j)})a^{(j)}} \left\{ \hat{x}' \xi_{px}^{(j)} \sin\left(\frac{\pi p}{b^{(j)}}(y' - y_0^{(j)})\right) \times \right. \\ & \left[A_p^{(j)} \cos\left(\omega_p^{(j)}(x' - x_0^{(j)})\right) - s_e B_p^{(j)} \cos\left(\omega_p^{(j)}(x_0^{(j)} + a^{(j)} - x')\right) \right] + \\ & + \hat{y}' \frac{\xi_{py}^{(j)}}{\omega_p^{(j)}} \cos\left(\frac{\pi m}{b^{(j)}}(y' - y_0^{(j)})\right) \times \\ & \left. \left[A_p^{(j)} \sin\left(\omega_p^{(j)}(x' - x_0^{(j)})\right) + s_e B_p^{(j)} \sin\left(\omega_p^{(j)}(x_0^{(j)} + a^{(j)} - x')\right) \right] \right\}, (x', y') \in S_j, \end{aligned} \quad (3.69)$$

де

$$\omega_p^{(j)} = \sqrt{\chi^2 - \left(\frac{\pi p}{b^{(j)}}\right)^2} \quad (\text{Re } \omega_m^{(r)} \geq 0, \text{Im } \omega_m^{(r)} \geq 0), \quad (3.70)$$

χ – поперечне хвильове число моди,

$M^{(j)}$ – число членів ряду для зображення моди в області номер j ,

$A_p^{(j)}$, $B_p^{(j)}$ – визначаються чисельно методом часткових областей [67].

3.4.4 Інтегралі зв'язку

Випишемо інтегралі зв'язку в системі координат ортогона

$$\left(\vec{e}_k^{(0)}, \vec{e}_n^{(1)}\right) = \int_S \vec{e}_k^{(0)} \cdot \vec{e}_n^{(1)} ds = \sum_{r=1}^J \int_{S_j} \vec{e}_k^{(0)} \cdot \vec{e}_n^{(1,j)} ds, \quad (3.71)$$

де $\vec{e}_k^{(0)}$ – мода з номером k круглого хвилеводу, $\vec{e}_n^{(1,j)}$ – зображення моди з номером n хвилеводу складного поперечного перерізу в області S_j .

Для розрахунку (3.71) необхідно вміти розраховувати інтегралі $I_{kn}^{(j)} = \int_{S_j} \vec{e}_k^{(0)} \cdot \vec{e}_n^{(1,j)} ds$.

Інтегралі зв'язку $(\mathbf{e}_{hk}^{(0)}, \mathbf{e}_{en}^{(1)})$, $(\mathbf{e}_{hk}^{(0)}, \mathbf{e}_m^{(1)})$ дорівнюють нулю априорі. Тому необхідно знайти : $I_{ek,en}^{(j)}$, $I_{ek,hn}^{(j)}$, $I_{ek,Tn}^{(j)}$, $I_{hk,hn}^{(j)}$.

Для інтегралів зв'язку (\vec{e}_e, \vec{e}_e) і (\vec{e}_h, \vec{e}_h) можна отримати більш прості вирази через потенціали ψ

$$\begin{aligned} \left(\vec{e}_{e,nm}^{(0)}, \vec{e}_{e,k}^{(1)}\right) &= \left(\chi_{nm}^{(0)}\right)^2 \int_{x_0^{(j)}}^{x_0^{(j)}+a^{(j)}} \int_{y_0^{(j)}}^{y_0^{(j)}+b^{(j)}} \psi_{e,nm}^{(0,cls)} \psi_{e,k}^{(1,j)} dx dy \approx \\ &= \frac{\left(\chi_{e,nm}^{(0)}\right)^2}{N_{e,nm}^{(0)}} \frac{(-1)^{[n/2]}}{N} \sum_{l=0}^{N-1} \left\{ \begin{array}{l} \cos(n(\theta_l + \alpha)) \\ \sin(n(\theta_l + \alpha)) \end{array} \right\} \times \\ &\sum_{p=0}^{M_{e,k}^{(j)}} \left[A_p^{(j)} \left(\hat{I}_{ssx}^- I_{csy} + \hat{I}_{csx}^- I_{ssy} \right) - B_p^{(j)} \left(\hat{I}_{ssx}^+ I_{csy} + \hat{I}_{csx}^+ I_{ssy} \right) \right], \end{aligned} \quad (3.72)$$

$$\begin{aligned}
(\vec{e}_{h,nm}, \vec{e}_{h,k})_r &= (\chi_{h,k}^{(1)})^2 \int_{x_0^{(j)}}^{x_0^{(j)}+a^{(j)}} \int_{y_0^{(j)}}^{y_0^{(j)}+b^{(j)}} \psi_{h,nm}^{(0,cls)} \psi_{h,k}^{(1,j)} dx dy \approx \\
&\frac{(\chi_{h,k}^{(1)})^2}{N_{h,nm}^{(0)}} \frac{(-1)^{[n/2]}}{N} \sum_{l=0}^{N-1} \left\{ \begin{array}{l} -\cos(n(\theta_l + \alpha)) \\ \sin(n(\theta_l + \alpha)) \end{array} \right\} \times \\
&\sum_{p=0}^{M_{h,k}^{(j)}} \left[A_p^{(j)} (\hat{I}_{scx}^- I_{cxy} + \hat{I}_{ccx}^- I_{scy}) + B_p^{(j)} (\hat{I}_{scx}^+ I_{cxy} + \hat{I}_{ccx}^+ I_{scy}) \right].
\end{aligned} \tag{3.73}$$

Введені тут позначення визначено в формулах (3.77)-(3.82).

Для решти ненульових інтегралів зв'язку (\vec{e}_e, \vec{e}_h) і (\vec{e}_h, \vec{e}_T) , інтегруючи скалярний додаток поперечних електричних полів, отримуємо

$$\begin{aligned}
I_{nm,k}^{(cls,j)} &= \int_{x_0^{(j)}}^{x_0^{(j)}+a^{(j)}} \int_{y_0^{(j)}}^{y_0^{(j)}+b^{(j)}} \vec{e}_{nm}^{(0,cls)} \cdot \vec{e}_k^{(1,j)} dx dy \approx \\
&\frac{1}{N_{nm}^{(0)}} \frac{(-1)^{[n/2]}}{N} \chi_{nm}^{(0)} \sum_{l=0}^{N-1} \left\{ \begin{array}{l} \cos(n(\theta_l + \alpha)) \\ \sin(n(\theta_l + \alpha)) \end{array} \right\} \left[\delta_{k,T}^{(1)} A_{k0}^{(j)} \sin \theta_l (I_{cx} I_{cy} - I_{sx} I_{sy}) + \right. \\
&\sum_{p=\delta_{k,T}^{(1)}}^{M_{h,k}^{(j)}} \left[A_{kp}^{(j)} \left(-\chi_{kpy}^{(j)} \cos \theta_l (\hat{I}_{ccx}^- I_{cxy} - \hat{I}_{scx}^- I_{sxy}) + (\chi_{kpx}^{(j)})^2 \sin \theta_l (\hat{I}_{ccx}^- I_{cxy} - \hat{I}_{scx}^- I_{sxy}) \right) + \right. \\
&\left. \left. B_{kp}^{(j)} \left(-\chi_{kpy}^{(j)} \cos \theta_l (\hat{I}_{ccx}^+ I_{cxy} - \hat{I}_{scx}^+ I_{sxy}) + (\chi_{kpx}^{(j)})^2 \sin \theta_l (\hat{I}_{ccx}^+ I_{cxy} - \hat{I}_{scx}^+ I_{sxy}) \right) \right] \right].
\end{aligned} \tag{3.74}$$

У формулах (3.72)-(3.74) введено такі позначення

$$I_{\{c\}_x} = I_c \left(\chi_{nm}^{(0)} \cos \theta_l, \right. \tag{3.75}$$

$$\left. \chi_{nm}^{(0)} \left(x_0^{(j)} \cos \theta_l + x_0 \cos(\theta_l + \alpha) \right) + \frac{\pi}{4} \left(1 + (-1)^n \right) - \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ \pi/2 \end{array} \right\}, a^{(j)} \right),$$

$$I_{\{c\}_y} = I_c \left(\chi_{nm}^{(0)} \sin \theta_l, \chi_{nm}^{(0)} \left(y_0^{(j)} \sin \theta_l + y_0 \sin(\theta_l + \alpha) \right) - \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ \pi/2 \end{array} \right\}, b^{(j)} \right), \tag{3.76}$$

$$\hat{I}_{\{s\}cx}^- = \hat{I}_{cc} \left(\chi_{nm}^{(0)} \cos \theta_l, \right. \\ \left. \chi_{nm}^{(0)} \left(x_0^{(j)} \cos \theta_l + x_0 \cos(\theta_l + \alpha) \right) + \frac{\pi}{4} \left(1 + (-1)^n \right) - \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ \pi/2 \end{array} \right\}, \chi_{kpx}^{(j)}, 0, a^{(j)} \right), \quad (3.77)$$

$$\hat{I}_{\{s\}cx}^+ = \hat{I}_{cc} \left(\chi_{nm}^{(0)} \cos \theta_l, \right. \\ \left. \chi_{nm}^{(0)} \left(x_0^{(j)} \cos \theta_l + x_0 \cos(\theta_l + \alpha) \right) + \frac{\pi}{4} \left(1 + (-1)^n \right) - \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ \pi/2 \end{array} \right\}, \chi_{kpx}^{(j)}, a^{(j)}, a^{(j)} \right), \quad (3.78)$$

$$\hat{I}_{\{s\}sx}^- = \hat{I}_{cs} \left(\chi_{nm}^{(0)} \cos \theta_l, \right. \\ \left. \chi_{nm}^{(0)} \left(x_0^{(j)} \cos \theta_l + x_0 \cos(\theta_l + \alpha) \right) + \frac{\pi}{4} \left(1 + (-1)^n \right) - \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ \pi/2 \end{array} \right\}, \chi_{kpx}^{(j)}, 0, a^{(j)} \right), \quad (3.79)$$

$$\hat{I}_{\{s\}sx}^+ = \hat{I}_{cs} \left(\chi_{nm}^{(0)} \cos \theta_l, \right. \\ \left. \chi_{nm}^{(0)} \left(x_0^{(j)} \cos \theta_l + x_0 \cos(\theta_l + \alpha) \right) + \frac{\pi}{4} \left(1 + (-1)^n \right) - \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ \pi/2 \end{array} \right\}, \chi_{kpx}^{(j)}, a^{(j)}, a^{(j)} \right), \quad (3.80)$$

$$I_{\{s\}sy} = I_{cs} \left(\chi_{nm}^{(0)} \sin \theta_l, \right. \\ \left. \chi_{nm}^{(0)} \left(y_0^{(j)} \sin \theta_l + y_0 \sin(\theta_l + \alpha) \right) - \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ \pi/2 \end{array} \right\}, \chi_{kpy}^{(j)}, b^{(j)} \right), \quad (3.81)$$

$$I_{\{s\}cy} = I_{cc} \left(\chi_{nm}^{(0)} \sin \theta_l, \right. \\ \left. \chi_{nm}^{(0)} \left(y_0^{(j)} \sin \theta_l + y_0 \sin(\theta_l + \alpha) \right) - \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ \pi/2 \end{array} \right\}, \chi_{kpy}^{(j)}, b^{(j)} \right), \quad (3.82)$$

де

$$I_c(a, b, h) = \int_0^h \cos(ax + b) dx = \frac{1}{a} [\sin(ah + b) - \sin b],$$

$$I_{cc}(a_1, b_1, a_2, h) = \int_0^h \cos(a_1 x + b_1) \cos(a_2 x) dx =$$

$$\frac{1}{2} \left[\frac{\sin((a_1 - a_2)h + b_1)}{a_1 - a_2} + \frac{\sin((a_1 + a_2)h + b_1)}{a_1 + a_2} - \frac{2a_1 \sin b_1}{a_1^2 - a_2^2} \right],$$

$$I_{cs}(a_1, b_1, a_2, h) = \int_0^h \cos(a_1 x + b_1) \sin(a_2 x) dx =$$

$$-\frac{1}{2} \left[\frac{\cos((a_1 + a_2)h + b_1)}{a_1 + a_2} - \frac{\cos((a_1 - a_2)h + b_1)}{a_1 - a_2} + \frac{2a_2 \cos b_1}{a_1^2 - a_2^2} \right],$$

$$\hat{I}_{cc}(a_1, b_1, \alpha_2, b_2, h) = e^{-|\operatorname{Im} \alpha_2| h} \int_0^h \cos(a_1 x + b_1) \cos(\alpha_2 (x - b_2)) dx =$$

$$\frac{1}{2} e^{-|\operatorname{Im} \alpha_2| h} \left[\frac{\sin((a_1 - \alpha_2)h + b_1 + \alpha_2 b_2) - \sin(b_1 + \alpha_2 b_2)}{a_1 - \alpha_2} + \right.$$

$$\left. \frac{\sin((a_1 + \alpha_2)h + b_1 - \alpha_2 b_2) - \sin(b_1 - \alpha_2 b_2)}{a_1 + \alpha_2} \right],$$

$$\hat{I}_{cs}(a_1, b_1, \alpha_2, b_2, h) = e^{-|\operatorname{Im} \alpha_2| h} \int_0^h \cos(a_1 x + b_1) \frac{\sin(\alpha_2 (x - b_2))}{\alpha_2} dx =$$

$$\frac{1}{2\alpha_2} e^{-|\operatorname{Im} \alpha_2| h} \left[\frac{\cos((a_1 - \alpha_2)h + b_1 + \alpha_2 b_2) - \cos(b_1 + \alpha_2 b_2)}{a_1 - \alpha_2} - \right.$$

$$\left. \frac{\cos((a_1 + \alpha_2)h + b_1 - \alpha_2 b_2) - \cos(b_1 - \alpha_2 b_2)}{a_1 + \alpha_2} \right],$$

$$\chi_{kpx}^{(j)} = \omega_{kp}^{(j)} \quad (\text{для Т-мод } \chi_{kpx}^{(j)} = \omega_{kp}^{(j)} = i \frac{\pi p}{b^{(j)}}), \quad \chi_{kpy}^{(j)} = \frac{\pi p}{b^{(j)}}.$$

Для мод прямокутного хвилеводу розміру axb вважаємо

$$B = 0,$$

$$A = \frac{2}{\sqrt{ab} \sqrt{\left(\frac{\pi m}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi n}{b}\right)^2}} \begin{cases} \frac{\pi m}{a}, & \text{для } E_{mn} \text{ моди,} \\ \frac{1}{\sqrt{(1+\delta_{m0})(1+\delta_{n0})}}, & \text{для } H_{mn} \text{ моди.} \end{cases}$$

3.4.5 Чисельний приклад

Для прикладу розглянемо діафрагму товщиною 0,1 мм у круглому хвилеводі радіусу 16,26 мм з Г-подібною щілиною (рис. 3.10). Ширина і висота щілини дорівнює 11,75 мм. Ширина прорізу складає 1 мм. Ребро, що поєднує штрихи літери «Г» розташоване у позиції (0,25 мм, 0, 25 мм).

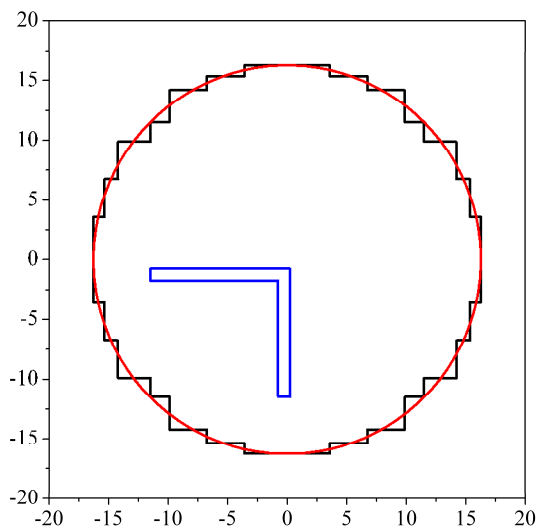


Рисунок 3.10 – Геометрія Г-подібна діафрагма у круглому хвилеводі й ступінчаста апроксимація границі круглого хвилеводу

Розрахунок виконувався двома методами: за допомогою розробленого узагальнення методу McPhie і K.L. Wu та ступінчастою апроксимацією круглого хвилеводу. В обох випадках у проєкційні базиси усіх хвилеводів включалися

моди, що поширюються на частоті $f_{cut}=60$ ГГц. Як видно з рис. 3.11 результати добре узгоджуються.

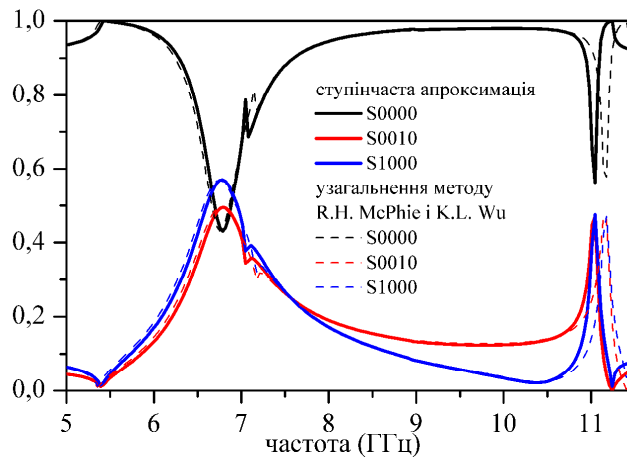


Рисунок 3.11 – Порівняння АЧХ Г-подібної діафрагми у круглому хвилеводі, розрахованої запропонованим методом і за допомогою ступінчастої апроксимації круглого хвилеводу

3.5 Чисельна оптимізація поляризатора у коаксіальному хвилеводі

Поляризатори на поздовжніх ступінчастих перегородках, що поєднують в собі функцію розділення ортогональних мод (ortho-mode transducer (OMT)) і фазообертача, зазвичай використовуються для створення лівої та правої поляризованих мод у квадратних або круглих хвилеводах. Що стосується коаксіальних хвилеводів, то деякі конфігурації, що працюють за подібними принципами, було запропоновано в [104, 105]. Однак наші чисельні експерименти показують, що асиметрія поляризатора у площині перегородки провокує високорівневе збудження домінантної *TEM* моди коаксіальному хвилеводі, що спричиняє значне погіршення якості поляризатора.

Подібно до квадратних та круглих хвилеводів, в [106-108] було запропоновано поляризатори з діафрагмами та шпинями у коаксіальних хвилеводах на TE_{11} моді. Вони є фазообертачами, належним чином з'єднані з ОМТ. У цих поляризаторах діафрагми та шпині симетрично розміщені відносно осі хвилеводу, що виключає можливість збудження TEM моди. Серед цих конфігурацій найкращі показники має конструкція поляризатора з п'ятьма діафрагмами, розроблена в [107]. Вона забезпечує зворотні втрати для обох лінійно поляризованих TE_{11} мод на рівні 27 дБ і коефіцієнт еліптичності кращий 0,17 дБ межах 13,5% смуги пропускання.

В цьому підрозділі наведено результати оптимізації поляризатора у коаксіальному хвилеводі, зображеному на рис. 2.11. Для розрахунку коаксіального і гребінчастого хвилеводів використовувалася їх ступінчаста апроксимація (рис. 2.12). Розробку поляризатора виконано за допомогою процедури оптимізації, що базується на методі найшвидшого спуску. Цільову функцію обрано таким чином, щоб мінімізувати коефіцієнти відбиття TE_{11}^y і TE_{11}^x мод, і максимізувати коефіцієнт еліптичності в робочому діапазоні поляризатора. Вектор параметрів оптимізації може включати різні набори геометричних параметрів, що описують геометрію поляризатора.

Кілька конфігурацій смугових поляризаторів X -діапазону було розроблено відповідно до наступних специфікацій до їх продуктивності: смуга пропускання 7,0-9,5 ГГц, відбиття для обох поляризацій менше -20 дБ, коефіцієнт еліптичності більше -0,6 дБ. Деякі результати проектування поляризатора для кількох значень кількості гребенів N наведено на рис. 3.12. Вони відносяться до поляризаторів з $a = 23,6$ мм, $b = 8,6$ мм, $t = 1$ мм, $w_{\min} = 3,3$ мм. Їх отримано з використанням алгоритму МЧО (для $M = 65$, $f_{\max} = 100$ ГГц). У якості параметрів оптимізації використовувалося лише два параметри $r_n = r$ і $l_n = l$ (див.

рис. 2.11), рівні для всіх гребенів, та відстані між ними. Коефіцієнти відбиття TE_{11}^x моди не наведені на рис. 3.12, оскільки вони досить малі (< -40 дБ).

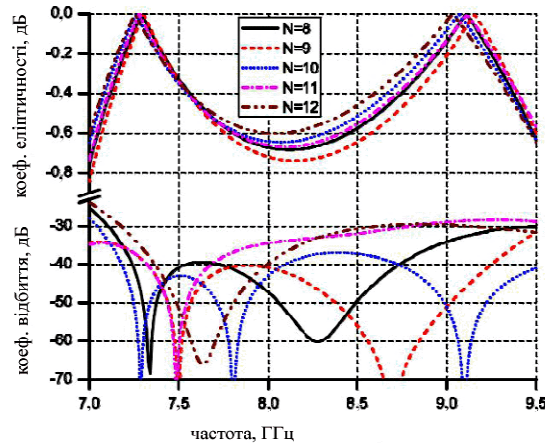


Рисунок 3.12 – Залежності коефіцієнта відбиття моди TE_{11}^y і коефіцієнта еліптичності від частоти для оптимізованих конструкцій поляризатора

Як бачимо, чим більше N , тим краща якість поляризатора, лише якщо N - парне число. Для $N = 12$, отримані характеристики повністю задовольняють завдання. Крім того, загальні довжини розроблених поляризаторів виявляються навіть меншими для парних N . Наприклад, для $N = 11$ ця довжина становить близько 100 мм, тоді як для $N = 12$ вона становить 81,6 мм.

Таким чином, представлені результати показують можливість розроблених інструментів для проектування широкосмугових коаксіальних хвилевідних поляризаторів, що складаються з симетрично розміщених прямокутних гребенів.

3.6 Компактні поляризатори у круглому хвилеводі на основі плоско-кіральних діафрагм

Серед метаматеріалів, що забезпечують «штучну оптичну активність» (ШОА), двошарові структури займають особливе місце, і переважна більшість публікацій присвячена саме їм. Починаючи з [109], було запропоновано багато плоско-кіральних метаповерхонь. Квадратні комірки періодичних структур («мета-атоми») були утворені тонкими металевими плямами або щілинами на екранах (fishnet structures). Клітини метаповерхні не повинні були мати площин симетрії, тобто вони мали бути плоско-кіральними об'єктами з обертальною симетрією C_4 (рис. 3.13а).

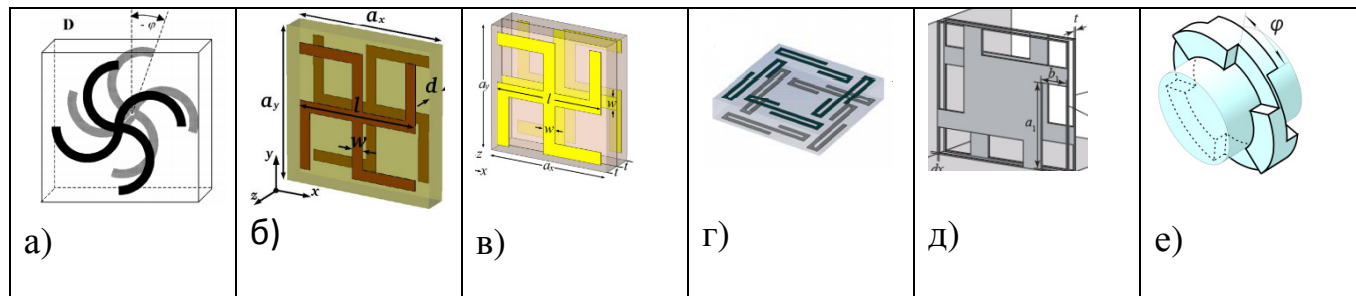


Рисунок 3.13 - Приклади двошарових структур: а) повернені свастики; 3D-кіральність відбувається при ненульовому кутовому зсуві [109]; б) спряжені гаммадіони [110]; в) композитні двошарові метаповерхні із вставкою металевого екрану, перфорованого квадратними отворами [111]; г) двосмугова структура, утворена S-подібними четвірками [112]; д) двошарова діафрагма в квадратному хвилеводі [113]; е) двошаровий обертач у круглому хвилеводі на парі C_3 -симетричних гофрованих фланців [78]

Найцікавіші властивості таких «бішарів» виявилися, коли геометрію верхнього та нижнього шарів було обрано як «спряжені» [110] (рис. 3.13б). Сюди

також входять композитні конструкції [111] (рис. 3.13в), що містять вставки з подвійною дзеркальною симетрією, які покращують узгодження, або комірки з S -подібними металевими плямами, що забезпечують двосмугове явище ШОА [112] (рис. 3.13г). Іншими словами, такі бішари мають D_4 (дієдральну) симетрію. Багато прикладів можна знайти, наприклад, у [73]. Завдяки суміжним властивостям з'явилися хвилевідні застосування бішарів як тривимірних кіральних пристроїв (рис. 3.13д, е).

Такі бішари забезпечували обертання площини поляризації (ПП) у переданому полі для будь-якої нормально падаючої плоскої хвилі та відсутність крос-поляризованої хвилі у відбитому полі. Це також можливо у випадку з «гексагональною» 2D-періодичних структур, коли геометрія розсіювача має обертальну (C_6) симетрію [114].

Аналіз ШОА зазвичай зводився до вивчення розподілу поверхневих електричних (для патчів) або «магнітних» (для щілин) струмів на двох шарах комірки «мета-атома». Потім, за аналогією з ефектом Фарадея, були відновлені еквівалентні параметри «уявного однорідного» середовища. У роботі [113] на прикладі хвилеводу пропонується інша інтерпретація явища ШОА, яка ґрунтується на розгляді особливих власних коливань усередині внутрішньої щілини двошарового об'єкта. Пізніше ми назвали їх «дієдральними» коливаннями [75] завдяки дієдральній симетрії їх власних полів. Пара діафрагм з n щілинами, зібраних «спряженим способом», здобуває своєрідну «дієдральну симетрію» D_n . Ця топологічна особливість забезпечує існування незвичного власного коливання в такому симетричному об'єкті. Маючи комплексно-значні власні частоти, воно випромінює поля різних поляризацій з різних сторін. Коли об'єкт збуджується домінантною модою, одне або обидва подвійно вироджених власних коливання збуджуються, забезпечуючи відповідне обертання ПП у полі, що пройшло. Фактичний кут повороту залежить не стільки від геометрії діафрагми, скільки від результату загальної інтенсивної електромагнітної взаємодії всередині зазору

двошарового об'єкта. За відсутності втрат, внаслідок обертальної симетрії C_n (при $n > 2$), як відбите, так і поле, що пройшло, мають лінійну поляризацію, якщо падаюча поляризація була лінійною. Кут обертання ПП не залежить від поляризації падаючої домінантної моди.

Це призводить до утворення одно- або двополосних частотних відгуків з точками ідеального узгодження (ІУ). У випадку близько розташованих власних частот, такі двошарові обертачі можуть обертати ПП на будь який кут включно з кутом у 90° в межах 5–7% пропускної здатності і при цьому бути досить компактними ($\lambda_0/30$ або менше). Компактність пристроїв визначається тісною взаємодією планарних об'єктів за ближніми полями у вузьких внутрішніх зазорах. Аналогічний принцип роботи використовується в компактній 90° скрутці у прямокутному хвилеводі [93].

Даний підрозділ присвячений цим D_n симетричним двошаровим обертачам у круглому хвилеводі (рис. 3.14). Кожна діафрагма має n прямокутних щілин, рівномірно розподілених по азимуту. У нижньому лівому куті всі щілини прилягають до стінки хвилеводу, а одна сторона прорізу лежить на стороні квадрата, вписаного в переріз круглого хвилеводу.

Можливе обертання діафрагм навколо осі хвилеводу змінює електромагнітну взаємодію, зберігаючи D_n симетрію, та забезпечує додаткову можливість настройки без втрати компактності.

В принципі, ця концепція узгоджується з ранніми роботами на двошарових екранах [115].

У підрозділі продемонстровано, як резонансні властивості самих компонентів «мета-атома» впливають на прояв ШОА. Приклад хвилеводу важливий у практичному сенсі, дозволяючи, наприклад, розширити область застосування компактних поляризаційних ротаторів на щілинних діафрагмах [75] або на гофрованих фланцях [78]. Це дозволяє розглядати випадки симетрії D_n з довільним n , а не лише з $n = 2, 4, 6$, як для двошарових періодичних ґраток.

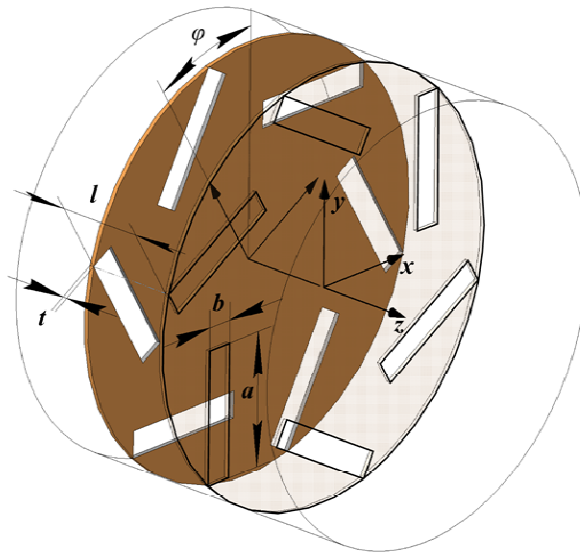


Рисунок 3.14 - Двошарові багатошліпінні плоско-кіральні діафрагми з дієдральною симетрією

Всі чисельні результати були отримані за допомогою програмного забезпечення MWD-03 на основі МЧО, методу поперечного резонансу та автоматичного формування структури операторів матриці МЧО. При розрахунку площинних зчленувань (PJ) між хвилеводами, з границями в декартових і циліндричних координатах, було використано метод R.H. McPhie і K.L. Wu [72] і його узагальнення, описане в підрозділі 3.4.

Висновки, представлені нижче щодо власних коливань у таких відкритих мікрохвильових структурах з дискретним просторовим спектром, можна віднести до всіх об'єктів, показаних на рис.3.13.

3.6.1 Геометрія обертача ПП

Почнемо з випадку чотиришліпінного обертача ПП. Розглянутий двошаровий об'єкт показано на рис. 3.15. Кожна з двох сусідніх металевих діафрагм

товщиною t має чотири прямокутні прорізи ($a \times b$), розташовані рівномірно по азимуту.

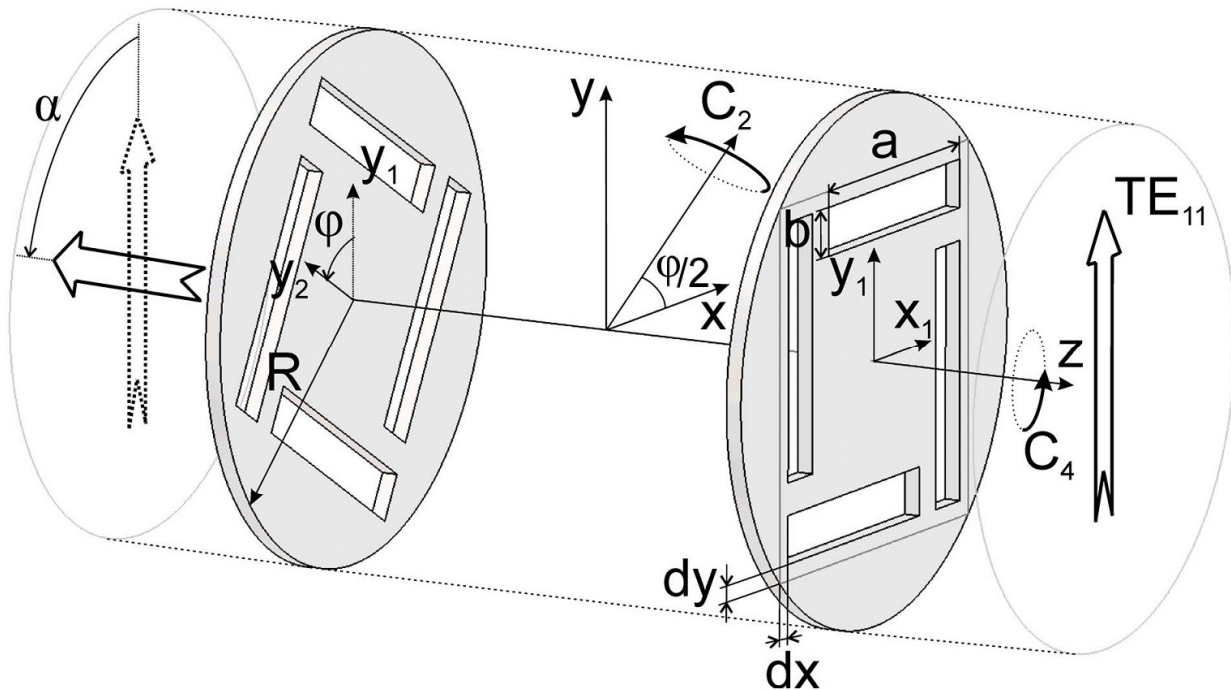


Рисунок 3.15 – Геометрія чотирищільного обертача ПП у круглому хвилеводі

Це забезпечує C_4 обертальну симетрію та відсутність крос-компонент у відбитому полі [118]. Центри прорізів однаково зміщені відносно центрів квадрата, вписаного в переріз хвилеводу, відносно його сторін. Перша та друга діафрагми мають протилежні знаки цих зсувів, або іншими словами, вони мають «спряжену» геометрію. Відстані dx і dy – це зрушення зовнішніх кутів щілин відносно стінок хвилеводу. Вони визначають міру "кіральності" діафрагми. Коли $2dx + a = \sqrt{2}R$, діафрагми мають подвійну дзеркальну симетрію та втрачають власну «кіральність». Тут R – радіус хвилеводу. У цьому випадку обмеження $b \leq dx - dy$ має виконуватися, щоб не допустити перекриття прорізів.

Геометрія пристрою має дієдральну D_4 симетрію. Цей вид симетрії означає обертальну симетрію C_4 об'єкта відносно його поздовжньої осі та симетрію C_2 відносно осі, нормальній до поздовжньої (рис. 3.15). Якщо $\varphi/2$ – кут між віс-

сю симетрії C_2 і віссю x , то друга діафрагма виглядає як дзеркальне відображення першої, повернуте на кут φ .

Взагалі кажучи, деяке обертання ПП можна досягти навіть у випадку подвійних дзеркальних симетричних діафрагм, коли $\varphi \neq n\pi/4$, $n = 0, 1, 2, \dots$ (при таких кутах обертання не відбувається, оскільки в цьому випадку весь об'єкт стає подвійно-дзеркально симетричним.) Однак наші попередні дослідження показали дуже слабе обертання і занадто велику відстань між частотами, що забезпечують значне обертання ПП та достатнє узгодження для пари подвійно дзеркальних симетричних діафрагм.

Для розрахунку ми використовували власне програмне забезпечення – пакет MWD2, що базується на алгоритмах МЧО і методу УМР для розрахунку об'єктів з кусково-координатними границями. У випадку простих прямокутних щілин, ми використовували метод, запропонований у [72].

Всі числові розрахунки були виконані на прикладі круглого хвильоводу радіусом $23/\sqrt{2} \approx 16,26$ мм, що відповідає колу, обписаному навколо квадрата зі стороною 23 мм. Товщина діафрагм – 0,1 мм.

Ми розглядали збудження TE_{11} модою з вертикальною поляризацією. Через обертальну C_4 симетрію обертача, падаюча домінуюча мода збуджує моди круглого хвильоводу лише з непарними індексами по азимуту. Тому модовий спектр досить розріджений, а взаємодія між діафрагмами реалізується за допомогою мод $TE(M)_{2m+1, n}$, $m = 0, 1, \dots$ Це розширює одномодовий діапазон аж до частоти відсікання TM_{11} мод на частоті 11,24 ГГц. Вироджена пара TM_{11} мод є основною складовою взаємодії між діафрагмами ближніми (згасними) полями.

На рис. 3.16 представлена блок-схема пристрою. У кожному фізичному порту, що відповідають круглому хвильоводу, визначено два модових порти. Вони відповідають домінуючій моді вертикальної та горизонтальної поляризації. Елементи матриці розсіяння позначаються як $S_{mn}^{(pq)}$, де верхні індекси ви-

значають вихідні та вхідні фізичні порти, а нижні індекси використовуються для номерів мод у них.

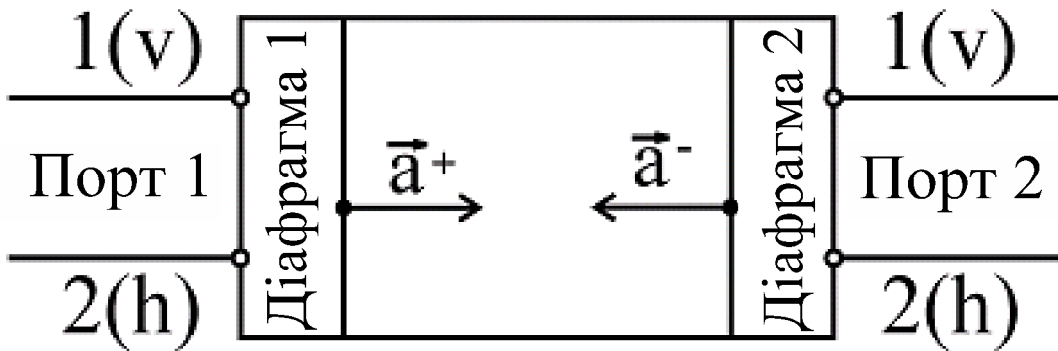


Рисунок 3.16 - Структурна схема пристрою

Тоді, як було доведено в [118]

$$S_{12}^{(11)} = S_{21}^{(11)} = S_{12}^{(22)} = S_{21}^{(22)}.$$

Тут нижчі індекси 1 і 2 відповідають доміантній TE_{11} моді вертикальної та горизонтальної поляризації, відповідно.

Кут обертання ПП визначається за допомогою

$$\alpha = \arctan\left(\operatorname{Re}\left(S_{21}^{(21)} / S_{11}^{(21)}\right)\right).$$

У наступному підрозділі ми розглянемо появу обертання ПП, коли окремі плоско-кіральні діафрагми зближуються. При цьому взаємодія ближніх полів поступово збільшується і обертання ПП стає значним зі зменшенням зазору. Однак зони бажаного обертання ПП та смуги ІУ спочатку розташовуються за-надто далеко одна від іншої. Тому нам слід спочатку відстежувати смуги ІУ та знайти набори геометричних параметрів, де зони ІУ будуть збігатися з областями значних кутів обертання ПП.

3.6.2 Рух резонансних зон і поява обертання ПП

Прагнучи реалізувати можливість перебудови кута повороту ПП за допомогою взаємного обертання діафрагм, ми отримуємо додаткову мету: знайти смуги частот ІУ, яка не залежить від взаємного кута між діафрагмами. Коли така смуга перекривається з областю інтенсивної зміни кутів ПП, отримуємо добре узгоджений обертач. Ми представимо числові дані та експериментальні результати для компактного обертача з дуже невеликим зазором між діафрагмами.

Наші дослідження проілюстровано на рис. 3.17–3.21 затіненими смугами пропускання (із зворотними втратами не гірше 20 дБ) та контурними лініями кутів повороту ПП в координатах «кут φ – частота». Кожна з двох відокремлених діафрагм не обертає ПП через її власну поздовжню симетрію. Коли дві діафрагми взаємодіють у хвилеводі по домінантній моді на відстані більше $\lambda_g/2$, ми маємо звичайні резонанси (рис. 3.17), які зазвичай трактуються як збудження парних і непарних коливань резонатора. Взаємне обертання діафрагм практично не впливає на частотну характеристику. Головну роль тут відіграє пара TM_{11} мод, що проявляється у слабкій хвилястості лінії $R = -20$ дБ (рис. 3.17).

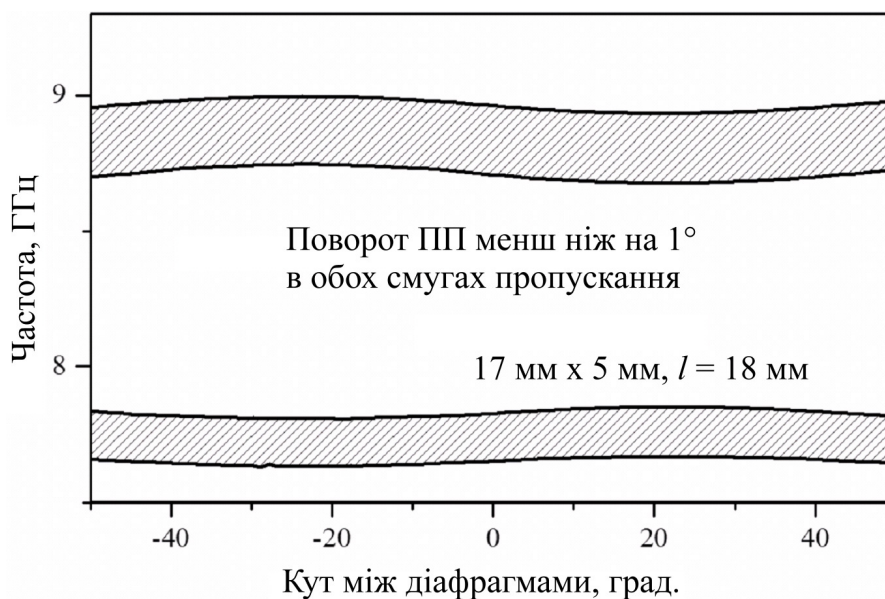


Рисунок 3.17 - Пара смуг пропускання при великому зазорі $l = 18$ мм для обер-
тача зі щілинами 17 мм \times 5 мм, $dx = dy = 0$

Лінії, що охоплюють смуги ІУ, починають «відчувати» взаємне обертання діафрагм сильніше коли внутрішній зазор стає меншим за $\lambda_0/2$. Завдяки взаємодії ближніх полів, перша і друга власні частоти зближуються, що призводить до дуже вузької або навіть частково зливої смуги пропускання (рис. 3.18). Кут α залишається дуже малим, а обертання ПП відчувається лише близько до частоти відсікання TM_{11} , де новий резонанс формується у верхній частині одномодового діапазону (не показано). Це відбувається завдяки зростанню власного коефіцієнта відбиття моди TM_{11} біля її частоти відсікання на $11,24$ ГГц. Тут, значення α можуть бути значними, але цей резонанс є занадто вузькосмуговим.

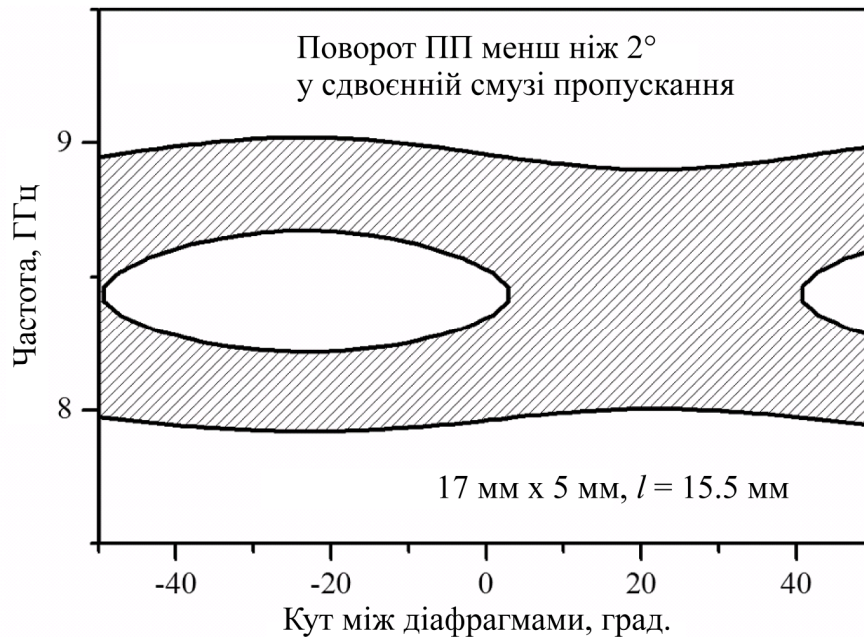


Рисунок 3.18 - Формування та злиття смуг пропускання завдяки взаємодії по ближніх полях для обертача з помірним зазором $l = 15,5$ мм, щілинами 17 мм \times 5 мм, при $dx = dy = 0$

З подальшим зменшенням зазору смуга пропускання перетворюється на локалізовану зону по φ , а лінії відчутного обертання ПП перетинають смугу пропускання (рис. 3.19). Тут слід зазначити, що спочатку найбільші значення кута обертання ПП спостерігаються поблизу $\varphi = 0$, коли щілини першої і другої діафрагм паралельні. Максимальна ширина смуги пропускання поблизу $\varphi = -20^\circ$ становить приблизно 10%. Коли φ змінюється на $\pm 20^\circ$, то можна обертати ПП в діапазоні кутів 15° .

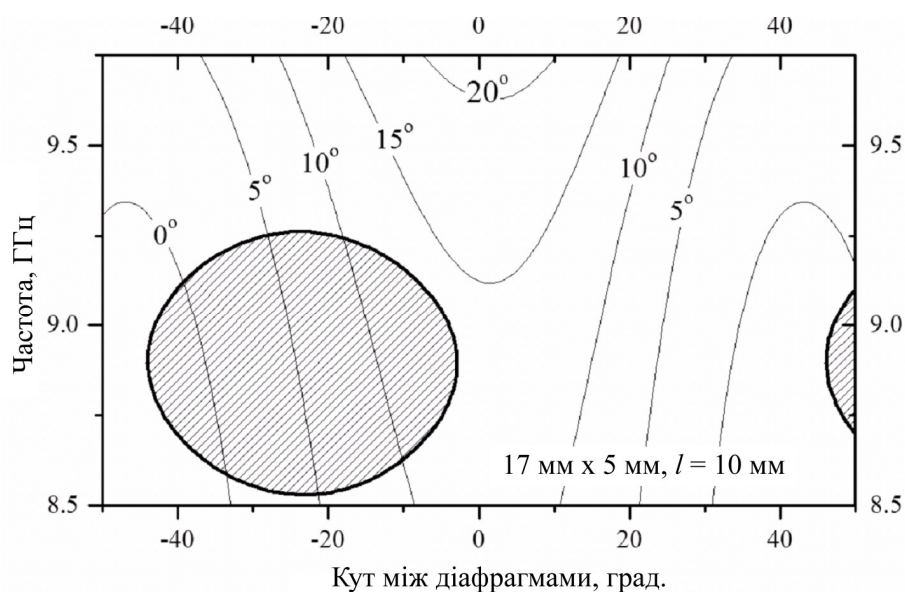


Рисунок 3.19 - Локалізовані смуги пропускання із значним обертянням ПП для обертача з помірним зазором $l = 10$ мм, щілини 17 мм \times 5 мм, а $dx = dy = 0$

Нарешті, ми представляємо пару кільцеподібних характеристик смуг пропускання для обертачів з вузькими зазорами. При таких зазорах взаємодія діафрагм реалізується більшим числом згасних мод з непарними азимутальними індексами. При цьому контурні лінії $\alpha = \text{const}$ перестають бути симетричними відносно $\varphi = 0$.

Кожен з цих структур з вузькими і дуже вузькими зазорами може забезпечити « φ -незалежні» області пропускнуої смуги, які можуть бути використані для проєктування обертача.

Наприклад, при $l = 2,5$ мм (рис. 3.20) існує «горизонтальна» область смуги пропускання поблизу частоти $10,3$ ГГц, де взаємне обертання діафрагм від -40° до $+5^\circ$ обертає ПП в діапазоні кутів, що складає 100° . Ця область кільцеподібної смуги пропускання перетинає лінію повного перетворення в кросполяризацію (чорний "промінь із ліній" на рис. 3.20). Звичайно, діапазон обертання ПП може бути зміщений відповідним вибором зазору та геометрії діафрагми.

Вищезгадана геометрія діафрагми з $17 \text{ мм} \times 5 \text{ мм}$ щілинами і $dx = dy = 0$ не дозволяє знайти приклад характеристики для обертача з меншим зазором. Справа в тому що «кільцеподібні смуги пропускання» при зменшенні зазору деформуються втрачаючи « φ -незалежні» зони смуги пропускання.

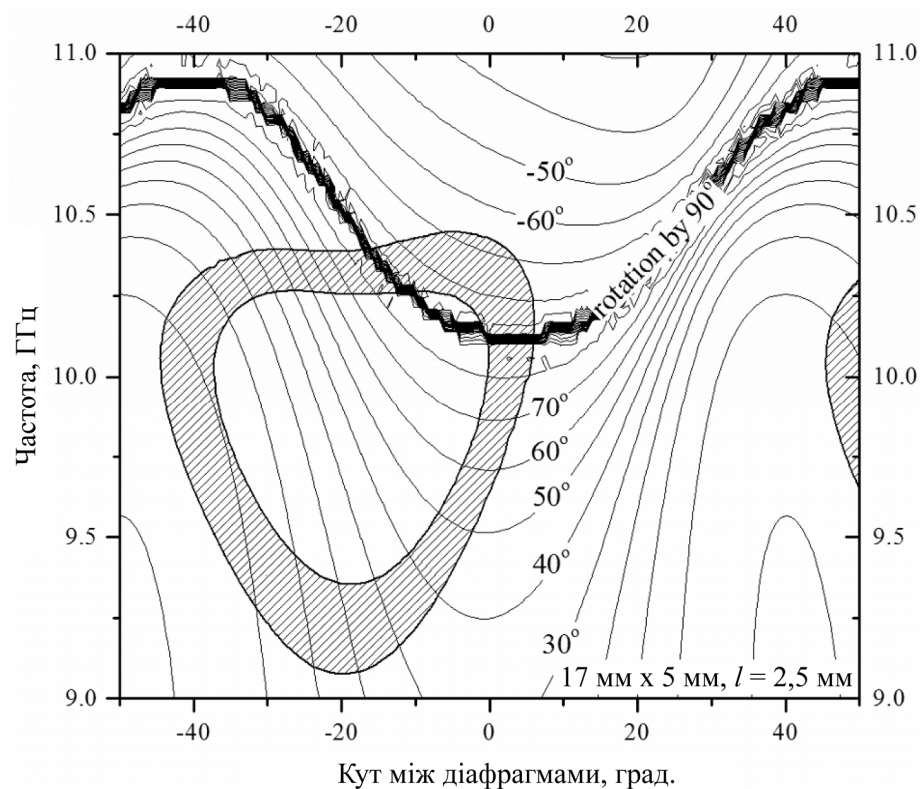


Рисунок 3.20 - Кільцеподібна смуга пропускання та кути повороту ПП в координатах « φ – частота» для обертача з вузьким зазором $l = 2,5 \text{ мм}$, щілини $17 \text{ мм} \times 5 \text{ мм}$, а $dx = dy = 0$

Для більш вузьких щілин $17 \text{ мм} \times 4 \text{ мм}$, було знайдено більш компактну конфігурацію (рис. 3.21).

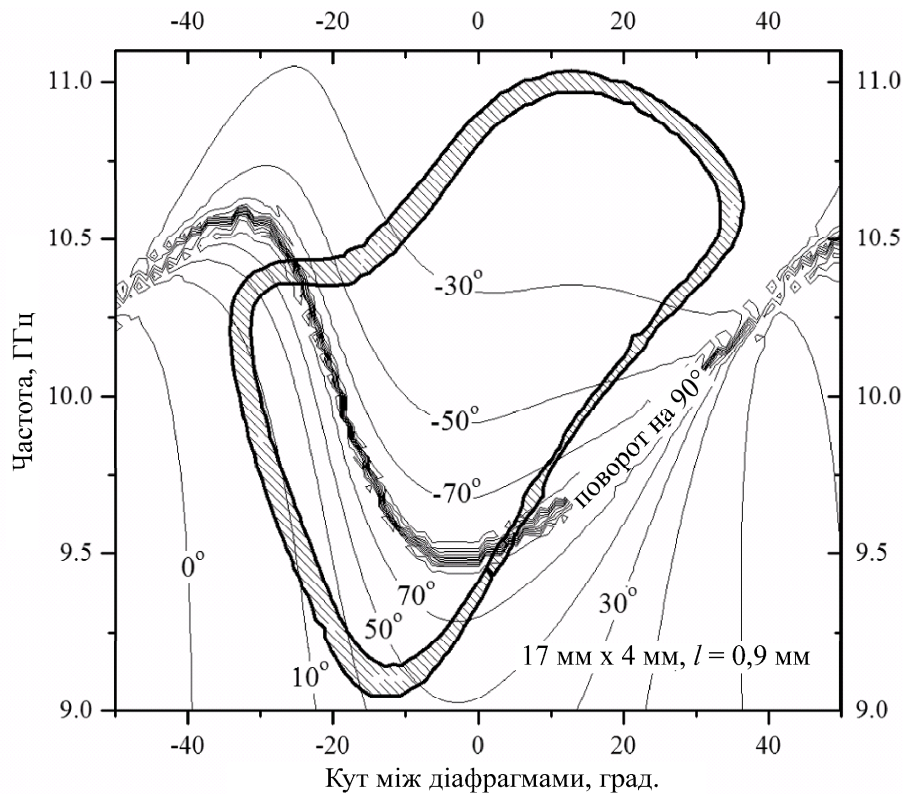


Рисунок 3.21 - Полоса пропускання та кути повороту ПП в координатах « φ – частота» для обертача з дуже вузьким зазором $l = 0,9$ мм, щілини 17 мм \times 4 мм, і $dx = dy = 0$

Звичайно, полоса пропускання тут дещо вужча, але лінії $\alpha = \text{const}$ рівномірно розподілені по горизонтальній області поблизу $f = 10,5$ ГГц, що забезпечує діапазон кутів повороту ПП більше 90° . Випадок повного перетворення в крос-поляризацію розміщений в середині необхідного діапазону зміни φ .

У таблиці 3.1 наведено значення частот відсікання та амплітуди перших 10 мод круглого хвильоводу всередині зазору між діафрагмами для обертача з рис. 3.21 для кута повороту $\varphi = -25^\circ$ і частоти $f = 10,42$ ГГц. Амплітуди мод a_n^\pm відповідають границям зазору $z = \pm l/2$ (рис. 3.16). Як зазначалося вище, внаслідок C_4 симетрії, моди з парними азимутальними індексами не збуджуються. У цьому випадку ПП обертається на $-88,35^\circ$. Великі значення амплітуд a_1^\pm і a_2^\pm порівняно з іншими амплітудами свідчать про резонансне збудження обертача.

Варто зазначити, що вагомий внесок у формування поля роблять саме слабо згасні вищі моди TM_{11} .

Таблиця 3.1. Амплітуди в середині зазору у резонансі

n	мода	$f_{\text{від.}} \text{ (ГГц)}$	$ a_n^+ $	$ a_n^- $
1	$TE_{1,1,v}$	5.40	33.57	33.79
2	$TE_{1,1,h}$	5.40	32.45	32.46
3	$TM_{0,1,h}$	7.06	$5 \cdot 10^{-15}$	$2 \cdot 10^{-14}$
4	$TE_{2,1,v}$	8.96	$4 \cdot 10^{-14}$	$3 \cdot 10^{-14}$
5	$TE_{2,1,h}$	8.96	$8 \cdot 10^{-14}$	$7 \cdot 10^{-14}$
6	$TE_{0,1,v}$	11.24	$2 \cdot 10^{-14}$	$2 \cdot 10^{-14}$
7	$TM_{1,1,v}$	11.24	30.84	24.12
8	$TM_{1,1,h}$	11.24	22.73	29.11
9	$TE_{3,1,v}$	12.33	5.99	6.81
10	$TE_{3,1,h}$	12.33	14.52	13.77

3.6.3 Загальні особливості власних коливань бішару

Розглянемо два об'єкти, розташовані близько в певній лінії хвилеводу або у вільному просторі з дискретним базисом мод. Під останніми ми маємо на увазі або хвилі Флоке, або хвилевідні моди. Дисперсійне рівняння, що визначає набір власних коливань такого "відкритого" об'єкта, виглядає відомим чином

$$\det(\mathbf{I} - \mathbf{RER}\hat{\mathbf{E}}) = 0, \quad (3.83)$$

де \mathbf{R} і $\widehat{\mathbf{R}}$ являють собою узагальнені матриці, що описують повторне відбиття хвиль Флоке або хвилевідних мод від зовнішніх компонентів (інтерфейсів) "бішару", \mathbf{I} - одинична матриця. Діагональна матриця $\mathbf{E} = \mathbf{E}(l)$ описує процес поширення або реактивного згасання цих хвиль у зазорі бішару, l - розмір цього зазору. У деяких випадках рівняння (1) можна розділити на 2 множники.

Наприклад, у випадку звичайного поздовжньо симетричного об'єкта, $\mathbf{R} = \widehat{\mathbf{R}}$, і рівняння (1) розпадається на пару

$$\det(\mathbf{I} \pm \mathbf{R}\mathbf{E}) = 0, \quad (3.84)$$

які описують добре відомі коливання з «ідеальними магнітними» (PMW) (розв'язки (3.84) з '-') або «ідеальними електричними» (PEW) (розв'язки (3.84) з '+') стінками в площині симетрії при $z = 0$. Власні коливання різної симетрії мають різні власні частоти.

Окремим випадком такого поздовжньо симетричного об'єкта є одиночна діафрагма або екран. Вони також є різновидами «бішарів» і мають відповідні пари власних коливань [116]. Власні коливання з PMW є причиною добре відомих резонансів напівхвильових щілин у діафрагмах або екранах, тоді як PEW коливання зазвичай мають дуже високий Q -коефіцієнт і не були виявлені експериментально протягом тривалого часу, будучи розташовані безпосередньо перед багатомодовим діапазоном. Тому в літературі вони взагалі не обговорювались.

Тим не менш, вони викликали потік досліджень в оптиці з відкриттям НОП ("надзвичайного оптичного проходження", або англійською EOT - extraordinary optical transmission) через 2D набір поза межних отворів. Деякий час явище НОП пояснювали резонансами поверхневих «плазмонів-поляритонів» на 2D періодичній границі недосконалого металу. Розглядаючи перфорований екран або хвилевідну діафрагму як свого роду «бішар», було отримано електро-

магнітне пояснення ефекту НОП навіть для досконалих металів [116]. Як виявилось [117], у 3D випадку плоска границя розділу між півпростором та 2D-ґраткою напівнескінченних позамежних хвилеводів має власні «апертурні» коливання. Результівна пара коливань близько розташованих «апертур» генерує два резонанси проходження: 1) добре відомий низькодобротний резонанс з РМВ, розміщений на низьких частотах, і 2) високодобротний резонанс з РЕВ. Цей другий резонанс знаходиться поблизу відсікання першої вищої моди. Тому він маловідомий як для тонких екранів, так і для діафрагм.

Розглянемо тепер подвійний шар діафрагм або екранів. Припустимо, що два компоненти бішару однакові і обидва мають плоску кіральність. У цьому випадку вони можуть утворювати два типи 3D-кіральних об'єктів, які забезпечують ШОА. Ці компоненти можуть бути розміщені або «спряженим способом», або у вигляді однакової пари з азимутальним зсувом навколо поздовжньої осі. Деяка суттєва різниця в електромагнітній поведінці таких пар була чисельно досліджена в [76].

Принципова різниця між ними полягає в тому, що єдина спряжена конфігурація має властивості симетричної двопортової мережі, як це буде показано нижче.

Розглянемо структуру, в якій другу діафрагму отримуємо з першої, обертаючи її на π навколо осі OY , а потім обертаючи навколо осі структури OZ на кут φ . Ці перетворення відповідають визначенню об'єкта з дієдральною симетрією. Якщо перша діафрагма має обертальну симетрію C_n , то двошаровий шар із двох спряжених діафрагм має дієдральну симетрію D_n . В цьому випадку, $\hat{\mathbf{R}} = \mathbf{A} \mathbf{R} \mathbf{A}^{-1}$, де ненульові елементи матриці \mathbf{A} утворюють блоки 2×2 , що пов'язують горизонтальну та вертикальну поляризації мод з ненульовими азимутальними індексами

$$\mathbf{A} = \begin{matrix} & \dots & H(E)_{nm}^{\perp} & H(E)_{nm}^{\parallel} & \dots \\ \vdots & \begin{pmatrix} \ddots & & & & \ddots \\ & 0 & -(-1)^n \cos(n\varphi) & (-1)^n \sin(n\varphi) & \dots \\ & H(E)_{nm}^{\parallel} & 0 & (-1)^n \sin(n\varphi) & (-1)^n \cos(n\varphi) & \dots \\ & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots \end{pmatrix} & \end{matrix}, \quad (3.85)$$

Симетричні моди з нульовим азимутальним індексом можуть бути виключені з розгляду, оскільки вони не пов'язані з основною H_{11} модою для об'єкта з обертальною симетрією C_n для будь-якого $n > 1$.

Оскільки $\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}$, тоді $\mathbf{A}^{-1}\mathbf{E} = \mathbf{E}\mathbf{A}$, що слідує з рівності діагональних елементів матриці \mathbf{E} , що відповідають модам, пов'язаним матрицею \mathbf{A} . Звідси,

$$\mathbf{I} - \mathbf{RER}\widehat{\mathbf{E}} = \mathbf{I} - \mathbf{REAR}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{E} = (\mathbf{I} - \mathbf{REA})(\mathbf{I} + \mathbf{REA}). \quad (3.86)$$

Отже, дисперсійне рівняння (3.84) у цьому випадку ділиться на 2 рівняння:

$$\det(\mathbf{I} \pm \mathbf{REA}) = 0. \quad (3.87)$$

Подібне розбиття дисперсійного рівняння для плоско-кіральних спряжених екранів можна отримати в термінах хвиль Флоке.

На відміну від випадку поздовжньої симетрії, власні коливання двох дисперсійних рівнянь (5) мають однакові власні частоти кратності 1. Поля пари власних коливань, що відповідають знакам $+i$ - в (5), є ортогональними та мають еліптичну поляризацію.

У задачі розсіяння у випадку без втрат зберігається лінійність падаючої хвилі у вихідному порту об'єкта з симетричною обертальною симетрією C_n порядку $n \geq 3$, що було доведено (див., наприклад, [115]). Справжній кут α обертання ПП визначається частотою, параметрами матеріалу та геометрією і знаходиться чисельно за формулою

$$\tan \alpha = \operatorname{Re} S_{10}^{\text{cross},co} / \operatorname{Re} S_{10}^{\text{co},co} \quad (3.88)$$

Тут $S_{10}^{\text{cross},co}$ і $S_{10}^{\text{co},co}$ - коефіцієнти пропускання у крос-поляризовану та ко-поляризовану моди відповідно. На резонансних частотах кут α дорівнює різниці між напрямками головних осей еліпсів найближчого власного коливання у двох портах мережі.

У дієдральному випадку виконується співвідношення

$$\arg S_{00}^{\text{co},co} = \arg S_{10}^{\text{cross},co} \pm \pi/2 \quad (3.89)$$

Це є причиною розглядати такий об'єкт як двопортову мережу особливої симетрії.

Навпаки, пара не спряжених плоско-кіральних об'єктів із взаємним кутовим зсувом, яка також забезпечує ШОА, є асиметричною двопортовою мережею [76]. Для неї співвідношення (7) не виконується, а дисперсійне рівняння не допускає розщеплення виду (5).

Для того, щоб точно виділити явища ШОА, нижче ми розглянемо лише об'єкти з симетрією D_n , коли $n \geq 3$. У цьому випадку: а) поляризація розсіяного поля в дальній зоні залишається лінійною; б) ефект обертання ПП не залежить від поляризації падаючої моди; в) у відбитому полі відсутня крос-поляризована мода [118].

Зауважимо, що випромінювальні моди всередині двошарової щілини відіграють вирішальну роль у генерації власних коливань. Тому вони визначають їх відмінні риси. Наприклад, для звичайних резонаторів на ділянках регулярних хвилеводів реальні частини сусідніх власних частот, що генеруються в зазорі, разом зі збільшенням зазору рухаються вниз [119]. Однак перша пара коливань, що утворюється у вузькому проміжку бішару, виявляє нестандартну поведінку через інтенсивну взаємодію згасних полів. У дієдральному випадку спектральні лінії можуть сходитися або розходитися залежно від ширини зазору або кутово-

го зсуву між компонентами «метаатома» в різних шарах. Ця властивість дає можливість побудувати двогорбі криві ШОА.

3.6.4 Резонанси двошарових компонентів

Перш за все, ми розглядаємо резонанси окремої діафрагми, які так чи інакше впливають на збудження коливань бішару. Вони визначаються розв'язками рівнянь (2). У цьому випадку R - матриця відбиття мод багатоканальної лінії з n прямокутних хвилеводів, що падають на площинне зчленування (PJ) з круглим хвилеводом. Згідно з [116], такі PJ мають власні «апертурні» коливання з комплексними частотами $f_{PJ,n}$ близькими до частоти відсікання вищої TM_{11} моди круглого хвилеводу. Наприклад, якщо радіус круглого хвилеводу $R_0 = 16,2635$ мм, $a = 12$ мм, $b = 1$ мм і $n = 5$, таке PJ характеризується парою вироджених перехресно-поляризованих апертурних коливань з частотами $f_{PJ,5} = (11,23 - i0,001)$ ГГц. Ця власна частота була отримана у результаті розв'язання (3.87) методом МЧО.

Якщо товщина діафрагми $t = 1$ мм, результат взаємодії двох «апертурних» коливань, властивих вхідним і вихідним PJ через набір із п'яти щілин, призводить до симетричного коливання з $f_{iris,5}^{(eigen,PMW)} = (10,95 - i0,07)$ ГГц і надзвичайно високодобротного асиметричного коливання, розташованого безпосередньо перед частотою відсікання першої вищої моди $f_{cut}^{TM_{11}^{\circ}} = 11,2414$ ГГц

У таблиці 3.2 наведено дані про резонансні частоти та ширину смуги пропускання одиночної багатощілинної діафрагми зі збільшенням n . Наведено тільки дані, що стосуються помітних точок повного узгодження, розміщених поблизу $\text{Re } f_{iris,n}^{(eigen,PMW)}$ для різних n . Резонанси на асиметричних коливаннях (з

РЕW) тут не представлено, оскільки всі вони знаходяться поблизу частоти відсікання TM_{11} моди і мають надзвичайно великий коефіцієнт Q , щоб бути виявленими.

Таблиця 3.2. Резонансні частоти (ГГц) одиночної багатощілинної (прямокутної форми) діафрагми (рис. 3.14) для різних геометрій

Геометрія	$n=3$	$n=4$	$n=6$	$n=8$	$n=10$	$n=12$	$n=14$	$n=16$	$n=18$
$a=12$ мм, $b=0,5$ мм, $t=0,5$ мм	10,96	10,87	10,60	10,43	10,11	9,78	9,56	9,41	9,25
	Ширина смуги пропускання (3 дБ) варіюється від 0,2 ГГц ($n=4$) до 1,4 ГГц ($n=18$)								
$a=12$ мм, $b=0,5$ мм, $t=0,1$ мм	10,77	10,64	10,32	10,00	9,43	8,83	8,41	8,15	7,93
	Ширина смуги пропускання (3 дБ) коливається від 0,37 ГГц ($n=4$) до 2,23 ГГц ($n=18$)								

Як виявилось, резонансні частоти досить близькі до $\text{Re } f_{iris,n}^{(\text{eigen}, PMW)}$, незважаючи на досить великі значення $\text{Im } f_{iris,n}^{(\text{eigen}, PMW)}$. Ми бачимо, що: 1) збільшення кількості щілин призводить до зменшення резонансної частоти та добротності; 2) звуження щілин має відносно слабкий вплив на характеристики (не представлено в таблиці); 3) резонанси тонких діафрагм сильніше зміщуються вниз за частотою і менше за добротністю.

Варто зазначити, що згинання щілин для подовження їх центральної лінії ще більше зменшує частоту резонансу.

3.6.5 Власні коливання та резонанси дієдральної пари діафрагм

Взаємодія двох плоско-кіральних діафрагм, у свою чергу, породжує нові пари власних коливань і відповідні резонанси на частотній характеристиці. Принципова відмінність такої 3D-кіральної одиниці полягає у обертанні ПП переданого поля відносно падаючого. З цієї причини відповідні власні коливання з різними ПП випромінених власних полів у зовнішніх портах були названі “*дієдральними*” коливаннями. Як мікрохвильовий компонент, такий бішар продовжує залишатися 2-портовою мережею, і його частотна характеристика може бути точно описана аналітичними зображеннями на основі пари (або більше) власних частот [82] (див. підрозділ 3.6.5).

Розглянутий пристрій характеризується резонансами, які збуджуються внаслідок особливостей обох топологічних компонентів. Вони являють собою резонанси діафрагм (екранів), як самі по собі, і резонанси, що утворюються в проміжку між ними. Обидва вони добре розпізнаються у двовимірних залежностях коефіцієнта відбиття $S_{11}(f,l)$, показаних на рис. 3.22 для $n = 6$, $t = 0,1$ мм, $a = 12$ мм, $b = 0,5$ мм. Сині смуги відповідають смугам гарного узгодження, а червоні - смугам сильного відбиття. Рисунок 3.22 ілюструє три випадки, що відрізняються мірою площинної кіральності діафрагм. При $dx = 5,5$ мм (рис. 3.22a) є дві площини дзеркальної симетрії для діафрагм і три такі площини для 3D-об’єкта в цілому.

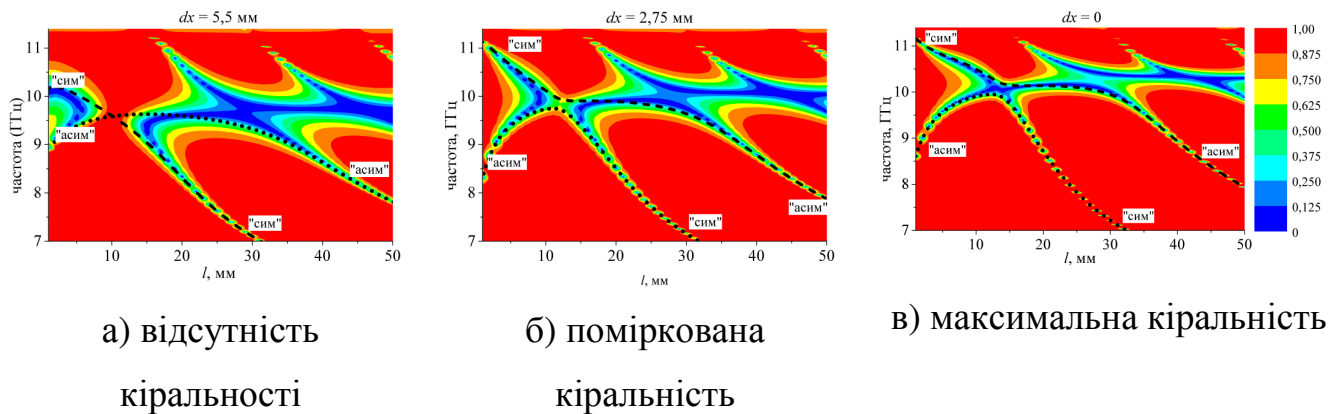


Рисунок 3.22 - Коефіцієнт відбиття $S_{11}(f, l)$ бішару, що складається з 6 щілинних плоско-кіральних діафрагм для різного ступеня кіральності в координатах (проміжок, частота). Штрихові та крапкові лінії - реальні частини власних частот

ТОТ

Явна смуга гарного узгодження поблизу $f_{n=6}^{iris} = 10$ ГГц спостерігається на всіх рисунках для великих проміжків, коли ближні поля діафрагм практично не випромінюються. Цю лінію “резонансу діафрагми” перетинають кілька ліній резонансів “щілини”, розміщені вздовж l з інтервалом, близьким до $\lambda_g/2$ домінуючої моди TE_{11} . Збільшення геометричної кіральності від її відсутності (а) до максимуму (в) спричиняє збільшення Q -коефіцієнта резонансів обох типів.

Найцікавішою зоною геометрії є випадок невеликих зазорів, де діафрагми взаємодіють за допомогою ближніх полів і виникає явище ШОА. Тут вищезазначені прості залежності для великих l зникають. Зверніть увагу на пунктирні лінії на рис. 3.22, які позначають дійсні частини власних частот “асиметричних” та “симетричних” двошарових власних коливань. Дієдральне власним коливанням ми називаємо умовно симетричним («симетричним» у лапках), якщо кут між напруженостями електричного поля, що описують еліпси в обох портах, менший по абсолютній величині 90° . В іншому випадку ми називаємо власне коливання умовно асиметричним («асиметричним» у лапках). Ми спостерігали деяку нестандартну поведінку перших пар власних коливань. На рис. 3.22а

представлений початковий випадок подвійних плоских симетричних діафрагм без кіральності.

Ситуація змінюється, коли складові бішару отримують помітну площинну кіральність (рис. 3.22б,в). По-перше, ці криві для «асиметричного» і «симетричного» коливань припиняють перетинатися, коли dx стає меншим певного значення (в даному випадку $dx \approx 4,25$ мм). По-друге, власні коливання поступово змінюють свій тип з «асиметричного» («симетричного») при невеликих зазорах на «симетричне» («асиметричне») на великих. По-третє, збільшення ступеня кіральності поступово призводить до зміни поведінки АЧХ. Смуги відбиття замінюються смугами узгодження коли пунктирні лінії $\text{Re}(f_{\text{eigen}})$ наближаються одна до одної (порівняйте рис. 3.22а та рис. 3.22б,в). Подібне явище досліджувалося аналітично і називалося «взаємозв'язком» власних коливань при наближенні [120]. По іншому це явище називається «обміном типами коливань». Практичне застосування такої аналітичної обробки «перетворення спектра мод» відкритих об'єктів було запропоновано у [121].

Таке перетворення мод у плоско-кіральному бішарі можна продемонструвати, простеживши криві $\text{Re}(f_{\text{eigen}})$ перших асиметричних коливань на рис. 3.22а та рис. 3.22б. За відсутності кіральності (рис. 3.22а) крива «асим» перетинає «сим» (пунктирна крива на рис. 3.22а). Фазовий зсув домінуючої TE моди на виході близький до 180° вздовж цієї резонансної лінії.

На противагу цьому, при помірній кіральності ($dx = 2,75$ мм $<$ 4,25 мм), початкова спектральна крива «асим» на рис. 3.22б докорінно змінюється після взаємозв'язку власних коливань «асим» і «сим». Пунктирна крива починається з «асиметричного» власного коливання при малих зазорах, але закінчується при великих l «симетричним» власним коливанням. Відповідно, фазовий зсув вихідного режиму при першому резонансі прямує до нуля зі збільшенням зазору.

Детальне вивчення зони обміну типами коливань (рис. 3.23, рис. 3.24) виявляє, що зона різкої зміни добротності ($Q = \text{Re}(f_{\text{eigen}})/(-2\text{Im}(f_{\text{eigen}}))$) власних коли-

вань точно відповідає важливим особливостям поведінки $\text{Re}(f_{\text{eigen}})$. На рис. 3.23а (слабка кіральність) такий обмін Q -факторів між «асиметричним» і «симетричним» коливаннями відповідає випадку, коли $\text{Re}(f_{\text{eigen}})$ припиняють перетинатися (стрілка на рис. 3.23а). З подальшим збільшенням кіральності перетин ліній $\text{Im}(f_{\text{eigen}})$ відповідає частотним областям, де $\text{Re} f_{\text{eigen}}^{\text{asym}}$ і $\text{Re} f_{\text{eigen}}^{\text{sym}}$ зближаються. Це особливе значення зазору відповідає точці перетину уявних частин власних частот, в яких їх похідні відносно зазору мають різні знаки. На рис. 3.23б для діафрагм максимальної кіральності видно, що смуга гарного узгодження зміщена в цю зону, що означає найбільш широкосмуговий прояв 3D-кіральності.

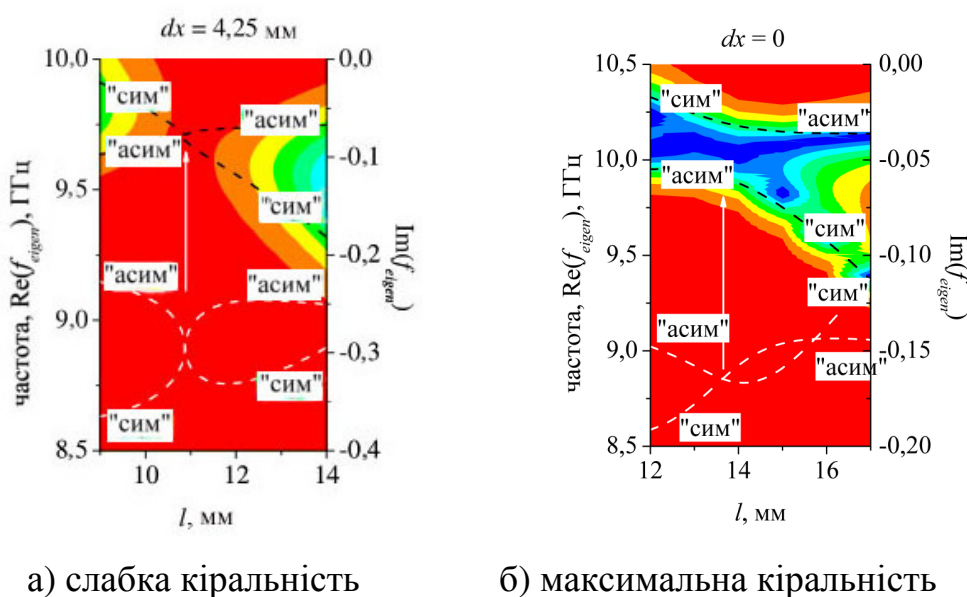


Рисунок 3.23 – Залежність першої пари двошарових власних частот f_{eigen} від ширини зазору в зоні перетворення власної моди. Чорні пунктирні криві відображають для $\text{Re} f_{\text{eigen}}$ (ліві осі), білі пунктирні криві представляють $\text{Im} f_{\text{eigen}}$ (праві осі). Кольоровим фоном позначено коефіцієнт відбиття (кольорова шкала на рис. 3.22в).

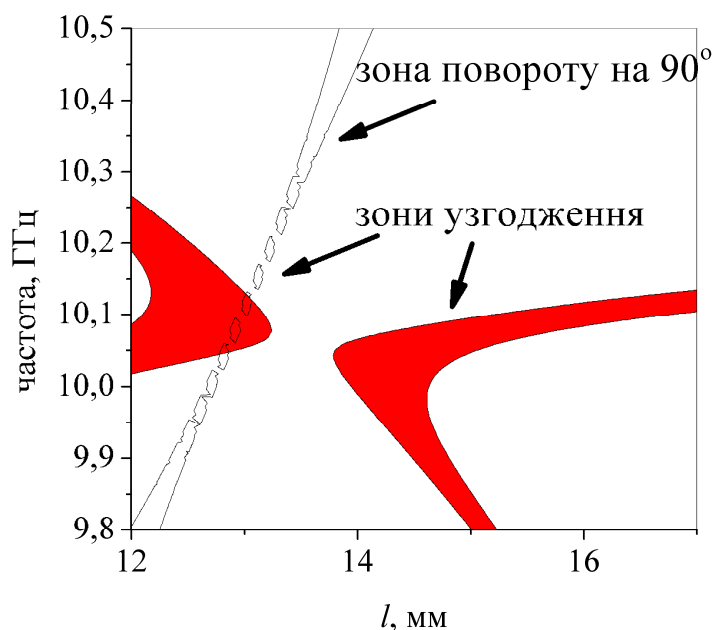


Рисунок 3.24 – Перетин зон ідеального узгодження та обертання на 90° поблизу зони обміну типами коливань для випадку максимальної кіральності

Рисунок 3.24 ілюструє збіг максимального обертання ПП на 90° з ідеальним узгодженням бішару поблизу зони обміну типами коливань. Геометрія бішару така ж, як на рис. 3.22. Отже, обмін типами коливань відіграє вирішальну роль в ШОА як з точки зору граничних значень, так і з точки зору пропускну здатності.

3.6.6 Топологія бішару як фактор контролю штучної оптичної активності

Взаємодія між окремими діафрагмами всередині зазору бішару радикально залежить від спектру хвилевідних мод, що насправді збуджуються між діафрагмами. Справа в тому, що завдяки C_n симетрії компонентів, коли падає домі-

нанта TE_{11} мода круглого хвилеводу, взаємодія здійснюється асиметричними $TE(TM)_{11\pm pn,q}$ модами з $p = 0, 1, 2, \dots, q = 1, 2, \dots$. Зрозуміло, що для $n = 3$ одномодовий діапазон обмежений частотою відсікання TE_{21} , але для $n \geq 4$ одномодовий режим зберігається до $f_{\text{cut}}(TM_{11})$. Найважливішим є те, що зі збільшенням кількості щілин спектр хвилевідних мод всередині зазору стає дедалі рідшим, і, на решті, лише три частини спектра мод залишаються при взаємодії. Це: 1) крос-поляризована пара домінантних $TE_{11}^{\text{vertical}}$, $TE_{11}^{\text{horizontal}}$ мод, 2) пара перших злегка згасних вищих $TM_{11}^{\text{vertical}}$ і $TM_{11}^{\text{horizontal}}$ мод, 3) багато швидких згасних $TE(M)_{1q}^{\text{vertical}}$ і $TE(M)_{1q}^{\text{horizontal}}$, $q = 2, 3, \dots$ мод. Отже, при великому n вирішальну роль у формуванні АЧХ та перетворенні поляризації 3D-кіральних бішарів у круглому хвилеводі відіграють $TE_{11}^{\text{vertical}}$, $TE_{11}^{\text{horizontal}}$ і $TM_{11}^{\text{vertical}}$, $TM_{11}^{\text{horizontal}}$ моди.

Як і слід було очікувати, найбільші кути повороту ПП спостерігаються, коли кіральність самих діафрагм максимальна, тобто при $dx = 0$. Тому, аналізуючи вплив азимутального зсуву складових бішару, ми зосередимося лише на діафрагмах з максимальною кіральністю. Завдяки обертальній симетрії залежності від азимутального зсуву φ мають період $2\pi/n$.

Рисунок 3.25 містить вичерпну інформацію про рівень крос-поляризованої складової TE_{11} моди в переданому полі на першому і другому резонансах багатощілинного плоско-кірального бішару, які з'являються в одномодовій смузі зі збільшенням n . Пари кривих для різних n представляють рівні $TE_{11}^{\text{cross}}(\varphi, f) = 0,5$ (суцільні криві) і $TE_{11}^{\text{cross}}(\varphi, f) = 0,9$ (точкові криві) для вузького зазору $l = 0,5$ мм. Отже, крапкові криві обмежують майже повне перетворення в крос-поляризовану моду.

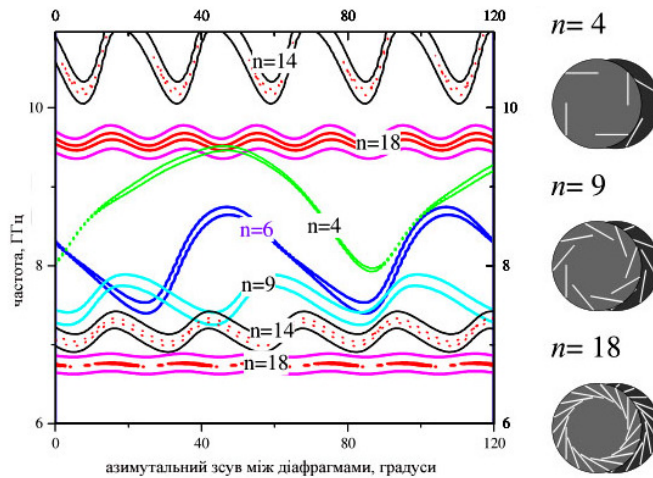


Рисунок 3.25 - Вплив азимутального зсуву між плоско-кіральними діафрагмами на рівень крос-поляризованої моди для різної кількості щілин (позначених на графіках). Суцільні криві обмежують рівень 0,5 перетворення $TE_{11}^{inc} \Rightarrow TE_{11}^{cross}$.

Геометричні параметри: $R_0 = 16,2635$ мм, $a = 12$ мм, $b = 0,5$ мм, $dx = 0$,

$$l = 0,5 \text{ мм}, t = 0,1 \text{ мм}$$

Для першого резонансу найцінніші коливання частоти із зміною φ спостерігаються при $n = 4$. Такі коливання резонансної частоти практично не помітні при $n = 18$, коли середній рівень частоти резонансу ШОА зміщується на 2 ГГц з 8,8 ГГц до 6,8 ГГц завдяки збільшенню кількості щілин. При такому збільшенні збудження нових власних коливань проявляється у верхній частині одномодової смуги. Вони є симетричними власними коливаннями, які забезпечують таку ж резонансну поведінку, як і низькочастотні асиметричні. Зі збільшенням n смуга ШОА розширюється і амплітуда коливань уздовж φ зменшується.

Починаючи з $n = 14$, поблизу кінця одномодової смуги з'являються нові дієдральні власні коливання та відповідні резонанси з відносно слабким проявом ШОА. Цей третій резонанс не залежить від φ , оскільки він породжується власними коливаннями з наступною зміною радіуса і має дуже слабе поле поблизу місця розташування такого набору щілин.

Підсумовуючи, можна зробити висновок, що граничне положення резонансів ШОА для дуже великих n може бути визначене за резонансами бішару діафрагм, що мають азимутальні «смужки анізотропної провідності» з деяким кутом до радіуса.

3.6.7 Аналітична апроксимація частотної характеристики дієдрального бішару

Виходячи з обертальної та дієдральної симетрії (спряження геометрій шарів) і можливості розділити набір власних коливань на «асим» та «сим» групи, ми маємо право застосувати процедуру, запропоновану в [82], де, використовуючи унітарність відповідної S -матриці симетричного двопортового пристрою, отримують аналітичні зображення коефіцієнтів відбиття та пропускання через набір власних частот. Випадок двошарового об'єкта з дієдральною симетрією відрізняється виключно обертанням площини поляризації на виході. Фактичний кут такого повороту можна знайти чисельно, розв'язавши відповідну неоднорідну крайову задачу. Тим не менше, деякі важливі особливості частотної характеристики можуть бути досить точно передбачені апіорі на основі двох або більше власних частот [122].

У нашому випадку ми маємо наступну апроксимацію коефіцієнтів відбиття та пропускання

$$R(f) = -\frac{1}{2}(P^+ + P^-), \quad T(f) = -\frac{1}{2}(P^+ - P^-), \quad (3.90)$$

де

$$P^{\pm} = \begin{cases} \prod_{i=1}^{N^{\pm}} \frac{(\gamma - \bar{\gamma}_{eigen,i}^{\pm})(\gamma + \gamma_{eigen,i}^{\pm})}{(\gamma - \gamma_{eigen,i}^{\pm})(\gamma + \bar{\gamma}_{eigen,i}^{\pm})}, & N^{\pm} > 0, \\ 1, & N^{\pm} = 0, \end{cases}$$

$\gamma = \sqrt{f^2 - f_{cut}^2}$, $\gamma_{eigen,i}^{\pm} = \sqrt{(f_{eigen,i}^{\pm})^2 - f_{cut}^2}$, N^{\pm} - число симетричних (для +) та асиметричних (для -) власних коливань, які враховуються у формулі наближення; $f_{eigen,i}^{\pm}$ - відповідні власні частоти, а f_{cut} - частота відсікання домінантної моди. У нашому випадку круглого хвилеводу з радіусом 16,2635 мм частота відсікання $f_{cut}(TE_{11}) = 5,4016$ ГГц. Смужка над символом позначає комплексне спряження.

Наявність аналітичного зображення частотної характеристики дозволяє оцінити положення точок ідеального узгодження (ІУ) і, зокрема, передбачити зону їх злиття. Такий інструмент важливий при розробці можливих поляризаторів, оскільки таке об'єднання призводить до двогорбої широкосмугової АЧХ. Умова злиття точок повного узгодження для будь-яких сусідніх i -ї та j -ї власних частот є наступною

$$\left(\left| \gamma_{eigen,i}^{+} \right| - \left| \gamma_{eigen,j}^{-} \right| \right)^2 \leq 4 \operatorname{Im} \gamma_{eigen,i}^{+} \operatorname{Im} \gamma_{eigen,j}^{-}. \quad (3.91)$$

Зауважимо, що зближення або розбіжність резонансних кривих (рис. 3.22-рис. 3.24), які походять із зон сильного відбиття або фрагментів двогорбих кривих, сильно залежить не тільки від близькості $\operatorname{Re}(f_{eigen})$, але і від добротностей таких коливань.

На рис. 3.26 показані результати порівняння між частотною характеристикою, реконструйованою з (3.90), з трьома власними частотами: $f_{eigen,1}^{-} = (6,862 - i0,067)$ ГГц, $f_{eigen,2}^{-} = (11,172 - i0,012)$ ГГц і

$f_{eig,1}^+ = (9,797 - i0,075)$ ГГц з прямим розв'язанням проблеми розсіяння за допомогою МЧО.

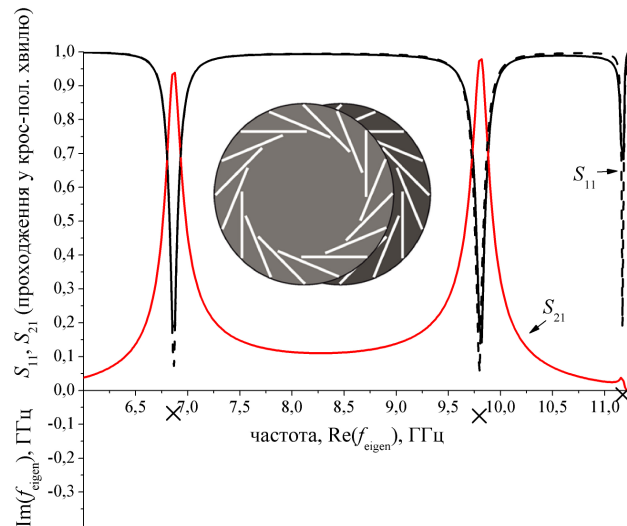


Рисунок 3.26 - Порівняння між наближенням АЧХ набором власних частот (3.90) (пунктирні криві) та точним розрахунком (суцільні криві). Червона крива - це коефіцієнт проходження у крос-поляризовану моду. Параметри геометрії $R_0 = 16,2635$ мм, $n = 16$, $a = 12$ мм, $b = 0,5$ мм, $dx = 0$, $t = 0,1$ мм, $l = 0,5$ мм, $\varphi = 15^\circ$

У представленому випадку трьох власних коливань з високою добротністю результати апроксимації та точний розрахунок дуже добре збігаються. Зауважимо, що власні значення були знайдені з тим самим матричним оператором, що і в задачі розсіяння. Червона крива на рис. 3.26 представляє крос-поляризовану компоненту поля на виході бішару. Він має два максимуми ідеального проходження з обертанням ПП на 90° . Справа в тому, що обрані діафрагми максимальної кіральності забезпечують майже повне перетворення в крос-поляризацію при високодобротних резонансах ШОА.

Коли дві власні частоти наближаються одна до одної, результати наближень починають відрізняються від точних результатів. Цим зближенням можна

керувати або шляхом зміни двошарової щілини, або за допомогою азимутального обертання діафрагм. Рисунок 3.27 ілюструє результати перетворення АЧХ, коли власні «асиметричне» і «симетричне» власні коливання зближуються. Тут $\text{Im } f_{eigen}^{\pm}$ близькі до (-0,4... -0,5) ГГц, і обидві власні коливання мають низький Q . Тому пунктирна (апроксимаційна) та суцільна (точні) криві істотно відрізняються. Криві наближення дещо звужують смугу між парою точок ПУ. Як результат, умова (9) дає дещо неправильний прогноз для коливань з низьким Q ($l = 5,3$ мм). Точки повного проходження пунктирної кривої для $l = 5,3$ мм близькі до об'єднання, але точна крива описує ширшу смугу узгодження.

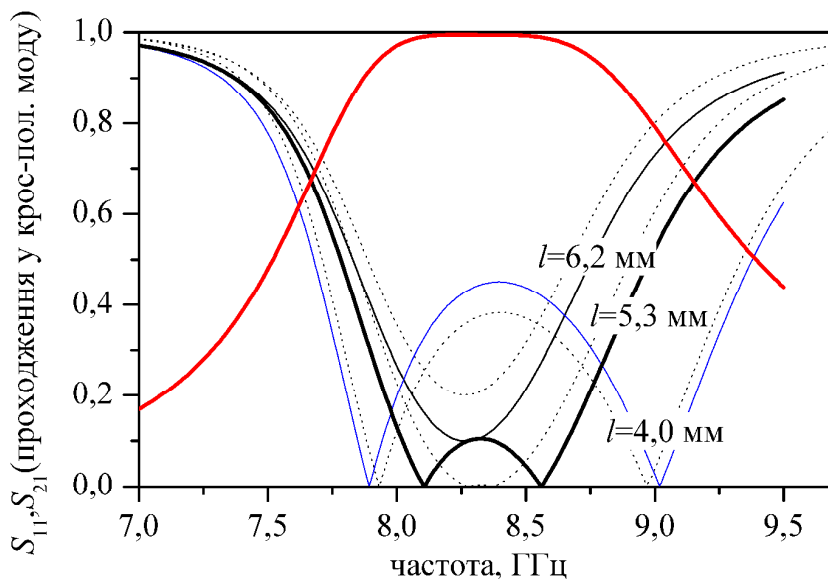


Рисунок 3.27 - Проектування широкосмугового 18-щілинного двошарового плоско-кірального перетворювача з внутрішнім регулюванням зазору (позначеного на графіках) для конструкції з $R_0 = 16,2635$ мм, $n = 18$, $a = 12$ мм, $b = 0,5$ мм, $dx = 0$, $t = 0,1$ мм. Пунктирні криві - це наближення пари власних частот. Червона крива є коефіцієнт проходження у крос-поляризовану моду

Цей випадок демонструє можливість отримати обертач на 90° із смугою пропускання близько 10%.

3.6.8 Обертачі поляризації на основі діафрагм зі складною топологією щілин

Природно, що подовження лінійних розмірів щілин призведе до низько-частотного зсуву власних коливань та відповідних резонансів штучної оптичної активності бішару. Однак така зміна геометрії також змінює такий важливий фактор, як зв'язок між «симетричними» та «асиметричними» (умовно) коливаннями. Відповідний приклад наведено на рис. 3.28, де показано частотну характеристику D_3 -симетричного бішару з подовженням щілин шляхом надання їм Г-подібної форми. Два коливання не тільки наблизилися навіть при невеликому зазорі, але завдяки вибору азимутального зсуву вони дозволили зменшити КСХ в смузі пропускання до 1,2. Видно, що сам ефект штучної активності став двосмуговим (див. резонанси в кінці одномодової смуги). Червона крива з $\varphi = 15^\circ$ показує випадок, коли сильний електромагнітний зв'язок призводить до зникнення точок узгодження взагалі.

Слід зазначити, що «багатосмуговість» явища штучної оптичної активності може бути досягнута іншим способом, наприклад, шляхом введення нової C_n -симетричної системи щілин у певній «внутрішній» зоні двошарових компонентів. Такий приклад «мета-атома» ми навели у [123].

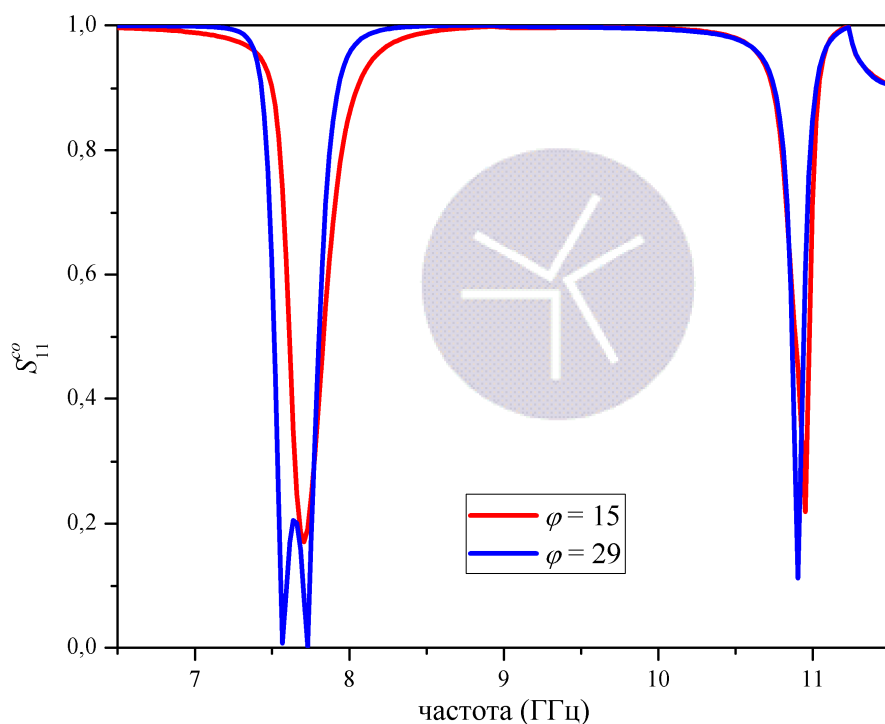


Рисунок 3.28 - Явище двосмугової штучної оптичної активності внаслідок складної системи щілин як складових бішару D_3 . Параметри $R_0 = 16,2635$ мм, обидва плечі прорізів мають розміри $a = 10,75$ мм, $b = 1$ мм, $t = 0,1$ мм, $l = 1$ мм.

3.6.9 Експеримент

Робота запропонованого об'єкта базується на відносно вузькосмугових резонансах, і потрібен справжній експеримент, щоб підтвердити можливості такого перестрійного обертача. Це було реалізовано у X -діапазоні. Фотографія обертача показана у вигляді вставки на рис. 3.29.

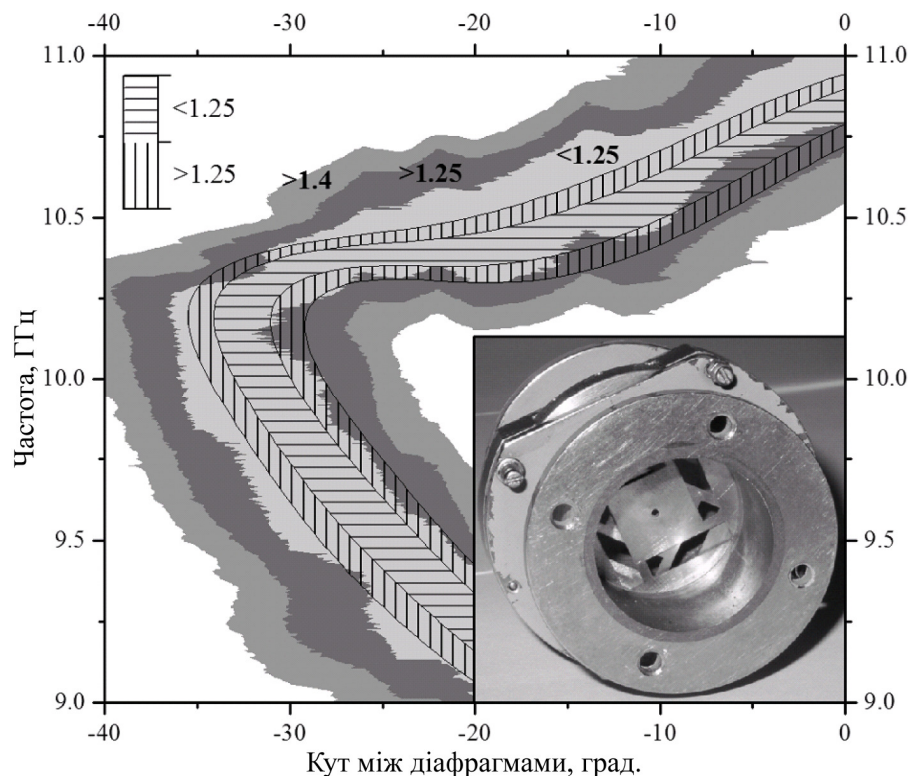


Рисунок 3.29 - Фото перестрійного обертача з $\varphi \approx 30^\circ$ (вставка) та експериментальні дані розподілу КСХН в координатах " φ -частота".

Пара однакових мідних діафрагм товщиною 0,1 мм була відокремлена мідною вставкою товщиною 0,9 мм із внутрішнім круглим отвором, що відповідає круглому хвилеводу діаметром 32 мм. Діафрагми збирали спряженим способом. Кожна з них має чотири щілини 17 мм \times 4 мм. Цей двошаровий блок сполучений з обертовим вузлом, що забезпечує керований кут взаємного обертання між діафрагмами. Використовувався найпростіший ковзний контакт між вставкою та другою діафрагмою, для забезпечення обертання. Макет експериментального стенду описаний в [124]. Різниця полягає в заміні вимірювального обертача на перебудований. Незважаючи на те що, в експерименті радіус круглого хвилеводу був на 1,6% менше, ніж у теоретичній моделі, ми отримали задовільне узгодження результатів.

Результат вимірювань КСХН та параметри переданого поля на фіксованій частоті $f = 10,39$ ГГц дещо несподівані. Це представлено на рис. 3.30. Справа полягає в тому, що і смуга φ з низьким КСХН, і отриманий діапазон кутів повороту ПП виявився ширшим в експерименті, ніж в теорії. Ці розбіжності можуть бути пояснені втратами, які не враховувалися при чисельному моделюванні.

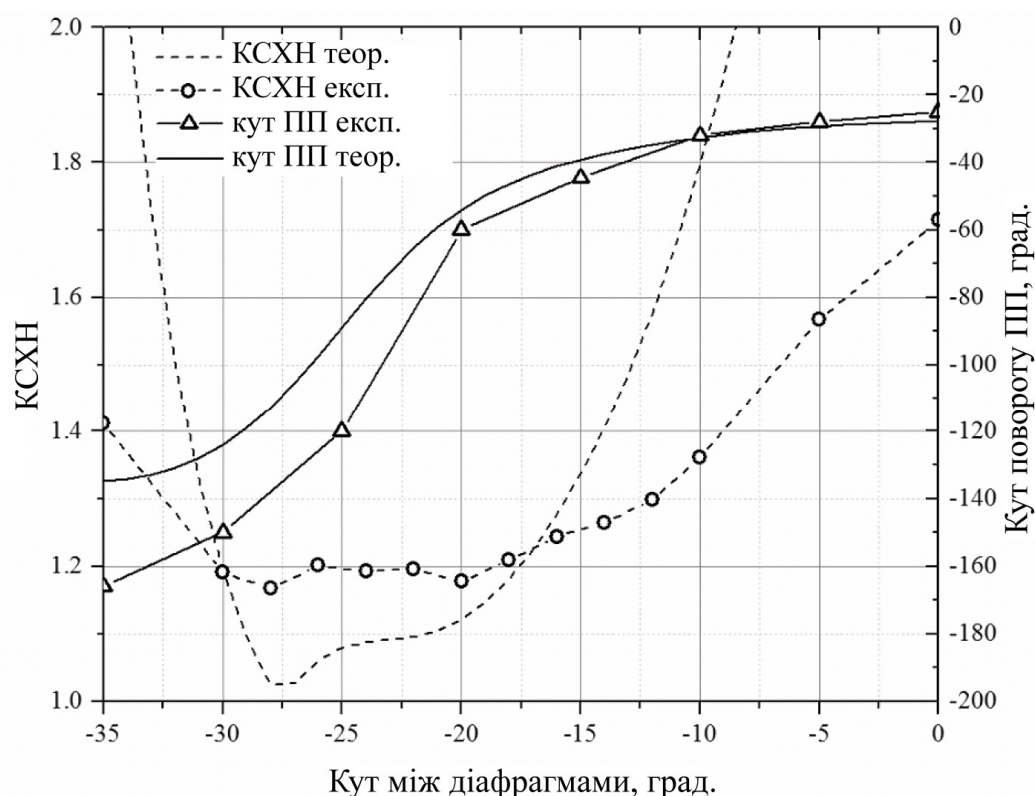


Рисунок 3.30 - Порівняння числових та експериментальних даних КСХН та кута повороту ПП при $f = 10,39$ ГГц для перестрійного обертача зі щілинами $17 \text{ мм} \times 4 \text{ мм}$ та $l = 0,9 \text{ мм}$

Фактично, обертач, показаний на рис. 3.30 узгоджений, коли кут між діафрагмами змінюється між -10° та -30° . Повертаючи одну з них в цьому діапазоні, отримуємо результуюче обертання ПП в діапазоні біля 100° , включаючи повне перетворення у крос-поляризовану хвилю.

Такі обертачі працюють на відносно високо добротних власних коливаннях, які мають як випромінювання, так і омичні втрати в металі внаслідок сильних полів у зазорі. Тому має сенс оцінити втрати, що вносяться, в обертач. Це було зроблено шляхом вимірювання загальних втрат від джерела до пристрою реєстрації з обертачем і без нього. Найгірші дані на частоті 10,45 ГГц представлені в таблиці 3.3.

Таблиця 3.3 - Загальні втрати, що вносяться, експериментального обертача

f (ГГц)	$\varphi = -30^\circ$	$\varphi = -20^\circ$	$\varphi = -10^\circ$
10.45	0.25 dB	0.8 dB	1.1 dB

Ми відносимо відносно великі втрати до грубого виготовлення обертача і, зокрема, до ковзних контактів між компонентами. Він не обладнаний відповідним дроселем. Останнє призвело до можливого витoku енергії із контакту.

3.7 Обертання площини поляризації об'єктами, розміщеними поза порожниною хвилеводу

Сполучення хвилеводів складного поперечного перерізу з ідеально провідними або імпедансними стрижнями і щілинами усередині хвилевідних трактів можуть бути використані для забезпечення обертання площини поляризації (ПП) лінійно поляризованої хвилі, що падає на складний хвилевідний вузол. У цьому підрозділі представлено обертачі площини поляризації, розміщені поза об'ємом лінії передачі. Їх робота базується на збудженні спеціальних («діедра-

льних») коливань в складній щілині хвилевідного об'єкта, утвореного двома рифленими фланцями, що мають обертальну симетрію C_n ($n > 2$). Така топологія забезпечує 3D-кіральність композитного об'єкта при азимутальному зсуві фланців і обертання площини поляризації на довільний кут в смузі декількох відсотків при мінімальних втратах. У круглому і коаксіальному хвилеводах можлива механічна або електронна перебудова ПП взаємним обертанням фланців або розміщенням керованих елементів (середовищ) в порожнині об'єкта.

Пошук нових електромагнітних ефектів в тривимірних об'єктах, що проявляють властивості «кіральних» структур, став предметом безлічі робіт, що з'явилися в останні десятиліття в оптиці і в електродинаміці. Істотний сплеск практичного інтересу стався тоді, коли звернули увагу на двошарові структури (див., наприклад, [109]). Кожен з двох шарів вибирають плоско-кіральним, тобто без площинної симетрії, але з обертальною симетрією. Найчастіше, шари обирають спряженими, тобто з протилежними знаками кіральності. Одразу або при взаємному кутовому зміщенні така пара стає 3D-кіральним об'єктом і призводить до повороту ПП поля, що падає, або, іншими словами, проявляє штучну оптичну активність (ШОА). Основний мотив подібних робіт полягав у можливості знайти нестандартні застосування виявлених ефектів: від негативного заломлення» [125] і надроздільної здатності до пошуку нових шляхів поліпшення параметрів сучасної НВЧ техніки [126].

Разом з іншими новими ефектами, наприклад, надзвичайним оптичним проходженням (НОП) [127], подібні дослідження об'єднують пошук і аналіз метаматеріалів. Традиційна НВЧ електродинаміка раніше не помічала «тонкі» ефекти, що лежать в основі принципу дії таких структур, оскільки вони проявляються при сильній багатомодовій взаємодії в хвилеводах і ґратках. Необхідна для цього точність розрахунків стала можливою тільки останнім часом.

Дослідження об'єктів, що забезпечують зміну поляризаційного статусу електромагнітної хвилі, природно базується на широкому використанні ком-

п'ютерних моделей і на нових технологічних можливостях. У багатьох випадках запропоновані «метаматеріальні об'єкти» в хвилеводах, або подібні комірки двовимірно-періодичних екранів вже знаходять реальне застосування в антенно-фідерній НВЧ техніці (див., наприклад, [126, 75, 76]). Завдяки легкому доступу до комерційних пакетів моделювання вдалося розглянути величезну кількість різноманітних конфігурацій, часто без особливої уваги до фізичної суті виявлених ефектів. Більшість робіт обмежувалася тільки констатацією самих фактів НОП або ШОА, обговоренням струмів в розглянутій метаматеріальній комірці, їх напрямків та інтенсивності. Тим часом всі їхні прояви явно носять резонансний характер, що ставить питання про існування власних коливань таких відкритих хвилевідних або двовимірної-періодичних структур. Електродинамічне пояснення можливості повного проходження хвилі через поза межні отвори, в тому числі в ідеальному металі, було наведено в [77]. Першопричиною виявилися власні коливання двовимірної системи відкритих апертур або апертури поза межного хвилеводу.

Конкретна спроба пов'язати особливі власні коливання з обертанням площини поляризації хвилі, що проходить, була зроблена ще в [113]. Ефект обертання ПП був асоційований зі збудженням пари спеціальних коливань, які пізніше назвали дієдральними в силу їх особливої просторової симетрії. Їх характерною рисою є відмінність ПП випромінюваних полів (радіаційних втрат) по обидві сторони об'єкта, навантаженого на хвилеводи або на відкритий простір: термін «дієдральні» пов'язаний саме з такою особливістю поля випромінювання. Взагалі до «дієдральних» відносять об'єкти, що мають обертальну симетрію n -го порядку C_n відносно поздовжньої осі і C_2 –симетрію відносно якоїсь нормалі до неї.

Серед великого числа складних тривимірних структур, що забезпечують обертання ПП, найкращі результати досягнуто на двошарових екранах з плоско-кіральними комірками або на аналогічних хвилевідних діафрагмах зі спря-

женими геометріями сусідніх шарів. Осередки екранів або окремі діафрагми мають C_4 симетрію, а об'єкти в цілому підходили під визначення дієдральних з D_4 симетрією (див. короткий огляд в [73]).

Слід зауважити, що різноманітні двошарові структури можуть призводити до зміни поляризації, якщо композитний об'єкт втрачає ту чи іншу площинну симетрію. З метою виділити основні топологічні ознаки і потенційні можливості в [76] опубліковано порівняльний аналіз різних версій обертачів ПП на прикладі круглого хвилеводу. Як правило, такі об'єкти мають одну або дві резонансні точки повного проходження і їх характеристики найчастіше підкоряються всім законам, встановленим в [122] на основі спектральної теорії. Аналітичні висновки, що стосуються умов виникнення, злиття або зникнення точок повного узгодження було зроблено в [122] на прикладі скалярних задач (без ефектів перетворення поляризації), однак виявилось, що вони цілком справедливі і в векторному випадку. Таким чином, зв'язок явищ ШОА з дієдральними коливаннями підтверджено декількома прикладами розсіяння на тривимірних об'єктах.

Метою даної роботи є демонстрація нової топології обертача ПП, не пов'язаної з розірваними кільцями, з групами щілин або смужок, але базується лише на «дієдральності» геометрії хвилевідного об'єкта. Окремі компоненти двошарової структури, що аналізується, можуть і не бути плоско-кіральними, і не мати явної резонансної поведінки, однак уся структура обертає ПП хвилі, що проходить, як це притаманно для 3D-кіральних об'єктів. Досліджений вузол буде корисним і практично, оскільки він розміщений поза порожниною хвилеводу, зручний для розміщення там керуючих елементів і може бути добре узгодженим.

3.7.1 Модовий склад поля. Модель методу часткових областей

Нижче розглянуто хвилевідний вузол, утворений двома близько розташованими гофрованими металевими фланцями в круглому хвилеводі. Кожен з них має n однорідних вздовж радіуса секторних вибірок, рівномірно розподілених по азимуту (рис. 3.31). Між фланцями є невеликий зазор g ; у випадку $g = 0$ між виступами на фланці при їх контакті мається гальванічний зв'язок. Обертання ПП відбувається тільки у випадку $n \geq 3$, оскільки при $n = 2$ об'єкт не підтримує синфазність або протифазність ортогональних TE_{11} хвиль, внаслідок чого не зберігає лінійність поляризації в розсіяному полі.

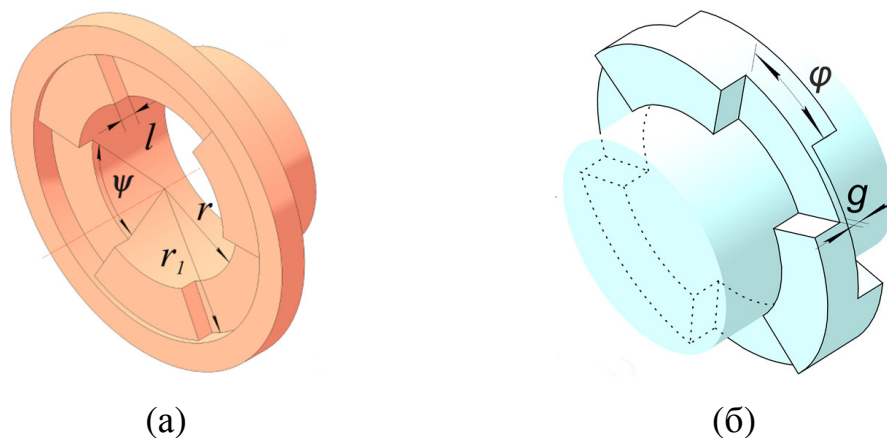


Рисунок 3.31 – Обертач ПП з дієдральною симетрією, розміщений поза порожниною хвилеводу. а) окремий фланець з секторними вибірками. б) внутрішня порожнину композитного вузла

Дієдральність геометрії композитного вузла виникає тільки при $\varphi \neq 0$, або, узагальнюючи, при $\varphi \neq 0, q180^\circ/n, q = 0,1,2,\dots$, тобто при відсутності площинної симетрії вузла в цілому. Тут φ – кут повороту одного фланця відносно іншого. Значення інших розмірів ясне з рис.3.31.

Обертання ПП виявилось можливим при різній кількості щілин n на фланцях. Їх число впливає на електродинаміку об'єкта, тому має сенс зупинитися на спектрах хвилевідних хвиль, що збуджуються об'єктами з C_n симетрією. При збудженні такого вузла в циліндричному хвилеводі основною TE_{11} хвилею отримуємо:

- якщо $n = 3$, то першою з вищих хвиль збуджується TE_{21} , і, таким чином, одномодовий режим зберігається тільки в діапазоні $f_{cut}^{TE_{11}} < f < f_{cut}^{TE_{21}}$;
- якщо $n > 3$, то поле не містить хвилі $TE(M)_{qp}$ з індексами $q = 2$ і діапазон одномодовості розширюється до $f_{cut}^{TE_{11}} < f < f_{cut}^{TM_{11}}$.

Границя одномодовості важлива тим, що вищі хвилі, які поширюються на виході спотворюють поле основної TE_{11} хвилі, що проходить, і, в принципі, вже не можна говорити тільки про поворот ПП. Аналіз модового складу поля в зазорі шириною g дозволяє зрозуміти на яких саме вищих хвилях відбувається взаємодія двох гофрованих фланців, і, зокрема, оцінити необхідний електричний розмір хвилевідного розширення r_1/λ .

Всі чисельні результати отримано на програмному пакеті MWD-2, створеному в ІРЕ НАНУ, і верифіковані порівнянням з розрахунками на комерційному пакеті CST. MWD-2 є ідеологічним продовженням пакету MWD-1 [67, 84] і містить в основі клас аналітичних розв'язків МЧО і чисельних алгоритмів, необхідних для розпізнавання структури об'єкта, формування та обчислення всіх матричних операторів, що виникають при аналізі багатомодових спектрів складних ліній передачі та їх з'єднань, заданих не тільки в декартових, але і в циліндричних координатах. Чисельно-аналітичні алгоритми МЧО використовуються як для розрахунку модових базисів хвилеводів складного поперечного перерізу з кусково-координатними границями, так і для розрахунку S -матриць плоскопоперечних з'єднань таких хвилеводів. Алгоритм для розрахунку повнохвильових базисів деяких складних поперечних перерізів, що розбиваються на «ортгонні» фрагменти в циліндричних координатах (прямокутники з пар криволі-

нійних азимутальних і прямолінійних радіальних фрагментів) описано у підрозділі 2.1. Необхідні модові базиси (до сотень критичних частот TE , TM мод і відповідних наборів коефіцієнтів Фур'є-розкладів в областях) може бути отримано дуже швидко (секунди), наприклад, для перетинів «магнетронного» типу, завдяки аналітичному зображенню інтегралів зв'язку. Разом з тим розрахунок матриць коефіцієнтів зв'язку між базисами при аналізі плоско-поперечних з'єднань таких хвилеводів істотно більш витратний через необхідність багаторазового чисельного інтегрування (хвилини).

Розрахунок ортогональних базисів складних хвилеводів і матриць розсіювання їх з'єднань становить основну частину часу розрахунку, оскільки збірка остаточної S -матриці з окремих фрагментів об'єкта становить частки секунди. У нашому випадку це особливо важливо, тому що розрахунок впливу кута (ступеня 3D кіральності, а, значить, і оптичної активності, що виникає) зводиться до елементарного перерахунку S -матриці координатного в циліндричній системі координат фланця, що приєднується.

3.7.2 D_3 обертач площини поляризації з фіксованою геометрією ($g = 0$)

Розглянемо C_3 симетричний композитний об'єкт з фіксованою геометрією, утворений двома наборами вибірок на фланцях. Кожна з них має кутовий розмір ψ і закорочена при $\rho = r_1$. При $g = 0$, отримуємо, в залежності від ψ і взаємного кута повороту φ , дві різні топології, що визначаються можливим накладенням апертур вибірок на фланцях (рис. 3.31б). При цьому самі фланці не є плоско-кіральними. 3D-кіральність з'являється тільки при їх взаємному азимутальному зміщенні.

Якщо $\psi < 60^\circ$ і $\varphi \geq \psi$, то така геометрія реалізується у вигляді шести зако- рочених шлейфів. Для резонансів тут необхідні великі значення r_1 і, відповідно, збільшення габаритів об'єкта, тому ми на цьому зупинятися не будемо. Якщо ж $\psi < 60^\circ$ і $\varphi < \psi$, то апертури двох фланців частково накладаються. При цьому утворюються три об'єднаних загальним об'ємом шлейфа зі ступінчастими ази- мутальними поперечними перерізами у вигляді пар зміщених прямокутників. Залежно від взаємного повороту φ конфігурація цих перетинів синхронно змі- нюється, що демонструється в нижній частині рис. 3.32 на прикладі однієї з трьох пар.

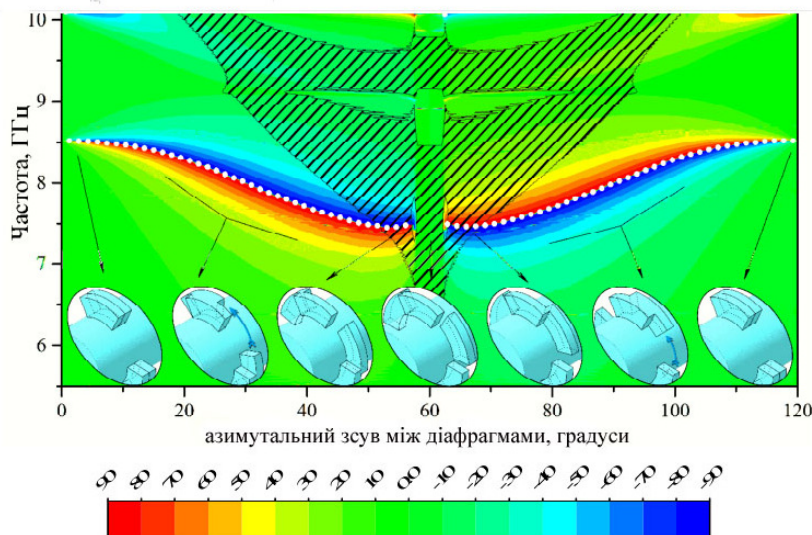


Рисунок 3.32 – Двовимірний розподіл коефіцієнта відбиття $|S_{11}|$ і кута повороту α ПП хвилі, що проходить, в координатах (φ, f) при $g = 0$. Заштрихована область відповідає $|S_{11}| \leq 0,1$, білі точки відзначають лінію максимумів $|S_{11}|$. Тут $\psi = 58^\circ$,

$$r = 16 \text{ мм}, r_1 = 25 \text{ мм}, l = 10 \text{ мм}$$

Існують кути $\varphi = q60^\circ$, $q = 0,1,2,\dots$, при яких композитний вузол все ж ма- тиме площинну симетрію. У таких випадках крос-поляризований сигнал не збуджується і вкрай слабкий в околі цих кутів φ . Обертання ПП при цих кутах φ не відбувається. Поза цих зон дієдральні коливання збуджуються з різною інте-

нсивністю, а сигнал, що проходить, може характеризуватися істотним поворотом ПП.

Одразу підкреслимо, що обертання ПП основної хвилі в полі, що проходить, завжди спостерігається поблизу резонансних точок, тобто там, де відбувається сплеск амплітуд вищих хвиль ближнього поля. У відбитої хвилі крос-компонента відсутня завжди [118], а в полі, що проходить ко- і крос-компоненти синфазні або протифазні в силу симетрії C_n ($n \geq 3$). В результаті хвиля, що проходить, зберігає лінійну поляризацію, і матриця розсіяння розглянутого вузла з дієдральною топологією має властивості стандартного двоपोर्टовика, що з'єднує два ідентичні хвилеводи.

Ми розглянемо далі в деталях тільки найпростіший випадок з $n = 3$, що дає достатнє уявлення про властивості подібних об'єктів. Підкреслимо тільки, що поворот ПП на 90° можна легко реалізувати і при $n > 3$.

На рис. 3.32 для $n = 3$ і $\psi = 58^\circ$ наведено дані про узгодження і про кут повороту ПП хвилі, що проходить, в координатах «азимутальне зміщення, частота», тобто на площині $\varphi(^\circ), f(\text{ГГц})$. Заштрихована область відповідає хорошому узгодженню, де $|S_{11}| < 0,1$. При обраному радіусі круглого хвилеводу (далі скрізь $r = 16$ мм) маємо наступні критичні частоти: $f_{cut}^{TE_{11}} = 5,491$ ГГц, $f_{cut}^{TE_{21}} = 9,108$ ГГц, $f_{cut}^{TM_{11}} = 11,427$ ГГц. Таким чином, при $n = 3$ хвилевід формально зберігає одномодовість тільки до $f = 9,108$ ГГц.

Двовимірний розподіл $|S_{11}(\varphi, f)|$ симетричний відносно кутового зміщення φ , але розподіл самого кута повороту ПП

$$\alpha(\varphi, f) = \text{arctg} \left(S_{21}^{\text{cross}} / S_{21}^{\text{copol}} \right)$$

вже антисиметричний і $\alpha(\varphi, f) = -\alpha(-\varphi, f)$, що пояснюється зміною знака кіральності самого 3D-кірального об'єкта.

Кути повороту ПП хвилі, що проходить, показано кольором (шкалу наведено в нижній частині рис. 3.32). В області одномодовості видно яскраво виражені зони значних кутів повороту ПП поля, що проходить, в діапазоні частот $7 \text{ ГГц} < f < 8,5 \text{ ГГц}$. Як видно, смуги кутів повороту ПП різного кольору сходяться в точки поблизу $\varphi = 0$, $f = 8,51 \text{ ГГц}$, де азимутальне зміщення відсутнє. Тут, при $f = 8,51 \text{ ГГц}$ спостерігається резонанс повного відбиття ($|S_{11}|=1$), «спалахують» амплітуди вищих хвиль і зароджується обертання ПП основної хвилі, що слабо проходить. Потім, з ростом азимутального зсуву між «фланцями», смуга частот обертання ПП зміщується вниз, розширюється і досягає області хорошого узгодження поблизу частоти $7,46 \text{ ГГц}$ при азимутальному зміщенні $\varphi = 58^\circ$. У точці $\varphi = 60^\circ$ об'єкт розсіяння знову має площину дзеркальної симетрії і крос-поляризована хвиля поблизу цієї лінії не збуджується взагалі. За нею, починаючи з $\varphi = 62^\circ$, відбувається таке ж обертання ПП з протилежним знаком.

Електродинамічний «механізм» виникнення повороту ПП виглядає тут так само, як і в разі спряжених 4-щілинних плоско-кіральних діафрагм [75, 113]. Добротне коливання на «запертій» моді, що проявляє себе добротним резонансом відбиття, стає дієдральним коливанням, як тільки порушується площинна симетрія композитного об'єкта і виникає дієдральна. В області резонансу при $\varphi \neq 0$ стають великими амплітуди обох і ко- і крос-поляризованих вищих хвиль. В результаті відбувається обертання ПП навіть поля, що слабо просочується.

Узагальнюючи [122], можна сказати, що повне відбиття поблизу $f = 8,51 \text{ ГГц}$ при малих кутах φ породжене взаємодією «фонового» слабодобротного коливання на основній TE_{11} хвилі з виникаючим добротним дієдральним коливанням.

Азимутальний зсув між двома компонентами об'єкта поступово веде до зменшення відбиття і до зростання амплітуди хвилі, що проходить. Характерно те, що лінія повного перетворення хвилі, що падає, в крос-поляризовану TE_{11}

хвилю ($\alpha = \pm 90^\circ$) перебуває поблизу лінії максимумів $|S_{11}|$. Іншими словами мова йде про близькість лінії 180° -«перекидання» кута ПП до лінії максимуму коефіцієнту відбиття. На рис. 3.32 і рис. 3.33 лінії максимумів $|S_{11}|$ відзначені жирними білими точками. Як виявилось, це явище спостерігається тільки там, де лінії інтенсивного обертання ПП розташовані далеко одна від одної. Іншими словами, мова йде про збудження окремих дієдральних коливань, на відміну від збудження декількох коливань різного типу одночасно.

Найбільший інтерес представляє сектор $58^\circ < \varphi < 62^\circ$, що включає одну з точок площинний симетрії. Саме тут відбувається перехід геометрії об'єкта, що розглядається, від випадку трьох закорочених шлейфів зі складними азимутальними перерізами до випадку шести окремих шлейфів прямокутного перерізу і навпаки. Для розуміння електродинаміки явища важливо те, що при наближенні φ до 58° або збільшенні φ від 62° зазори між сусідніми ребрами двох фланців зменшуються до нуля, що породжує сильне азимутальне електричне поле між ними. Воно і дає сильний ефект обертання ПП. Кут, що описує нахил ПП хвилі на виході об'єкта, змінює знак на протилежний при переході через цю зону, що інтуїтивно зрозуміло з зіставлення геометрій з $\varphi < 58^\circ$ і $\varphi > 62^\circ$. Звертаючись знову до вставки в нижній частині рис. 3.32 бачимо різницю у фрагментах перерізів шлейфів, що утворюються поблизу $\varphi \leq 58^\circ$ і $\varphi \geq 62^\circ$.

Слід зазначити, що на рис. 3.32 проявилось збудження і другого дієдрального коливання в області $10,1 < f < 10,2$ ГГц, вже в багатомодовому діапазоні хвилеводу. Така закономірність спостерігалася і в інших об'єктах, які проявляють ШОА [73]. Доречно підкреслити, що критична частота $f_{cut}^{TE_{21}} = 9,108$ ГГц на рис. 3.32 практично не позначилася на поведінці ліній обертання ПП, що побічно свідчить про головну роль *TM*-хвиль з поздовжньою компонентою електричного поля в формуванні ефекту ШОА.

Об'єкт з $\psi = 58^\circ$ обрано спеціально для того, щоб забезпечити поєднання області сильного обертання ПП з зоною хорошого узгодження. Як виявилось,

азимутальні розміри вибірок сильно впливають на можливість необхідного поєднання. На рис. 3.33а-в, наприклад, представлена серія фрагментів (φ, f) розподілів для трьох близьких значень кутів розкриття секторних вибірок $\psi = 55^\circ, 58^\circ, 60^\circ$. Як видно, вертикальні смуги з малою крос-компонентою поблизу лінії симетрії $\varphi = 60^\circ$ звужуються. Стають ближчими один до одного і лінії негативних і позитивних кутів повороту ПП справа і зліва від $\varphi = 60^\circ$. Разом з тим видно, що тільки об'єкти з $\psi = 58^\circ$ і 60° забезпечують поєднання низькочастотної області узгодження з зоною високої оптичної активності.

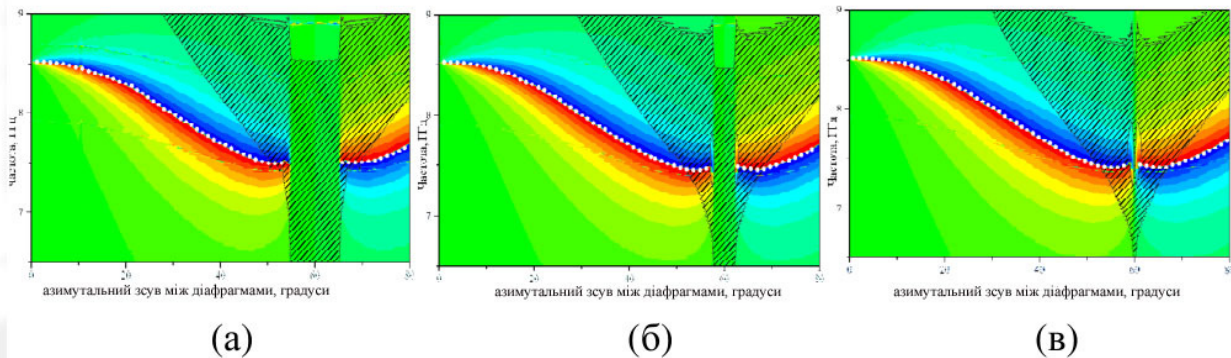


Рисунок 3.33 – Рух зон інтенсивного обертання ПП і зони хорошого узгодження (заштриховано) з ростом ψ для D_3 обертача з вибірками близькими до 60° : (а) $\psi = 55^\circ$, (б) $\psi = 58^\circ$, (в) $\psi = 60^\circ$. Шкалу кутів повороту ПП наведено на рис.3.32

Навпаки, коли азимутальний розкрив вибірок на фланцях перевищує азимутальну ширину виступів (див. рис. 3.34 для $\psi = 62^\circ$), замість наявного раніше хорошого узгодження поблизу точки симетрії $\varphi = 60^\circ$ виникає смуга сильного відбиття. Справа в тому, що при $\psi = 62^\circ$ і $58^\circ < \varphi < 62^\circ$ між фланцями утворюється велика загальна порожнина, яка змінює «електродинамічну ситуацію» і породжує лінію резонансного відбиття, що починається тепер в точці $\varphi = 0$, $f = 8,49$ ГГц. Як і вище смуга сильного обертання ПП з ростом азимутального зсуву доходить від першої до другої зони площинної симетрії і поблизу кутів $\varphi = 58^\circ, 62^\circ$ суміщається із зоною узгодження $|S_{11}| < 0,1$.

Цікаво, що в разі широких вибірок з $\psi > 60^\circ$ можна вибрати азимутальний зсув між фланцями рівним 60° , коли площину симетрії перетинає виступ одного фланця і канавку на іншому, для створення обертача, що перемикається. Тоді, забезпечивши вибором ψ достатні зазори між ребрами першого і другого фланців можна помістити в зазори між ними електрично керовані елементи. Перемикаючи трійку лівих контактів на трійку правих і змінюючи, таким чином, «знак 3D-кіральності» можна забезпечити швидке перекидання ПП. Якщо, наприклад, перемикати з $\alpha = 45^\circ$ на $\alpha = -45^\circ$, то отримаємо електронне перемикання в ортогональну поляризацію.

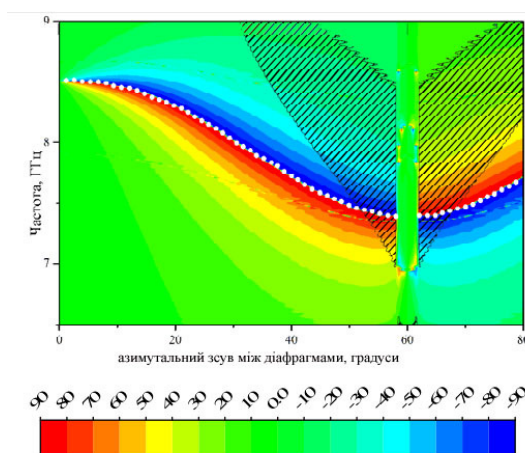


Рисунок 3.34 – Характеристики обертача при наявності загальної порожнини між фланцями для $\psi = 62^\circ$ і $n = 3$, $r_1 = 25$ мм, $g = 0$, $l = 10$ мм

Розглянемо нарешті гранично широкі вибірки з $\psi = 115^\circ$, коли кожен фланець буде містити по три вузькі 5° -ребра. При слабкому азимутальному зсуві, поки ці «ребра» з'єднані «гальванічно», тобто до $\varphi = 5^\circ$, вузол з трьох окремих шлейфів є сильним рефлексором в смугах 7,84-7,89 ГГц і 8,07-8,43 ГГц і має вузьку смугу узгодження поблизу 7,79 ГГц. При $\varphi > 5^\circ$ гальванічний контакт між виступами зникає і три внутрішні порожнини в композитному об'єкті

з'єднуються в одну велику кільцеву. Як результат, з'являються дві точки резонансного відбиття поблизу $f = 7,8$ ГГц і $f = 8,4$ ГГц.

На рис.3.35 представлено двовимірний розподіл $|S_{11}|$, $\alpha(\varphi, f)$ обговореного вище об'єкта. Як і в попередніх випадках, саме з зазначених двох частотних точок відбиття при $\varphi = 5^\circ$ починаються дві смуги сильного повороту ПП. Це свідчить про збудження вже двох дієдральних коливань, «взаємодія» між якими призводить до злиття смуг інтенсивного обертання ПП ще до $\varphi = 60^\circ$, тобто до наступної точки площинної симетрії. Зона хорошого узгодження тут розпалася на локальні фрагменти.

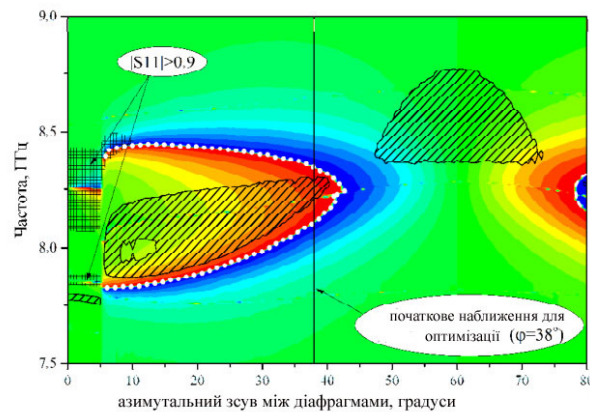


Рисунок 3.35 – Двовимірний розподіл $|S_{11}|$ і α від φ і f для $\psi = 115^\circ$ (інші параметри вказані на рис. 3.32)

Злиття двох смуг збудження дієдральних коливань для прикладу, наведеного на рис.3.35, дозволяє використовувати геометрію об'єкта як початкове наближення для чисельної оптимізації. Дійсно, вибравши азимутальний зсув $\varphi = 38^\circ$ (див. рис.3.35), що забезпечує поворот ПП близький до 90° в необхідній смузі при цільовій функції $|S_{11}|(\psi, l, r_1) \rightarrow \min$ в смузі 8-8,5 ГГц, приходимо до двогорбої кривої коефіцієнта відбиття, характерної для дворезонаторних фільтрів (червоний пунктир на рис.3.36). Геометричні параметри змінилися мало (в

дужках наведено початкові розміри): $\psi = 116,1^\circ(115^\circ)$, $l = 11,3$ мм (10 мм), $r_1 = 24,7$ мм (25 мм).

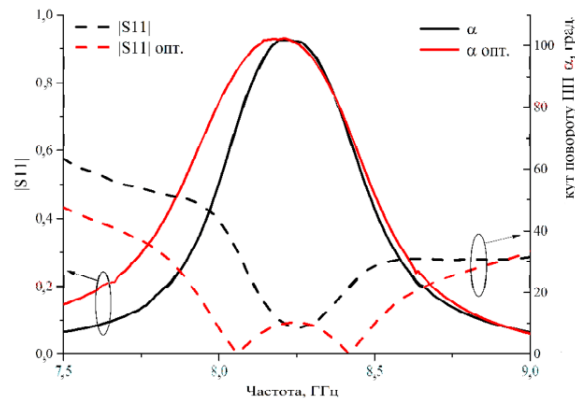


Рисунок 3.36 – Двогорба АЧХ і залежність кута повороту ПП від частоти оптимізованого обертача для $\varphi = 38^\circ$ (початкове наближення - чорним кольором, після оптимізації - червоним)

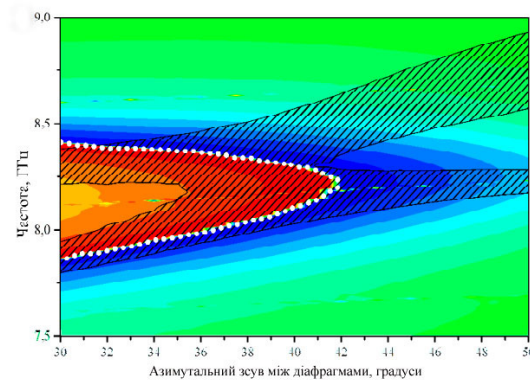


Рисунок 3.37 – Виявлена область злиття резонансів після чисельної оптимізації при фіксованому зсуві фланців для $\psi = 116,1^\circ$

Якісну зміну розподілу $|S_{11}|$, $\alpha(\varphi, f)$ для оптимізованої геометрії продемонстровано на рис. 3.37, де чітко видно смуги резонансів обертання ПП безпосередньо перед злиттям двох смуг узгодження. Важливим є те, що характеристика кута повороту ПП відображає перетворення поляризації в ортогональну з невеликою девіацією в 5% смузі частот.

3.7.3 D_3 обертач з геометрією, що перебудовується ($g \neq 0$)

Очевидна відмінність обертача поляризації з зазором між двома фланцями полягає в наступному: 1) з'являються додаткові параметри, які дозволяють управляти властивостями об'єкта, що також включає механічну перебудову; 2) в зв'язку з появою додаткової порожнини між гофрованими фланцями якісно змінюються електродинамічні властивості вузла в цілому.

Неочевидною виявилася можливість збудження нових дієдральних коливань, пов'язаних з власними резонансами фланців. Там, де умовні лінії резонансів радіального розширення, що визначаються насамперед радіусом r_1 , перетинаються з резонансами заглиблень у фланцях, що залежать від l і ψ , можливі більш широкосмугові зони обертання ПП. Така закономірність вже спостерігалася у випадку обертача на 4-щілинних діафрагмах [73, 76], де подібну роль відігравали резонанси в зазорі між діафрагмами і резонанси самих щілин.

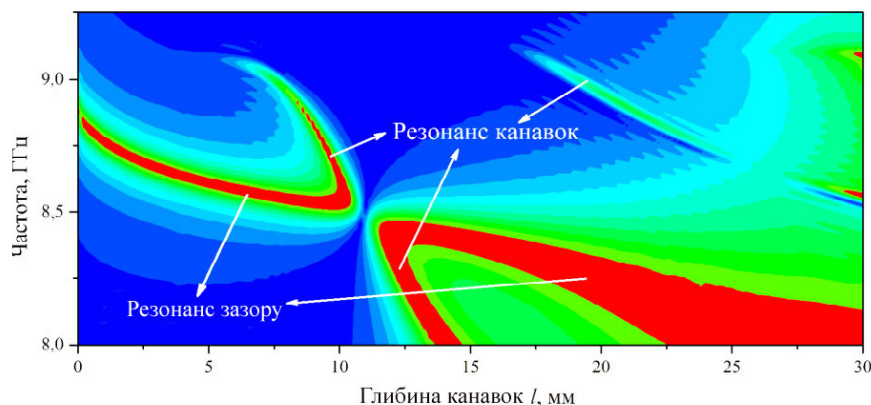


Рисунок 3.38 – Розподіл $|S_{11}(l, f)|$, що ілюструє поведінку резонансів відбиття з ростом глибини канавок на фланцях. Червоний колір відповідає $|S_{11}| \geq 0,9$. Тут

$$n = 3, r = 16 \text{ мм}, r_1 = 25 \text{ мм}, \psi = 10^\circ, \varphi = 0$$

Рисунок 3.38 дає уявлення про залежність $|S_{11}|$ для початкової «некіральної» геометрії ($\varphi = 0$) від частоти і глибини канавок l . Видно лінії добротних резонансів відбиття з різними частотними дисперсіями.

Лінія, що починається при $l = 0$ (відсутність вибірок) відповідає відомому резонансу вузької ($g = 0,5$ мм) радіальної щілини між двома гладкими фланцями з зовнішнім радіусом $r_1 = 25$ мм. Ця щілина працює як паралельно підключений радіальний резонатор, який породжує добротний резонанс відбиття поблизу $f_{\text{рез}}^{\text{гладкої щілини}} \approx 8,89$ ГГц. З появою радіальних вибірок і відповідного додаткового обсягу цей резонанс зміщується вниз по частоті і при $n = 3$, $\varphi = 0$, $\psi = 10^\circ$, $l = 10$ мм маємо повне відбиття вже при $f_{\text{рез}}^{\text{щілини}} = 8,51$ ГГц. Коли кут φ стає відмінним від нуля, тоді на цій лінії, назвемо її умовно $f_{\text{рез}}^{\text{щілини}}(l)$, і зароджується основна лінія повороту ПП. Починаючись при $l = 0$, частота резонансу поступово знижується по закону, близькому до лінійного. При малих ψ і невеликих l/λ резонанс щілини з радіальними вибірками на фланцях практично не залежить від азимутального зміщення φ між ними.

Коли глибина вибірок стає порівнянною з $\lambda/4$, починають проявлятися резонанси самих канавок. Вони характеризуються сильнішою дисперсією і, що важливо, лінії $f_{\text{рез}}^{\text{щілини}}(l)$ чітко обриваються на границі одномодового діапазону основного хвилеводу, не доходячи до $l = 0$ (див. рис.3.38). Таким чином, появу другого дієдрального коливання можна очікувати тільки при значних глибинах канавок.

У точках перетину $f_{\text{рез}}^{\text{щілини}}(l)$ і $f_{\text{рез}}^{\text{канавок}}(l)$ будуть виникати характерні зони відсутності резонансів відбиття, а в їх околах - зони широкосмугового відбиття (див. рис. 3.38). В теорії пов'язаних коливань така поведінка відома як «графіки Віна». Коли φ стане відмінним від нуля, то подібні «перетини» будуть відповідати зближенню частот двох дієдральних коливань, а в задачі дифракції така

близькість призведе до виникнення широкосмугових зон обертання ПП. Саме таким зближенням власних частот можна тепер пояснити характеристики обертачів ПП з $g = 0$ і великими ψ .

Розглянемо випадок вибірок середніх розмірів на прикладі розподілу α , $S_{11}(\varphi, f)$ (рис. 3.39) для $\psi = 40^\circ$ при величині зазору $g = 0,5$ мм. Тут, через зближення ліній $f_{\text{рез}}^{\text{щілини}}(l)$ і $f_{\text{рез}}^{\text{канавок}}(l)$ вже для канавок $l = 10$ – 12 мм навіть при малих φ утворюється область широкосмугового прояву ШОА. Потім, з ростом азимутального зсуву між фланцями, лінії резонансів на дієдральних коливаннях розходяться, причому одна з них, яка «відповідає» резонансу зазору (щілини) зберігає частоту, а інша, пов'язана з резонансом канавок, сильно залежить від кута φ .

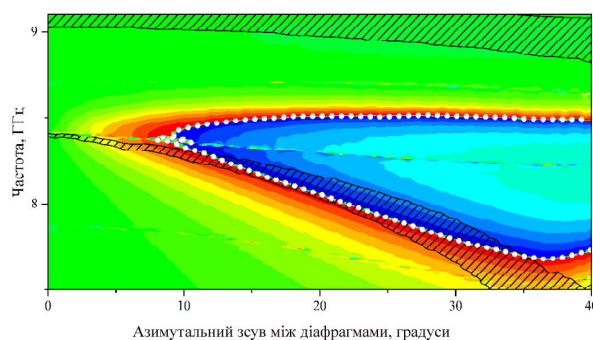


Рисунок 3.39 – Двовимірні розподіли α , $S_{11}(\varphi, f)$ для щілини між фланцями

$$g = 0,5 \text{ мм}, \psi = 40^\circ$$

Цей резонанс практично лінійно йде вниз по частоті з ростом азимутального зсуву. При цьому резонансі при кутах $10^\circ < \varphi < 30^\circ$ лінія $\pm 90^\circ$ повороту ПП повністю збігається з центром смуги узгодження, забезпечуючи малий КСХ обертача на кожній конкретній частоті в діапазоні 7,5 ГГц – 8,5 ГГц.

Як і у випадку обертача фіксованої геометрії з $g = 0$ існування зазору між фланцями при великих азимутальних вибірках з $\psi = 115^\circ$ на фланцях теж до-

зволяє зблизити два резонанси обертання ПП, поєднуючи їх із зоною узгодження. Наприклад, при $g = 0,5$ мм, вибравши азимутальне зміщення φ поблизу 40° можна отримати таку ж двогорбу характеристику, як і на рис. 37 з поворотом ПП в ортогональну. Однак тут уже є можливість підлаштування реального вузла легкою зміною кута φ .

Слід зауважити, що даний об'єкт розсіяння має велику кількість геометричних параметрів, що дозволяють розв'язувати багато задач оптимізації. Наведемо тут характеристики обертача, синтезованого як вузол з максимально широкою смугою узгодження. На рис. 3.40 представлено розподіли α , $S_{11}(\varphi, f)$ для обертача, що забезпечує $K_{СХ} < 1,3$ в смузі від 7,0 ГГц до 8,6 ГГц при азимутному зсуві фланців $\varphi = 20^\circ$. У смузі частот, близької до 20%, ПП хвилі на виході такого пристрою обертається від нуля до $\alpha = 130^\circ (-50^\circ)$, проходячи через точку ортогональної поляризації, потім падає до $90^\circ (-90^\circ)$ і далі до початкового значення в кінці смуги. Такий обертач з $\psi = 33,4^\circ$, $g = 1,2$ мм, $l = 13,9$ мм, $r_1 = 24,2$ мм є аналогом «призми», що розгортає смугу частот в сектор кутів повороту ПП на виході.

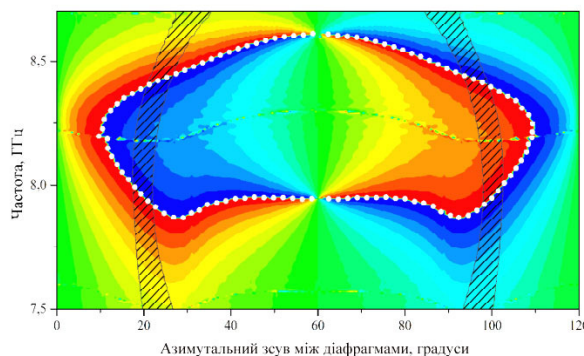


Рисунок 3.40 – Розподіл α , $S_{11}(\varphi, f)$ для обертача ПП, узгодженого при $\varphi = 20^\circ$ в широкій смузі частот. Значення параметрів: $\psi = 33,4^\circ$, $r = 16$ мм, $r_1 = 24,2$ мм,
 $g = 1,2$ мм, $l = 13,9$ мм

3.8 Висновки до розділу 3

1. Чисельно-аналітичний метод часткових областей і метод узагальнених матриць розсіяння використані як основа для побудови і програмної реалізації математичної моделі для розв'язання векторних задач аналізу складних 3D хвилевідних вузлів з довільними декартово- і циліндрично-координатними границями. Узагальнену модель верифіковано на прикладі багатьох відомих 3D НВЧ-об'єктів, продемонстровані висока точність і стійкість до різних варіантів розрахунку хвилевідних базисів. Описано способи застосування МЧО в спеціальних випадках і шляхи підвищення ефективності моделі в застосуванні до симетричних структур.
2. Вперше встановлено, що в разі часткового перекриття перерізів з'єднаних хвилеводів немає потреби у введенні «віртуальних» каналів. Пряме зшивання векторних полів через поле на загальній апертурі складного перерізу породжує інтегральне рівняння першого роду, яке, все ж таки, забезпечує стабільний розв'язок. Запропонований підхід значно ефективніший у порівнянні з підходом, що використовує «віртуальний» хвилевід нульової довжини.
3. Побудовано алгоритм розрахунку зчленування круглого хвилеводу з хвилеводом меншого складного ("ортогонного") перерізу з координатними границями в декартовій системі координат. Для цього використовуються аналітичні зображення інтегралів зв'язку між модами круглого хвилеводу, що розкладаються в ряд по плоским хвилям, і модами ортогонного перерізу, що розкладаються в ряди Фур'є в кожній прямокутній області. Після розрахунку інтегралів зв'язку, матриця розсіяння площинного зчленування розраховується стандартним чином відпові-

дно до методу часткових областей. Алгоритм було використано для аналізу обертача площини поляризації в круглому хвилеводі з діафрагмами, що мають Г-подібні щілини.

4. Розроблено чисельний алгоритм аналізу та оптимізації широкосмугових поляризаторів, що складається з симетрично розміщених прямокутних гребенів у коаксіальному хвилеводі. Оскільки границі поляризатора неможливо описати в одній (циліндричній або декартовій) системі координат, запропоновано підхід, що базується на поетапному наближенні регулярних та гребінчастих коаксіальних хвилеводів ступінчастою апроксимацією.
5. Було продемонстровано можливість розробки нового компактного перестрійного обертача площини поляризації в круглому хвилеводі. Таке обертання базується на новому принципі і дозволяє обертати поляризацію переданого поля в широкому діапазоні кутів. Будучи відносно вузькосмуговим, обертач працює на власних коливаннях, що збуджуються всередині пари спряжених плоско-кіральних діафрагм, які забезпечують різні площини поляризації по обидва боки елемента. Кут обертання площини поляризації може бути змінено механічним обертанням однієї з діафрагм навколо своєї осі. Важливо, що необхідний діапазон обертання діафрагми набагато менший за бажаний кут обертання площини поляризації. Електромагнітний механізм роботи полягає в маніпулюванні взаємодією ближніх полів у зазорі. Поздовжні розміри такого обертача можуть бути меншими за $\lambda_0/30$.
6. Показано, що добротність резонансів оптичної активності сильно залежить від довжини і кількості щілин плоско-кіральних діафрагм. Зі збільшенням кількості щілин і/або їх довжини при невеликих зазорах між діафрагмами добротність власних коливань та їх резонансна час-

тота зменшуються. Це дає можливість збільшити смугу обертання площини поляризації на основі ефекту штучної оптичної активності.

7. Показано, що, як і у випадку поздовжньо симетричного двопортового вузла, об'єкт з дієдральною симетрією порядку $n \geq 3$ дозволяє використовувати прості аналітичні наближення коефіцієнтів відбиття та пропускання, що залежать від власних частот.
8. Продемонстровано можливість обертання площини поляризації при розсіюванні на двошарових об'єктах в круглому хвилеводі, розміщених поза основною порожниною тракту. Окремі компоненти не є кіральними, маючи кілька площин симетрії, проте 3D-кіральність і обертання площини поляризації з'являються при азимутному зміщенні компонент, коли композитний об'єкт отримує дієдральну топологію. Власні коливання, що формуються в таких об'єктах з декількох закорочених шлейфів, що навантажують основний хвилевід, або в зазорі між гофрованими фланцями спряженої геометрії, забезпечують поворот площини поляризації на необхідний кут, включаючи 90° .

Equation Chapter (Next) Section 1

РОЗДІЛ 4

ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РОЗСІЯННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ НА НАПІВСКІНЧЕННІЙ ПЕРІОДИЧНІЙ СИСТЕМІ РОЗСІЮВАЧІВ

Цей розділ дисертації присвячено чисельному моделюванню розсіювання електромагнітних хвиль на напівнескінченній періодичній системі розсіювачів.

Запропонований метод може бути використано для аналізу резонаторів пристроїв вакуумної електроніки, що включають скінченні фрагменти сповільнювальних систем (СС) [129] і для дослідження характеристик розсіювання на півпросторі, заповненому метаматеріалом з перфорованих екранів.

Матриця розсіювання напівнескінченної СС важлива для побудови «гарячої» моделі резонаторів вакуумної електроніки, в яких поширення хвилі СС визначається не тільки електродинамікою, але і її взаємодією з електронним пучком. Розгляд скінченного фрагмента СС як поєднання двох неоднорідностей, що відповідають його кінцям, періодичним хвилеводом є свого роду гомогенізацією такої структури. Л. М. Литвиненком та С. Л. Просвірніним було запропоновано знаходити матрицю розсіювання напівнескінченної періодичної структури з нелінійного матричного рівняння, яке впливає з тієї властивості, що матриця розсіювання не змінюється при додаванні одного періоду [130]. Серед його розв'язків крім вірного є і ті, що не задовольняють умову на нескінченності в періодичному порту. Вони відкидаються після аналізу розв'язків. У роботах [131, 132] явне використання умови на нескінченності дозволило отримати лінійне рівняння для знаходження такої матриці, яке не має хибних розв'язків. У дисертаційній роботі запропоновано підхід, схожий з описаними в [131, 132]. Однак він призводить до матричних рівнянь значно меншого порядку.

На першому етапі (підрозділ 4.1) знаходяться власні моди періодичної структури з неоднорідностей, для яких відомі узагальнені матриці розсіювання. Для цього використовувався підхід, запропонований ще в 1967 році

С. Б. Франкліном в одномодовому наближенні [133] і потім розвинений в 1991 році з урахуванням вищих мод [134], що дозволило знайти власні моди гофрованих круглого та прямокутного хвилеводів.

Для розрахунку матриці розсіяння стику регулярного хвилеводу з напівнескінченною СС на другому етапі (підрозділ 4.2) пропонується розмістити площину зшивання полів на відстані у деяке велике ціле число періодів q від початку СС. Тоді за цим відступом поле можна розкласти по власних модах СС, що переносять енергію від неоднорідності. При цьому, якщо число періодів q досить велике, то в цей розклад достатньо включати тільки моди, що поширюються, оскільки внесок згасних мод експоненційно зменшується з ростом q . Обґрунтоване зменшення кількості мод тільки до тих, що поширюються, істотно зменшує розміри матриць, що обертаються. У цьому перевага запропонованого підходу в порівнянні з наведеними в [131, 132].

Матриця розсіяння напівнескінченної періодичної структури отримується через розкладання власних мод періодичної структури по власних модах регулярних хвилеводів і узагальнену матрицю розсіяння в термінах мод регулярних хвилеводів для допоміжного елемента, що розділяє початок сповільнювальної системи і площину зшивання полів.

Проведено тестування методу, яке містило перевірку балансу енергії та взаємності, збереження матриці при додаванні до неї одного періоду. Виявилося, що баланс енергії та взаємність дещо порушуються поблизу точки виникнення нової моди сповільнювальної системи. Причому це порушення не усувається при збільшенні розміру проєкційного базису. Однак ці порушення усуваються при збільшенні числа періодів q відступу від стику до площини зшивання полів. Це пов'язано зі зменшенням загасання вищої моди перед своєю точкою відсікання.

Було перевірено можливість використання матриці розсіяння напівнескінченної сповільнювальної системи для розрахунку її великого скінченного фра-

гмента. Виявилося, що неможливо розрахувати гребінку, що починається та закінчується канавкою, оскільки довжина такого фрагмента сповільнювальної системи містить не ціле число періодів, і фазовий набіг моди сповільнювальної системи на цю довжину не визначений. Проте можливо розрахувати гребінку, яка починається ламеллю та закінчується канавкою, оскільки в цьому випадку ми маємо ціле число періодів. Це типова проблема, яка виникає при гомогенізації скінченного числа шарів метаматеріалу.

Описаний метод можна розглядати як узагальнення МЧО для розрахунку зчленування регулярного хвилеводу з напівнескінченною періодичною системою.

Основні результати цього розділу опубліковано у роботах [129, 135-137].

4.1 Аналіз тривимірних сповільнювальних систем на основі методу узагальнених матриць розсіяння

Гребінчасті СС, що використовуються в вакуумних НВЧ приладах (ЛБХ, ЛОВ, клинотрон), в реальності часто являють собою тривимірні структури [138]. Приклад такої структури, яка використовується у клинотроні, наведено на рис.1 з роботи [139].

Розрахунок дисперсійних характеристик подібних структур являє собою досить складну векторну крайову задачу, що вимагає врахування всіх шести компонент електромагнітного поля. Тому на початкових етапах для розрахунку СС використовувалися наближені моделі, що зводять задачу до скалярної двовимірної задачі відносно однієї з невідомих компонент поля. У разі аналізу СС, зображеної на рис. 4.1, використовують модель двовимірної гребінки з екраном, для аналізу якої розроблена ціла серія методів розрахунку від цілком строгих

по постановці [140-143] і до тих, що використовують ті чи інші наближення (найчастіше довгохвильове по відношенню до періоду структури) [144, 145]. Правомірність використання двовимірних моделей базується на тому факті, що поле слабо змінюється уздовж ламелей, для деяких структур це підтверджувалося і експериментом [139].

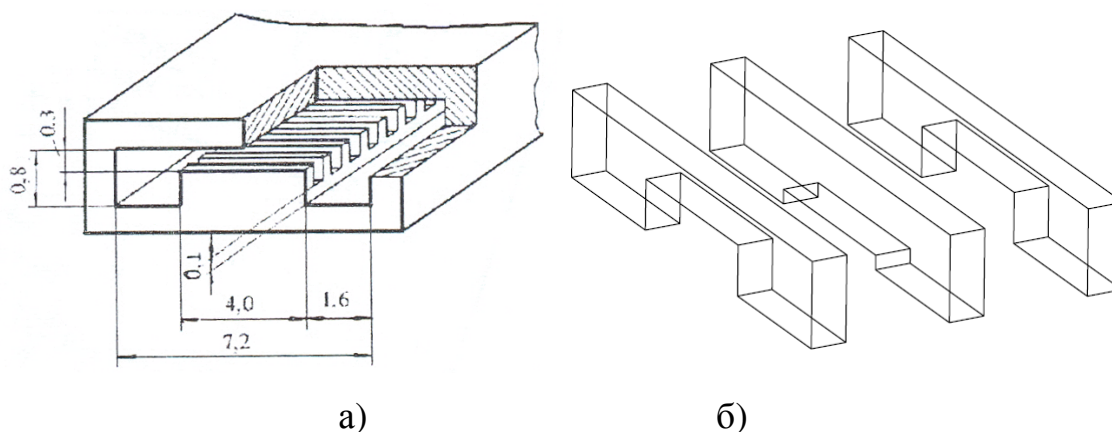


Рисунок 4.1 - Сповільнювальна система клинотрона: а) - загальний вигляд; б) - розбиття комірки сповільнювальної системи на фрагменти з гребінчастих хвилеводів різного перетину

Подальший розвиток вакуумної НВЧ електроніки, використання гребінок складної конфігурації, побудова моделей взаємодії поля і пучка вимагають більш точних моделей СС. Нижче демонструється підхід, який використовує точні дані про матриці розсіяння S окремого елемента СС для розрахунку спектра власних хвиль періодичної структури (від швидких до повільних). Подібна ідея вперше в найпростішому одномодовому наближенні була запропонована в роботі [133] для аналізу періодичної системи перегородок в прямокутному хвилеводі. Пізніше аналогічний підхід був узагальнений для аналізу сповільнювальних систем, утворених фрагментами хвилеводів круглого і прямокутного перетинів, з багатомодовою матрицею розсіяння [134]. Схожий підхід використовувався у [153] для аналізу ланцюжків пов'язаних резонаторів.

У нашому випадку розглядаються більш складні СС. Їх фрагменти є хвилеводами складних поперечних перерізів, хвильовий аналіз яких представляє собою окрему задачу. В роботі отримано дисперсійне рівняння і описаний метод розрахунку постійних поширення СС на основі даних про S -матриці окремого елемента; виконані перевірка збіжності і верифікація методу на прикладі двовимірної СС; наведено приклад розрахунку для випадку, коли швидкість збіжності найбільш висока, а саме, в разі аналізу моделі періодичної системи прискорювача (в цьому випадку довжина з'єднувального хвилеводу велика); виконано порівняння дисперсійних характеристик стандартної структури і гребінки з поздовжнім пазом; наведено приклад розрахунку СС, що використовується у клинотроні.

4.1.1 Опис методу.

Сповільнювальну систему можна представити як періодичну систему з хвилеводів постійного поперечного перерізу, що чергуються. Наприклад, СС клинотрона, зображена на рис. 4.1а, розбивається на фрагменти гребінчастих хвилеводів, зображених на рис. 4.1б. Будемо розглядати хвилеводи з меншою площею поперечного перерізу як сполучні хвилеводи.

Для розрахунку дисперсійних характеристик сповільнювальної системи досить знати S -матрицю для одного елемента періодичної системи, що містить два стики хвилеводу W_2 зі сполучними хвилеводами W_0 і W_1 (рис. 4.2), постійні поширення власних мод сполучних хвилеводів і довжину сполучних хвилеводів Δ . Тому елемент СС не обов'язково має бути утворений хвилеводом постійного перетину, це може бути складний хвилевідний вузол з відомою матрицею розсіяння.

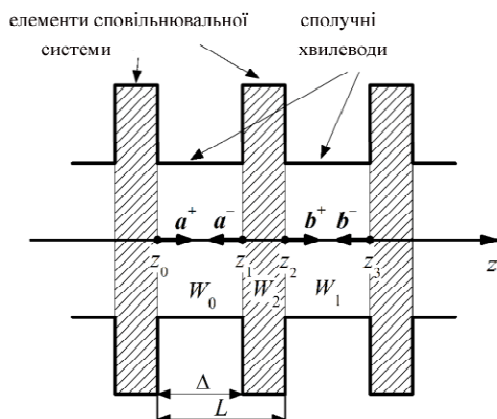


Рисунок 4.2 - Сповільнювальна система як періодична система хвилеводів постійного поперечного перерізу, що чергуються

У разі, коли фрагменти СС являють собою хвилеводи складного поперечного перерізу, спочатку потрібно визначити хвилевідний базис для кожного регулярного фрагмента СС, а потім розрахувати S' -матриці плоско-поперечних з'єднань таких хвилеводів. Для цього використовується узагальнення МЧО [25]:

- поперечні перерізи хвилеводів розбиваються на часткові прямокутні області;
- умови сполучення полів на границях часткових областей породжують однорідну систему лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР), з якої визначаються частоти відсікання і амплітуди Фур'є розкладів мод хвилеводу в кожній частковій області;
- після того, як визначено хвильовий базис кожного хвилеводу, що утворює СС, розв'язується задача розсіяння для плоско-поперечних з'єднань (пошук S'), що становлять елемент періодичної системи. При цьому розраховуються інтеграли зв'язку хвиль малого і великого хвилеводів по кусково-заданих базисах;
- потім по S' знаходимо узагальнену матрицю розсіяння S .

Виведемо дисперсійне рівняння на основі даних, отриманих за допомогою МЧО. Нехай $u(x,y,z)$ - якась компонента електромагнітного поля. Шукаємо власне коливання періодичної структури у вигляді

$$u(x, y, z) = \exp(i\beta z) v(x, y, z) \quad (4.1)$$

де $v(x, y, z)$ - L -періодична по z функція: $v(x, y, z+L) = v(x, y, z)$.

При зсуві на період L поле u множиться на величину $\alpha = \exp(i\phi)$, де $\phi = \beta L$ - фазовий набіг хвилі на період.

Хвилям, що поширюються, на комплексній площині α відповідають точки, що лежать на одиничному колі. Оскільки фазова швидкість хвилі визначається виразом $v_\phi = \omega/\beta = kc/\beta$, то для швидких хвиль отримуємо $|\phi| < kL$, а для повільних $-kL < |\phi| \leq \pi$.

У сполучних хвилеводах W_0 і W_1 поле представляється у вигляді суперпозиції власних мод хвилеводу $u_n(x, y, z) = \exp(i\gamma_n z) v_n(x, y)$, $n \in \mathbb{Z}/\{0\}$. Тут γ_n - постійна поширення власної моди. При цьому позитивні n відповідають модам, що поширюються в напрямку зростаючих значень z або згасим в цьому напрямку, а негативні n відповідають модам, що поширюються або згасим у протилежному напрямку: $n \operatorname{Re} \gamma_n \geq 0$, $n \operatorname{Im} \gamma_n \geq 0$ для залежності від часу $\exp(-i\omega t)$.

Нехай

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= \sum_{n=1}^{\infty} a_n^+ \exp(i\gamma_n (z - z_0)) v_n(x, y) + \\ &+ \sum_{n=-\infty}^{-1} a_n^- \exp(i\gamma_n (z - z_1)) v_n(x, y), \quad (x, y, z) \in W_0, \\ u(x, y, z) &= \sum_{n=1}^{\infty} b_n^+ \exp(i\gamma_n (z - z_2)) v_n(x, y) + \\ &+ \sum_{n=-\infty}^{-1} b_n^- \exp(i\gamma_n (z - z_3)) v_n(x, y), \quad (x, y, z) \in W_1. \end{aligned}$$

Зв'язок векторів коефіцієнтів a^+ , a^- , b^+ , b^- визначається матрицею розсі-
яння

$$a^- = S^{00} E a^+ + S^{01} E b^- \quad (4.2)$$

$$b^+ = S^{10} E a^+ + S^{11} E b^- \quad (4.3)$$

тут S_{ij} , $i, j = 0, 1$ позначає матрицю перетворення мод при розсіянні на одному елементі з порту i в порт j (порт 0 відповідає лівому хвилеводу W_0 відносно елемента, порт 1 відповідає правому хвилеводу W_1), E - діагональна матриця $E = \text{Diag}(\exp(i\gamma_1\Delta), \exp(i\gamma_2\Delta), \dots)$.

Записуючи (4.1) при $z = z_0$ і $z = z_1$, отримаємо

$$a^+ + E a^- = \alpha (b^+ + E b^-) \quad (4.4)$$

$$E a^+ + a^- = \alpha (E b^+ + b^-). \quad (4.5)$$

Підставляючи (4.2), (4.3) в (4.4) і (4.5), отримаємо

$$(I + E S^{00} E - \alpha S^{10} E) a^+ + (E S^{01} - \alpha S^{11} - \alpha I) E b^- = 0,$$

$$(I + S^{00} - \alpha E S^{10}) E a^+ + (S^{01} E - \alpha E S^{11} E - \alpha I) b^- = 0.$$

Таким чином, отримуємо СЛАР

$$\begin{pmatrix} I + E S^{00} E - \alpha S^{10} E & (E S^{01} - \alpha I - \alpha S^{11}) E \\ (I + S^{00} - \alpha E S^{10}) E & S^{01} E - \alpha I - \alpha E S^{11} E \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a^+ \\ b^- \end{pmatrix} = 0. \quad (4.6)$$

Нетривіальний розв'язок a^+ , b^- можливий тільки при рівності нулю детермінанта матриці СЛАР:

$$D(\alpha) = \begin{vmatrix} I + E S^{00} E - \alpha S^{10} E & (E S^{01} - \alpha I - \alpha S^{11}) E \\ (I + S^{00} - \alpha E S^{10}) E & S^{01} E - \alpha I - \alpha E S^{11} E \end{vmatrix} = 0. \quad (4.7)$$

Рівняння (4.7) є дисперсійним рівнянням, що дозволяє визначити залежності $\varphi = \varphi(\omega)$ для власних мод періодичної системи.

Зауважимо, що, якщо розглядати усічену матрицю розсіювання S_N , відповідну хвилевідному базису довжини N , то $D(\alpha)$ є поліном степеня $2N$ від α з комплексними коефіцієнтами. Будемо позначати його $D_N(\alpha)$.

Якщо елемент СС симетричний уздовж осі z , то дисперсійне рівняння (4.7) має вигляд

$$D(\alpha) = \begin{vmatrix} I + ERE - \alpha TE & (ET - \alpha I - \alpha R)E \\ (I + R - \alpha ET)E & TE - \alpha I - \alpha ERE \end{vmatrix} = 0.$$

В цьому випадку поліном $D_N(\alpha)$ має властивість

$$D_N(\alpha^{-1})\alpha^{2N} = D_N(\alpha),$$

звідки слідує симетричність коефіцієнтів полінома більшого і меншого порядку:

$$D_N(\alpha) = \sum_{n=0}^{2N} c_n \alpha^n, \quad c_n = c_{2N-n}, \quad n = 0, \dots, 2N.$$

Зауважимо, що в рамках підходу, що використовується, зручно визначати залежність $\varphi(f)$, а не навпаки, тому що при фіксованій частоті матриця розсіювання S окремого елемента залишається незмінною і обчислення матриці дисперсійного рівняння вимагатиме істотно менше обчислень.

Для знаходження розв'язків α дисперсійного рівняння (4.7), відповідних модам, що поширюються або згасають, можна шукати нулі модуля детермінанта на одиничному колі і дійсній осі, наприклад, методом золотого перетину. Якщо необхідно знайти комплексні моди, для яких α має ненульову дійсну і уя-

вну частини, то СЛАР (4.6) зручно звести до узагальненої проблеми на власні значення

$$(G' - \alpha G) \begin{pmatrix} a^+ \\ b^- \end{pmatrix} = 0,$$

$$\text{де } G' = \begin{pmatrix} I + ES^{00}E & ES^{01}E \\ E + S^{00}E & S^{01}E \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} S^{10}E & E + S^{11}E \\ ES^{10}E & I + ES^{11}E \end{pmatrix}.$$

Для вирішення цієї проблеми розроблено серію стандартних методів [146].

4.1.2 Перевірка збіжності та верифікація методу

Описаний вище метод може бути застосовано і для аналізу гребінки, торці якої дотичні до бічних стінок прямокутного хвилеводу. Цю задачу природно звести до скалярної, обмежившись розглядом хвиль, що мають, наприклад, одну варіацію поля уздовж осі однорідності структури. Її розв'язання вимагає значно менших витрат комп'ютерного часу, ніж аналіз тривимірної сповільнювальної системи. На основі цієї модельної задачі досліджувалася внутрішня збіжність алгоритму.

На рис. 4.3 наведено відносну обчислювальну похибку

$$\delta(N) = \left| \frac{\varphi^{(N)} - \varphi^{(N+2)}}{\varphi^{(N)}} \right|$$

при розрахунку фазового набігу основної повільної хвилі на періоді структури в залежності від порядку усікання N для різних відстаней між елементами СС

(ширини ламелей). Значення інших параметрів було обрано наступними: ширина хвилеводу $a = 5$ мм; висота хвилеводу $b = 1$ мм; глибина канавки $h = 0,5$ мм; ширина канавки $l = 0,1$ мм; $f = 80$ ГГц. Верхня шкала відповідає частоті відсікання f_{cut} найвищої моди, яка враховується у проєкційному базисі; цей параметр використовувався в якості глобального параметра, що визначає точність розрахунків.

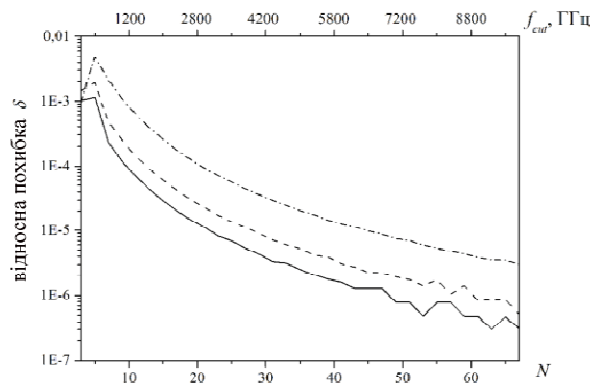


Рисунок 4.3 - Відносна обчислювальна похибка в залежності від порядку усікання N для різних відстаней між елементами сповільнювальної системи:

--- $\Delta = 1,0$ мм, - - $\Delta = 0,5$ мм, - · - $\Delta = 0,1$ мм

Як видно з рис. 4.3, чим більше величина Δ , тим швидше збіжність, що пояснюється збільшенням загасання мод на проміжках між елементами СС. Чим менше величина Δ , тим більше мод необхідно враховувати в сполучних хвилеводах для досягнення необхідної точності. Однак погіршення збіжності зі зменшенням величини Δ відбувається повільніше, ніж варто було б очікувати, з огляду на загасання мод. Так, згідно з рис. 4.3 при $\delta = 10^{-4}$ вищі моди в проєкційному базисі мають загасання на проміжку Δ , рівні 290,9 дБ при $\Delta = 1,0$ мм, 163,7 дБ при $\Delta = 0,5$ мм і 54,6 дБ при $\Delta = 0,1$ мм. Нулі полінома $D_N(\alpha)$ визначалися з точністю до 10^{-6} , тому поблизу цього рівня криві рис. 4.3 починають коливатися.

При аналізі розглянутих структур існує альтернатива між вибором елементів СС і сполучних хвилеводів. Так, в разі гребінки в хвилеводі як сполучні хвилеводи можна вибрати фрагменти СС, що відповідають канавці або ламелі. При виборі потрібно враховувати густину спектра і довжину хвилеводів. Чим рідше спектр і більше довжина сполучного хвилеводу, тим менше мод потрібно буде в них враховувати, що збільшить швидкість розрахунків.

У таблиці 4.1 представлено порівняння результатів обчислення фазового набігу на період з результатами роботи [140] для двовимірної гребінки з екраном.

Таблиця 4.1 - Порівняння результатів обчислення фазового набігу на період з результатами роботи [140] для двовимірної гребінки з екраном

λ/L	φ/π з [140]	φ/π розв'язок (4.7)	$\Delta (\varphi / \pi)$
26,7	0,1	0,099992	8,0E-6
14,0	0,2	0,200777	7,7E-4
10,3	0,3	0,299992	8,0E-6
8,82	0,4	0,399910	9,0E-5
8,16	0,5	0,500056	5,6E-5
7,83	0,6	0,599875	1,2E-4
7,65	0,7	0,698146	1,9E-3
7,54	0,8	0,805180	5,2E-3
7,49	0,9	0,899090	9,1E-4

Метод, описаний в [140], орієнтований на аналіз двовимірної періодичної структури з екраном. Він, безумовно, є більш точним, і результати, отримані з його допомогою, можуть бути використані для верифікації. Розміри структури: глибина канавок $h = 1,6L$; ширина ламелей $\Delta = 0,5L$; відстань від гребінки до

екрану $w = L$. У сполучних хвилеводах враховувалося 107 мод. Як правило, похибки обчислень для великих значень φ більше, ніж для менших. Частково це пояснюється тим фактом, що похідна залежності $\varphi(f)$ більше для великих значень φ , що збільшує чутливість результатів до погрешностей. Таким чином, дисперсійне рівняння забезпечує цілком достовірні результати, дозволяючи разом з тим аналізувати тривимірні об'єкти.

4.1.3 Дисперсійні характеристики гофрованого хвилеводу

Розглянутий підхід виявляється найбільш ефективним при дисперсійному аналізі періодичних систем, що використовуються в прискорювачах, оскільки відстані між елементами в цьому випадку досить великі. Як правило, ці структури аксіально-симетричні. Строгий аналіз реальних діафрагм, що використовуються в прискорювачах, можна провести методом, запропонованим в роботі [147] для розрахунку матриці розсіювання на одиночній неоднорідності. Нижче (рис. 4.5) наведено дисперсійні криві для перших чотирьох мод гофрованого квадратного хвилеводу, поперечний і поздовжній перерізи якого зображено на рис. 4.4.

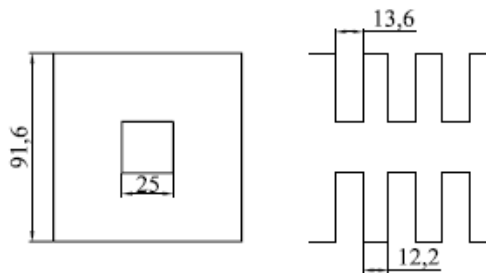
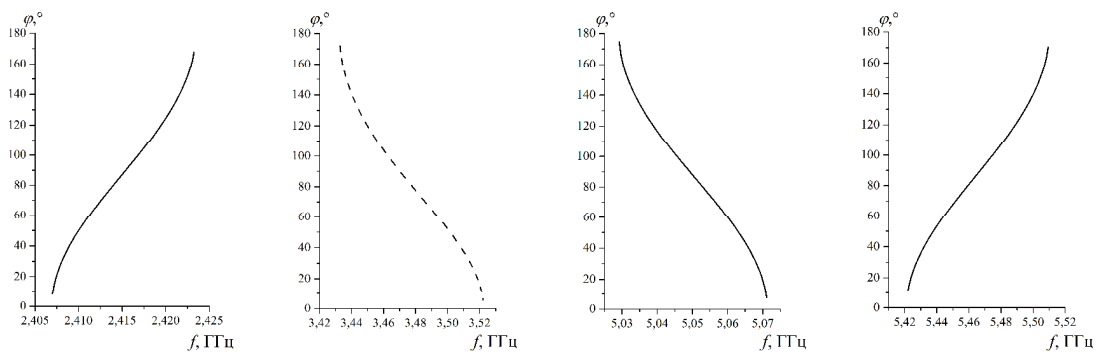


Рисунок 4.4 - Поперечний і поздовжній перерізи гофрованого хвилеводу

Розміри співвідносяться з розмірами сповільнювальної системи, описаної в роботі [148]. З огляду на симетрію структури, первинну задачу зручно розбити на три задачі для хвиль різної симетрії.

Дисперсійні криві рис. 4.5, зображені суцільними лініями, відповідають двом магнітним стінками, розташованим в площинах симетрії хвилеводу (задача 1), а пунктирна відповідає одній магнітній і одній електричній стінці (задача 3). У хвилеводах меншого поперечного перерізу враховувалися моди, частоти відсікання яких нижче 40 ГГц (16 мод у задачі 1, 17 мод у задачі 3). Як видно з рисунка, в гофрованому хвилеводі присутні хвилі і з позитивною, і з негативною дисперсіями.



Рисунк 4.5 - Фазовий набіг на періоді структури для перших чотирьох мод гофрованого хвилеводу

4.1.4 Гребінка з поздовжніми пазами в прямокутному хвилеводі

Розглянемо дві СС, утворені стандартною гребінкою клинотрона з поздовжніми пазами по краях сповільнювальної системи і такою ж гребінкою з поздовжнім пазом посередині (рис. 4.6). Ширина ламелей і канавок дорівнює 0,1 мм.

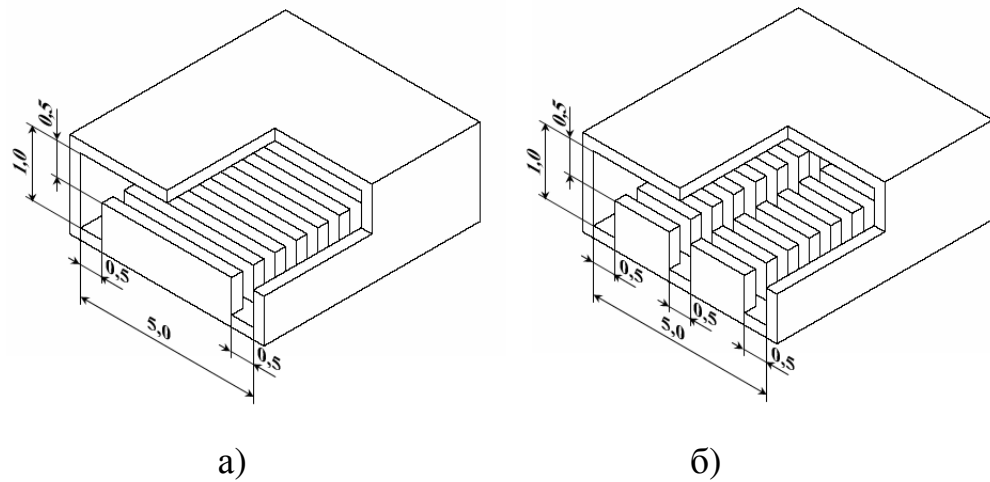


Рисунок 4.6 - Сповільнювальні системи: а) - одна гребінка в хвилеводі; б) - дві гребінки у хвилеводі

На рис. 4.7 наведені дисперсійні криві для перших двох мод СС. Ці моди не взаємодіють, оскільки мають різну симетрію. Перша, зображена суцільною лінією, відповідає ідеальній магнітній стінці, розташованій в площині симетрії СС, а друга, зображена пунктирною лінією, відповідає ідеальній електричній стінці. У сполучних гребінчастих хвилеводах враховувалися моди, частота відсікання яких не перевищує 1000 ГГц: для СС, зображеної на рис. 4.6а, 108 мод у випадку ідеальної магнітної стінки і 89 мод у випадку ідеальної електричної стінки; для СС, зображеної на рис. 4.6б, 117 мод у випадку ідеальної магнітної стінки і 107 мод у випадку ідеальної електричної стінки. Як видно з рисунків, поздовжній паз не змінив дисперсійну криву першої моди. Таким чином, поле з парної симетрією поздовжньої компоненти магнітного поля «не помічає» поздовжнього паза. Однак дисперсійна крива другої моди змінилася істотно. Вона зливається з дисперсійною кривою першої моди при збільшенні частоти. Цей факт пов'язаний зі слабким впливом на дисперсійні характеристики ширини і положення гребінки в хвилеводі. Дійсно, ідеальна електрична стінка, розташована в площині симетрії СС, зображеної на рис. 4.6б, призводить до задачі для

половини структури з однією гребінкою шириною 1,75 мм, дещо зсунутої відносно осі прямокутного хвилеводу шириною 2,5 мм. Дисперсійні характеристики такої СС незначно відрізняються від дисперсійних характеристик СС, зображеної на рис. 4.6а.

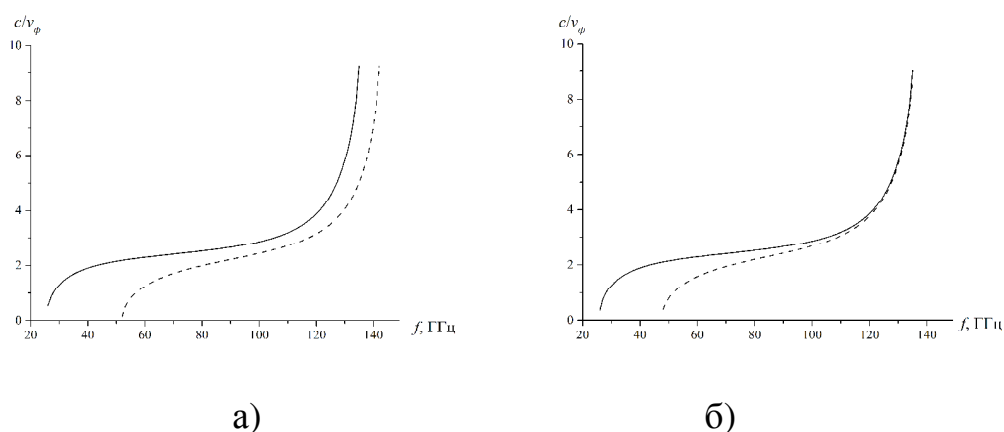


Рисунок 4.7 - Дисперсійні криві для перших двох мод сповільнювальних систем: а) - одна гребінка в хвилеводі; б) - дві гребінки у хвилеводі

4.1.5 Розрахунок сповільнювальної системи клинотрона.

На рис. 4.8а наведена дисперсійна крива СС, зображеної на рис. 4.1. Ширина канавок становить 0,09 мм, ламелей - 0,1 мм. У сполучних гребінчастих хвилеводах враховувалися моди, частота відсікання яких не перевищують 2000 ГГц (467 мод). Ця задача найбільш складна з розглянутих нами з точки зору витрат часу. Для порівняння наведено дисперсійні криві двовимірної гребінки з екраном та гребінки, торці якої дотичні до бічних стінок хвилеводу. Ці два наближення використовують для оцінки впливу металевих елементів, що вводяться в простір між торцями гребінки і бічними стінками хвилеводу, на дисперсійні характеристики [149]. Як видно з рис. 4.8а, дисперсійна крива для три-

вимірної СС лежить між цими двома наближеннями. Таким чином, для цієї СС наближення двовимірних моделей є достатньо точними.

На рис. 4.8б представлено дисперсійні криві для різних ширин гребінки t . Вони утворюють пучок кривих, що перетинаються поблизу 130 ГГц. Зі зменшенням величини t криві виходять за межі двовимірних наближень. Помітні відмінності виявляються при $t < 2,8$ мм.

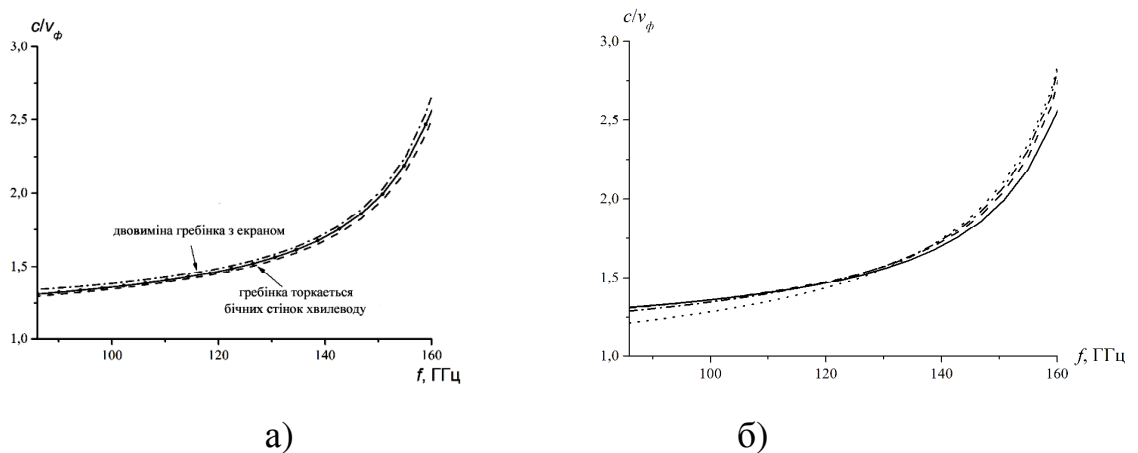


Рисунок 4.8 - Дисперсійні криві для сповільнювальної системи клинотрона з рис. 4.1 при різних ширинах гребінки t : а) - порівняння з двовимірними наближеннями при $t = 4$ мм; б) – $t = 4$ мм, --- $t = 2,8$ мм, - · - $t = 1,6$ мм, ···· $t = 0,4$ мм

У випадку СС, зображеної на рис. 4.9а вплив ширини гребінки на дисперсійні характеристики має інший характер (рис. 4.9б). Ширина ламелей і канавок СС дорівнює 0,055 мм. У сполучних хвилеводах враховувалися моди, частоти відсікання яких нижче 2400 ГГц. При зменшенні ширини гребінки дисперсійні характеристики зсуваються в область швидких хвиль.

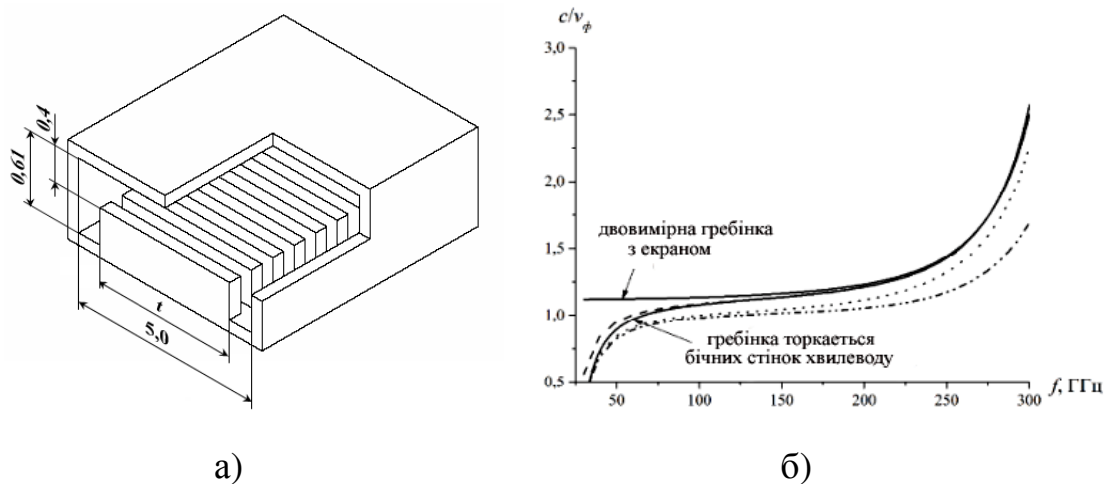


Рисунок 4.9 - Сповільнювальна система і дисперсійні криві при різних ширинах гребінки: а) - вид сповільнювальної системи; б) --- $t = 2,5$ мм, $t = 0,2$ мм, - · - $t = 0,02$ мм

Результати розрахунків показують, що двовимірних наближень, як правило, вистачає для оцінки дисперсії СС, що використовуються в клинотронах. Це видно з результатів рисунків 4.8 і 4.9, де дисперсійні криві виходять за межі, які визначаються двовимірними наближеннями, при досить малих ширинах гребінки, що рідко використовується у СС. Нижче наводяться результати дисперсійного аналізу ще двох СС. Їх загальні розміри представлені на рис. 4.10. Перша сповільнювальна система має період $L = 0,13$ мм, ширину канавок $l = 0,07$ мм. Друга використовується для роботи на "-3й" гармоніці. Тому її період і ширина канавки більші: $L = 0,42$ мм, $l = 0,2$ мм.

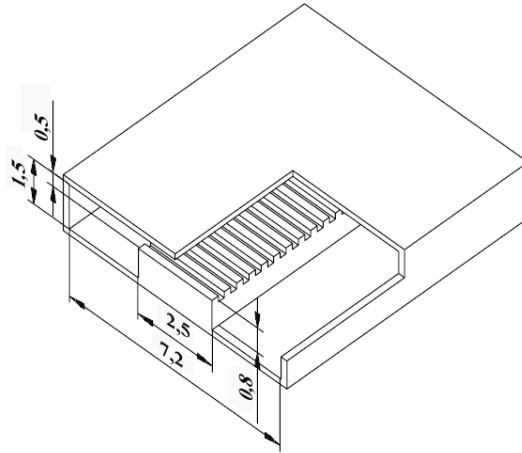


Рисунок 4.10 - Сповільнювальна система клинотрона

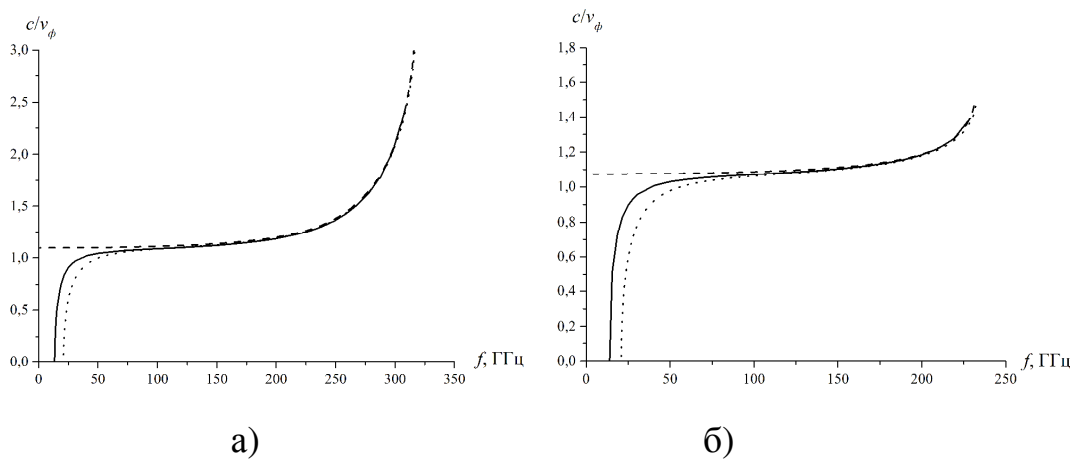


Рисунок 4.11 - Дисперсійні криві для основної моди сповільнювальної системи клинотрона: а) – $L = 0,13$ мм, $l = 0,07$ мм, б) – $L = 0,42$ мм, $l = 0,2$ мм; - тривимірна сповільнювальна система, --- двовимірний гребінець з екраном, ... закритий з торців гребінець в хвилеводі

На рис. 4.11 наведено дисперсійні криві основної моди для цих двох СС. На частотах, більших за 100 ГГц (що покриває робочий діапазон пристроїв), відхилення від наближень для двовимірної гребінки з екраном, і для гребінки, що дотична до бічних стінок хвилеводу, становить не більше 2%. Істотні відмінності виявляються лише при малих частотах поблизу частоти відсікання хвилеводу.

ду, в який поміщена гребінка; там, де розходяться дисперсійні криві, отримані за двовимірним наближенням.

4.2 Узагальнення методу часткових областей на задачі розсіяння на напівнескінчених сповільнювальних системах

Задача знаходження матриці розсіяння напівскінченної СС є актуальною при розрахунку складних резонаторів вакуумних пристроїв, що використовують сповільнювальні системи. В області сповільнювальної системи тут важливо мати розкладання поля за її власними модам, оскільки саме з однією з них взаємодіє електронний пучок. Незважаючи на те, що поле для будь-якого скінченного фрагмента сповільнювальної системи може бути знайдено широко використовуваними МЧО і методом УМР [4, 84, 150], цієї інформації недостатньо для побудови «гарячої» моделі пристрою. Розкласти це поле за власними модам СС теж не достатньо. Оскільки такий підхід не дозволяє врахувати зміну амплітуди такої моди при взаємодії з електронним пучком. Необхідно знати матрицю розсіяння напівскінченної СС.

Ця хвилевідна задача еквівалентна задачі розсіяння на періодичному півпросторі. Серед відомих її розв'язків можна виділити наступні.

В роботі [151] розглянуто задачу розсіяння плоскої хвилі на півпросторі, періодичним чином заповненого плазмонними нанокулями. Задачу розв'язано дискретизованим методом Віннера-Хопфа.

У книзі [152] було запропоновано підхід до розв'язання задачі розсіяння на півпросторі, заповненому стрічковими ґратками. Задачу зведено до нелінійного матричного рівняння, яке має неєдиний розв'язок. Ця проблема виникла в зв'язку з відсутністю вимоги умови на нескінченності у розв'язку нелінійного

рівняння. Тільки одне з рішень задовольняє умову на нескінченності. Вибір потрібного фізичного розв'язку виявляється складним при розгляді структури у багатомодовому режимі.

В роботі [131, 132] задачу було розв'язано більш строго. Поле в періодичному півпросторі розкладалось по попередньо розрахованим власним модам періодичної структури, що переносить енергію від зчленування з вільним півпростором. Це забезпечило єдиний розв'язок, який задовольняє умову на нескінченності.

У даній роботі використано підхід, подібний до [131, 132]. Відмінність полягає в тому, що запропонований тут метод дозволяє враховувати тільки моди СС, що поширюються. Це зменшує розміри матриць, що обертаються.

Метод використовує матрицю розсіяння скінченного фрагмента СС. Він базується на застосуванні МЧО і методу УМР. Раніше цей підхід було реалізовано і використане для побудови «гарячої» моделі пристроїв вакуумної електроніки [130] без докладного опису. Опис методу і особливостей його реалізації було наведено у [129].

4.2.1 Опис методу

На Рис. 4.12 схематично зображено розглянуту структуру. Вона являє собою зчленування регулярного хвилеводу з напівскінченною періодичною структурою з періодом l . Взагалі кажучи, регулярний хвилевід може бути будь-яким, так само як і елементи періодичної структури. У даній роботі в якості прикладу розглядається зчленування прямокутного хвилеводу з напівскінченною гребінкою.

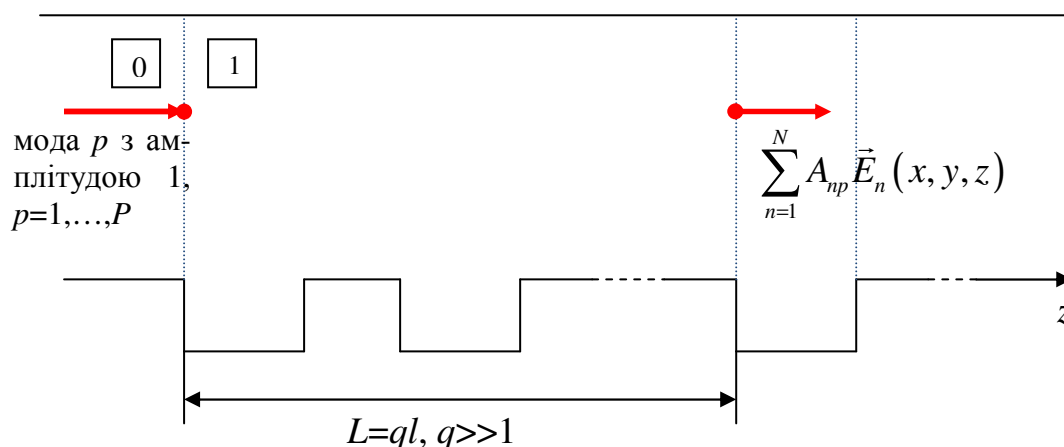


Рисунок 4.12 - Геометрія задачі

Нехай базис власних мод періодичної структури відомий. Метод їх знаходження описаний у підрозділі 4.1. І нехай з порту 0, відповідного регулярному хвилеводу падає мода з індексом p . Тоді на деякому віддаленні в ціле число періодів $L = ql$ від зчленування поле може бути розкладене по цих модах

$$\vec{E}(x, y, z) = \sum_{n=1}^N A_{np} \vec{E}_n(x, y, z) \quad (4.8)$$

тут $\vec{E}_n(x, y, z)$ - поле власної моди періодичної структури з номером n , а A_{np} - невідомі коефіцієнти.

Якщо число q досить велике, то в базисі можна залишити тільки моди, що поширюються. Додавання в базис згасних мод дозволяє підвищити точність розкладання поля при малих q .

Введемо позначення:

S - матриця розсіяння напівскінченної СС,

P - число хвиль в порту 0, що відповідає регулярному хвилеводу,

N - число хвиль в порту 1 (хвилі СС),

M - число хвиль в канавці.

Тоді коефіцієнти A_{np} пов'язані з елементами матриці розсіяння напівскінченної ґратки співвідношенням

$$A_{np} = S_{np}^{(1,0)} e^{iL\Gamma_n}, \quad (4.9)$$

де Γ_n - постійна поширення власної хвилі СС.

Тут важливий наступний нюанс. Хвилі СС можуть бути зворотними. Знак постійних поширення слід вибирати так, щоб відповідні хвилі переносили енергію від зчленування з регулярним хвилеводом на нескінченність. Такий вибір визначає розв'язок, який задовольняє умову на нескінченності.

В результаті знаходження власних мод періодичної СС відповідно до підходу, описаного у підрозділі 4.1, отримуємо зображення їх полів в канавках (рис. 4.13)

$$\vec{E}_n(x, y, z) = \sum_{m=1}^M a_{mn} \vec{e}_m(x, y) e^{i\gamma_m z} + \sum_{m=1}^M b_{mn} \vec{e}_m(x, y) e^{i\gamma_m(\Delta-z)}. \quad (4.10)$$

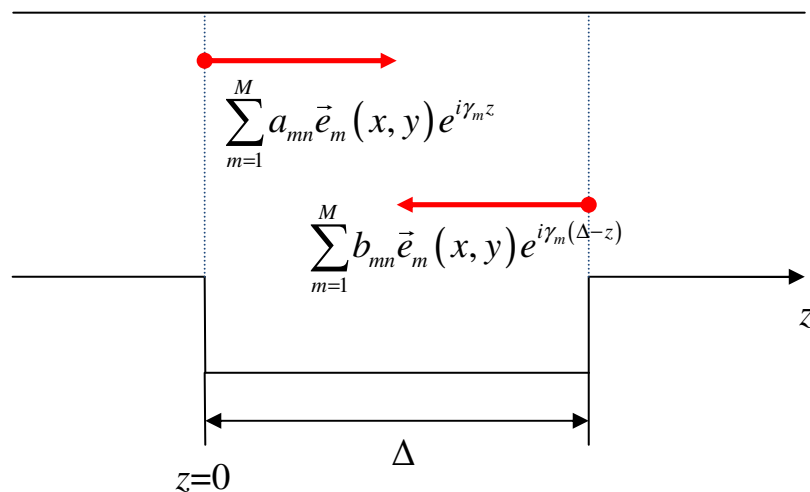


Рисунок 4.13 - Розкладання поля власної хвилі з індексом n в по хвилевідних модах

Тут γ_m - постійні поширення мод канавки, $\vec{e}_m(x, y)$ їх поперечні розподіли полів, Δ - ширина канавки, a_{mn} і b_{mn} амплітуди хвилевідних мод в канавці, що поширюються або згасають у зустрічних напрямках.

Підставляючи (4.10) в (4.8), отримуємо зображення для повного поля в канавці $q+1$ через хвилевідні моди канавки

$$\vec{E}(x, y, z) = \sum_{m=1}^M \vec{e}_m(x, y) e^{i\gamma_m z} \underbrace{\sum_{n=1}^N a_{mn} A_{np}}_{\alpha_{mp}} + \sum_{m=1}^M \vec{e}_m(x, y) e^{i\gamma_m(\Delta-z)} \underbrace{\sum_{n=1}^N b_{mn} A_{np}}_{\beta_{mp}}. \quad (4.11)$$

Розглянемо допоміжний хвилевідний об'єкт, який представляє собою q періодів СС, з вхідним портом 0, відповідним ламелі, і вихідним портом 1, відповідним кінцю канавки (рис. 4.14). Позначимо його матрицю розсіяння s .

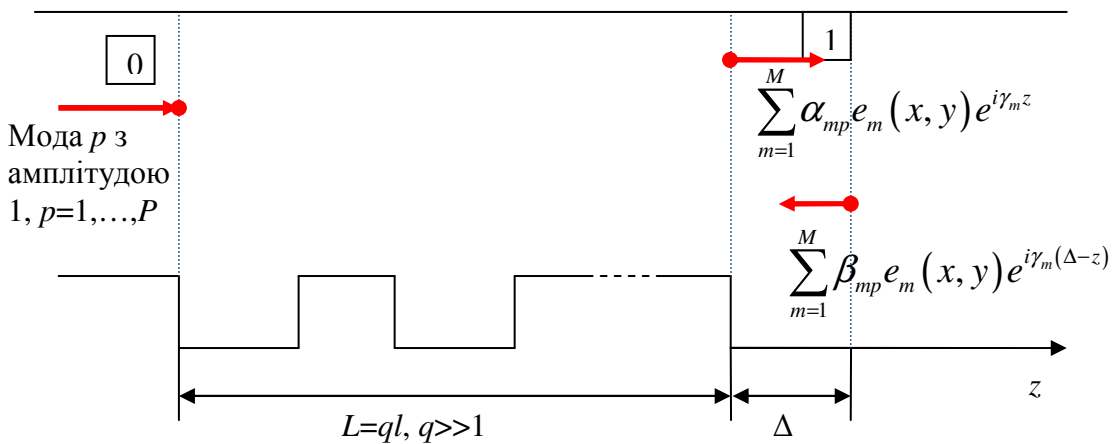


Рисунок 4.14 - Допоміжний елемент з матрицею розсіяння s

Перший ряд в (4.11) можна розглядати як результат падіння на цей елемент хвилі p з нульового порту і комбінації хвиль, яка визначається другим рядом в (4.11), з першого порту. Таким чином,

$$\alpha_{mp} = \sum_{k=1}^M s_{mk}^{(1,1)} e^{i\gamma_k \Delta} \beta_{kp} + s_{mp}^{(1,0)}, \quad m=1, \dots, M, \quad p=1, \dots, P, \quad (4.12)$$

Підставивши в (4.12) зображення для амплітуд α_{mp} і β_{kp} з (4.11), отримаємо

$$\sum_{n=1}^N a_{mn} A_{np} = \sum_{k=1}^M s_{mk}^{(1,1)} e^{i\gamma_k \Delta} \sum_{n=1}^N b_{kn} A_{np} + s_{mp}^{(1,0)}, \quad m=1, \dots, M, \quad p=1, \dots, P. \quad (4.13)$$

Запишемо (4.13) в матричній формі

$$\underbrace{(a - s^{(1,1)} \hat{\phi} b)}_{M \times N} \underbrace{A}_{N \times P} = \underbrace{s^{(1,0)}}_{M \times P}, \quad (4.14)$$

де $\hat{\phi} = \text{diag} \{ e^{i\gamma_k \Delta} \}_{k=1}^M$.

Маємо $M \times P$ рівнянь для невідомих $N \times P$. Оскільки $M > N$, через необхідність урахування згасаючих мод в канавках, то рівнянь більше, ніж невідомих.

Для розв'язання такого матричного рівняння можливі два варіанти.

Варіант 1.

Ми залишаємо перші N рядків матриць $D = a - s^{(1,1)} \hat{\phi} b$ і $s^{(1,0)}$.

Варіант 2.

Множимо зліва (4.14) на D^* :

$$\underbrace{D^* D}_{N \times N} \underbrace{A}_{N \times P} = \underbrace{D^* s^{(1,0)}}_{N \times P}.$$

Звідси

$$A = (D^* D)^{-1} D^* s^{(1,0)}.$$

Використовуюючи (4.9), отримаємо

$$S^{(1,0)} = \hat{\Phi}^{-1} (D^* D)^{-1} D^* s^{(1,0)},$$

де $\hat{\Phi} = \text{diag} \{ e^{i\Gamma_n L} \}_{n=1}^N$.

У дисертації реалізовано другий варіант.

Елементарно отримуємо

$$S^{(0,0)} = s^{(0,0)} + s^{(0,1)} \hat{\phi} b \hat{\Phi} S^{(1,0)} = s^{(0,0)} + s^{(0,1)} \hat{\phi} b (D^* D)^{-1} D^* s^{(1,0)}.$$

Шляхом аналогічних перетворень отримуємо матричні вирази для решти блоків матриці розсіяння напівскінченної ґратки.

$$S^{(1,1)} = \hat{\Phi}^{-1} (D^* D)^{-1} D^* (s^{(1,1)} \hat{\phi} a - b) \hat{\Phi}^{-1},$$

$$S^{(0,1)} = s^{(0,1)} \hat{\phi} (a + b \hat{\Phi} S^{(1,1)} \hat{\Phi}) \hat{\Phi}^{-1} = s^{(0,1)} \hat{\phi} (a + b (D^* D)^{-1} D^* (s^{(1,1)} \hat{\phi} a - b)) \hat{\Phi}^{-1}.$$

4.2.2 Дисперсійний аналіз СС.

4.2.2.1 Обчислення групової швидкості власної моди СС.

Важливою характеристикою мод СС є їх групові швидкості v_g . Її можна обчислити двома способами.

1) Через кут дотичної до дисперсійної кривої α

$$v_g = \frac{d\omega}{d\Gamma} = 2\pi l \frac{df}{d\varphi} = \frac{2\pi l}{\tan \alpha} \quad (4.15)$$

де φ - фазовий набіг моди на період.

2) Через середній потік потужності P і запасену на періоді енергію W за формулою

$$v_g = Pl/W.$$

Варіант 2 краще, оскільки обчислення похідної дисперсійної залежності в (4.15) знижує точність розрахунку.

Середній потік потужності власних мод СС через поперечний переріз канавки може бути обчислено з їх розкладів по модах регулярних хвилеводів

$$P = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_S [\vec{E} \times \vec{H}^*] \cdot d\vec{s} =$$

$$\frac{1}{2} \sum_{n=1}^N [|a_n|^2 - |a_{-n}|^2] - \sum_{n=N+1}^{\infty} (\pm 1) \operatorname{Im}(a_n^* a_{-n}) \exp(-|\gamma_n| \Delta).$$

Тут індекс $n = 1, 2, \dots, N$ відповідає модам хвилеводу, що поширюються ($\operatorname{Im} \gamma_n = 0$). У другому ряді знак $+$ відповідає E модам, знак $-$ відповідає H і T модам.

У потік потужності моди СС вносять вклад не тільки моди, що поширюються, але і згасні моди хвилеводу, якщо в розкладанні є аналогічна мода, що згасає у протилежному напрямку.

Ця формула також використовується для нормування власних мод СС. Вона вибирається так само, як і для мод регулярних хвилеводів таким чином, щоб виконувалося

$$P = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_S [\vec{E} \times \vec{H}^*] \cdot d\vec{s} = \frac{1}{2}.$$

Для розрахунку середньої запасеної на періоді енергії потрібно скласти її значення для кожної ділянки періоду, утвореного регулярним хвилеводом.

Виведемо формулу для енергії W , запасеної в обсязі канавки V

$$W = \frac{1}{4} \int_V (\epsilon_0 \epsilon \vec{E} \cdot \vec{E}^* + \mu_0 \mu \vec{H} \cdot \vec{H}^*) dv$$

Шляхом підстановки аналітичних інтегралів отримаємо

$$W = \left. \begin{aligned} & \left. \begin{aligned} & \frac{\epsilon_0 \epsilon}{4} \left\{ \sum_{n=1}^N |W_n| \left[(|a_n|^2 + |a_{-n}|^2) \Delta + 2 \operatorname{Re}(a_n a_{-n}^*) \frac{\sin(\gamma_n \Delta)}{\gamma_n} \right] + \right. \\ & \left. \sum_{n=N+1}^{\infty} |W_n| \left[(|a_n|^2 + |a_{-n}|^2) \frac{1 - \exp(-2|\gamma_n| \Delta)}{2|\gamma_n|} + 2 \Delta \operatorname{Re}(a_n a_{-n}^*) \exp(-|\gamma_n| \Delta) \right] + \right. \\ & \left. \sum_{n=1}^N \delta_{ne} \frac{\chi_n^2 |W_n|}{\gamma_n^2} \left[(|a_n|^2 + |a_{-n}|^2) \Delta - 2 \operatorname{Re}(a_n a_{-n}^*) \frac{\sin(\gamma_n \Delta)}{\gamma_n} \right] + \right. \\ & \left. \left. \sum_{n=N+1}^{\infty} \delta_{ne} \frac{\chi_n^2 |W_n|}{|\gamma_n|^2} \left[(|a_n|^2 + |a_{-n}|^2) \frac{1 - \exp(-2|\gamma_n| \Delta)}{2|\gamma_n|} - 2 \Delta \operatorname{Re}(a_n a_{-n}^*) \exp(-|\gamma_n| \Delta) \right] \right\} + \right. \\ & \left. \frac{\mu_0 \mu}{4} \left\{ \sum_{n=1}^N \frac{1}{|W_n|} \left[(|a_n|^2 + |a_{-n}|^2) \Delta - 2 \operatorname{Re}(a_n a_{-n}^*) \frac{\sin(\gamma_n \Delta)}{\gamma_n} \right] + \right. \\ & \left. \sum_{n=N+1}^{\infty} \frac{1}{|W_n|} \left[(|a_n|^2 + |a_{-n}|^2) \frac{1 - \exp(-2|\gamma_n| \Delta)}{2|\gamma_n|} - 2 \Delta \operatorname{Re}(a_n a_{-n}^*) \exp(-|\gamma_n| \Delta) \right] + \right. \\ & \left. \sum_{n=1}^N \delta_{nh} \frac{\chi_n^2}{\gamma_n^2 |W_n|} \left[(|a_n|^2 + |a_{-n}|^2) \Delta + 2 \operatorname{Re}(a_n a_{-n}^*) \frac{\sin(\gamma_n \Delta)}{\gamma_n} \right] + \right. \\ & \left. \left. \sum_{n=N+1}^{\infty} \delta_{nh} \frac{\chi_n^2}{|\gamma_n|^2 |W_n|} \left[(|a_n|^2 + |a_{-n}|^2) \frac{1 - \exp(-2|\gamma_n| \Delta)}{2|\gamma_n|} + 2 \Delta \operatorname{Re}(a_n a_{-n}^*) \exp(-|\gamma_n| \Delta) \right] \right\} \right. \end{aligned} \end{aligned} \right\} +$$

Тут χ_n - поперечне хвильове число хвилевідної моди, W_n - її хвилевідний опір,

$$\delta_{ne} = \begin{cases} 1, & \text{для Е-мод,} \\ 0, & \text{для інших мод,} \end{cases}$$

$$\delta_{nh} = \begin{cases} 1, & \text{для Н-мод,} \\ 0, & \text{для інших мод.} \end{cases}$$

Формула для середньої енергії, запасеної в обсязі над ламеллю, має такий же вигляд, з тією лише різницею, що в ній Δ має бути замінено на $l-\Delta$.

4.2.2.2 Приклад дисперсійного аналізу і розрахунку групових швидкостей власних мод сповільнювальної системи

Як приклад розглянемо СС, що представляє собою гребінку в прямокутному хвилеводі $7,2 \times 0,8 \text{ мм}^2$.

На широкій стінці хвилеводу нарізані канавки глибиною $0,14 \text{ мм}$.

Період СС $l = 0,1 \text{ мм}$. Ширина ламелі і канавки мають ширину, рівну $0,05 \text{ мм}$.

Використовуючи метод, описаний у підрозділі 4.1, знайдемо спочатку власні хвилі періодичної гребінки з фіксованим індексом по x рівним 1, що відповідає основній H_{10} моді вхідного прямокутного хвилеводу. Було досліджено збіжність в залежності від параметра f_{cut} , що контролює точність розрахунку. У проєкційний базис включаються всі моди, які поширюються при заданому параметрі f_{cut} . Прийнятна (графічна) точність досягається при $f_{\text{cut}} = 3600 \text{ ГГц}$.

На рис. 4.15 суцільними лініями зображені частотні залежності фазового набігу на період для мод СС з індексом залежності від x $n = 1$, а пунктирними

лініями - дотичні до них на частоті $f = 340$ ГГц. Тангенс кута нахилу дотичної обчислювався через групову швидкість, яка в свою чергу обчислювалася через середній потік потужності і запасені на періоді енергію. Як видно з рисунків, групова швидкість добре узгоджується з тангенсом кута нахилу дотичних.

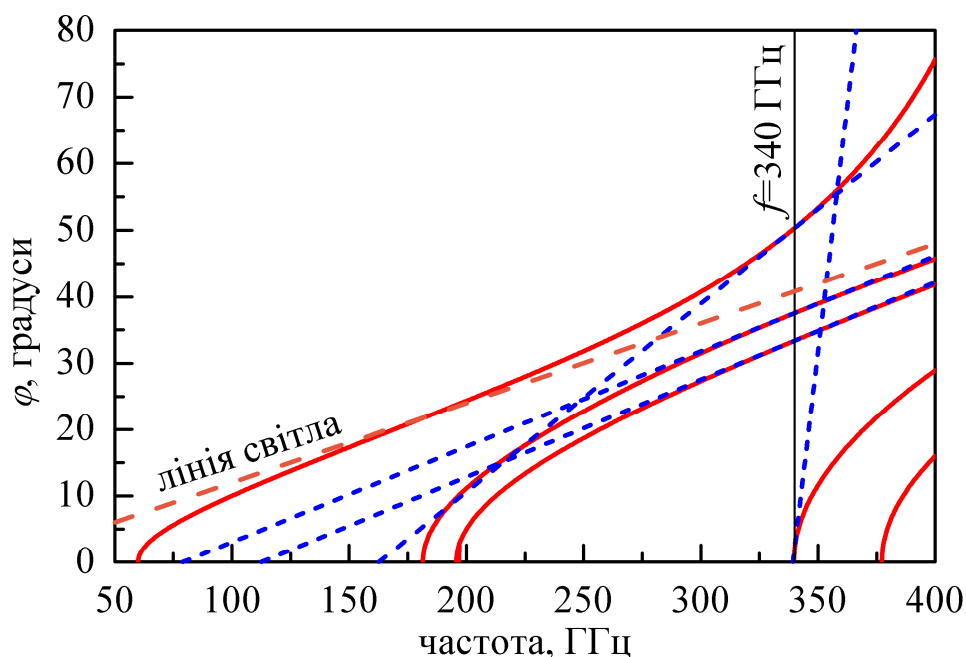


Рисунок 4.15 - Дисперсійні криві і дотичні до них для $n = 1$

4.2.3 Розрахунок матриці розсіяння напівскінченної сповільнювальної системи

Далі наводяться результати розрахунку матриці розсіяння зчленування прямокутного хвилеводу розміру $7,2 \times 0,8$ мм² з напівскінченною СС з параметрами, описаними в розділі 4.2.2.

На рис. 4.16 представлені частотні залежності коефіцієнтів проходження і відхилення в рівнянні балансу енергії. Для розрахунку поля розкладалися в 11й ка-

навці ($q = 10$). Проходження представлено тільки в одномодовому режимі, щоб краще було видно порушення взаємності.

Як видно з рисунків, криві для $f_{\text{cut}} = 3600$ ГГц і 4320 ГГц збігаються з графічною точністю. Але баланс енергії і взаємність порушуються тим сильніше, чим ближче до верхньої межі одномодового діапазону.

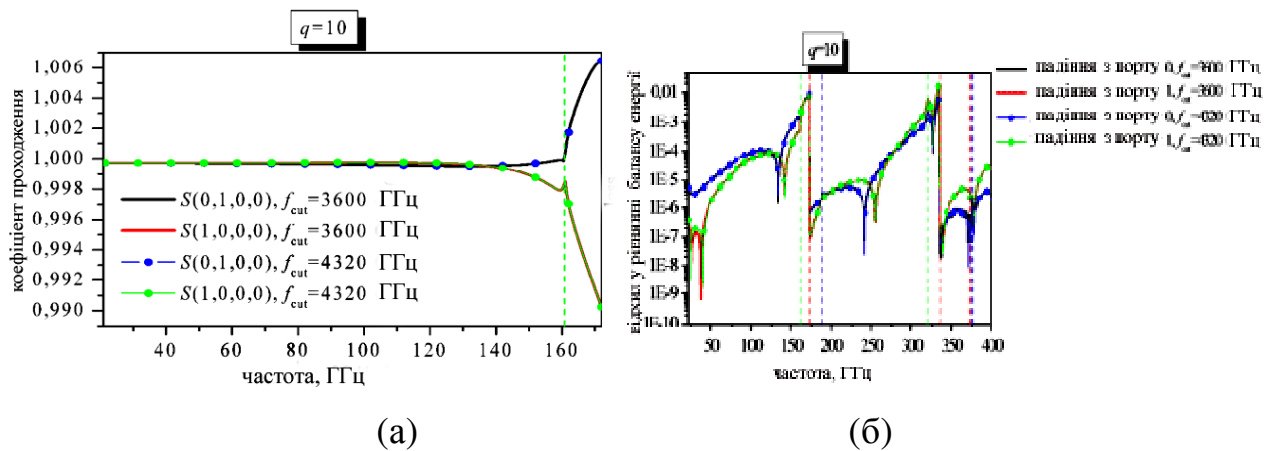


Рисунок 4.16 - Частотні залежності коефіцієнтів проходження (а) і відхилення в рівнянні балансу енергії (б) для напівскінченної СС при різних параметрах точності f_{cut}

При збільшенні довжини скінченного фрагмента баланс енергії і взаємність поліпшуються при збільшенні q і врешті-решт стають прийнятними, що проілюстровано на Рис. 4.17.

Додатково тестувалося збереження матриці розсіяння при додаванні до напівскінченної СС одного періоду. Результати збігаються з хорошою точністю.

Інтерес представляє взаємодія напівскінченної СС з резонансним об'єктом. Поглибимо першу канавку так, щоб вона стала резонансною. Виберемо її глибину рівною $h_0 = 0.78$ мм, що відповідає чвертьхвильовій канавці на частоті 96 ГГц. Відповідні АЧХ наведено на рис. 4.18. Результати правдоподібні: є вза-

емність, баланс енергії і резонанс повного відбиття. Як і очікувалося, спостерігаються резонанси відбиття поблизу частот, кратних 96 ГГц.

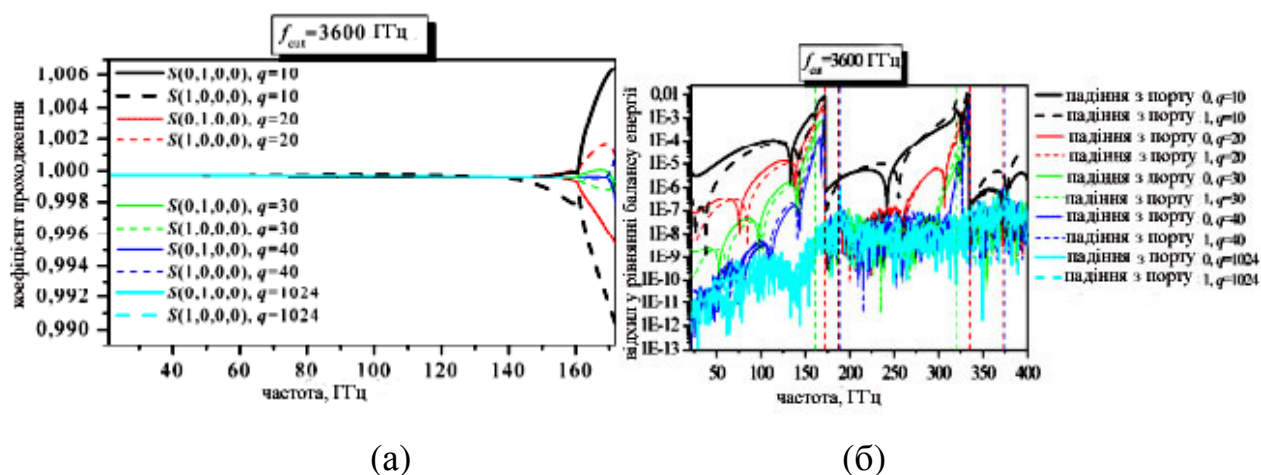


Рисунок 4.17 - Частотні залежності коефіцієнтів проходження (а) і відхилення в рівнянні балансу енергії (б) для напівскінченної СС для різних довжин скінченного допоміжного фрагмента q

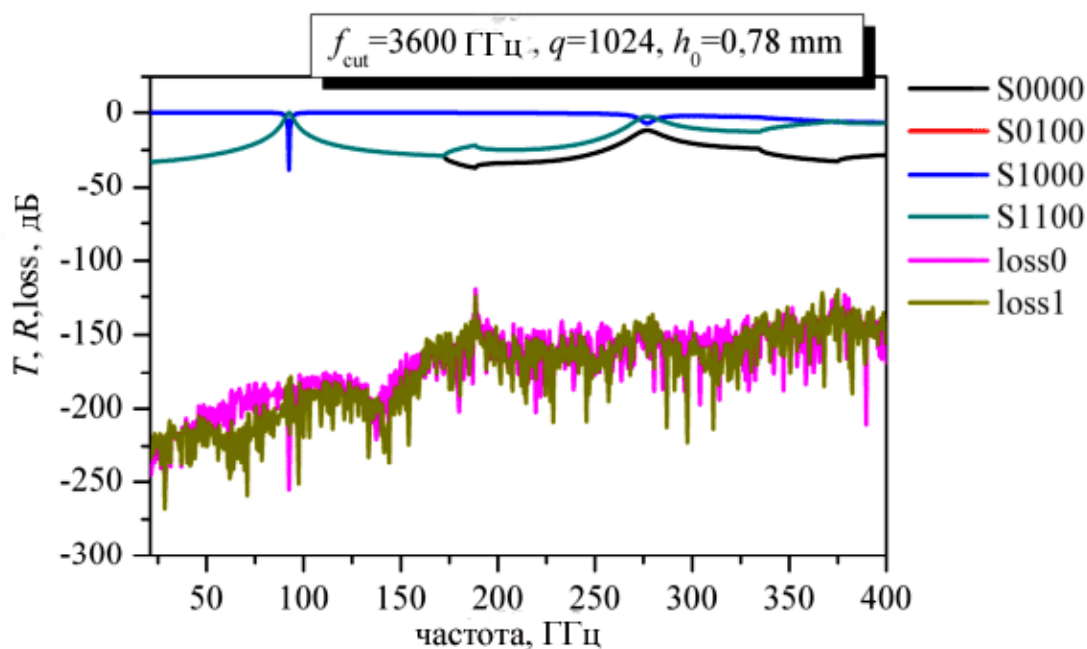


Рисунок 4.18 - Резонансна АЧХ при поглибленні першої канавки напівскінченної СС до резонансної

4.2.4 Проблема гомогенізації сповільнювальної системи.

Було досліджено можливість використовувати матрицю розсіяння напівскінченної СС для відновлення матриці розсіяння її скінченного фрагмента. Це своєрідна гомогенізація скінченного фрагмента СС, коли розрахунок проводиться з використанням матриць розсіяння зчленувань СС з регулярним хвилеводом, а фазовий набіг між краями фрагмента СС розраховується через фазову швидкість моди. Дослідження показало, що така гомогенізація можлива тільки для фрагмента, довжина якого становить ціле число періодів. Для цього фрагмент повинен починатися і закінчуватися хвилеводами різного розміру: один відповідає канавці, а інший ламелі (тобто він повинен виглядати як допоміжний елемент на рис. 4.14).

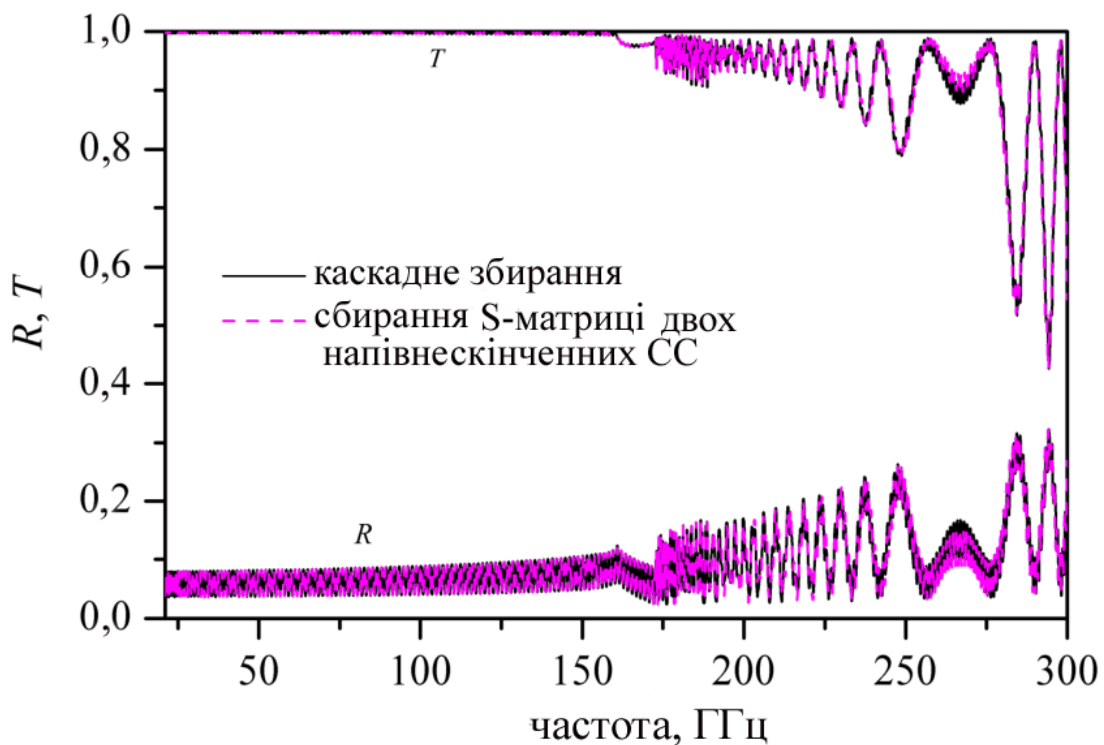


Рисунок 4.19 - Амплітудно-частотна характеристика скінченного фрагмента сповільнювальної системи з 1024 періодами, розрахована двома підходами

Для його розрахунку необхідно знати матриці двох напівнескінчених СС з різними вхідними портами. Знову ж один відповідає канавці, а інший ламелі. Порівняння коефіцієнтів проходження і відбиття для скінченного фрагмента СС у 1024 періодів, розрахованих як каскадне збирання усіх неоднорідностей і як результат взаємодії двох кінців СС, наведено на рис. 4.19. Спостерігається гарний якісний збіг результатів. Очікується, що можна отримати кращий збіг результатів, якщо враховувати декілька згасних мод у базисі СС.

Матрицю розсіяння скінченного числа канавок в прямокутному хвилеводі, використовуючи тільки матрицю розсіяння напівскінченної СС, розрахувати не можна, оскільки фазовий набіг власної моди періодичної структури на неціле число періодів не визначений. Це типова проблема, яка виникає при гомогенізації метаматеріалів, коли скінченний шар метаматеріалу намагаються замінити діелектриком з еквівалентними матеріальними параметрами.

Природно скінченне число канавок в прямокутному хвилеводі можна розрахувати методом УМР, з'єднавши скінченний фрагмент СС, що починається з ламелі і закінчується канавкою зі сходинкою переходу з канавки на ламель.

4.3 Висновки до розділу 4

1. Розроблено алгоритм знаходження власних мод тривимірних періодичних структур, що утворені секціями зі складним перерізом. Доведено, що запропонований підхід, забезпечує достовірний аналіз електродинаміки таких об'єктів при наявності точних даних про матрицю розсіяння окремої елементарної комірки. Розроблені алгоритми мають широкі можливості в плані варіації як геометричних розмірів елементів, так і їх топології (наприклад, можна розглянути різні отвори в ламелях

гребінки). Вони дають надійну основу для подальших розробок у вакуумній НВЧ техніці і в техніці прискорювачів.

2. Алгоритм було використано для знаходження власних мод різноманітних сповільнювальних систем. Зокрема було досліджено можливість використання наближених моделей двовимірної гребінки з екраном або ж гребінки без поздовжніх пазів для наближення постійних поширення тривимірної сповільнювальної системи клинотрона. Результати розрахунків показують, що двовимірних наближень, як правило, вистачає для оцінки дисперсії сповільнювальних систем, що використовуються у клинотронах.
3. Запропоновано ефективний метод розрахунку матриці розсіяння напівскінченної сповільнювальної системи. Досліджено збіжність методу і проведено ряд тестів з перевірки достовірності його реалізації. Також отримано зображення для групової швидкості моди, що використовує коефіцієнти розкладання моди сповільнювальної системи через хвилевідні моди в часткових областях періоду. Отриману матрицю розсіяння було використано для побудови «гарячої» моделі резонаторів пристроїв вакуумної електроніки [136, 137]. Метод може бути узагальнено для вивчення розсіяння на півпросторі з метаматеріалу.

Equation Chapter (Next) Section 1

РОЗДІЛ 5

МОДЕЛЮВАННЯ, АНАЛІЗ І СИНТЕЗ АНТЕН, ЩО МІСТЯТЬ ГРЕБІНКИ, З УРАХУВАННЯМ ЇХ СКІНЧЕНОЇ ПРОТЯЖНОСТІ

У цьому розділі розглянуто задачі аналізу та синтезу антен, що містять гребінки, за допомогою двовимірних моделей, що враховують їх скінченний розмір.

У підрозділі 5.1 було досліджено можливість формування діаграми спрямованості за допомогою гофрованих фланців плоскопаралельного хвилеводу. Задачу було розв'язано для обох поляризацій. Випадок H -поляризації зведено до сингулярного, а E -поляризації – до гіперсингулярного інтегральних рівнянь, які розв'язувалися методом дискретних особливостей [154].

Було встановлено відповідність між формою діаграми спрямованості апертури хвилеводу з фланцями та власними режимами гребінки, нарізаної на фланцях.

Так, для H -поляризації, якщо період менше половини довжини хвилі, то гребінка може працювати у двох режимах: в режимі поверхневої хвилі та в режимі запирання поверхневої хвилі в залежності від глибини канавки. У режимі поверхневої хвилі енергія поля переноситься без втрат уздовж гофрованого фланця. Випромінюють тільки хвилевід і крайні канавки фланця. Апертура ґратки при цьому не використовується. Формується багатопелюсткова діаграма спрямованості. У режимі запирання енергія не переноситься. Сильне поле спостерігається тільки в перших двох канавках. При цьому формується широка однопелюсткова діаграма спрямованості. Якщо період більше ніж половина довжини хвилі, то у випадку H -поляризації гребінка може підтримувати зворотну витічну хвилю. Цей режим найбільш зручний для формування широких секторних діаграм спрямованості. При цьому результативну діаграму спрямованості можна трактувати як суперпозицію випромінювання з апертури хвилеводу і з апертур фланців. Максимум цієї діаграми спрямованості відповідає постійній по-

ширення витічної хвилі гребінки. Результівна діаграма спрямованості як суперпозиція має максимум поблизу цього напрямку. Тобто, знаючи постійну поширення моди гребінки, можна заздалегідь передбачити ширину сформованої діаграми спрямованості. Такий режим використовувався як початкове наближення для оптимізації секторної діаграми спрямованості, яке потім оптимізувалося генетичними алгоритмами. Результати порівнювалися з розрахунками в ФЕКО, і вони добре збігаються.

Було показано, що, попри те, що у випадку E -поляризації гребінка з вузькими канавками не має власних мод на фізичному листі ріманової поверхні, проте цю поляризацію можна використовувати для формування секторних діаграм спрямованості. Отримано гарний збіг з контрольними результатами, розрахованими в ФЕКО.

У підрозділі 5.2 розглянуто задачу чисельного синтезу заданого розподілу поля антени витічної хвилі шляхом підбору профілю гребінки. Антена складається з планарного діелектричного хвилеводу та гребінки. Таку конструкцію було запропоновано в 1977 році [155]. Відтоді такі антени широко використовуються в ІРЕ ім. О.Я. Усикова НАН України [156, 157].

Самоузгоджену модель такої антени було побудовано в кандидатській дисертації автора [158], після чого її було покращено шляхом використання методів прискорення збіжності інтегралів від сильно коливних функцій та їх асимптотичної оцінки для розрахунку дуже великих апертур у сотні довжин хвиль. Модель дозволяє визначити діаграму спрямованості антени та коефіцієнти відбиття та проходження власної моди планарного діелектричного хвилеводу. Достовірність моделі [158] було підтверджено іншими авторами у [230], які незалежно використовували інший метод для розв'язання задачі.

В цьому розділі запропоновано схему синтезу бажаного розподілу поля. Вона включає 4 кроки. На першому кроці визначається необхідне значення періоду. На другому кроці вибирається ширина канавки, що забезпечує мінімаль-

ний коефіцієнт відбиття поверхневої хвилі планарного діелектричного хвилеводу та досить великий градієнт коефіцієнта відбору потужності однією канавкою при зміні її глибини. На третьому кроці шляхом підбору глибини канавок визначається профіль гребінки, що забезпечує необхідний амплітудний розподіл поля. На останньому етапі оцінюються фазові спотворення, які усуваються шляхом зміни періоду уздовж гребінки.

Підхід до синтезу необхідного амплітудного розподілу поля отримано в припущенні, що квадрат амплітуди поля на якійсь достатній висоті над гребінкою пропорційний потужності, що випромінюється на найближчій канавці. Тоді легко отримати необхідні коефіцієнти відбору для кожної канавки. Далі, маючи строгу модель [158], для кожної окремої канавки можна визначити її глибину, що забезпечує необхідний коефіцієнт відбору потужності.

Як правило, на цьому етапі отримується близький до необхідного амплітудний розподіл поля на апертурі, але результівна діаграма спрямованості має замкнуті нулі внаслідок наявності фазових спотворень. Їх може бути скориговано шляхом підбору періодів у припущенні, що фазова постійна -1 ї гармоніки значно сильніше залежить від періоду, ніж для нульової гармоніки. Остаточний результат може бути покращено шляхом багатопараметричної оптимізації.

Основні результати цього розділу опубліковано у роботах [159-163].

5.1 Формування діаграм спрямованості за допомогою апертури хвилеводу з гофрованим фланцем

Антени з профільованими ДС привабливі для багатьох практичних застосувань. Вони використовуються в якості автономних антенних систем внутрішнього зв'язку [164, 165] і служать в якості первинних опромінювачів для квазіо-

птичних антенних систем, наприклад для дзеркальних антен наземного і космічного зв'язку [166, 167]. У першому випадку, профільована діаграма спрямованості використовується для забезпечення рівномірного покриття мережі, в той час як у другому випадку вона забезпечує оптимальні умови опромінення відбивачів для підвищення ефективності антени. Такі антени з можливістю фокусування поля в ближній зоні представляють інтерес для формування зображень [168], а також для біоелектромагнітних застосувань завдяки своїй здатності забезпечувати необхідні розподіли полів на близьких відстанях від апертури антени [169, 170].

У загальному випадку, профільовані діаграми спрямованості можуть бути реалізовані з використанням або антенних ґраток, або апертурних антен. Перше рішення є низькопрофільним і дуже гнучким, але часто програє через високі втрати, особливо в НВЧ діапазоні. Навпаки, апертурні антени, як правило, мають більш високу ефективність випромінювання, але досить громіздкі. Таким чином, розробка низькопрофільних антен з профільованою діаграмою спрямованістю має важливе практичне значення.

На сьогоднішній момент існує кілька типів апертурних антен з профільованими ДС, включаючи інтегровані лінзові антени і рупорні антени. Перші забезпечують високу ступінь свободи при формуванні діаграми спрямованості, про що свідчить велика кількість публікацій з інтегрованим лінзовим антен з гавсовими [171, 172] і секторними ДС [164, 165, 173]. Проте, щоб бути ефективними, розміри таких антен (висота і діаметр) повинні складати, принаймні, від 8 до 10 довжин хвиль, що робить лінзові антени досить громіздкими. Крім того, це часто призводить до значних втрат і, тим самим, до низької ефективності випромінювання.

Профільні рупорні антени з гладкими [174-176] або гофрованими стінками [177-179], як правило, мають більш високу ефективність випромінювання, але більш обмежені в можливостях формування профільованих ДС. Крім того,

вони, як правило, мають високий коефіцієнт посилення і значні поздовжні розміри, що робить їх менш привабливими для компактних антенних систем. Ширші ДС можуть бути сформовані за допомогою рупорів, навантажених на металеві або діелектричні вставки [180-182], однак цей підхід збільшує вносні втрати.

І, нарешті, профільовані ДС можуть бути сформовані плоскими рупорними антенами, що складаються з апертури хвилеводу (круглого або прямокутного), оточеного концентричними канавками, вирізаними на хвилевідному фланці. Антени, які мають таку топологію, часто називають рупорними антенами з дросельними канавками, хоча ця назва виправдана лише для випадку, коли фрагменти ґраток, що утворюють гофровані фланці, підтримують поверхневу хвилю або працюють в режимі її запирання. Рупорні антени з дросельними канавками спочатку були запропоновані в якості первинних опромінювачів для параболічних рефлекторів [166, 167, 183-185]. Пізніше вони знайшли більш широкий спектр застосувань, які в даний час включають в себе супутниковий зв'язок [186, 187], радіоастрономію [179], GPS-системи [188, 189], системи для тестування антен [190, 191] і біоелектромагнітні системи [170, 192]. В оптичному діапазоні подібні структури були використані для спрямованого світлового випромінювання і підвищеного проходження через вузькі щілини [193, 194]. Останнім часом був запропонований ряд рупорних антен, принцип дії яких базується на цих явищах [195-197].

Проте, не дивлячись на значний практичний інтерес до плоских рупорних антен і подібних структур, їх можливості у формуванні діаграм спрямованості до теперішнього часу не були систематично досліджені. Дійсно, перші конструкції таких антен в основному використовували чвертьхвильові дросельні канавки для запирання поверхневих струмів, що дозволяло вирівнювати діаграми спрямованості в E - і H -площинах [167, 185]. Це явище було пояснено в роботах [198, 199] шляхом введення поняття штучних м'яких і твердих поверхонь з по-

ляризаційно незалежними граничними умовами. Однак ця концепція не достатня для вироблення принципів конструювання рупорних антен, чий дизайн і оптимізація все ще покладаються на грубі методи синтезу, що використовують еквівалентну апертуру антени [166] або прямі методи оптимізації з використанням електродинамічних солверів [179, 187].

У цьому підрозділі вперше систематично досліджено можливості формування ДС за допомогою плоских рупорних антен на основі дисперсійного аналізу періодичних ґраток, чії фрагменти використовуються в якості хвилевідних фланців. Таким чином показано, що різні форми ДС можуть бути пояснені різними типами хвиль, що підтримуються гофрованими фланцями. Такий аналіз дає фізичне уявлення про принципи дії плоских рупорних антен і створює загальну основу для великого класу випромінювальних структур з гофрованими поверхнями, що використовуються в мікрохвильовому і оптичному діапазонах.

Підрозділ має таку структуру. Постановка задачі і схема розв'язання наведені в підрозділі 5.1.1.1. Дисперсійний аналіз періодичних ґраток наведено в підрозділі 5.1.1.2. Механізм формування ДС плоскою рупорної антеною з фланцями скінченного розміру пояснюється в підрозділі 5.1.1.3.

5.1.1 Випадок Н-поляризації

5.1.1.1 Конфігурація антени і схема розв'язання

5.1.1.1.1 Модель антени

Геометрія і основні позначення для двовимірної моделі плоскої рупорної антени, що досліджується в роботі, наведені на рис. 5.1. Модель антени включає в себе плоскопаралельний хвилевід з нескінченними металевими фланцями. Скінченне число ідентичних періодично розташованих прямокутних канавок вирізано симетрично на обох фланцях. Всі ламелі ідентичні, включаючи першу, що розділяє хвилевід і першу канавку. Фланці можна розглядати як фрагменти періодичної гребінки. Хвилевід збуджується *TEM* модою. Його ширину $D_y = 0,45\lambda_0$ обрана з наступних міркувань: (I) вона забезпечує одномодовий режим і (II) гарне узгодження з вільним простором. Коефіцієнт відбиття такого хвилеводу, без канавок на фланцях становить близько -15 дБ.

Як підтверджено в ряді робіт [194, 196, 163, 200], така двовимірна модель добре передбачає коефіцієнт відбиття і діаграму спрямованості в *E*-площині для реальних тривимірних антен, що складаються з апертури прямокутного хвилеводу (або щілини) зі скінченним числом прямокутних канавок, вирізаних на фланцях паралельно широкій стінці хвилеводу при збудженні H_{10} модою прямокутного хвилеводу.

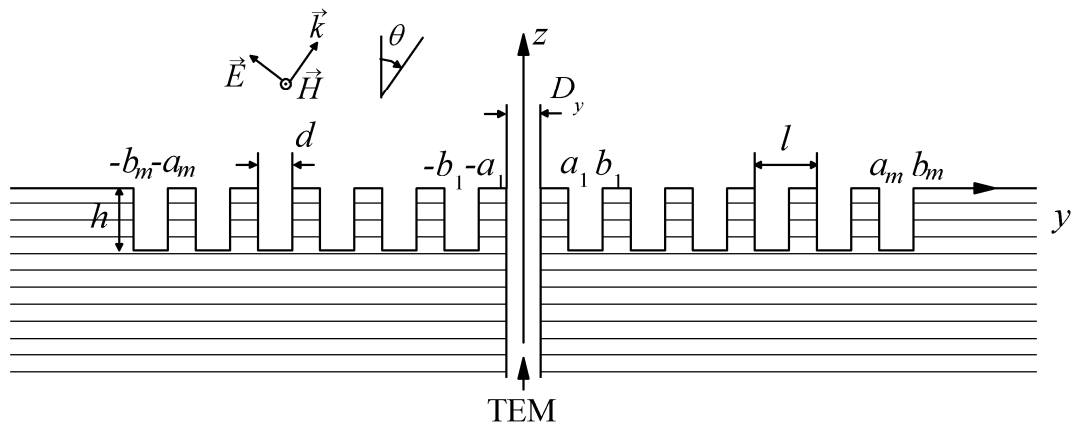


Рисунок 5.1 - Конструкція антени і основні позначення

5.1.1.1.2 Схема розв'язання

Дисперсійні рівняння для періодичних гребінок отримані в багатьох роботах з використанням різних методів. Зазвичай використовується наближена модель ефективного поверхневого імпедансу [201, 202]. Інші наближені підходи базуються на методі еквівалентних схем [144] і асимптотичних розвиненнях [203]. Строгий спектральний аналіз може бути проведено методом часткових областей [204].

Для достовірності результатів, ми використовували два підходи для спектрального аналізу періодичної гребінки: метод часткових областей і метод сингулярних інтегральних рівнянь [205]. При цьому власні хвильові числа мод ґратки знаходяться як розв'язки характеристичних рівнянь методом Мюллера [206]. Обидва підходи дають дуже близькі результати.

Для того щоб розв'язати проблему випромінювання *TEM* хвилі з апертури плоскопаралельного хвилеводу з фланцями, можуть бути використані різні методи. Такі структури розраховувалися в роботах [194, 207] за допомогою методу сканувальних ґраток, відповідно до якого вихідна структура замінюється пе-

ріодичною з великим періодом, що включає хвилевід і гофровані фланці. В роботі [168] задачу зведено до інтегрального рівняння, яке розв'язується методом моментів.

Схема методу сингулярних інтегральних рівнянь, які використовуються в цій роботі для аналізу плоских рупорних антен (рис. 5.1) полягає в наступному. Задачу зведено до сингулярного інтегрального рівняння відносно невідомого розподілу компоненти E_y на апертурах канавок і хвилеводу, як описано в [163]. Рівняння розв'язується методом дискретних особливостей, що враховує зростання компоненти E_y поблизу ребер [205, 154]. Такий підхід призводить до матричних рівняння з невідомими значеннями компоненти E_y в дискретній системі точок на апертурах канавок і хвилеводу. Врахування поведінки поля поблизу ребер забезпечує високу точність розв'язку вже при невеликому числі точок дискретизації. Для прискорення збіжності рядів в ядрі інтегрального рівняння використовується метод Куммера [208]. В результаті отримано швидкий і точний алгоритм.

5.1.1.2 Дисперсійний аналіз нескінченної періодичної гребінки

Як уже згадувалося, спектр гребінки, що утворюють фланці плоскої рупорної антени, є ключовим для розуміння можливостей антени в формуванні ДС. Для простоти розглянемо спочатку нескінченні періодичні гребінки з ідеального провідника.

Для зручності подальшого обговорення ми досліджуємо вплив глибини канавки на хвильові числа (замість стандартних дисперсійних співвідношень між частотою і хвильовим числом), оскільки глибина канавки має особливий вплив на тип мод ґратки. Для вузьких канавок ми обмежимося інтервалом зміни

глибини $h \in (0, \lambda_0/2]$. Для широких канавок періодичність по h може бути порушена вищими модами в канавках. У таких випадках будуть розглянуті також значення глибини, більші, ніж $\lambda_0/2$.

Моди, що підтримуються періодичною ґраткою, представляються у вигляді ряду Флоке

$$H_x(y, z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{i(k_y + 2\pi n/l)y + i\Gamma_n z}, \quad (5.1)$$

де

$$k_y = \beta_y + i\alpha_y, \quad (5.2)$$

$$\Gamma_n = \beta_{z,n} + i\alpha_{z,n} = \sqrt{k_0^2 - (k_y + 2\pi n/l)^2}. \quad (5.3)$$

Два можливих значення для кожного кореня визначають багатолісту ріманову поверхню. Основний лист визначимо згідно з правилом:

$$\begin{aligned} \text{якщо } |\beta_{y,n}| \geq k_0, \text{ то } \alpha_{z,n} \geq 0, \\ \text{в іншому випадку, } \beta_{z,n} \geq 0, \end{aligned} \quad (5.4)$$

де $\beta_y, n = \beta_y + 2\pi n/l$. Такому вибору гілки кореня відповідають вертикальні розрізи на комплексній площині k_y , спрямовані вгору від точок розгалуження $k_y = k_0 - 2\pi n/l$ і вниз від точок розгалуження $k_y = -k_0 - 2\pi n/l$.

У задачі про збудження періодичної нескінченної ґратки локальним джерелом внесок в розподіл поля мод, що відповідають полюсам дисперсійного рівняння, може бути виділений у вигляді лишків у полюсах, захоплених контуром інтегрування на спектральній площині k_y при його деформації в контур найшвидшого спуску [209-213].

Якщо вибрано інший знак, щонайменше, одного кореня, відповідні моди знаходяться на верхніх листах ріманової поверхні [211].

Виділяються два наступні режими дії гребінки відповідно до її власних мод.

Режим поверхневої хвилі. Якщо період ґратки становить менше половини довжини хвилі у вільному просторі ($l < \lambda_0/2$), ґратка підтримує поверхневі хвилі [201, 202]. Згідно [198], така ґратка класифікується як «тверда поверхня». На ри. 5.2 показано, як нормоване хвильове число $k_y l / \pi$ (його дійсна і уявна частини) змінюється в залежності від глибини канавки гребінки з періодом $l = 0,24\lambda_0$ і трьома різними значеннями коефіцієнта заповнення d/l .

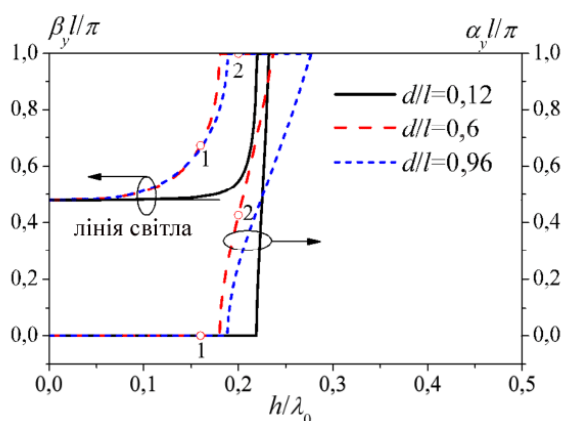


Рисунок 5.2 - Реальна та уявна частини нормованих хвильових чисел TM -моди в залежності від глибини канавки для нескінченної ґратки з періодом $l = 0,24\lambda_0$ і трьома різними значеннями коефіцієнта заповнення d/l

Зі збільшенням глибини канавки, фазова швидкість поверхневої моди $v_p = (k_0 / \beta_y) c$ монотонно убуває, починаючи від значення швидкості світла плоскої хвилі для $h = 0$, до свого мінімального значення $\min v_p = (2l / \lambda_0) c$ для певного значення глибини канавки h_0 . Згідно спрощеної імпедансної моделі $h_0 = \lambda_0 / 4$. На практиці це значення залежить від довжини хвилі, періоду і коефіцієнта заповнення через вплив вищих мод в канавках. Подальше збільшення значення гли-

бини канавки призводить до швидкого зростання уявної частини хвильового числа, що відповідає режиму запирання поверхневої хвилі. Згідно [198], така ґратка класифікується як «м'яка поверхня».

Режим витічної хвилі. Якщо період більше половини довжини хвилі ($l > \lambda_0/2$), ґратка не може підтримувати поверхневу хвилю. Замість цього, вона підтримує витічну хвилю. На рис. 5.3 зображено поведінку хвильового числа в залежності від глибини канавки для ґратки з періодом $l = 0,6\lambda_0$ і чотирма різними значеннями ширини канавки. Фрагменти кривих на основному листі ріманової поверхні показано жирними лініями, в той час як тонкі лінії використані для фрагментів кривих на вищих листах.

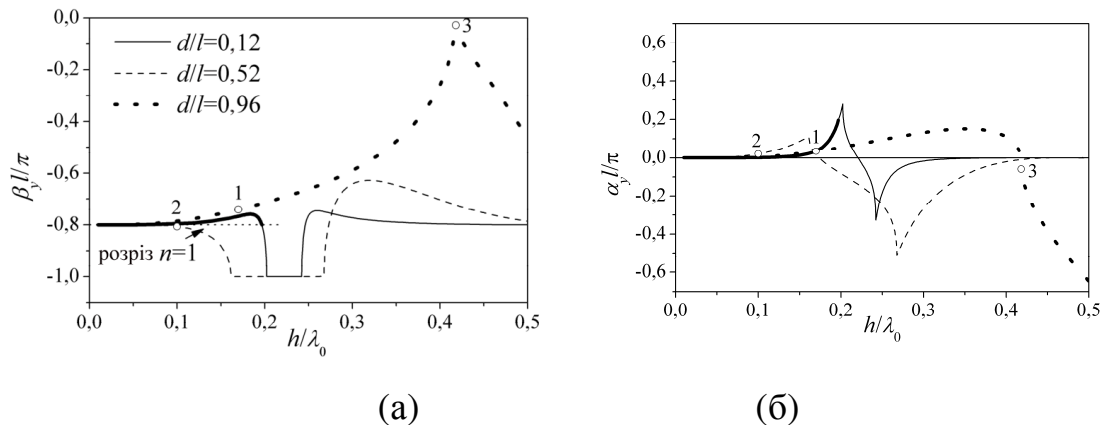


Рисунок 5.3 - Нормоване хвильове число TM -моди в залежності від глибини канавки для ґратки з періодом $l = 0,6\lambda_0$ для різних значень коефіцієнта заповнення ґратки: а) реальна частина, б) уявна частина. Моді на основному і вищих листах ріманової поверхні показані жирними і тонкими лініями, відповідно

Як видно, ґратки з вузькими і широкими канавками поведуться принципово по-різному при зміні глибини канавки. Дисперсійна крива для вузьких (одномодових) канавок ($d/l = 0,12$) залишається на основному листі тільки при малих значеннях глибини канавки. При певному значенні h , вона перетинає розріз для Флоке гармоніки $n = 1$ і надалі рухається на верхньому листі при збі-

льшенні глибини канавки. Навпаки, для широких (двомодових) канавок ($d/l = 0,96$), хвильові числа залишаються на основному листі аж до великого значення глибини канавки, коли вони можуть, нарешті, перетнути розріз для просторової гармоніки $n = 0$.

Положення хвильового числа на рімановій поверхні визначає тип моди відповідно до класифікації, наведеної на рис. 5.4, де типи мод випромінювальної області спектра позначаються в залежності від положення їх хвильових чисел на основному листі ріманової поверхні для $\lambda_0/2 < l < \lambda_0$. Відповідно до формули (5.4) знаки коренів (5.3) мод повинні бути обрані, як показано на рис. 5.4. Показано тільки половину площини $\alpha_y \geq 0$, що відповідає можливому загасанню хвиль тільки в позитивному напрямку осі y від джерела.

Класифікація режимів визначається знаками α_y, β_y (5.3).

Хвиля є витічною, якщо $|\beta_{y,n}| < k_0$ принаймні для одного n , що завжди справедливо для всіх $l > \lambda_0/2$.

Зворотна витічна хвиля має $\alpha_y \beta_{y,n} < 0$ для всіх n у випромінювальній області спектра.

Пряма витічна хвиля має $\alpha_y \beta_y, n > 0$ для всіх n в випромінювальній області спектра.

Витічні хвилі з хвильовими числами між розрізами $n = -1$ і $n = 0$ або $n = 0$ і $n = 1$ ($2\pi/l - k_0 < |\beta_y| < k_0$) не є ні прямими, ні зворотними, оскільки вони мають іншу просторову гармоніку в випромінювальній області спектра з протилежним напрямком поширення уздовж y .

Заштрихованим регіонах на рис. 5.4 відповідають області параметрів гребінки, при яких вони підтримують моди з основного листа ріманової поверхні (принаймні в розглянутому інтервалі з помірним загасанням ($|\alpha_y l / \pi| < 1$)).

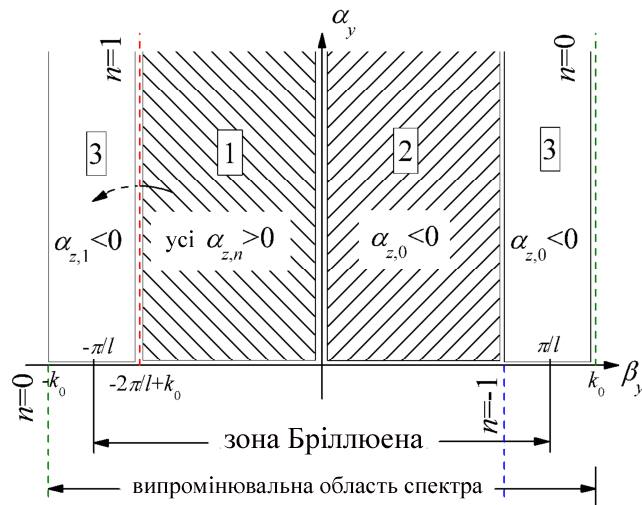


Рисунок 5.4 - Класифікація мод згідно з положенням їх хвильових чисел на основному листі ріманової поверхні для $\lambda_0/2 < l < \lambda_0$: (1) - зворотна витічна хвиля, (2) - пряма витічна хвиля, (3) - витічна хвиля, яка не є ні прямою ні зворотною

Модове хвильове число k_y зворотної хвилі з $\alpha_{z,n} > 0$ для всіх n (область 1 на рис. 5.4) може бути близька до розрізу для першої гармоніки $k_0 - 2\pi/l$. Шлях модового хвильового числа на вищих листах ріманової поверхні показано тонкими лініями на рис. 5.3.

Комбінації параметрів (коефіцієнта заповнення d/l і глибини канавки h), які відповідають різним режимам роботи ґратки (типу власної моди), показано на рис. 5.5 для двох різних значень періоду. В обох випадках три режими роботи ґратки визначаються згідно можливого типу моди: (I) зворотна хвиля, (II) пряма хвиля, і (III) мода на вищому листі ріманової поверхні. Цей поділ характерний для всіх $l > \lambda_0/2$.

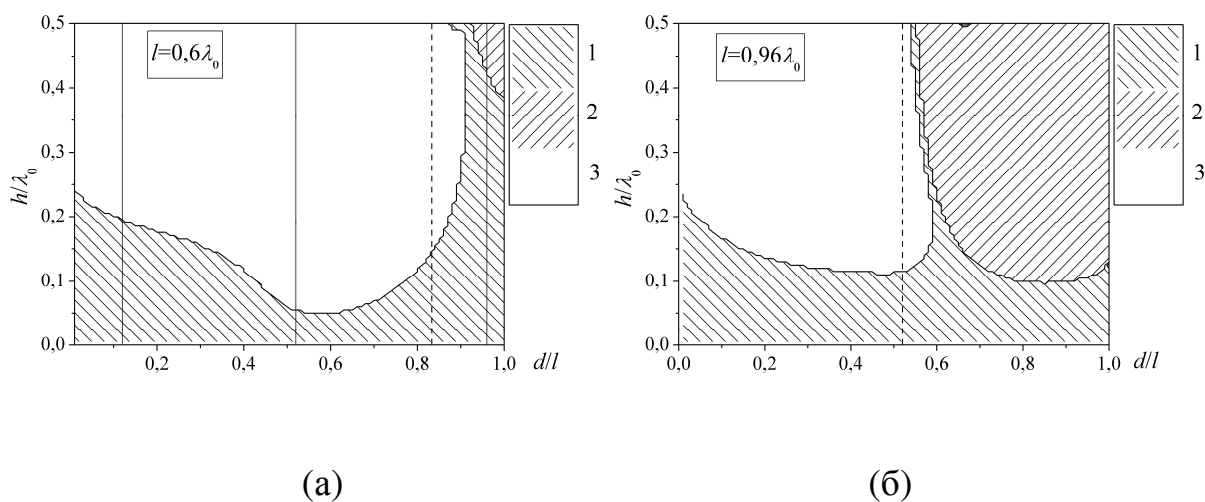


Рисунок 5.5 - Области режимів ґратки для різних значень періодів: а) $l = 0,6\lambda_0$, б) $l = 0,96\lambda_0$. Вертикальні суцільні лінії на рисунку (а) відповідають дисперсійним кривим, показаним на рис. 5.3. Режимми позначені типом штрихування: (1) - зворотна витічна хвиля, (2) - пряма витічна хвиля, і (3) - мода на вищому листі ріманової поверхні

Щоб проілюструвати поведінку модових хвильових чисел для ґраток з різними коефіцієнтами заповнення, криві їх шляху на багатолістній рімановій поверхні при зміні глибини канавки показано на рис. 5.6. Вибрані значення коефіцієнта заповнення відповідають тонким вертикальних лініям на рис. 5а. Чорні жирні лінії відповідають модам основного листа ріманової поверхні. Червоні і сині тонкі лінії відповідають хвильовим числам на верхніх листах ріманової поверхні для просторових гармонік з індексами $n = 1$ і $n = -1$, відповідно. Стрілки вказують напрямок руху хвильових чисел зі збільшенням глибини канавки. Кола відзначають значення глибини канавки з кроком $0,01\lambda_0$. Деякі характерні значення глибини канавки в довжинах хвиль наведено поруч з колами. Пунктирні лінії відзначають розрізи. Для повноти картини показано моди, що згасають в позитивному ($\alpha_y \geq 0$) і негативному ($\alpha_y \leq 0$) напрямках осі y . На інших листах ріманової поверхні показано тільки моди, що відповідають верхнім листам відносно розрізів $n = 1$ і $n = -1$. Деякі гілки мод на вищих листах (ті, що далекі від

їх розрізів, через що мають незначний вплив на випромінювання) опущено, щоб не захарашувати рисунок.

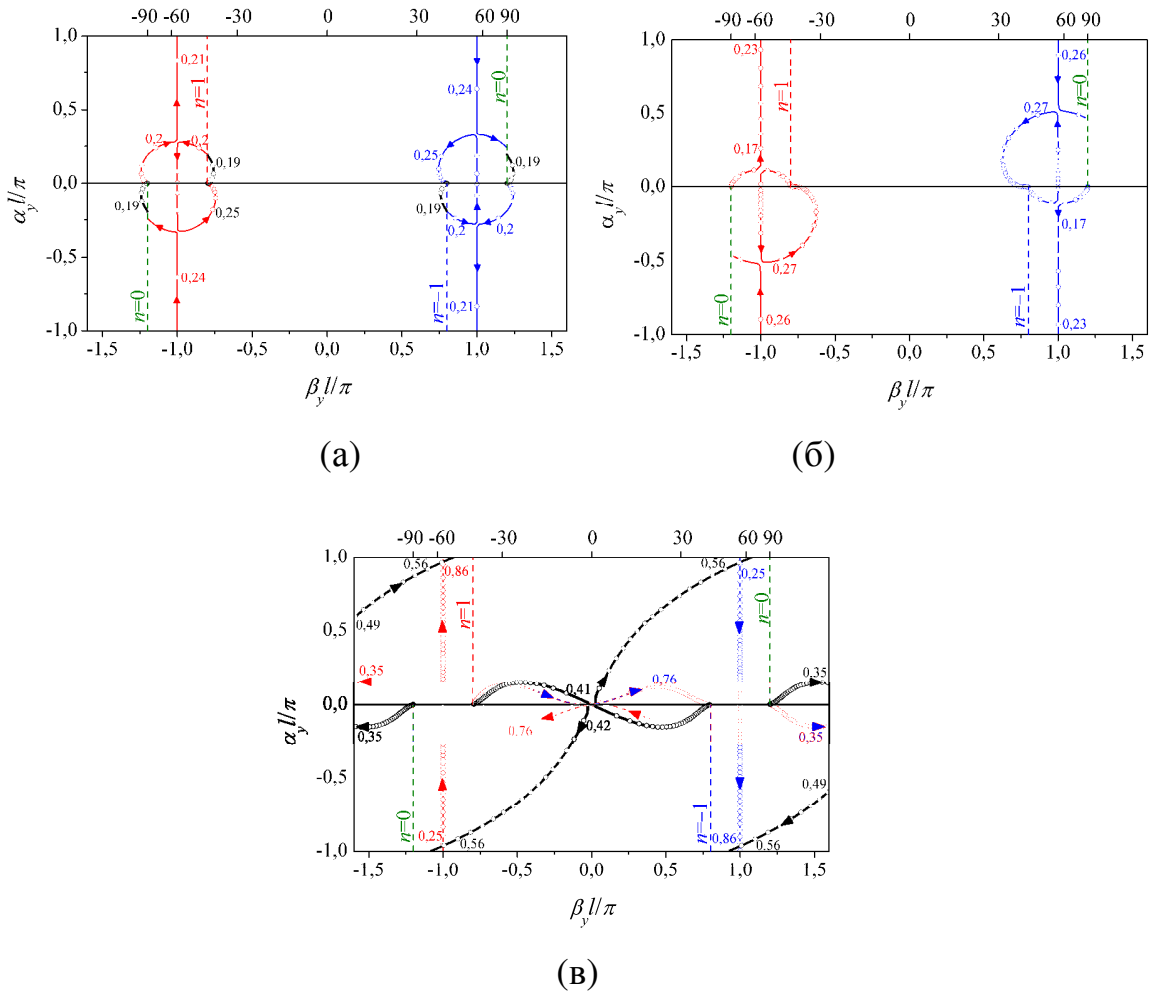


Рисунок 5.6 - Шляхи хвильових чисел власних мод ґратки з фіксованим значенням періоду ($l = 0,6\lambda_0$) і різними значеннями коефіцієнта заповнення при зміні глибини канавки: а) $d/l = 0,12$, б) $d/l = 0,52$, в) $d/l = 0,96$. Значення глибини канавок позначені цифровими мітками. На верхній осі відзначено кут випромінювання моди в градусах

Як видно, моди ґратки з позамежними канавками (з шириною $d < \lambda_0/2$, розташовані зліва від пунктирної лінії на рис. 5.5) змінюють свій тип зі зворотної витічної хвилі на моду на вищому листі. Навпаки, якщо ширина канавки дещо

більша ніж $\lambda_0/2$ (трохи правіше від пунктирної лінії на рис. 5.5), моди змінюють тип зі зворотної витічної хвилі на пряму витічну хвилю.

Як приклад, на рис. 5.7а наведено напрямок випромінювання в залежності від глибини канавки і коефіцієнта заповнення ґратки.

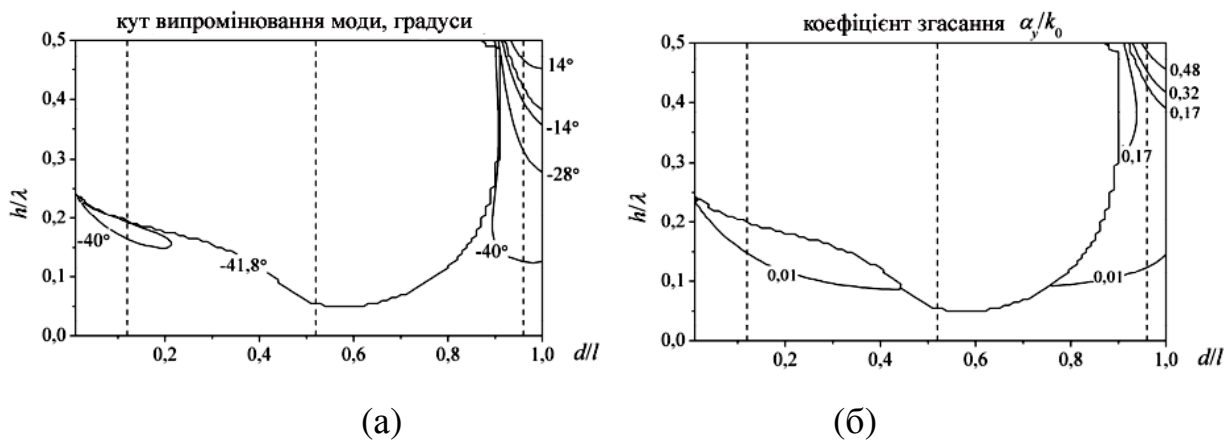


Рисунок 5.7 - Характеристики випромінювання для періодичної ґратки з періодом $l = 0,6\lambda_0$ в залежності від глибини канавки (ліва вісь) і коефіцієнта заповнення ґратки (нижня вісь): а) передбачуваний кут випромінювання моди, б) коефіцієнт загасання

Для мод основного листа, він відповідає напрямку випромінювання моди

$$\theta_0 = \arcsin(\beta_y/k_0). \quad (5.5)$$

Для мод на вищому листі ріманової поверхні, цей напрямок визначається положенням точки розгалуження першої гармоніки

$$\theta_{0,NP} = \arcsin(1 - \lambda_0/l). \quad (5.6)$$

Зокрема, для ґратки з періодом $l = 0,6\lambda_0$, передбачуваний напрямок випромінювання моди на вищому листі ріманової поверхні становить $-41,8^\circ$.

Коефіцієнт загасання для тієї ж ґратки представлено на рис. 5.7б (він визначається тільки для мод на основному листі ріманової поверхні). Як видно, найсильніше загасання (і, отже, випромінювання) має місце для ґратки з дуже вузькими ламелями ($d/l \approx 1$) і глибиною канавки, що наближається до $\lambda_0/2$. Варто відзначити, що при цьому напрямок випромінювання швидко зростає зі збільшенням глибини канавки h від $\theta = -40^\circ$ (зворотна хвиля) до $\theta = 25^\circ$ (пряма хвиля). Випромінювання по нормалі ($\theta = 0^\circ$) не досягне через розрив, показаний на рис. 5.6в. Проте, випромінювання дуже близьке до нормалі може бути отримане при деякій комбінації параметрів.

Часткові вклади мод, що підтримуються скінченними фланцями плоских рупорних антен, в загальну ДС антени аналізуються в наступному підрозділі.

5.1.1.3 Характеристики випромінювання плоских рупорних антен з гофрованими фланцями

В цьому підрозділі ми аналізуємо ДС, що формуються плоскою рупорною антеною з симетричними гофрованими фланцями (рис. 5.1), які працюють в різних режимах, визначених за допомогою спектрального аналізу, проведеного в підрозділі 5.1.1.2. Таким чином встановлюється відповідність між формою ДС і модою, що підтримується фрагментом нескінченної періодичної гребінки, вирізаної на фланці антени.

З метою узгодженості результатів у всіх випадках, розглянутих в даному підрозділі, число канавок на фланцях антени вибирається так, щоб загальна довжина апертури антени, включаючи фланці $2b_m$, становила близько $23\lambda_0$ (рисунок 5.1). При цьому ширина хвилеводу становить $D_y = 0,45\lambda_0$.

Діаграми спрямованості нормовано на максимальну спрямованість того ж хвилеводу з нескінченними гладкими фланцями. Дані для спрямованості і коефіцієнта відбиття для всіх розглянутих конфігурацій приведені в підрозділі 5.1.1.3.6 в таблиці 5.1

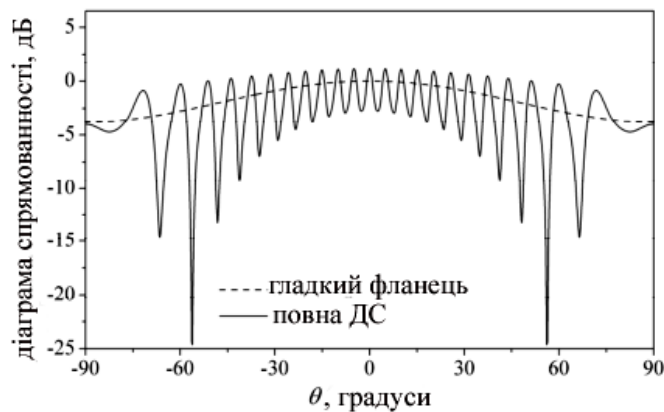
Внесок фланців в випромінювання антени може бути проілюстровано шляхом накладення повної і парціальної ДС, що відповідають випромінюванню з усієї апертури антени і тільки з правого фланця. Часткові вклади може бути отримано з наступного зображення полів у дальній зоні:

$$H_x(r \sin \theta, r \cos \theta) = -\frac{1}{Z_0} \sqrt{\frac{k_0}{2\pi r}} e^{i(k_0 r - \pi/4)} \times \left(\int_{a_0}^{b_0} + \int_{-b_m}^{-a_1} + \int_{a_1}^{b_m} \right) E_y(y, 0) e^{-ik_0 y \sin \theta} dy, \quad r \rightarrow +\infty, \quad (5.7)$$

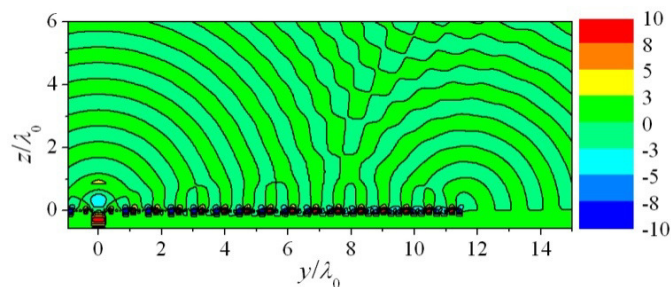
де Z_0 - хвильовий опір у вільному просторі, інтеграли в дужках представляють вклади в загальне поле в дальній зоні хвилевідної апертури, лівого і правого фланців, відповідно. Часткова ДС випромінювання з хвилевідної апертури - однопелюсткова з максимумом в напрямку нормалі. Таким чином, формування загальної ДС в основному визначається внеском фланців. Для візуалізації цього явища, представлено також розподіли ближнього поля. Їх наведено для компоненти E_y , що вимірюються у В/м. У всіх випадках хвилевід збуджується *ТЕМ* модою з одиничною амплітудою.

5.1.1.3.1 Режим 1 - Поверхнева хвиля (смуга пропускання)

Якщо період ґратки $l < \lambda_0/2$, а глибина канавки $h \leq h_0 \leq \lambda_0/4$, ґратка працює в режимі пропускання поверхневої хвилі (рис. 5.2).



(а)



(б)

Рисунок 5.8 - Діаграма спрямованості (а) і розподіл ближнього поля (компонента E_y , в лінійному масштабі, В/м) (б) для плоского рупора з ґратками в режимі поверхневої хвилі. Параметри фланця ґратки: $m = 47$, $l = 0,24\lambda_0$, $d/l = 0,6$, $h = 0,16\lambda_0$. Пунктир на рисунку (а) відповідає тому ж хвилеводу з гладкими фланцями (без канавок)

В цьому режимі поверхнева хвиля транспортує потужність від апертури хвилеводу до країв ґратки без випромінювання. На краю ґратки поверхнева

хвиля розсіюється на неоднорідності, утвореної стиком між ґратками і гладким фланцем. При цьому частина потужності поверхневої хвилі випромінюється у вигляді циліндричної хвилі, а інша частина відбивається назад до хвилеводу.

Типову ДС для плоского рупора з ґратками в режимі поверхневої хвилі наведено на рис. 5.8а. Нормоване хвильове число моди відповідної нескінченної періодичної ґратки становить $k_y l / \pi = 0,672$ (точка 1 на рис. 5.2). Діаграма спрямованості характеризується кількома пелюстками і глибокими нулями, спричиненими інтерференцією хвиль, що випромінюються з хвилеводу і країв ґратки.

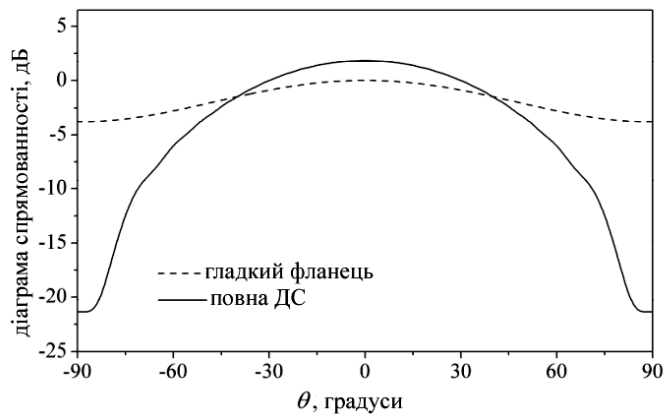
Розподіл компоненти E_y в ближній зоні для того ж рупора показано на рис. 5.8б (в силу симетрії, показано тільки один фланець). Поле особливо сильне в канавках і в хвилевідній апертурі. Воно швидко убуває уздовж осі z при видаленні від фланців, що характерно для поверхневих хвиль. Чітко видно циліндричну хвилю, яку випромінює край ґратки.

Режим пропускання поверхневої хвилі не підходить для формування вузької або секторної діаграми спрямованості. Тим не менш, він може бути корисний для фокусування поля в ближній зоні [214].

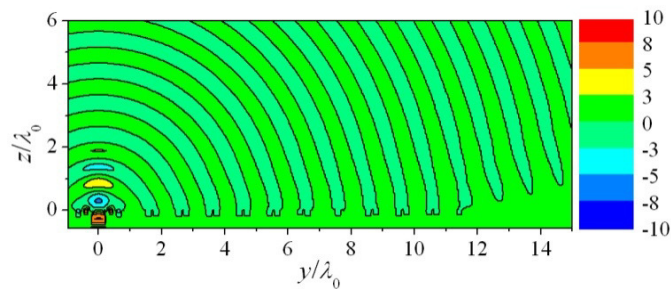
5.1.1.3.2 Режим 2 - Поверхнева хвиля (запирання)

Для ґратки з періодом $l < \lambda_0/2$ і глибиною канавок $h_0 < h < \lambda_0/2$, ґратка забирає поверхневу хвилю (рис. 5.2). У цьому режимі, коефіцієнт загасання в напрямку u значний. Хвиля не поширюється уздовж такої ґратки і, таким чином, тільки перші кілька канавок впливають на характер розподілу поля і випромінювання антени.

Типову ДС і розподіл компоненти E_y наведено на рис. 5.9. Антена в цьому випадку відрізняється від зображеної на рис. 5.8 тільки глибиною канавки. Нормоване хвильове число моди відповідної нескінченної періодичної ґратки становить $k_y l / \pi = 1 + i0,427$ (точка 2 на рис. 5.2).



(а)



(б)

Рисунок 5.9 - Діаграма спрямованості (а) і розподіл ближнього поля (компонента E_y в лінійному масштабі, В/м) (б) для плоского рупора з ґратками в режимі запирання поверхневої хвилі. Параметри фланця ґратки: $m = 47$, $l = 0,24\lambda_0$, $d/l = 0,6$, $h = 0,2\lambda_0$. Пунктир на рисунку (а) відповідає тому ж хвильоводу з гладкими фланцями (без канавок)

На відміну від режиму пропускання поверхневої хвилі в режимі запирання формується гладка однопелюсткова ДС. При цьому посилення спрямованості досягається завдяки придушення випромінювання уздовж ґратки (рис. 5.9а).

Як видно з рис. 5.9б, сильне поле збуджується тільки в перших двох канавках. Поле в цих канавках протилежне по фазі, що відповідає хвилевідній довжині поверхневої хвилі в смузі запирання $\lambda_g = 2l$ [215]. При цьому спостерігається придушення випромінювання уздовж ґратки.

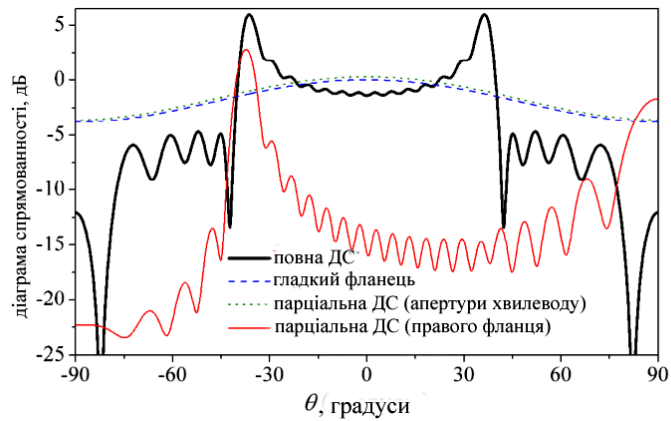
Цей режим зазвичай використовується при проектуванні рупорних антен з дросельними канавками для антенних фідерів [167, 185], і в GPS-антенах [189].

5.1.1.3.3 Режим 3 - Зворотної витічної хвилі

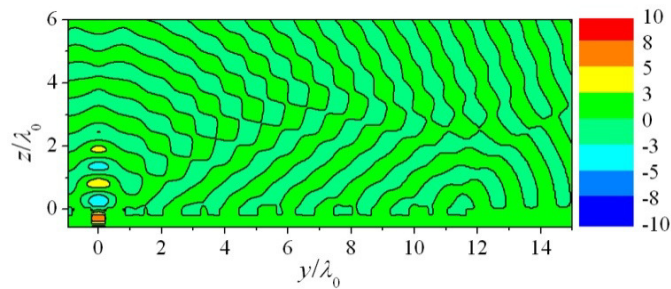
Розглянемо тепер ґратку з періодом більшим ніж $\lambda_0/2$. Як показано в підрозділі 5.1.1.2, така ґратка може підтримувати три режими: зворотної витічної хвилі, прямої витічної хвилі і моди на вищому листі ріманової поверхні. Діаграми спрямованості і розподіл ближнього поля, характерні для кожного з цих режимів, представлені в цьому і двох наступних підрозділах.

На рис. 5.10 наведено ДС і розподіл поля в ближній зоні для плоского рупора, чий фланець відповідає ґратці в режимі зворотної витічної хвилі. Нормоване хвильове число моди відповідної нескінченної періодичної ґратки становить $k_y l / \pi = -0,740 + i0,035$ (точка 1 на рис. 5.3). Парціальні ДС хвилевідної апертури і правого фланця показано на рис. 5.10а червоною і зеленою лініями, відповідно. Форма останньої характерна для структур, що підтримують витічну хвилю: спрямована пелюстка в напрямку, який визначається хвильовим числом відповідної витічної хвилі. У розглянутому прикладі максимуми повної ДС випромінювання знаходяться в $\theta_0 = \pm 36,4^\circ$, максимум часткової діаграми спрямованості випромінювання правого фланця $\theta_0 = -37,3^\circ$, що добре узгоджується з кутом випромінювання моди $\theta_0 = -38^\circ$ (5.5). Порівняння повної і парціальної ДС

свідчить про домінуючу роль фланця в формуванні профільованої ДС (рис. 5.10а). Розподіл поля над фланцем, що ілюструє формування зворотної витічної хвилі, показано на рис. 5.10б.



(а)



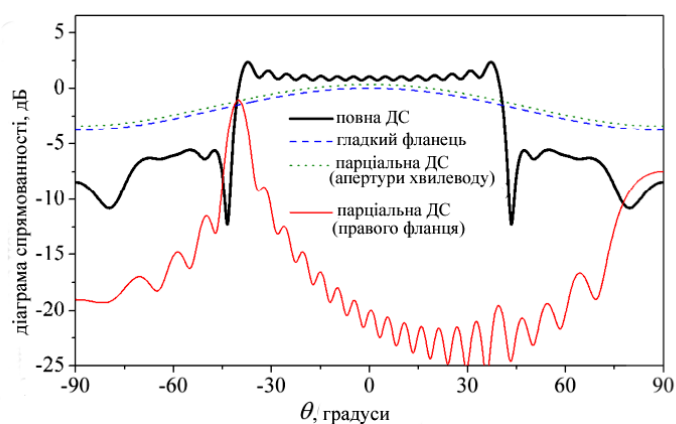
(б)

Рисунок 5.10 - Дiаграма спрямованостi (а) i розподiл поля в ближнiй зонi (компонента E_y в лiнiйному масштабi, В/м) (б) для плоского рупора з ґратками в режимi зворотної витiчної хвилi. Параметри фланця ґратки: $m = 19$, $l = 0,6\lambda_0$,

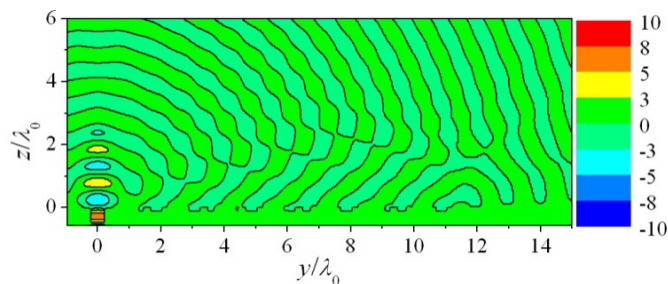
$$d/l = 0,96, h = 0,17\lambda_0$$

5.1.1.3.4 Режим 4 - Мода на вищому листі ріманової поверхні

Якщо хвильове число переходить на вищий лист ріманової поверхні, як і раніше може бути сформовано лінійний розподіл фази над фланцями. Відповідні ДС і розподіл поля в ближній зоні показані на рис. 5.11.



(а)



(б)

Рисунок 5.11 - Діаграма спрямованості (а) і розподіл поля в ближній зоні (E_y компонента в лінійному масштабі, В/м) (б) для плоского рупора з ґратками в режимі моди на вищому листі ріманової поверхні. Параметри фланця ґратки:

$$m = 19, l = 0,6\lambda_0, d/l = 0,52, h = 0,1\lambda_0$$

Хвильове число на вищому листі ріманової поверхні відносно першої просторової гармоніки відзначено точкою 2 на ри. 5.3. Порівняння рисунків 5.10 і 5.11 свідчить про подібність ДС плоскої рупорної антени з ґратками в режимах зворотної витічної хвилі і моди на вищому листі ріманової поверхні. Однак в разі моди на вищому листі ріманової поверхні напрямок максимуму часткової та повної ДС визначається положенням відповідного розрізу: максими сумарної ДС випромінювання спостерігаються при $\theta_0 = \pm 37,2^\circ$, (5.6) $\theta_0 = -41,8^\circ$.

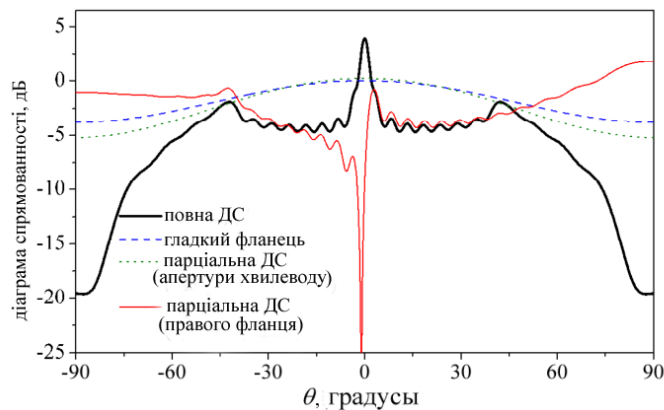
5.1.1.3.5 Режим 5 - Пряма витічна хвиля

І, нарешті, ДС і розподіл ближнього поля для плоского рупора в режимі прямої витічної хвилі наведено на рис. 5.12. Нормоване хвильове число моди відповідної нескінченної періодичної ґратки становить $k_y l / \pi = 0,028 + i0,059$ (точка 3 на рис. 5.3 відповідає моді з протилежним знаком).

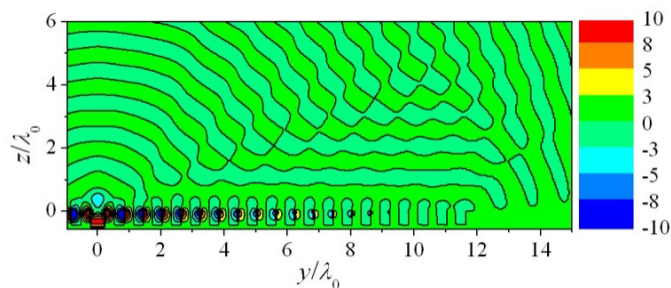
Глибину канавки обрано в області переходу між режимами зворотної витічної хвилі і прямої витічної хвилі.

Як видно з рисунка, плоский розподіл фази над фланцями формує голчасту ДС з основною пелюсткою, спрямованою по нормалі. Часткова ДС випромінювання з правого фланця має яскраво виражений максимум при $\theta_0 = 2,9^\circ$, що добре узгоджується з кутом випромінювання моди $\theta_0 = 1,3^\circ$ (5.5).

Наскільки нам відомо, цей режим ніколи не використовувався в антенних застосуваннях, однак, його особливість ($\alpha_y \sim 0$ і вузька діаграма спрямованості) роблять його потенційно привабливим для ряду застосувань.



(а)



(б)

Рисунок 5.12 - Діаграма спрямованості (а) і розподіл поля в ближній зоні (компонента E_y в лінійному масштабі, В/м) (б) для плоского рупора з ґратками в режимі прямої витічної хвилі. Параметри фланця ґратки: $m = 19$, $l = 0,6\lambda_0$,

$$d/l = 0,96, h = 0,418\lambda_0$$

5.1.1.3.6 Характеристики випромінювання

У таблиці 5.1 наведено коефіцієнт відбиття S_{11} і коефіцієнт спрямованості D для плоскої рупорної антени, що працює в різних режимах, розглянутих вище, а саме в режимах: (1) поверхневої хвилі, (2) запирання поверхневої хвилі, (3) зворотної витічної хвилі, (4) моди на вищому листі ріманової поверхні і (5) прямої витічної хвилі. При цьому коефіцієнт спрямованості визначається по ві-

дношенню до випромінювання з хвилевідної апертури з гладкими нескінченними фланцями.

Як видно гофровані фланці впливають не тільки на спрямованість, але і на узгодження. Цей вплив особливо помітний в режимах 1 і 5. Слід зазначити, що, незважаючи на схожість діаграм, що формуються в режимах 3 і 4, відповідні значення спрямованості відрізняються на 3,6 дБ.

У даній роботі ми не досліджуємо стабільність ДС в різних режимах в залежності від частоти, тим не менш, її може бути передбачено з поведінки дисперсійних кривих.

Таблиця 5.1 - Коефіцієнт відбиття і коефіцієнт спрямованості плоскої рупорної антени в різних режимах

№ режиму	1	2	3	4	5	гладкий фланець
l , в λ_0	0,24	0,24	0,6	0,6	0,6	-
d/l	0,6	0,6	0,96	0,52	0,96	-
h , в λ_0	0,16	0,2	0,17	0,1	0,4	-
S_{11} , дБ	-7,7	-	-	-	-3,0	-15,0
		12,6	13,5	15,6		
D , дБ	1,2	1,8	6,0	2,4	3,9	0

5.1.2 Випадок Е-поляризації

У цьому підрозділі ми вивчаємо вплив ґраток на ДС в H -площині. Двовимірною проблемою випромінювання TE -хвилі з апертури плоскопаралельного хвилеводу з гофрованим фланцем (рис. 5.13) зводиться до гіперсингулярного інте-

гального рівняння, яке може бути ефективно розв'язане методом дискретних особливостей [154]. Досліджено вплив параметрів ґратки на ДС.

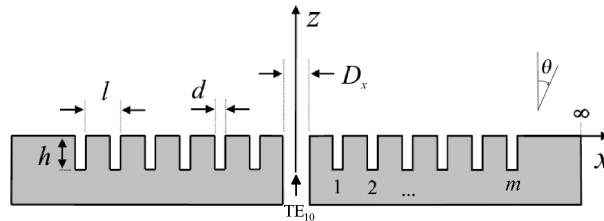


Рисунок 5.13 - Загальний вигляд двовимірної моделі антени. В математичній моделі, вважається, що фланець простягається до нескінченності уздовж осі x

Перевірка результатів здійснювалася шляхом порівняння з результатами тривимірного моделювання за допомогою комерційного програмного забезпечення FEKO.

5.1.2.1 Гіперсингулярне інтегральне рівняння задачі

Розглянемо симетричну структуру (рис. 5.13) з хвилеводом ($p = 0$) і каналами ($p = -m, \dots, -1, 1, \dots, m$), апертури і координати яких визначаються наступним чином: $d_q = b_q - a_q$ і $a_{-p} = -b_p$, $b_{-p} = -a_p$, $p = 0, 1, \dots, m$.

Розглянемо збудження антени TE -модю плоскопаралельного хвилеводу

$$E_x^{inc}(y, z) = \sin\left(\Phi_v^{(0)}(y - a_0)\right) e^{i\Gamma_v^{(0)}z}, \quad y \in (a_0, b_0), \quad z < 0, \quad (5.8)$$

$$\text{де } \Phi_n^{(p)} = \frac{\pi n}{d_p}, \quad \Gamma_n^{(p)} = \sqrt{[k^{(p)}]^2 - [\Phi_n^{(p)}]^2}, \quad k^{(p)} = k_0 \sqrt{\epsilon^{(p)} \mu^{(p)}}, \quad \text{Re}(\Gamma_n^{(p)}) \geq 0,$$

$$\text{Im}(\Gamma_n^{(p)}) \geq 0.$$

Завдяки симетрії структури розсіяне і набіжне поля задовольняють рівнянню симетрії:

$$E_x(y, z) = (-1)^{v+1} E_x(-y, z). \quad (5.9)$$

Задачу розсіяння може бути зведено до гіперсингулярного інтегрального рівняння по відношенню до E_x -компоненти поля.

$$\begin{aligned} & (AE_x)(y_0) - \frac{k^2}{2}(LE_x)(y_0) + (KE_x)(y_0) + \\ & \frac{1}{\mu^{(p)}}(A^{(p)}E_x)(y_0) - \frac{1}{\mu^{(p)}} \frac{[k^{(p)}]^2}{2}(L^{(p)}E_x)(y_0) + \frac{1}{\mu^{(p)}}(K^{(p)}E_x)(y_0) = \\ & \delta_{p0} \frac{2}{\mu^{(0)}} i\Gamma_v^{(0)} \sin(\Phi_v^{(0)}(y_0 - a_0)), \quad y_0 \in (a_p, b_p), \quad p = 0, 1, \dots, m, \end{aligned} \quad (5.10)$$

де

$$(AE_x)(y_0) = \frac{1}{\pi} \sum_{q=0}^m \int_{a_q}^{b_q} \frac{E_x(y, 0)}{(y - y_0)^2} dy - \frac{(-1)^v}{\pi} \sum_{q=1}^m \int_{a_q}^{b_q} \frac{E_x(y, 0)}{(y + y_0)^2} dy, \quad (5.11)$$

$$(LE_x)(y_0) = \frac{1}{\pi} \sum_{q=0}^m \int_{a_q}^{b_q} \ln|y - y_0| E_x(y, 0) dy - \frac{(-1)^v}{\pi} \sum_{q=1}^m \int_{a_q}^{b_q} \ln|y + y_0| E_x(y, 0) dy, \quad (5.12)$$

$$(KE_x)(y_0) = \frac{1}{\pi} \sum_{q=0}^m \int_{a_q}^{b_q} K(|y - y_0|) E_x(y, 0) dy - \frac{(-1)^v}{\pi} \sum_{q=1}^m \int_{a_q}^{b_q} K(|y + y_0|) E_x(y, 0) dy, \quad (5.13)$$

$$K(x) = \frac{i\pi k}{2} \frac{1}{x} H_1^{(1)}(kx) - \frac{1}{x^2} + \frac{k^2}{2} \ln x, \quad (5.14)$$

$$\left(A^{(p)}f\right)(y_0) = \frac{\pi}{4d_p^2} \int_{a_p}^{b_p} \left[\sin^{-2} \frac{\pi(y-y_0)}{2d_p} - \sin^{-2} \frac{\pi(y+y_0-2a_p)}{2d_p} \right] f(y) dy, \quad (5.15)$$

$$\left(L^{(p)}f\right)(y_0) = \frac{1}{\pi} \int_{a_p}^{b_p} \left\{ \ln \left| 2 \sin \frac{\pi(y-y_0)}{2d_p} \right| - \ln \left| 2 \sin \frac{\pi(y+y_0-2a_p)}{2d_p} \right| \right\} f(y) dy \quad (5.16)$$

$$\left(K^{(p)}E_x^{(p)}\right)(y_0) = \frac{1}{\pi} \int_{a_p}^{b_p} \left[K^{(p)}(y-y_0) - K^{(p)}(y+y_0-2a_p) \right] E_x^{(p)}(y,0) dy, \quad (5.17)$$

$$K^{(0)}(x) = \frac{\pi}{d_0} \sum_{n=1}^{\infty} \left[i\Gamma_n^{(0)} + \Phi_n^{(0)} - \frac{1}{2} \frac{[k^{(0)}]^2}{\Phi_n^{(0)}} \right] \cos(\Phi_n^{(0)}x), \quad (5.18)$$

$$K^{(p)}(x) = \frac{\pi}{d_p} \sum_{n=1}^{\infty} \left[-\Gamma_n^{(p)} \operatorname{ctg}(\Gamma_n^{(p)}h_p) + \Phi_n^{(p)} - \frac{1}{2} \frac{[k^{(p)}]^2}{\Phi_n^{(p)}} \right] \cos(\Phi_n^{(p)}x), \quad p \neq 0. \quad (5.19)$$

Перший інтеграл в (5.11) і інтеграл (5.15) розглядаються в сенсі скінченної частини за Адамаром.

Інтегральне рівняння (5.10) може бути розв'язане методом дискретних особливостей [154].

5.1.2.2 Вплив гофрованого фланця на форму діаграми спрямованості в H -площині

Для дослідження впливу гофрованого фланця на форму ДС в H -площині розглянемо апертуру плоскопаралельного хвилеводу з 12 ідентичними канавками ($m = 6$), що характеризується періодом l , глибиною канавки h та коефіціє-

нтом заповнення $g = dl$. Ширину хвилеводу зафіксовано $D_x = 0,54\lambda$ так, щоб забезпечити поширення тільки основної TE -моди плоскопаралельного хвилеводу. На рис. 5.14 показано залежність числа максимумів ДС від параметрів l і g для $h = 0,1\lambda, 0,25\lambda, 0,5\lambda$ і $0,7\lambda$. Для широкого діапазону параметрів ДС не чутлива до присутності гофрованого фланця і майже не відрізняється від ДС ізольованої апертури хвилеводу. Вплив фланця помічається, коли $l > 0,4\lambda$ і $g \geq 1,6-1,47l/\lambda$ (пунктирна лінія на рис. 5.14). Ця область параметрів дещо більша за область, що відповідає розповсюдженню основної TE -моди в канавках $g \geq 0,5\lambda/l$ (відповідну границю на рис. 5.14 показано пунктирною лінією). Таким чином, канавки впливають на ДС, коли TE -хвилі або поширюються в них, або злегка згасають. У цій області, чим менший період, тим більше максимумів має ДС.

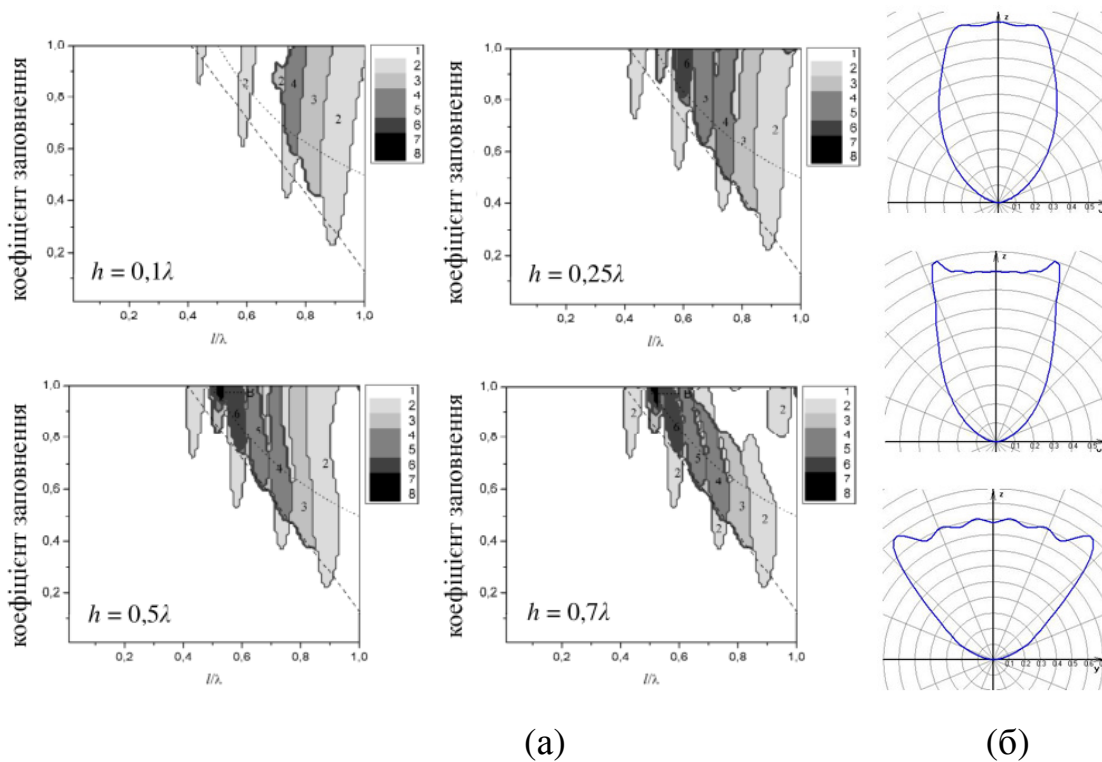


Рисунок 5.14 - Залежність числа максимумів ДС від періоду та коефіцієнта заповнення (а) і приклади можливих ДС (б)

5.1.2.3 Порівняння з тривимірною строгою моделлю

Ми вибираємо антени з параметрами, що забезпечують ДС з плоским верхом, що важливо для застосувань, що вимагають рівномірного опромінення області або біологічних зразків розташованих над антенною [216]. Період ґраток $l = 0,6\lambda$, ширина канавки $d = 0,5\lambda$, глибина канавки $h = 0,7\lambda$, відстань між хвилеводом і першою канавкою $x_0 = 0,1\lambda$. Ширина хвилеводу $D_x = 0,54\lambda$. Нормовану ДС антени зображено на рис. 5.15. З метою верифікації ми порівнюємо отримані результати з розрахунками для тривимірної моделі комерційного програмного забезпечення FEKO (<http://www.feko.info>). У тривимірній моделі TE_{10} -мода випромінюється з прямокутного хвилеводу.

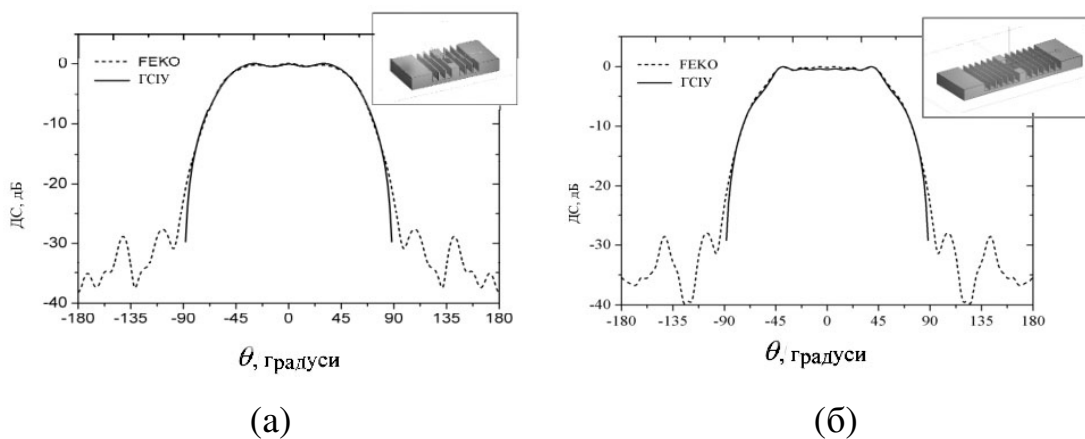


Рисунок 5.15 - Порівняння діаграм спрямованості антени з дросельними канавками в Н-площині для двовимірної моделі (гіперсингулярне інтегральне рівняння) з результатами FEKO для тривимірної моделі: (а) 6 канавок, (б) 12 канавок. Параметри ґратки: $l = 0,5\lambda$, $d = 0,6\lambda$, $h = 0,7\lambda$

Як видно на рисунка, дуже хороший збіг спостерігається для кутового діапазону до 80° . Деяка невідповідність, що спостерігається при великих кутах,

пов'язана зі скінченним розміром тривимірної структури (див. вставки на рис. 5.15). Коефіцієнти відбиття, розраховані в двовимірній та тривимірній моделях, складають -9,6 дБ і -10,8 дБ, відповідно.

5.2 Синтез антени витічних хвиль по заданому розподілу поля на апертурі

Площинні антени, утворені планарним діелектричним хвилеводом (ПДХ) і відбивною ґраткою (Рис. 5.16) [217, 218], знайшли широке застосування в радіолокаційних системах [218], супутникових системах зв'язку [219], автомобільних радарах [220]. Перевагами таких антен є планарність, високий коефіцієнт посилення, можливість частотного сканування, відносні простота і дешевизна виготовлення. Однак їх строгий аналіз досить складний. У багатьох застосуваннях електричний розмір апертур антен настільки великий, що з їх аналізом не справляються комерційні програмні пакети, що базуються на сіткових методах. У цьому випадку можливе застосування наближених методів, які використовують розв'язок для нескінченної періодичної ґратки [221, 222]. Однак така спрощена модель, не враховує вплив країв ґратки,

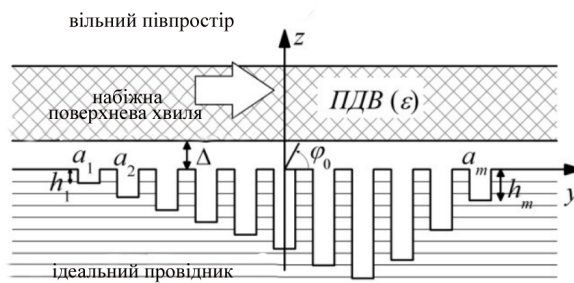


Рисунок – 5.16. Площинна антена витічних хвиль

В роботі [223] було розглянуто задачу розсіяння поверхневої *TM*-хвилі ПДХ на скінченному числі прямокутних канавок, вирізаних на ідеально провідній поверхні. Для випадків скінченного і нульового зазору між ПДХ і ідеально провідною поверхнею було побудовано дві моделі на основі методів сингулярних інтегральних рівнянь і методу дискретних особливостей їх розв'язання. Спочатку побудовані моделі дозволяли розраховувати апертури до 50 довжин хвиль. Збільшення апертури призводило до складнощів розрахунку інтегралів від сильно коливних функцій по напівнескінченному інтервалу. В роботі [224] це обмеження було знято застосуванням методу Ейлера прискорення збіжності [225] до обчислення таких інтегралів. Однак розрахунок займав велику кількість часу. Подальше вдосконалення методу було досягнуте інтерполяцією обчислюваних інтегралів по заздалегідь розрахованим і збереженим значенням в дискретній сітці, що прискорило алгоритм розрахунку в 60 разів. В результаті отримано алгоритм, що дозволяє ефективно розраховувати антени з апертурами довжиною в кілька сотень довжин хвиль. Розрахунок антени з довжиною апертури в $120\lambda_0$ на процесорі Core2Duo (2 ГГц) займає близько 2 хв.

Незважаючи на наявність такого ефективного методу, оптимізація реальних антен залишається складною задачею через велику кількість параметрів оптимізації. Застосування еволюційних методів глобальної оптимізації, таких як генетичні алгоритми, метод ройових частинок і т.д., вимагає розрахунку прямої задачі для великої кількості наборів параметрів. При цьому це число тим більше, чим більше параметрів оптимізації. Більш ефективним підходом є застосування методу найшвидшого спуску до деякого початкового наближення.

Такий підхід описано в цьому підрозділі. Процедура вибору початкового наближення для заданого амплітудного розподілу поля на апертурі базується на інформації про енергетику окремих канавок. Крім того, в роботі виведено формулу для значень періодів, що корегують фазовий розподіл поля. Схожий підхід застосовувався в [226] для оптимізації антени з тією відмінністю, що почат-

кове наближення в [226] отримувалося на основі дисперсійної характеристики витічної хвилі, що підтримується нескінченною періодичною ґраткою з ПДХ. В роботі [226] також наголошувалося на необхідності підганяння значень періодів для корегування фазового розподілу поля, однак відповідну формулу не було наведено.

Як приклад описано процедуру оптимізації антени з розподілом поля типу «косинус на п'єдесталі».

5.2.1 Алгоритм синтезу антени

Алгоритм складається з чотирьох етапів. На першому етапі на основі дисперсійних характеристик ґратки визначається необхідне значення періоду, що забезпечує максимум ДС в потрібному напрямку. На другому етапі шляхом підбору ширини і глибин канавок знаходиться хороше початкове наближення для заданого амплітудного розподілу. На третьому етапі амплітудний розподіл оптимізується методом найшвидшого спуску на основі отриманого початкового наближення. На заключному четвертому етапі оцінюються і корегуються фазові спотворення. Як приклад описано процедуру оптимізації антени з наступними параметрами: $\lambda_0 = 3$ мм - довжина хвилі у вільному просторі, $\varepsilon = 2,56$ - відносна діелектрична проникність матеріалу ПДХ (полістирол), $a = 1,2$ мм - товщина ПДХ, $\Delta = 0,5$ мм - величина зазору між ПДХ і ґраткою.

5.2.1.1 Вибір періоду.

При слабкому зв'язку між ПДХ і ґраткою напрямок максимуму ДС з хорошою точністю визначається формулою для кута випромінювання -1-й гармоніки нескінченної періодичної ґратки [155]

$$\varphi_0 = \arccos\left(\lambda_0\left(\frac{\beta_0}{2\pi} - \frac{1}{l}\right)\right),$$

де l - період ґратки, β_0 - постійна поширення поверхневої хвилі ПДХ.

Точніше цей напрямок може бути визначено з дисперсійних залежностей для нескінченної періодичної ґратки в присутності ПДХ або ж з розв'язку задачі розсіяння на скінченній ґратці. Останній підхід використовувався в даній роботі. В результаті отримано значення періоду $l = 2,01$ мм, що забезпечує максимум ДС в напрямку 100° . Оскільки в процесі оптимізації значення періодів будуть змінюватися, то можна вибрати величину періоду поблизу цього значення, наприклад, $l = 2$ мм.

5.2.1.2 Початкове наближення для заданого амплітудного розподілу поля на апертурі.

Нехай величини t_i і r_i визначають квадрати модулів коефіцієнтів проходження і відбиття основної хвилі ПДХ, а p_i - коефіцієнт відбору потужності для ізольованої канавки номер i . Для отримання початкового наближення розглянемо наближену модель, нехтуючи коефіцієнтом відбиття і взаємодією між

канавками. Ця модель буде точнішою, якщо спочатку підібрати ширину канавки таким чином, щоб її коефіцієнт відбиття був мінімальним в передбачуваному інтервалі зміни глибин канавок. Тоді можна вважати, що $t_i = 1 - p_i$.

На рис. 5.17 наведено залежності коефіцієнтів відбиття r і відбору p для однієї канавки в залежності від її ширини d при різних значеннях глибини h . Канавка збуджується основною поверхневою хвилею ПДХ з описаними вище параметрами. Результати отримано за допомогою моделі, описаної в роботі [223]. При значенні ширини канавки $1,25 \text{ мм} \leq d \leq 1,5 \text{ мм}$ і $h \leq 0,9 \text{ мм}$ коефіцієнт відбиття не перевищує -30 дБ . Крім того забезпечується досить широкий інтервал зміни коефіцієнта відбору p при зміні глибини канавки, що важливо для оптимізації необхідного розподілу поля.

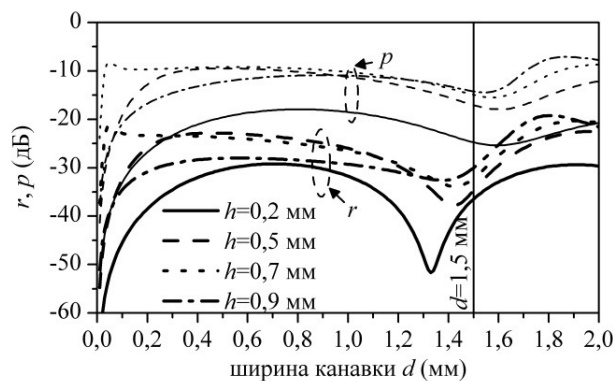


Рисунок – 5.17. Залежності коефіцієнта відбиття r (жирні лінії) і коефіцієнта відбору p (тонкі лінії) для однієї канавки в залежності від її ширини d при різних значеннях глибини h

Для оптимізації амплітудного розподілу поля розглянемо поле $E_y(y_i, z_0)$ в дискретному наборі точок (y_i, z_0) , $i = 1, 2, \dots, m$, розташованих на деякій відстані z_0 над центром кожної канавки $(y_i, 0)$. Ця відстань повинна бути досить великою, щоб не проявлялися особливості на ребрах ґратки.

Запропонований алгоритм базується на припущенні, що квадрат амплітуди поля над апертурою $f_i = |E_y(y_i, z_0)|^2$ пропорційний потужності, що випромінює найближча канавка з номером i . Позначимо P_i потужність хвилі, що падає на канавку i . Таким чином,

$$f_i = Cp_i P_i, \quad (5.20)$$

де C - деяка константа.

Якщо на першу канавку падає поверхнева хвиля потужності P_1 , то згідно з наближеною моделлю отримуємо

$$P_2 = P_1 - p_1 P_1, \quad P_i = P_{i-1} - p_{i-1} P_{i-1} = P_{i-1} (1 - p_{i-1}) = \prod_{n=1}^{i-1} (1 - p_n) P_1 = \prod_{n=1}^{i-1} t_n P_1. \quad (5.21)$$

Величина

$$P_{m+1} = \prod_{n=1}^m t_n P_1 = TP_1 \quad (5.22)$$

характеризує потужність енергії поверхневої хвилі ПДХ, що проходить після розсіяння на всіх m канавках ґратки.

Як знайти коефіцієнти відбору p_i , що забезпечують в рамках наближеної моделі розподіл поля f_i ? Для цього задаємо допустиму потужність енергії T , що проходить. Тоді з (5.21) отримуємо

$$\sum_{n=1}^m f_n = C \sum_{n=1}^m p_n P_n = C \sum_{n=1}^m (P_n - P_{n+1}) = C (P_1 - P_{m+1}) = C (1 - T) P_1.$$

Таким чином,

$$C = \frac{1}{(1-T)P_1} \sum_{n=1}^m f_n. \quad (5.23)$$

З (5.20), (5.21), (5.23) отримуємо

$$p_i = \frac{1-T}{\prod_{n=1}^{i-1} (1-p_n)} \frac{f_i}{\sum_{n=1}^m f_n}, \quad i=1,2,\dots,m. \quad (5.24)$$

Зауважимо, що p_i не залежить від максимального значення f_i і повністю визначаються нормованим на максимум необхідним розподілом поля f_i і заданим коефіцієнтом проходження T .

Величина T не може здаватися нульовою. Оскільки тоді в силу (5.22) хоча б одне значення t_i має також дорівнювати 0, звідки $p_i = 1$, А максимально досяжне значення коефіцієнта відбору для однієї канавки $\max p$ менше 1. При цьому існує мінімальне значення втрат на проходження T , для якого всі $p_i \leq \max p$. Цей мінімум або ж трохи більшу за нього величину рекомендується вибирати в якості значення T в (5.24).

Знаючи p_i для кожної канавки, можемо визначити його глибину.

Наведемо приклад розв'язання задачі оптимізації розподілу типу «косинус на п'єдесталі»

$$E_y(y, z_0) = f_0(y) = [0,1 + 0,9 \cos(\pi y/L)] e^{i\beta_{-1}y} \quad (5.25)$$

за допомогою ґратки з 183 канавок. Тут $L = 182l + d$ - ширина апертури антени, β_{-1} - фазова постійна -1ї гармоніки. Період і ширину канавки виберемо відповідно до вищесказаного рівними $l = 2$ мм, $d = 1,5$ мм.

Використовуючи описану вище процедуру, отримуємо в якості початкового наближення профіль ґратки, в якому глибини канавок змінюються від 0,03 до 0,87 мм. Його зображено внизу рис. 5.18 і на рис. 5.20 пунктирною лінією. Допустима потужність енергії, що проходить, задавалася рівною $T = 4.3\%$.

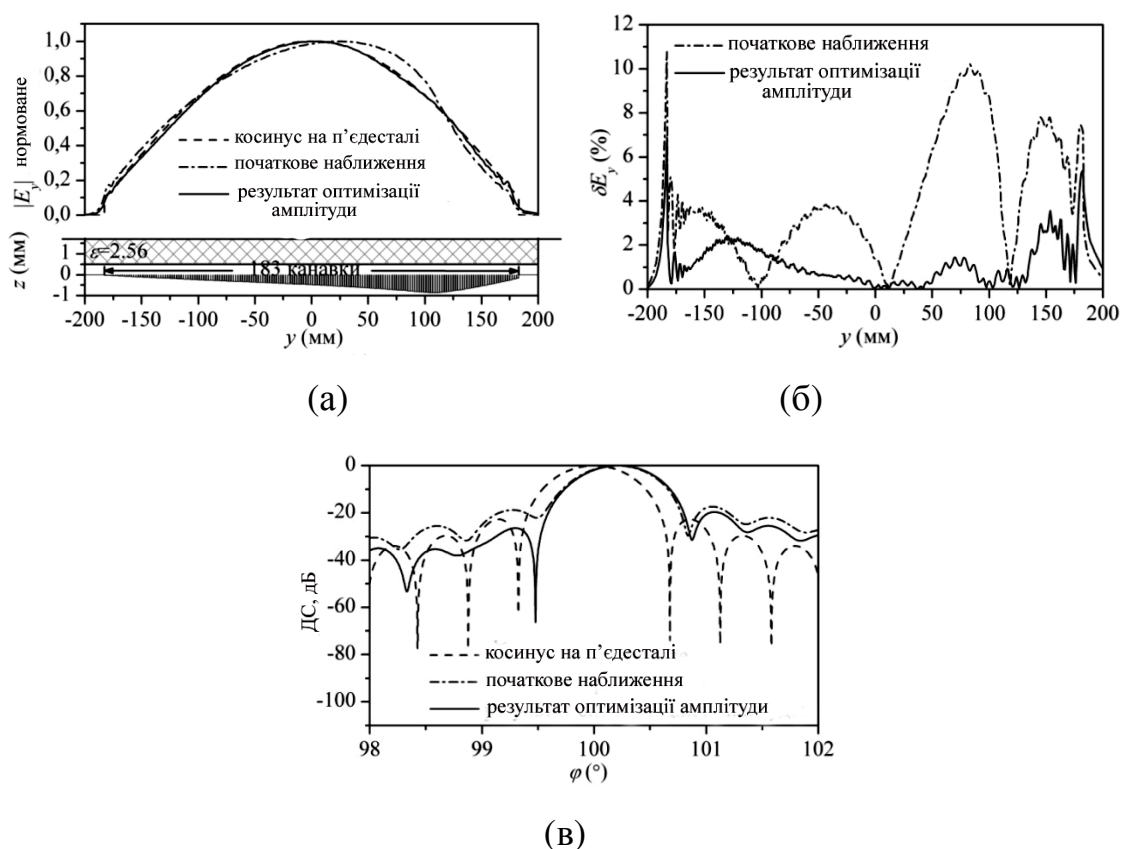


Рисунок 5.18 - Розраховані характеристики антени: а) - амплітудний розподіл поля на висоті 18 мм над ґраткою у порівнянні з косинусом на п'єдесталі, б) - відхилення амплітудного розподілу від необхідного, в) - ДС в околі основної пелюстки

Також на рис. 5.18а штрихпунктирною лінією представлено розподіл поля на висоті 18 мм над апертурою, розрахований за допомогою повнохвильової моделі [223], в порівнянні з необхідним розподілом (5.25), зображеним пунктирною лінією. На рис. 5.18б штрихпунктирною лінією зображено відхилення но-

рмованих на максимум значень компоненти поля E_y , розрахованих на висоті $z_0 = 18$ мм над ґраткою, від розподілу типу «косинус на п'єдесталі» (5.25)

$$\delta E_y (\%) = 100 \left| \frac{|E_y(y, z_0)|}{\max_{-L/2 \leq y \leq L/2} |E_y(y, z_0)|} - f_0(y) \right|. \quad (5.26)$$

Як видно, початкове наближення відхиляється від розподілу (5.25) не більше, ніж на 11%. Відповідну ДС представлено на рис. 5.20в штрихпунктирною лінією. Ідеальну ДС для розподілу типу «косинус на п'єдесталі» зображено на рис. 5.18в пунктирною лінією.

5.2.1.3 Оптимізація амплітудного розподілу поля на апертурі

Отримане початкове наближення використовуємо для знаходження оптимального профілю глибин канавок методом найшвидшого спуску. Щоб зменшити число параметрів, функцію розподілу глибин канавок будемо задавати у вигляді розкладання по кубічних B -сплайнах:

$$h_i = \sum_{n=0}^{N+2} b_n B_n(i/m), \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (5.27)$$

де m - число канавок, N - число інтервалів кусково-гладкого задання функції розподілу глибин канавок, $B_n(t)$, $n = 0, 1, \dots, N + 2$ - система нормованих кубічних B -сплайнів з рівномірною сіткою вузлів $t_n = n/(N - 1)$, $n = -3, -2, \dots, N + 3$ [227]. У розглянутому прикладі число інтервалів вибиралося $N = 8$, що відповідає кусково-гладкій апроксимації сплайнами груп з 22-23 канавок. Таким чи-

ном, замість вихідних $m=183$ параметрів залишається $N+3=11$ параметрів оптимізації b_n , $n=0,1,\dots,10$.

Для отримання початкового наближення для параметрів b_n розв'язується задача інтерполяції вихідного початкового наближення для глибин канавок кубічними сплайнами [228].

Для знаходження оптимального амплітудного розподілу поля розв'язувалася задача мінімізації цільової функції

$$F(b_0, b_1, \dots, b_{N+2}) = \alpha f(b_0, b_1, \dots, b_{N+2}, C_0) \rightarrow \min,$$

де $\alpha = 95 / \min\{P_{rad}, 95\}$ - штрафний коефіцієнт, який не дозволяє коефіцієнту відбору для всієї ґратки P_{rad} (%) складати менше 95%,

$$f(b_0, b_1, \dots, b_{N+2}, C_0) = \sum_{i=1}^P (C_0 |E_y(y_i, z_0)| - |f_0(y_i)|)^2,$$

(y_i, z_0) , $i=1,2,\dots,P$ - сітка точок, в якій оптимізується амплітудний розподіл поля, E_y - розподіл поля для набору глибин канавок, розрахованих за формулою (5.27) через коефіцієнти розкладання по B -сплайнах, $|f_0|$ - необхідний амплітудний розподіл поля, коефіцієнт C_0 знаходиться як розв'язок задачі мінімізації функціоналу f

$$f(b_0, b_1, \dots, b_{N+2}, C_0) = \min_{C \in \mathbb{R}} f(b_0, b_1, \dots, b_{N+2}, C).$$

Амплітудний розподіл поля і його відхилення (5.26) від необхідного зображено суцільною лінією на рис. 5.18а і рис. 5.18б, відповідно. Як видно, відхилення не перевищує 8% на краях апертури і 4% в її центральній частині. Відповідну ДС зображено суцільною лінією на рис. 5.18в.

5.2.1.4 Оптимізація фазового розподілу поля на апертурі

Попри добре наближення амплітудного розподілу поля до необхідного (5.25) ДС (рис. 5.18б) досить сильно відрізняється від ДС розподілу типу «косинус на п'єдесталі». Вона зрушена, несиметрична і має підвищений рівень бічних пелюсток. Це пояснюється фазовими спотвореннями [229]. Їх наявність ілюструє рис. 5.19. На ньому представлена похідна фази E_y по координаті y . Як видно, вона відрізняється від константи, що відповідає випромінюванню в потрібному напрямку 100° (пряма горизонтальна лінія на рис. 5.19).

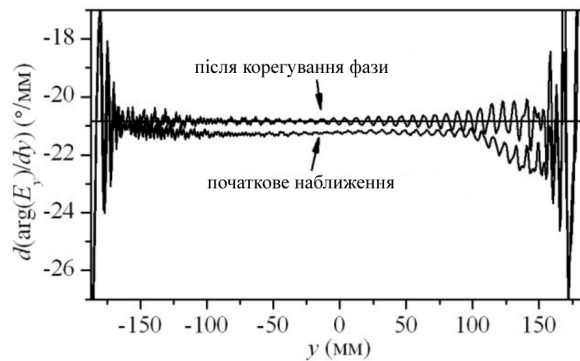


Рисунок 5.19 – Похідна фази поля по координаті y для початкового наближення і після корекції фази

Виявлені фазові спотворення можуть бути зменшені підбором періодів, на основі вимірів фазового розподілу поля. Виведемо формулу для нових значень періодів.

Фазова швидкість в околі канавки номер i визначається фазовою постійною поширення -1 ї гармоніки

$$\beta_{-1}(y_i) = \beta_0(y_i) - 2\pi/l, \quad (5.28)$$

де $\beta_0(y_i)$ - фазова постійна повільної нульової гармоніки. Вважаючи, що $\beta_0(y_i)$ слабо залежить від періоду, і залежність від l у формулі (5.28) визначається переважно від'ємником $2\pi/l$, отримаємо нові значення для періодів l_i , що забезпечують фазову постійну $\beta_{-1}(y_i)$ рівну $(2\pi/\lambda_0)\cos\varphi_0$:

$$l_i = \left(\frac{\beta_0(y_i)}{2\pi} - \frac{\cos\varphi_0}{\lambda_0} \right)^{-1}, \quad (5.29)$$

де φ_0 - бажаний напрямок максимуму ДС. Величину $\beta_0(y_i)$ може бути знайдено з розрахованих зсувів фази за період $\Delta\varphi_i = \arg(E_y(a_{i+1})) - \arg(E_y(a_i))$. Дійсно

$$\Delta\varphi_i = \beta_{-1}(y_i)l = \beta_0(y_i)l - 2\pi,$$

звідки

$$\beta_0(y_i) = \frac{\Delta\varphi_i + 2\pi}{l}. \quad (5.30)$$

Підставивши (5.30) в (5.29), отримуємо

$$l_i = l \left(\frac{\Delta\varphi_i}{2\pi} - \frac{l}{\lambda_0} \cos\varphi_0 + 1 \right)^{-1}, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (5.31)$$

Значення періодів може бути змінено за рахунок ширин ламелей або канавок. Оскільки ширина канавки вже зафіксована рівною $d = 1,5$ мм для забезпечення мінімального коефіцієнта відбиття, то зручніше варіювати ширини ла-

мелей. На рис.5.20 представлено нові значення ширини ламелей $g_i = l_i - d$, де l_i розраховані за формулою (5.31).

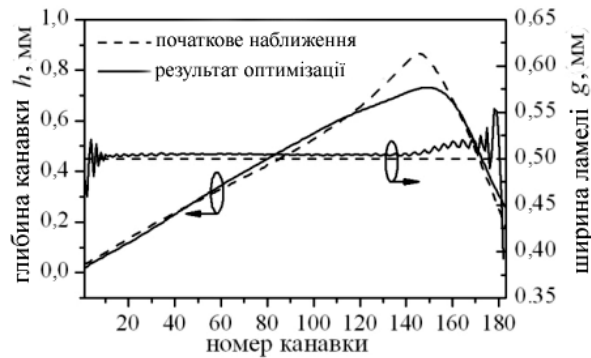


Рисунок 5.20 - Розподіл глибин канавок і ширини ламелей у оптимізованій антені

На рис. 5.19 представлено похідну фази поля по координаті у після такої корекції. Вона коливається близько необхідної константи.

5.2.2 Аналіз результатів

Результівні амплітудний розподіл поля і його відхилення (5.26) від необхідного зображено суцільною лінією на рис. 5.21а і рис. 5.21б, відповідно. Результати добре збігаються з характерними для розподілу типу «косинус на п'єдесталі» (5.25). Відповідну ДС зображено суцільною лінією на рис. 5.21в. Зауважимо, що зміна періодів практично не змінює амплітудний розподіл поля. Після фазової корекції амплітудний розподіл добре збігається з зображеним суцільною лінією на рис.5.18. У свою чергу зміна розподілу глибин істотно впливає на фазовий розподіл поля. Тому зручніше окремо розв'язувати задачу оптимізації спочатку амплітудного, а потім фазового розподілу поля.

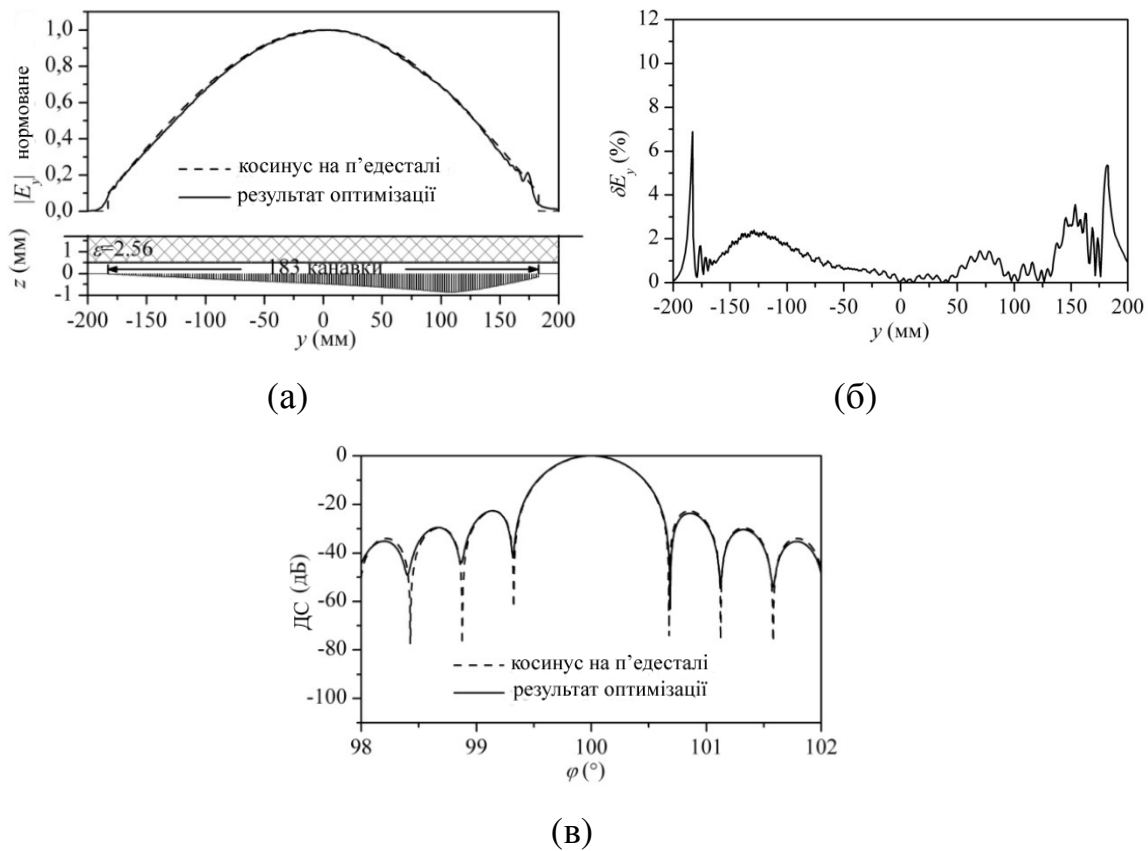


Рисунок 5.21 - Результат оптимізації амплітудно-фазового розподілу поля: а) - амплітудний розподіл поля на висоті 18 мм над ґраткою у порівнянні з «косинусом на п'єдесталі», б) - відхилення амплітудного розподілу від необхідного, в) - ДС в околі основної пелюстки

Ефективність отриманої антени дорівнює 95,7%, втрати на відбиття малі (-57 дБ), коефіцієнт проходження $T = 4,3\%$, ширина ДС на рівні -3дБ становить $0,54^\circ$, рівень бічних пелюсток -22,7 дБ.

Подальшу оптимізацію ширин ламелей може бути проведено методом найшвидшого спуску. Однак в розглянутому випадку запропонований метод вже дав хороший результат.

5.3 Висновки до розділу 5

1. Встановлено зв'язок між власними H -поляризованими модами ґратки і характеристиками випромінювання антени, що утворена апертурою плоскопаралельного хвилеводу і гофрованими фланцями. Для цього отримано результати спектрального аналізу нескінченної ґратки для виявлення мод ґраток, що відповідають фланцям плоскої рупорної антени. Після цього було розраховано діаграми спрямованості антени з фланцями скінченного розміру, що працюють в різних режимах. Парціальні діаграми спрямованості і розподілу полів у ближній зоні отримано для візуалізації формування профільованих ДС. Отримані результати можуть бути використані для попереднього синтезу рупорних антен з заданими характеристиками.
2. Зокрема, було показано, що антена може формувати гладку однопелюсткову ДС, якщо ґратка фланців працює в режимі запирання поверхневої хвилі. У той час як антена з аналогічною топологією, ґратка фланців якої працює в режимі витічної хвилі, може формувати секторну діаграму спрямованості.
3. Виявлено принципову відмінність в поведінці ґраток з вузькими (одномодовими) і широкими (двомодовими) канавками в режимі витічної хвилі. Перші можуть бути використані для отримання секторних діаграм спрямованості, тоді як другі можуть підтримувати пряму витічну хвилю, яка дозволяє отримувати голчасті діаграми спрямованості з випромінюванням по нормалі.
4. Було розроблено нове швидке і надійне програмне забезпечення на основі методу гіперсингулярних інтегральних рівнянь для аналізу H -

площинних діаграм спрямованості антени, утвореної апертурою плоскопаралельного хвилеводу з гофрованим фланцем.

5. Було показано, що, хоча ламелярні ґратки з вузькими канавками не підтримують жодної TE -хвилі, прямокутні канавки забезпечують широкі можливості для формування діаграм спрямованості антени в H -площині. Зокрема, вони можуть бути використані для отримання діаграм спрямованості з плоских верхом та секторних діаграм спрямованості, важливих для застосувань у системах біоелектромагнітної експозиції.
6. В роботі запропоновано метод оптимізації необхідного розподілу поля на апертурі антени витічних хвиль. Для отримання початкового наближення використовується наближена модель, яка нехтує коефіцієнтом відбиття і взаємодією між канавками. Цими факторами не можна нехтувати, якщо канавки резонансні, а також в режимах ковзання і випромінювання поблизу нормалі. У всіх інших випадках запропонований метод дозволяє отримати хороше початкове наближення і оптимізувати його методом найшвидшого спуску.

Equation Chapter (Next) Section 1

РОЗДІЛ 6

ВЛАСНІ РЕЖИМИ ПЕРІОДИЧНИХ ГРАТОК З ПЛАЗМОННИХ НАНОКУЛЬ І ЇХ ЗВ'ЯЗОК З СУБХВИЛЬОВОЮ ВІЗУАЛІЗАЦІЄЮ

У цьому розділі досліджено власні режими періодичних ґраток із плазмонних нанокулів і встановлено зв'язок між цими режимами й ефектом субхвильової візуалізації.

У 1968 році Веселаго показав, що, якби існував матеріал з негативними магнітною та діелектричною проникностями, то шар з нього мав би фокусувальні властивості [231]. Для цього достатньо просто проаналізувати заломлення променів. У 2000 році Пендрі запропонував використовувати такий шар як ідеальну лінзу [232]. Після цього з'явилося багато досліджень метаматеріалів.

У 2005 році було проведено відомий експеримент, в якому вдалося передати зображення, вигравійоване на пластині з хрому, через срібну пластину на фоторезист [233]. При цьому зображення було чіткішим, ніж у випадку відсутності срібної пластини. Попри те, що срібло у використаному діапазоні має негативною тільки діелектричну проникність, виявилось, що пластина з нього має фокусувальні властивості. Це було пояснено існуванням поверхневих хвиль на границях розділу між сріблом і навколишнім простором.

В роботах [234-237] було запропоновано інший підхід до реалізації пристроїв формування зображення з надвисокою роздільною здатністю. Він базується на можливості посилення згасних полів та формуванні зображень субхвильових розмірів, точніше, формуванні субхвильових плям концентрації поля, з використанням ґраток з дрібних резонансних частинок, якими є, наприклад, плазмонні нанокулі. Такий підхід до отримання «суперлінз» має деякі переваги перед іншими підходами, які традиційно використовують шари з ϵ - і μ -негативних метаматеріалів [232] або з матеріалів, що мають негативним тільки один матеріальний параметр (в пристроях лише для однієї поляризації), наприклад, один [232, 233] або декілька [238] тонких шарів срібла. У 2004 р субхви-

льове зображення було експериментально отримане за допомогою двошарової ґратки з резонансних електричних диполів [234], а в 2005 р. було отримано «суперлінзу» з двошарової ґратки з копланарних резонаторів у вигляді розірваних кілець [239]. У роботах [240-242] можна знайти подальші теоретичні та експериментальні дослідження приладів, що забезпечують субхвильове зображення на основі збудження магнітоіндуктивних хвиль на радіочастотах. В цих роботах автори теоретично та експериментально довели, що можливо отримати субхвильові зображення за допомогою двох шарів з резонаторів у вигляді розірваних кілець на частотах, близьких до границі між смугою пропускання і запирання моди, що розповсюджується уздовж шарів.

Різні підходи до формування субхвильових плям концентрації поля за допомогою тонких шарів досліджувалися у роботах [243-247]. Ці статті стосуються субхвильового фокусування, а не субхвильового зображення, в тому сенсі, що в них досліджувалася можливість концентрування поля у зазначеній субхвильовій області без аналізу роздільної здатності. Це субхвильове фокусування отримується шляхом перетворення падаючої плоскої хвилі в складний просторовий спектр, що містить згасні компоненти, таким чином, що фазові вклади від елементів ґратки конструктивно складуються лише в субхвильовій області. У роботі [245] згадується субхвильове зображення, однак його фізичний механізм відрізняється від механізму, розглянутого у цьому розділі, оскільки він не використовує резонансне збудження ґраток і не базується на резонансному посиленню згасних складових поля.

Ефект концентрації поля, що використовується в структурах, досліджених у цьому розділі, як і в [234-237], базується на резонансному збудженні поверхневих мод, що характеризуються великими тангенціальними хвильовими числами. Як було показано в роботі [248], ланцюги зі срібних нанокул можуть мати дисперсійні криві з досить плоскими областями, що забезпечує збудження мод з широким діапазоном хвильових чисел зовнішніми згасними полями. Цю

особливість ґраток з дрібних резонансних частинок може бути використано для проектування пристроїв, що формують субхвильові зображення або субхвильову концентрацію поля в оптичному діапазоні частот. У роботі [237] таку можливість було продемонстровано із застосуванням двох паралельних двовимірних періодичних ґраток з металевих наноккуль. Властивості «суперлінзи» для структури було продемонстровано шляхом обчислення розподілу поля в площині зображення з іншого боку від ґратки. Зауважимо, що у роботі [237] ґратка мала скінченний розмір, і було розглянуто лише два шари. Аналогічний підхід використано у роботі [249], де розв'язано задачу дифракції на складних скінченних структурах, утворених малими магнітодіелектричними кулями.

У цьому розділі розглянуто одношарові, двошарові та багатошарові періодичні ґратки з електрично малих металевих кульок з нескінченною протяжністю вздовж двох напрямків, що збуджуються одним або двома електричними дипольними джерелами з одного боку. Цей шаруватий «штучний матеріал» здатний забезпечити ефекти посилення переданого поля і субхвильового фокусування. Обидва явища детально досліджено та пов'язано з особливостями дисперсії мод ґраток. Існує кілька переваг дослідження нескінченної структури у порівнянні зі скінченною. Оскільки такі ґратки підтримують поверхневу хвилю, що відбивається від її країв, це призводить до виникнення стоячої хвилі. Тому важливо спростити проблему та проаналізувати явища без внеску відбитих хвиль на краях ґратки. Крім того, як показано в цьому розділі, аналіз нескінченної структури також може бути чисельно вигіднішим у порівнянні з аналізом скінченної структури. Підхід, запропонований у цій роботі, використовує метод сканувальних ґраток (ASM – array scanning method) [250-255, 209], який виражає поле, що генерується одним джерелом в періодичному середовищі, через спектральний інтеграл по зоні Бріллюена.

У роботах [256, 257] розроблено повнохвильовий підхід до розрахунку розсіяння плоских хвиль шарами двовимірно періодичних ґраток металевих

куль, що можуть чергуватися з діелектричними шарами. Поле, розсіяне кожною кулею, представляється як сума сферичних хвиль. У цій роботі використовується однопольне наближення (SDA – single dipole approximation), яке враховує лише поле електричної дипольної сферичної хвилі для кожної кулі. Такий підхід є обґрунтованим у розглянутому випадку, оскільки кулі значно менші за довжину хвилі, а електрична поляризованість переважає поблизу плазмонного резонансу. Відповідно, кожна куля моделюється як випромінювальний диполь із заданою поляризованістю. Розрахунок необхідної періодичної діадичної функції Гріна прискорюється методом Евальда [258-260]. Відповідні вирази для функції Гріна отримано вперше. Цей підхід є дуже ефективним для випадку дипольного збудження та для аналізу власних режимів. Окрім запропонованої ефективної моделі, придатної для аналізу такого роду задач, у цій роботі досліджено, як посилення поля і субхвильове фокусування пов'язані з резонансним збудженням мод у шаруватій структурі. Зокрема, проаналізовано, як поле переноситься цими модами крізь шари з одночасним посиленням поля, що може трактуватися як посилення згасних складових поля. На певних частотах згасні поля джерела можуть додаватися когерентно, утворюючи субхвильові області сильної концентрації поля, створюючи ефект субхвильового фокусування.

Розглядаючи поле в площині спостереження в частоті максимуму посилення поля, було отримано ширину зображення джерела на рівні половинної потужності близько $0,1\lambda$. У той час як в мінімумі посилення поля немає вираженого максимуму зображення джерела. Таким чином, було доведено фокусувальні властивості на певних частотах для багат шарової ґратки зі срібних нанокул.

Було показано, що цей ефект можна використовувати для подолання дифракційної межі. Зокрема, продемонстровано можливість розрізнити 2 електричні диполі, що знаходяться на відстані $0,29\lambda$ і випромінюють поле на частоті

789 ТГц, по іншу сторону від двошарової ґратки зі срібних нанокул у площині спостереження на відстані $0,6\lambda$ від площини розташування джерел.

Основні результати цього розділу опубліковано у роботах [261-270].

6.1 Модель дипольного збудження для нескінченної ґратки з нанокул

Структуру, що досліджується, зображено на рис. 6.1. Вона складається з нескінченної ґратки (одного або декількох шарів) металевих нанокул, яка є періодичною уздовж напрямків x та y .

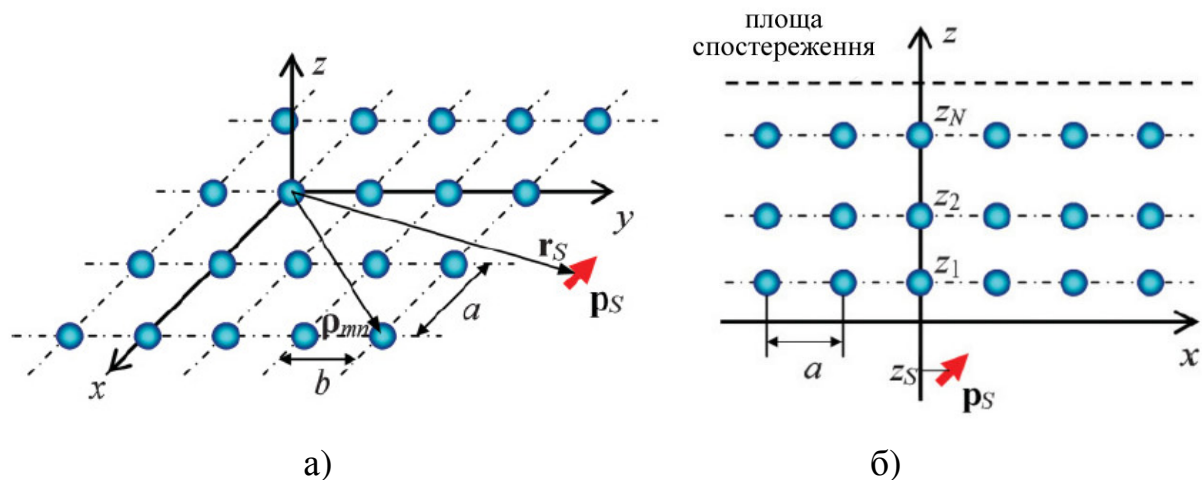


Рисунок 6.1 – Геометрія задачі:(а) один шар нанокул; (б) N шарів нанокул (показано лише поперечний xz переріз)

Радіус куль r_p значно менший за довжину хвилі у матеріалі (вільний простір у цій роботі). Періоди ґратки становлять a і b відносно x і y відповідно. Поперечними положеннями куль є $\rho_{mn} = ma\hat{x} + nb\hat{y}$, $m, n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, а отже, куля $m = n = 0$ розташована у $(x, y) = (0, 0)$. Тут жирними символами познача-

ються вектори, а одиничні вектори позначаються капелюхом ($\hat{\cdot}$). Ми зупинимося на багат шарових конфігураціях, як на рис. 6.1б, із шарами в поздовжніх положеннях z_1, z_2, \dots, z_N , де N - кількість шарів. Ґратка збуджується дипольним джерелом з дипольним моментом \mathbf{p}_S , розміщеним в $\mathbf{r}_S = x_S \hat{\mathbf{x}} + y_S \hat{\mathbf{y}} + z_S \hat{\mathbf{z}}$.

Поле, збуджене єдиним електричним диполем в безпосередній близькості від нескінченної періодичної структури, може бути ефективно розраховане за допомогою методу сканувальних ґраток (ASM) [250-255, 209]. Відповідно, розв'язання задачі на рис. 6.1 отримується із розв'язань пов'язаної з нею допоміжної задачі на рис. 6.2, де періодична ґратка зкуль збуджується періодичною системою лінійно-фазованих диполів

$$\mathbf{p}_{S,mn} = \mathbf{p}_S e^{-j\mathbf{k}_t \cdot \boldsymbol{\rho}_{mn}} \quad (6.1)$$

розміщених у позиціях $\mathbf{r}_{S,mn} = \mathbf{r}_S + \boldsymbol{\rho}_{mn}$, $m, n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Вісь $\mathbf{k}_t = k_x \hat{\mathbf{x}} + k_y \hat{\mathbf{y}}$ відповідає поперечному хвильовому вектору збудження.

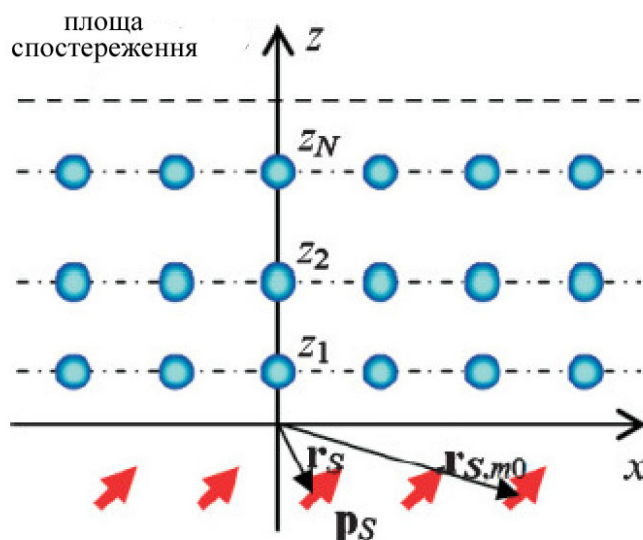


Рисунок 6.2 – Формулювання методу сканувальних ґраток: збудження періодичною системою лінійно-фазованих диполів

Згідно методу сканувальних ґраток поле $\mathbf{E}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s)$ у довільній точці \mathbf{r} , що генерується одним дипольним джерелом в точці \mathbf{r}_s , може бути розраховане за формулою [255, 209]

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s) = \frac{ab}{(2\pi)^2} \int_{-\pi/a}^{\pi/a} \int_{-\pi/b}^{\pi/b} \mathbf{E}^\infty(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s, \mathbf{k}_t) dk_x dk_y \quad (6.2)$$

де $\mathbf{E}^\infty(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s, \mathbf{k}_t)$ - поле в \mathbf{r} , за наявності періодичної ґратки з куль, що збуджується періодичною ґраткою диполів при $\mathbf{r}_{s, mn} = \mathbf{r}_s + \mathbf{p}_{mn}$, з поперечним хвильовим вектором \mathbf{k}_t , яке інтегрується по зоні Бріллюена. Наступний підрозділ присвячено визначенню $\mathbf{E}^\infty(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s, \mathbf{k}_t)$ та до його ефективному розрахунку.

6.2 Періодичне збудження нескінченної ґратки з нанокул

Оскільки кулі набагато менші за довжину хвилі, ми можемо розглядати їх як точкові диполі. Це наближення вже було використано в ряді інших робіт, наприклад, в [231-234, 247, 271-277, 261]. Електричне та магнітне поля в положенні \mathbf{r} , що генерується елементарним електричним джерелом в положенні \mathbf{r}_s з дипольним моментом \mathbf{p}_s , виражаються в термінах функції Гріна як

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \underline{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s) \cdot \mathbf{p}_s \quad (6.3)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = j\omega \nabla G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s) \times \mathbf{p}_s \quad (6.4)$$

Тут

$$\underline{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s) = \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon_h} \left[k^2 G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s) \underline{\mathbf{I}} + \frac{\partial^2 G}{\partial \mathbf{r}^2}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s) \right] \quad (6.5)$$

є симетричною діадичною функцією Гріна електричного поля, яка визначає електричне поле у точці \mathbf{r} , що генерується диполем у точці \mathbf{r}_s ,

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \quad (6.6)$$

- скалярна функція Гріна (гармонічна залежність від часу $\exp(j\omega t)$ передбачається і опускається), $\underline{\mathbf{I}}$ є діадичною одиницею, символ $\partial^2 G / \partial \mathbf{r}^2$ визначається як

$$\frac{\partial^2 G}{\partial \mathbf{r}^2}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s) \cdot \mathbf{p}_s \equiv \nabla(\nabla G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s) \cdot \mathbf{p}_s) \quad (6.7)$$

Крім того, ε_h - відносна діелектрична проникність матеріалу, в якому розташовані кулі, $k = \omega\sqrt{\varepsilon_h}/c$ - хвильове число в цьому матеріалі.

6.2.1 Один шар куль

Припустимо, що шар куль розташований у площині $z = 0$. Дипольний момент \mathbf{p}^∞ кулі у початку координат, $(m, n) = (0, 0)$, задається виразом

$$\mathbf{p}^\infty = \alpha \mathbf{E}_{\text{loc}}^\infty(\mathbf{0}, \mathbf{r}_s, \mathbf{k}_t) \quad (6.8)$$

де $\mathbf{E}_{\text{loc}}^{\infty}(\mathbf{0}, \mathbf{r}_S, \mathbf{k}_t)$ - локальне електричне поле у початку координат, що генерується ґраткою джерел $\mathbf{p}_{S, mn}$ та усіма металевими сферичними нанорозсіювачами, за винятком одного $(m, n) = (0, 0)$, α - поляризованість металевої кулі. Обернену поляризацію α задано формулою [234-237, 248, 276, 261]

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{\varepsilon_m + 2\varepsilon_h}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_h r_p^3 (\varepsilon_m - \varepsilon_h)} + j \frac{k^3}{6\pi\varepsilon_0\varepsilon_h} \quad (6.9)$$

де r_p - радіус кулі і

$$\varepsilon_m = \varepsilon_{\infty} - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega - j\omega_D)} \quad (6.10)$$

- відносна діелектрична проникність металу, представлена тут із використанням моделі Друде з радіанною плазмонною частотою ω_p і радіанною частотою зіткнень ω_D , величина яких залежить від обраного металу. Безрозмірний параметр ε_{∞} в (6.10) введено для кращої відповідності дійсній частині діелектричної проникності матеріалу в частотному діапазоні, що цікавить.

Локальне поле $\mathbf{E}_{\text{loc}}^{\infty}(\mathbf{0}, \mathbf{r}_S, \mathbf{k}_t)$ таким чином задається сумою

$$\mathbf{E}_{\text{loc}}^{\infty}(\mathbf{0}, \mathbf{r}_S, \mathbf{k}_t) = \underline{\mathbf{G}}^{\infty}(\mathbf{0}, \mathbf{r}_S, \mathbf{k}_t) \cdot \mathbf{p}_S + \check{\underline{\mathbf{G}}}^{\infty}(\mathbf{0}, \mathbf{0}, \mathbf{k}_t) \cdot \mathbf{p}^{\infty}, \quad (6.11)$$

де $\underline{\mathbf{G}}^{\infty}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{k}_t)$ є дідичною функцією Гріна електричного поля для періодично фазованої ґратки з диполів

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{G}}^\infty(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{k}_t) &= \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} \underline{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}' + \boldsymbol{\rho}_{mn}) e^{-j\mathbf{k}_t \cdot \boldsymbol{\rho}_{mn}} = \\ &= \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon_h} \left[k^2 G^\infty(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{k}_t) \mathbf{I} + \frac{\partial^2 G^\infty}{\partial \mathbf{r}^2}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{k}_t) \right], \end{aligned} \quad (6.12)$$

і $G^\infty(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{k}_t)$ - відповідна 2D періодична скалярна функція Гріна

$$G^\infty(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{k}_t) = \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} e^{-j\mathbf{k}_t \cdot \boldsymbol{\rho}_{mn}} G(\mathbf{r}, \mathbf{r}' + \boldsymbol{\rho}_{mn}) \quad (6.13)$$

Доданок $\check{\underline{\mathbf{G}}}^\infty(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{k}_t)$ в (6.11) - така сама діадична функція Гріна, як і в (6.12) без доданку $(m, n) = (0, 0)$, і, отже, він не має особливості при $\mathbf{r} = \mathbf{r}'$. Тому мексиканський капелюх ($\check{\sim}$) позначає тут регуляризовану функцію Гріна, визначену як $\check{\underline{\mathbf{G}}}^\infty(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{k}_t) \equiv \underline{\mathbf{G}}^\infty(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{k}_t) - \underline{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$. Після підстанови (6.11) в (6.8) отримуємо [237]

$$\mathbf{p}^\infty = \alpha \left[\underline{\mathbf{G}}^\infty(\mathbf{0}, \mathbf{r}_s, \mathbf{k}_t) \cdot \mathbf{p}_s + \check{\underline{\mathbf{G}}}^\infty(\mathbf{0}, \mathbf{0}, \mathbf{k}_t) \cdot \mathbf{p}^\infty \right] \quad (6.14)$$

що приводить до лінійної системи

$$\underline{\mathbf{A}}(\mathbf{k}_t) \cdot \mathbf{p}^\infty = \underline{\mathbf{G}}^\infty(\mathbf{0}, \mathbf{r}_s, \mathbf{k}_t) \cdot \mathbf{p}_s, \quad (6.15)$$

таким чином визначаючи \mathbf{p}^∞ , де

$$\underline{\mathbf{A}}(\mathbf{k}_t) \equiv \frac{1}{\alpha} \mathbf{I} - \check{\underline{\mathbf{G}}}^\infty(\mathbf{0}, \mathbf{0}, \mathbf{k}_t). \quad (6.16)$$

Зауважимо, що симетричний афімор $\underline{\mathbf{A}}(\mathbf{k}_t)$ вимагає обчислення трьох діагональних доданків і двох рівних елементів поза діагоналлю ($A_{xy} = A_{yx}$), коли

він представлений у декартовій системі, загалом із чотирма незалежними значеннями.

Періодичну функцію Гріна (6.12) можна дуже ефективно розраховувати, використовуючи метод Евальда, як показано в Додатку. Окрім своїх швидкозбіжних властивостей, метод Евальда також має велику перевагу в тому, що він дуже швидко збігається для комплексних поперечних хвильових векторів \mathbf{k}_t , тоді як ряди в (6.12) у цьому випадку розбігаються. Ця особливість корисна при пошуку мод, що поширюються вздовж ґратки, або коли, як це зроблено в цій роботі, в (6.2) застосовується деформація шляху інтегрування.

Після того як розв'язок (6.15) \mathbf{p}^∞ для дипольного моменту кожної нанокілі знайдено, електричне та магнітне поля у довільному положенні \mathbf{r} , що генерується ґраткою збуджувальних диполів у $\mathbf{r}_{S,mn}$, фазованих з поперечним хвильовим вектором \mathbf{k}_t , можуть бути розраховані за формулами

$$\mathbf{E}^\infty(\mathbf{r}, \mathbf{r}_S, \mathbf{k}_t) = \underline{\mathbf{G}}^\infty(\mathbf{r}, \mathbf{0}, \mathbf{k}_t) \cdot \mathbf{p}^\infty + \underline{\mathbf{G}}^\infty(\mathbf{r}, \mathbf{r}_S, \mathbf{k}_t) \cdot \mathbf{p}_S \quad (6.17)$$

$$\mathbf{H}^\infty(\mathbf{r}, \mathbf{r}_S, \mathbf{k}_t) = j\omega \left[\nabla G^\infty(\mathbf{r}, \mathbf{0}, \mathbf{k}_t) \times \mathbf{p}^\infty + \nabla G^\infty(\mathbf{r}, \mathbf{r}_S, \mathbf{k}_t) \times \mathbf{p}_S \right] \quad (6.18)$$

Поле, створене одним диполем при \mathbf{r}_S отримується підстановою $\mathbf{E}^\infty(\mathbf{r}, \mathbf{r}_S, \mathbf{k}_t)$ або $\mathbf{H}^\infty(\mathbf{r}, \mathbf{r}_S, \mathbf{k}_t)$ в (6.2). Примітно, що для кожного хвильового вектора \mathbf{k}_t в (6.2), щоб оцінити $\mathbf{E}^\infty(\mathbf{r}, \mathbf{r}_S, \mathbf{k}_t)$, потрібно розв'язувати лише лінійну систему 3x3 в (6.15). Тому, навіть незважаючи на те, що розрахунок інтегралу в (6.2) вимагає дискретизації зони Бріллюена декількома точками (наприклад, 20x20 спектральними точками), загальний розрахунок не займає багато часу [255].

Примітка про обчислювальні витрати

Наприклад, припустимо, що S операцій необхідно для розв'язання лінійної системи 3×3 (6.15), а зону Бриллюена дискретизовано в $P \times Q$ спектральних точки (P вздовж k_x і Q вздовж k_y). Загальна вартість розрахунку $\mathbf{E}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s)$ в (6.2) таким чином дорівнює $P \times Q \times (22 + S)$, де 22 - загальна кількість обчислень функції Гріна (4 елементи в матриці $\underline{\mathbf{A}}(\mathbf{k}_l)$, 6 елементів у симетричній матриці в правій частині (6.15), і 12 елементів у симетричних матрицях в (6.17)). Для простоти можна припустити, що $S = 3^3$ операцій потрібно для розв'язання системи з 3 невідомими. Помилка в $\mathbf{E}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s)$ у (6.2) є результатом періодичної дискретизації зони Бриллюена і може бути представлена як додаткові польові внески від "віртуальних джерел" у положеннях $\mathbf{r}_s + mPa\hat{x} + nQb\hat{y}$, з $m, n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ [255].

При наявності незначних втрат у сферичних частинках або в навколишньому середовищі, похибка може бути незначною вже при P і Q близьких до 20. Ми порівнюємо обчислювальні витрати методу сканувальних ґраток з $P = Q = 20$ спектральними точками, з випадком усіченої ґратки з 20×20 куль із загальною сумою $20^2 \times 3 = 1200$ невідомих. Обчислювальні витрати методу сканувальних ґраток складають $P \times Q \times (22 + S) = 19,600$ операцій, що значно менше у порівнянні з усіченим випадком, який потребує обчислення $20^2 \times 6$ матричних елементів для заповнення лінійної системи і принаймні $(20^2 \times 3)^3 = 1.728 \times 10^9$ операцій для розв'язання лінійної системи (нагадаємо, що для простоти S оцінюємо як куб числа невідомих $20^2 \times 3$). Хоча в цілому застосування методу сканувальних ґраток є дуже вигідним, випадок, який розглядався в цій роботі, є одним із найскладніших, оскільки надзвичайна роздільна здатність, досягнута за допомогою пристрою, отримується завдяки збудженню особливої моди (див. підрозділ 6.4). У математичному плані вона описується комплексними полюсами в інтегралі методу в (6.2), які близькі до дійсних k_x ,

k_y осей у всіх квадрантах. Це не є стандартною ситуацією для періодичних структур.

Наявність втрат спрощує задачу, оскільки полюси трохи відходять від реальних осей. У випадку без втрат полюси можуть знаходитись на реальних осях, і при розрахунку (6.2) рекомендується використовувати деформацію контуру інтегрування, обходячи полюси, та використовувати адаптивне інтегрування. У всіх розглянутих проблемах чисельну збіжність було досягнуто за допомогою деформації контуру та адаптивного інтегрування.

6.2.2 N шарів куль

Попередню постановку задачі у цьому підрозділі узагальнено на випадок N -шарових ґраток (рис. 6.1б). Отримуємо наступне матричне рівняння для визначення дипольних моментів \mathbf{p}_n^∞ :

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{\alpha} \mathbf{I} - \check{\mathbf{G}}^\infty(z_m \hat{\mathbf{z}}, z_m \hat{\mathbf{z}}, \mathbf{k}_t) \right) \mathbf{p}_m^\infty - \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq m}}^N \mathbf{G}^\infty(z_m \hat{\mathbf{z}}, z_n \hat{\mathbf{z}}, \mathbf{k}_t) \mathbf{p}_n^\infty = \\ = \mathbf{G}^\infty(z_m \hat{\mathbf{z}}, \mathbf{r}_s, \mathbf{k}_t) \mathbf{p}_s, \quad m = 1, \dots, N. \end{aligned} \quad (6.19)$$

Тут \mathbf{p}_n^∞ - дипольний момент кулі у положенні $(0,0)$ шару n ($n = 1, \dots, N$). Після знаходження розв'язку \mathbf{p}_n^∞ , $n = 1, \dots, N$ рівняння (6.19) визначено, електричне та магнітне поля у довільному положенні \mathbf{r} , що генерується ґраткою збуджувальних диполів, фазованих з поперечним хвильовим вектором \mathbf{k}_t , обчислюються за формулами

$$\mathbf{E}^\infty(\mathbf{r}, \mathbf{r}_S, \mathbf{k}_t) = \sum_{n=1}^N \underline{\mathbf{G}}^\infty(\mathbf{r}, z_n \hat{\mathbf{z}}, \mathbf{k}_t) \cdot \mathbf{p}_n^\infty + \underline{\mathbf{G}}^\infty(\mathbf{r}, \mathbf{r}_S, \mathbf{k}_t) \cdot \mathbf{p}_S \quad (6.20)$$

$$\mathbf{H}^\infty(\mathbf{r}, \mathbf{r}_S, \mathbf{k}_t) = j\omega \left[\sum_{n=1}^N \nabla G^\infty(\mathbf{r}, z_n \hat{\mathbf{z}}, \mathbf{k}_t) \times \mathbf{p}_n^\infty + \nabla G^\infty(\mathbf{r}, \mathbf{r}_S, \mathbf{k}_t) \times \mathbf{p}_S \right]. \quad (6.21)$$

6.2.3 Збудження плоскою хвилею

У випадку, якщо розглядається задача збудження шарів плоскою хвилею, наприклад, для аналізу пропускання та відбиття, потрібні лише наступні модифікації: у випадку одного шару права частина (6.15) має бути заміненою на $\mathbf{E}^{\text{inc}}(\mathbf{r}, \mathbf{k}_t)$ в положенні $\mathbf{r} = \mathbf{0}$, тоді як у випадку N шарів права частина (6.19) має бути заміненою на $\mathbf{E}^{\text{inc}}(\mathbf{r}, \mathbf{k}_t)$ в положеннях $\mathbf{r} = z_m \hat{\mathbf{z}}$.

6.3 Поширення мод у ґратці з наноккуль

Власні моди знаходять з (6.15) без збуджувального доданку, тобто з

$$\underline{\mathbf{A}}(\mathbf{k}_t) \mathbf{p}^\infty = 0. \quad (6.22)$$

Пошук здійснюється чисельно. Швидкий розрахунок періодичної діадичної функції Гріна за допомогою методу Евальда, робить пошук власних мод дуже ефективним. Наближення Евальда для функції Гріна швидше, ніж прискорена схема, запропонована в роботі К. Симовського та ін. [277], завдяки гавсовій швидкості збіжності.

Дисперсійні криві для одно- і двошарових ґраток зі срібних наноккуль, розміщених у середовищі з $\varepsilon_r = 1$ показано на рис. 6.3 та 6.4 відповідно. Радіус наноккуль становить $r_p = 25 \text{ nm}$, періоди $a = b = 73 \text{ nm}$, а відстань між шарами у випадку двошарової ґратки $h = 95 \text{ nm}$. Модель Друде для діелектричної проникності срібла в (6.10) передбачає $\varepsilon_\infty = 5$, $\omega_p = 2\pi f_p$ з $f_p = 2175 \text{ THz}$ ($\lambda_p = c / f_p = 138 \text{ nm}$). Ці значення використовувалися в [278, 279]. У цьому підрозділі, присвяченому модовому аналізу, ми припускаємо, що $\omega_D = 0$.

Дисперсійні криві для одношарової ґратки наведено на рис. 6.3 для $0 \leq k_x \leq \pi / a$ і $k_y = 0$, де ми показуємо три власні моди. Вони відповідають дипольним моментам \mathbf{p}^∞ паралельним осям x , y та z . Мода, поляризована вздовж y , що поширюється вздовж x , не може збуджуватися електричним дипольним джерелом, поляризованим уздовж z , як буде розглянуто в наступному підрозділі. Рамка на рисунку представляє область, де мода, поляризована вздовж z , має плоску криву дисперсії. Ця особливість важлива для отримання субхвильового фокусування і, можливо, надроздільної здатності, про що вже йшлося в [236].

Той самий графік для двошарової ґратки показано на рис. 6.4. Існує шість можливих мод, що поширюються вздовж напрямку x . Дві з них мають дипольні моменти, паралельні напрямку y , і, як уже зазначалося вище, вони не можуть збуджуватися z -спрямованим диполем. Чотири інші моди мають дипольні моменти \mathbf{p}_1^∞ і \mathbf{p}_2^∞ , у шарах $n = 1$ та $n = 2$, з x - та z -компонентами.

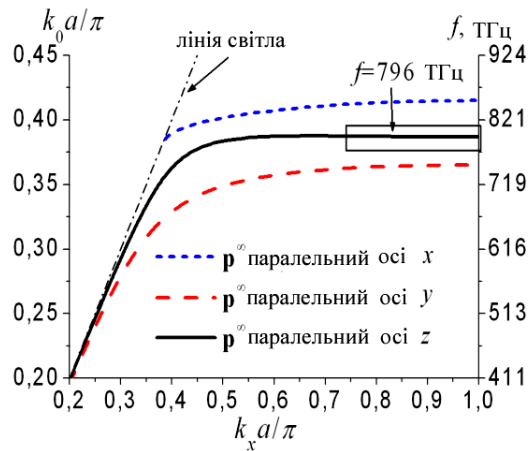


Рисунок 6.3 - Крива дисперсії для одношарової ґратки зі срібних нанокулів

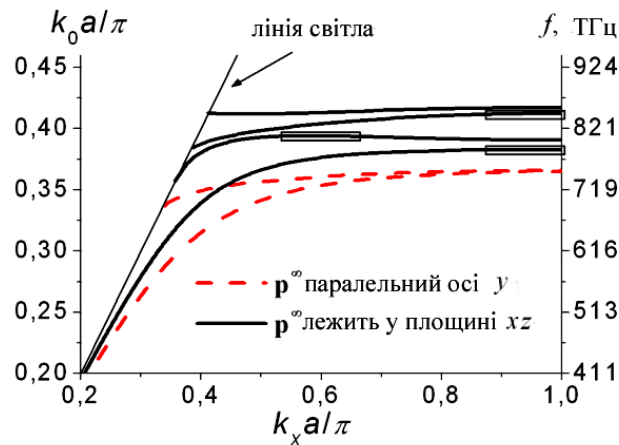


Рисунок 6.4 - Крива дисперсії для двошарової ґратки зі срібних нанокулів

6.4 Надроздільна здатність та посилення ближнього поля

В цьому підрозділі показано, що двошарові і багатшарові ґратки з нанокулів, що збуджуються близько розташованим дипольним джерелом, забезпечують 2 ефекти: посилення ближнього поля і субхвильове фокусування. Нехай джерело розташоване у початку координат. Його дипольний момент спрямова-

ний вздовж осі z , і його величина вибирається рівною $p_{s,z} = 10^{-30} \text{ С} \cdot \text{м}$. Періоди ґратки становлять $a = b = 73 \text{ нм}$. Перший шар розміщено в $z_1 = 95 \text{ нм}$. У випадку багат шарової ґратки з нанокул міжшарова відстань дорівнює $h = 95 \text{ нм}$, а відносна діелектрична проникність матеріалу, в якому розміщено нанокулі, становить $\varepsilon_h = 1$. Поле обчислюється в “площині зображення” $z = (N + 1)95 \text{ нм}$, на відстані 95 нм над останнім шаром (кількість шарів N може змінюватися, див. рис. 6.2). Радіус нанокул становить $r_p = 25 \text{ нм}$.

На рис. 6.5 посилення ближнього поля $|E_z(\mathbf{r}_{\text{obs}})|^2 / |E_z^{\text{inc}}(\mathbf{r}_{\text{obs}})|^2$, що визначається як відношення між напруженістю поля з ґраткою і без неї у точці $\mathbf{r}_{\text{obs}} = (0, 0, (N + 1)95 \text{ нм})$, показано в залежності від частоти для різної кількості шарів $N = 1, 2, 3, 4$. Поле без ґратки відповідає полю E_z^{inc} ізольованого диполя. Посилення ближнього поля спостерігається в широкому діапазоні частот для будь-якої кількості шарів і збільшується при збільшенні кількості шарів.

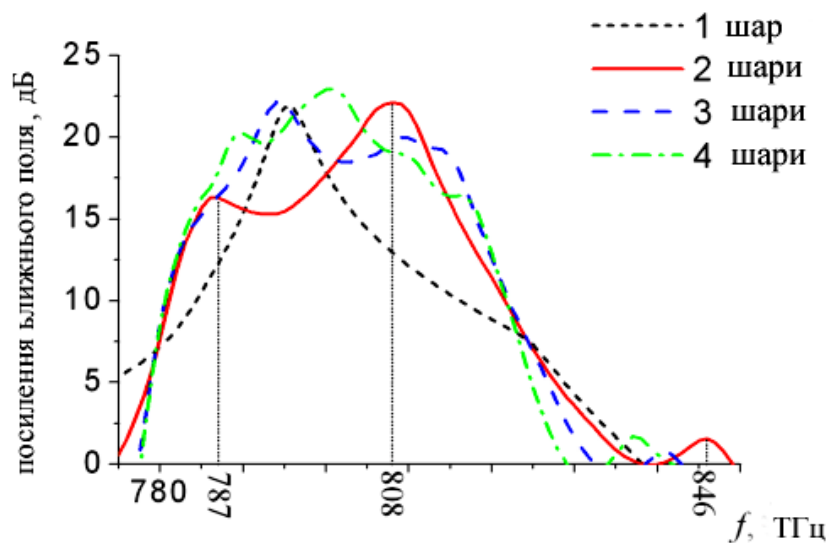


Рисунок 6.5 – Посилення ближнього поля для різної кількості шарів ґратки, що визначається як відношення інтенсивності з ґраткою і без неї

Частоти найсильнішого посилення ближнього поля для одного і двох шарів на рис. 6.5 відповідають плоским частинам дисперсійних кривих на рис. 6.3 і 6.4. Наприклад, для одного шару помітний пік при $f \approx 796$ ТГц відповідає частоті плоскої ділянки дисперсійної кривої на рис. 6.3. Для двох шарів спостерігаються три піки при $f \approx 787, 808$ та 846 ТГц, що є значеннями, що відповідають плоским ділянкам дисперсійної кривої на рис. 6.4. Тут вперше продемонстровано цю відповідність для структури з двох шарів.

Чим плоскіша частина дисперсійної кривої моди (рис. 6.3 і 6.4), тим ширша частина непроникного просторового спектра, яка відновлюється в точці спостереження на заданій частоті, завдяки резонансній ґратці. Наявність ґратки призводить до збудження сильного поля в околах шарів, оскільки частина спектральних компонентів (хвилі з різними хвильовими числами) збуджуються джерелом і здатні передавати своє згасне поле до точки спостереження. Посилення поля особливо сильне для великої кількості шарів. Тому пристрій, утворений шарами наноккуль, може бути використаний для посилення певних компонентів випромінюваного поля у порівнянні з випадком однорідного середовища.

На рис. 6.6 показано розподіл поля вздовж напрямку x для $y = 0$ у площині «зображення» $z_{\text{obs}} = (N + 1)95 \text{ nm}$ для двошарової ґратки ($N = 2$) на двох частотах ($f = 787$ ТГц і $f = 808$ ТГц), які відповідають максимумам посилення ближнього поля, як показано на рис. 6.5. Ширину «зображення» на рівні половинної потужності позначено стрілками. Результат на рис. 6.6 наочно показує, що субхвильова концентрація поля (яку деякі дослідники називають «фокусуванням») досягається на частотах, які відповідають максимальному посиленню ближнього поля.

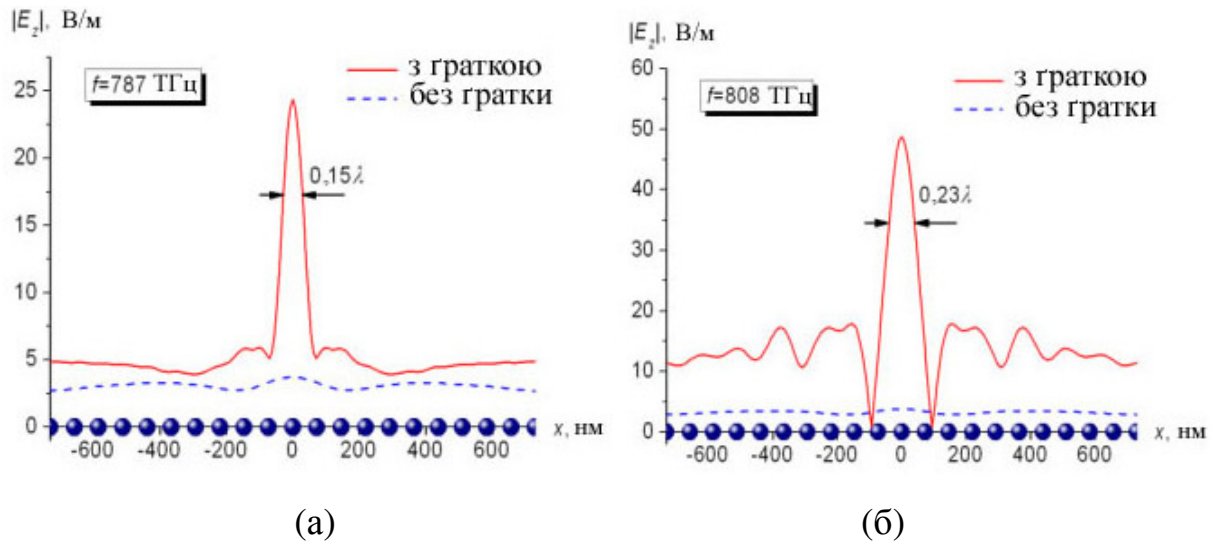


Рисунок 6.6 – Розподіл поля в площині зображення вздовж x при $y = 0$ для двошарової ($N = 2$) ґратки на частотах максимального посилення поля, відповідно до рис. 6.5: (а) $f = 787$ ТГц (б) $f = 808$ ТГц

Для частоти $f = 787$ ТГц ширина «зображення» значно менша, ніж чверть довжини хвилі. Ця частота відповідає найпоскішій частині дисперсійної кривої на рис. 6.4, що означає, що велика частина випромінювальних спектральних компонентів, збуджених на цій частоті, є достатньою для відновлення субхвильової концентрації поля. Для порівняння на рис. 6.6 також зображене падаюче поле без ґратки (пунктирна лінія). Оскільки воно набагато слабкіше, ніж поле з ґраткою, це є ще одним підтвердженням посилення ближнього поля, яке спостерігається на рис. 6.5.

На рис. 6.7 подібні результати наведено для три- та чотиришарових ґраток. Тут вперше продемонстровано, що субхвильове фокусування може бути досягнуте для більш ніж двох шарів, і при цьому воно спостерігається у більшій кількості частот. Концентрація поля з шириною на рівні половинної потужності приблизно рівною $0,15\lambda$, досягається, наприклад, при $f = 790$ ТГц для чотирьох шарів.

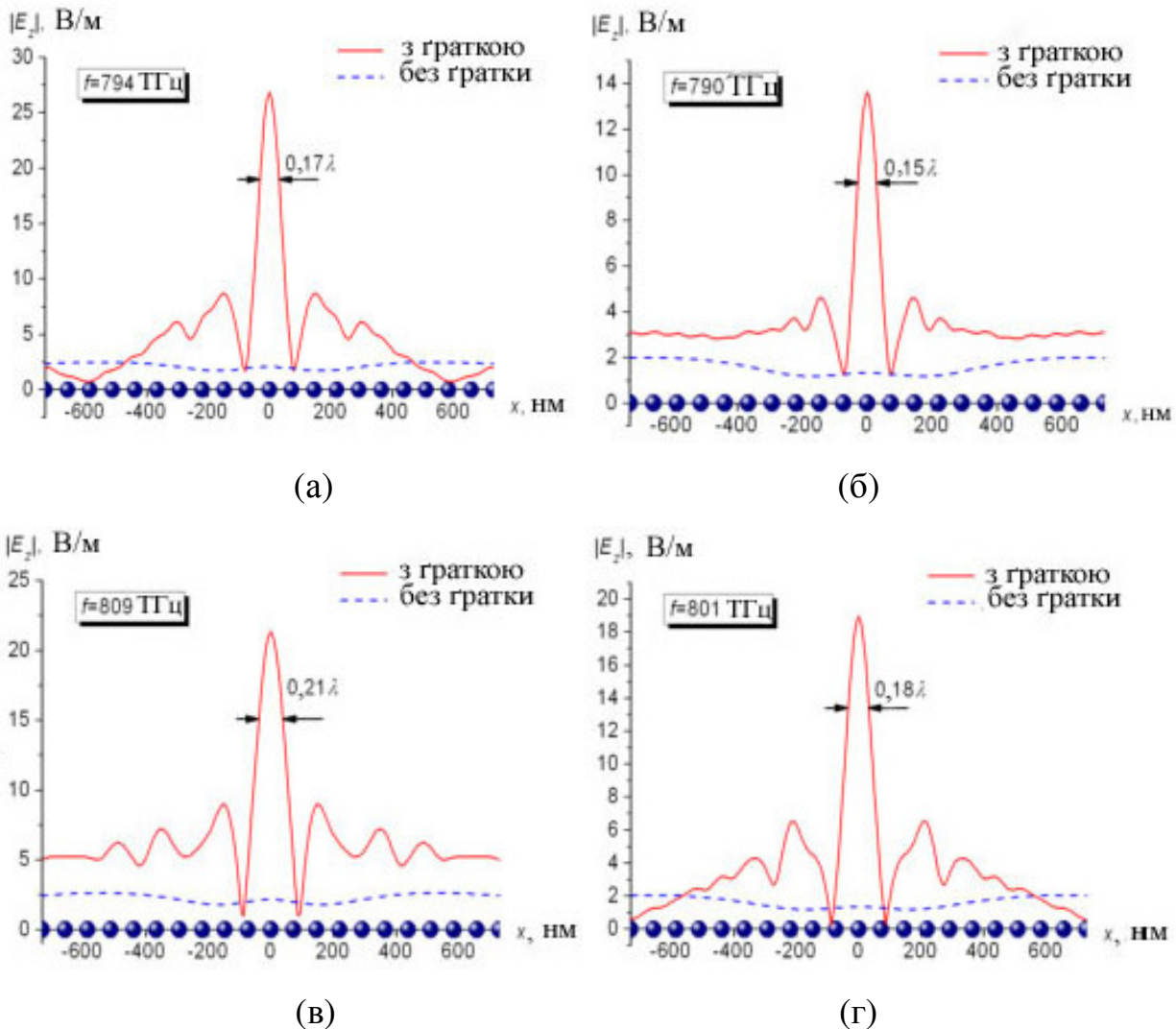


Рисунок 6.7 – Розподіл поля в площині зображення вздовж x при $y = 0$ для ґраток з $N = 3$ шарів (а), (в) та з $N = 4$ шарів (б), (г) на частотах, що забезпечують максимальне посилення ближнього поля

Щоб краще проілюструвати фізичний механізм, на рис. 6.8 зображено поле поперек шарів ґратки на частоті $f = 808$ THz, що відповідає максимальному посиленню поля для двох шарів і дуже близьке до відповідної частоти для трьох і чотирьох шарів наноккуль. Рисунки (а) та (б) представляють x - та z -складові E поля вздовж лінії, паралельної осі z при $x = a/2$ і $y = 0$. У всіх розглянутих випадках компонента поля E_y зникає через симетрію. Рисунок (в) пред-

ставляє z -компоненту поля вздовж z -лінії при $x = 0$, $y = 0$ (тут і E_x , і E_y зникають). Вертикальні пунктирні лінії відмічають z -положення кожного шару наноккуль.

Цікаво відзначити, що поле має подібну поведінку для будь-якої кількості шарів. Воно зменшується повільніше, ніж падаюче поле при збільшенні z . Графіки чітко показують, що наявність шарів дозволяє підтримувати напруженість поля на більших відстанях, ніж без цих шарів. Падаюче поле зменшується як $1/r$ (r - відстань від диполя) і швидко стає дуже слабким. Натомість, при наявності шарів наноккуль невелике падаюче поле (на будь-який шар) здатне резонансно збуджувати власну моду, що призводить до створення сильного розсіяного поля поблизу шару. Це поле згасає при віддаленні від кожного шару, але здатне сильно збуджувати наступний резонансний шар.

Тільки над останнім шаром наноккуль поле зменшується швидше, ніж падаюче поле. Воно згасає експоненційно, оскільки пов'язане з модою ґратки, що поширюється в поперечному напрямку, а «просторова» складова, збуджена джерелом, вже занадто слабка (ми наголосимо тут, що джерело поблизу періодичної структури збуджує моди і «просторове» поле, яке збирає безперервний спектр хвильових чисел, як показано в [249] та [280]). «Підтримка» випромінюваного поля в шарах може бути інтерпретована як «посилення», якщо порівнювати з полем без шарів (падаюче поле), яке швидко зменшується. Оскільки поле, що підтримується (або переноситься) через шари, складається зі згасної частини збудженого спектра, воно утворене компонентами з великими значеннями поперечного хвильового числа (з малими просторовими довжинами хвиль), і тому воно здатне реконструювати субхвильову концентрацію поля далеко від джерела.

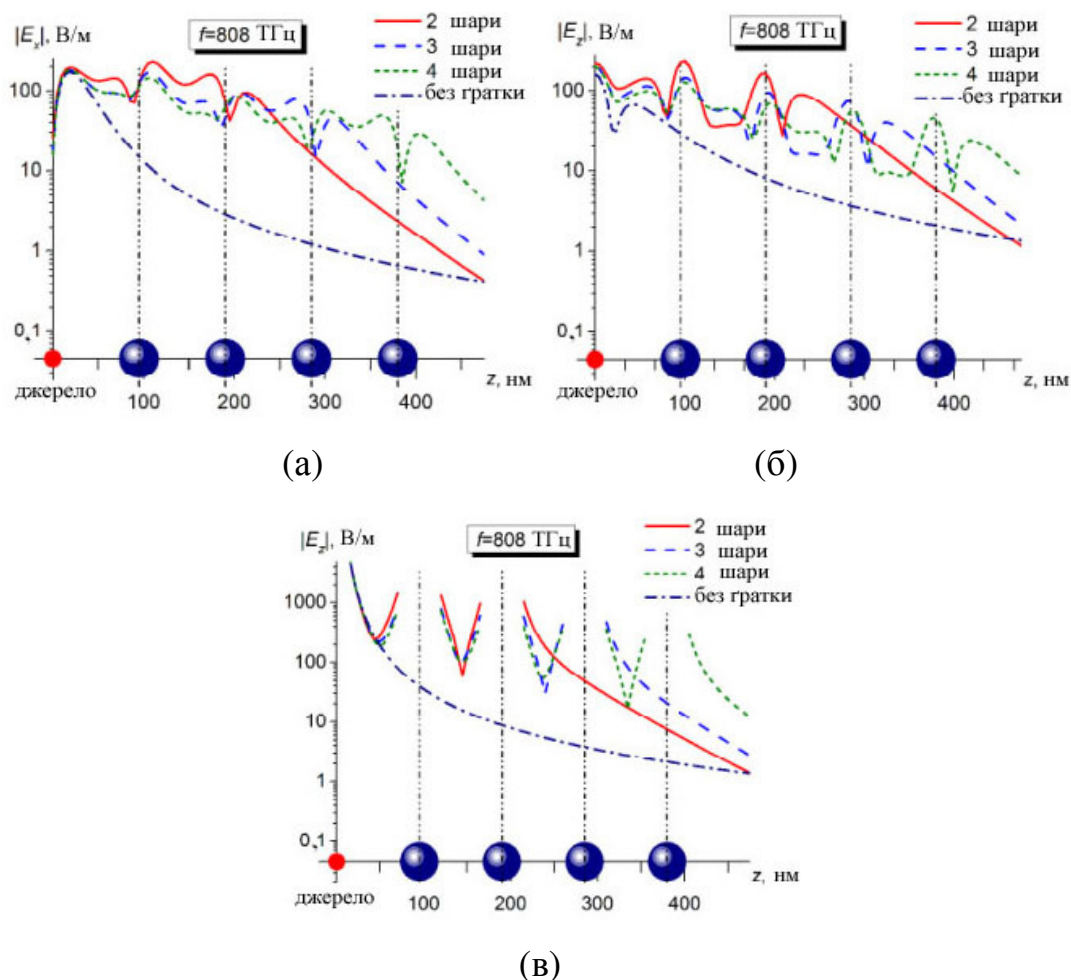


Рисунок 6.8 – Розподіл поля по шарах на частоті $f = 808$ ТГц для компонент (а) E_x та (б) E_z вздовж z -осі при $x = a/2$ і $y = 0$. (с) E_z вздовж z -осі (при $x = y = 0$)

Результати дослідження можливості отримання надроздільної здатності наведено на рис. 6.9. Двошарова ґратка збуджується двома z -спрямованими дипольними джерелами з дипольними моментами $p_{S,z} = 10^{-30}$ С · м, розташованими в точках $(0, -55$ нм, $0)$ та $(0, 55$ нм, $0)$. Ми все ще використовуємо ґратку з нанокуль з радіусом $r_p = 25$ нм та періодами $a = b = 73$ нм. Джерела знаходяться у площині $z = 0$, перший і другий шари нанокуль знаходяться у площинах $z_1 = 67$ нм і $z_2 = 162$ нм. Площині спостереження відповідає $z = 229$ нм, тобто вона знаходиться на висоті 67 нм від верхнього шару нанокуль. Частота $f = 789$ ТГц ($\lambda = 380$ нм). Таким чином, відстань до площини спостереження від

дипольних джерел дорівнює $0,6\lambda$, а відстань між джерелами - $0,29\lambda = 110$ нм. На рис. 6.9 горизонтальна пунктирна лінія відповідає рівню половинної потужності поля за наявності ґратки. Зауважимо, що, враховуючи ширину зображень на рівні половинної потужності на рис. 6.9а з двома шарами наноккуль, «зображення» двох джерел у $y = \pm 55$ нм добре розділені в площині спостереження при $z = 229$ нм. Натомість без двошарової ґратки наноккуль вклади полів двох джерел неможливо розрізнити в площині спостереження (рис. 6.9а, пунктирна лінія).

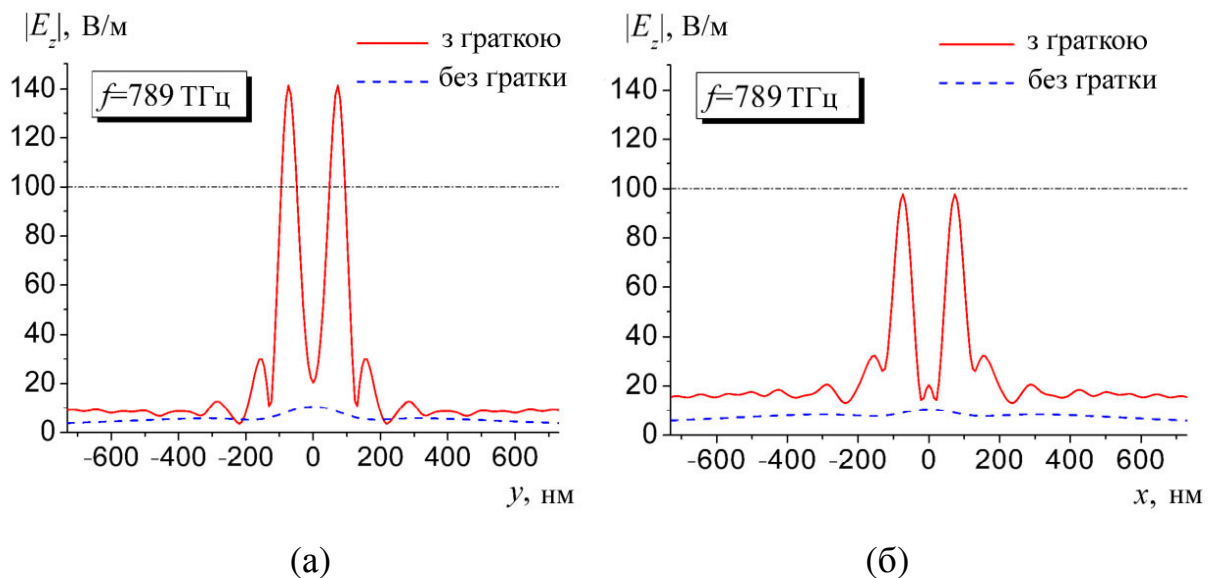


Рисунок 6.9 - Ілюстрація надроздільної здатності. Розподіл електричного поля в перетині площини спостереження і yz площини (площина джерел) (а), xz площини (б)

На рис. 6.9б ми також показуємо розподіл поля вздовж напрямку x з $y = 0$ та $z = 229$ нм (зауважте, що два джерела зміщені вздовж y). Існують сильні інтерференційні максимуми, які зумовлені суперпозицією полів двох когерентних джерел. Дійсно, як вже було видно на рис. 6.6 і 6.7, поле, створюване одним джерелом, у площині спостереження має кілька максимумів. З аналізу поля кожного джерела, не показаного тут (приклад можна побачити в [281]), поле си-

льне в кільцевій області площини зображення (у площині xu при фіксованому z) навколо кожного з джерел. Отже, інтерференційні максимуми, що створюються двома джерелами, можуть виникати в точках перетину відповідних двох кілець.

На рис. 6.9б ці максимуми майже досягають рівня напівпотужності максимуму поля на рис. 6.9а. Їх рівень можна зменшити шляхом оптимізації. Тривимірний рис. 6.10 ілюструє розподіл електричного поля в площині зображення. Результати чітко демонструють сильне посилення згасних полів, а також субхвильове фокусування, оскільки два піки, що відповідають двом близько розташованим джерелам чітко розрізняються.

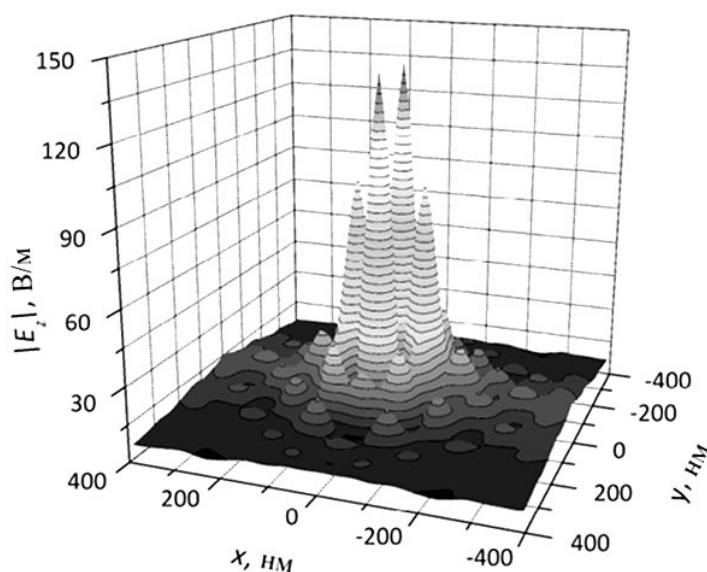


Рисунок 6.10 - Ілюстрація надроздільної здатності. Розподіл електричного поля в площині спостереження (в)

6.5 Вплив відстані h між двома шарами

Рисунки 6.11-6.13 ілюструють вплив відстані h між двома шарами на збудження нанокулів і на результатівне посилення ближнього поля. Усі інші параметри було зафіксовано: дипольне джерело знаходиться у положенні $\mathbf{r}_s = 0$, шари мають періоди $a = b = 73$ нм, а нижній шар знаходиться на 73 нм над джерелом. Точка спостереження розміщена на відстані 73 нм над верхнім шаром в $\mathbf{r}_{\text{obs}} = (2a + h)\hat{\mathbf{z}}$. Відстань h між шарами змінюється. Цікаво відзначити, що дипольний момент p_1 нанокулі в положенні $(x,y) = (0,0)$ у найближчому до джерела шарі більший за збуджувальний дипольний момент p_s (рис. 6.11). Іншими словами $|p_1|/|p_s| > 1$ в широкому діапазоні частот і відстаней h . Зверніть увагу, що при великих значеннях h дипольний момент p_1 у першому шарі нанокулів від h не залежить, як показано паралельними вертикальними лініями на рис. 6.11, оскільки інтерференція між двома шарами нанокулів стає слабкою. Найсильніше посилення ближнього поля відповідає найсильнішому збудженню обох шарів, особливо другого шару p_2 . Максимуми $|p_1|/|p_s|$ і $|p_2|/|p_s|$ на рис. 6.11 і 6.12 мають близьке розташування (найтемніші регіони), що також відповідає найсильнішому посиленню ближнього поля, як показано на рис. 6.13 для двох шарів нанокулів. Ці результати важливі для того, щоб показати, що на будь-якій конкретній частоті існує оптимальна відстань h , яка максимізує посилення ближнього поля. Для кожного малого значення h існує дві частоти, що дають максимальне посилення ближнього поля. На рис. 6.12 видно, що для сильного збудження другого шару відстань h не повинна перевищувати подвоєного періоду ґратки, оскільки в іншому випадку другий шар не може бути збуджений досить сильно випромінювальним полем від першого шару. Загалом, сильне збудження другого шару передбачає сильне посилення ближнього поля,

як показано на рис. 6.13. Однак, що також показано на рис. 6.13, більші значення міжшарової відстані h можуть також призводити до сильного посилення ближнього поля, оскільки попри слабке збудження другого шару у цьому випадку падаюче поле буде ще значно слабкішим через велику відстань між джерелом і площиною спостереження $|\mathbf{r}_{\text{obs}} - \mathbf{r}_S| = 2a + h$. Як приклад, можна навести посилення ближнього поля на 30 дБ при $\lambda = 375$ нм для $h = 190$ нм, тобто для $|\mathbf{r}_{\text{obs}} - \mathbf{r}_S| = 336$ нм.

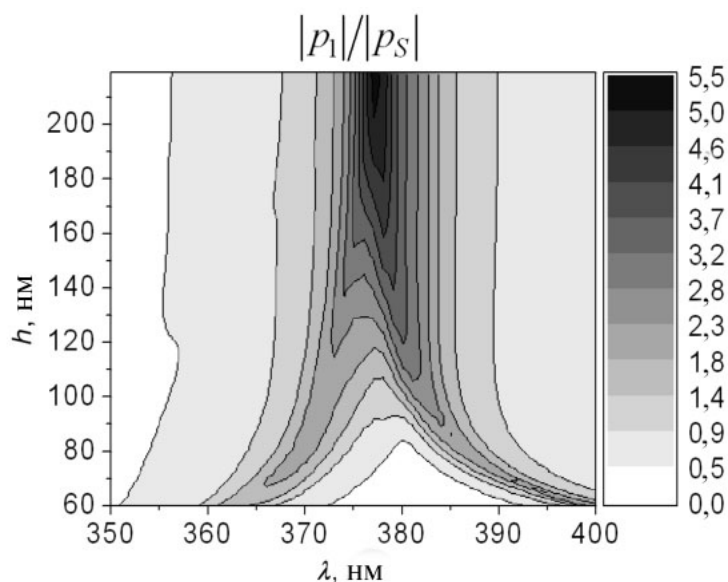


Рисунок 6.11 – Дипольний момент p_1 , нормалізований до дипольного моменту джерела p_S , в найближчому до джерела шарі наноккуль в залежності від відстані h між двома шарами та довжини хвилі

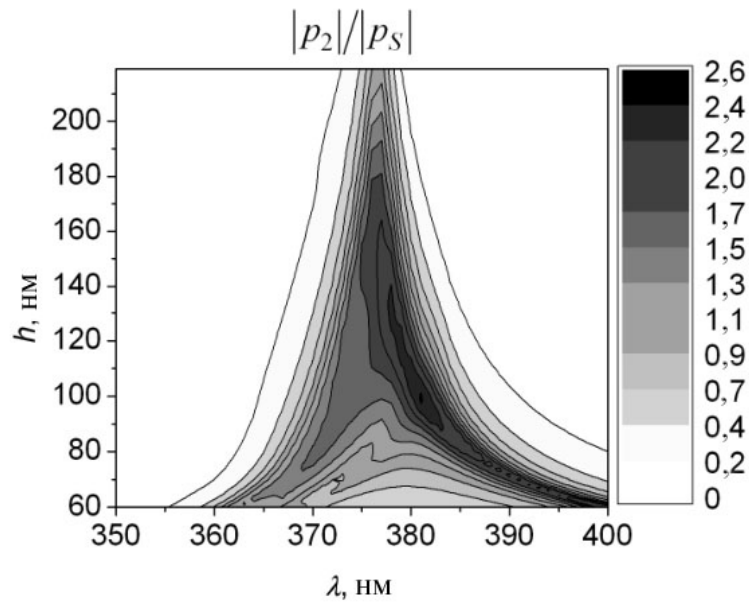


Рисунок 6.12 – Залежність аналогічна зображеній на рис. 6.11 для дипольного моменту p_2 другого шару

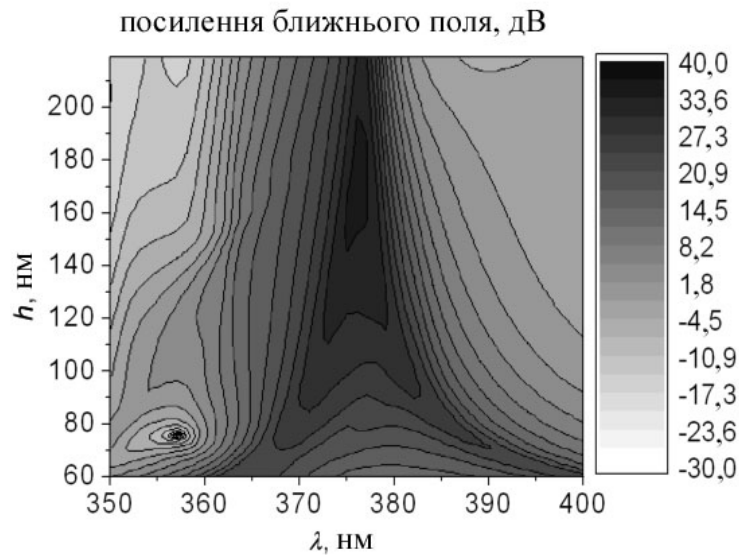


Рисунок 6.13 – Посилення ближнього поля в точці спостереження $\mathbf{r}_{\text{obs}} = (2a + h)\hat{\mathbf{z}}$ в залежності від відстані h між шарами та довжини хвилі. Найтемніші регіони представляють максимальне посилення ближнього поля

6.6 Прискорення періодичної функції Гріна методом Евальда

Тут показано, як функції $G^\infty(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{k}_t)$, $\check{G}^\infty(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{k}_t)$, $\nabla G^\infty(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{k}_t)$, $\frac{\partial^2 G^\infty}{\partial \mathbf{r}^2}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{k}_t)$, і $\frac{\partial^2 \check{G}^\infty}{\partial \mathbf{r}^2}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{k}_t)$, що використовуються у розділі 6, розраховуються методом Евальда [258-260] в точці $\mathbf{r} = \boldsymbol{\rho} + z\hat{\mathbf{z}}$, для дипольного джерела в точці $\mathbf{r}' = \boldsymbol{\rho}' + z'\hat{\mathbf{z}}$. Цей підхід значно швидший, ніж підхід, що базується на аналітичному відокремленні повільно збіжної частини ряду [276].

Зображення Евальда для двовимірно періодичної скалярної функції Гріна в (6.13) має вигляд [209, 258, 259]

$$G^\infty(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{k}_t) = G_{\text{spectral}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{k}_t) + G_{\text{spatial}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{k}_t) \quad (6.23)$$

3

$$G_{\text{spectral}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{k}_t) = \frac{1}{4jA} \sum_{p,q=-\infty}^{\infty} \frac{f_{pq}(z-z')}{k_{zpq}} e^{-jk_{tpq}(\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}')} \quad (6.24)$$

$$G_{\text{spatial}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{k}_t) = \frac{1}{8\pi} \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} \frac{f(R_{mn})}{R_{mn}} e^{-j\mathbf{k}_t \cdot \boldsymbol{\rho}_{mn}}. \quad (6.25)$$

Тут $A = ab$ - площа елементарної комірки,

$$\mathbf{k}_{tpq} = k_{xp}\hat{\mathbf{x}} + k_{yq}\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{k}_t + \frac{2\pi p}{a}\hat{\mathbf{x}} + \frac{2\pi q}{b}\hat{\mathbf{y}} \quad (6.26)$$

є поперечним хвильовим вектором з компонентами

$$k_{xp} = k_x + \frac{2\pi p}{a}, \quad k_{yq} = k_y + \frac{2\pi q}{b} \quad (6.27)$$

і

$$k_{zpq} = \sqrt{k^2 - \mathbf{k}_{tpq}^2} \quad (6.28)$$

- амплітуда z-спрямованого хвильового вектора (на основному листі ріманової поверхні обирається значення з $\text{Im} k_{zpq} \leq 0$). Крім того, $R_{mn} = |\mathbf{R}_{mn}|$, з $\mathbf{R}_{mn} = \mathbf{r} - (\mathbf{r}' + \boldsymbol{\rho}_{mn})$, і $\boldsymbol{\rho}_{mn} = ma\hat{\mathbf{x}} + nb\hat{\mathbf{y}}$. Зручно визначити такі функції:

$$f_{pq}(z) = e^{jk_{zpq}|z|} \text{erfc}(\alpha_{pq}^+) + e^{-jk_{zpq}|z|} \text{erfc}(\alpha_{pq}^-) \quad (6.29)$$

$$\alpha_{pq}^{\pm} = \frac{jk_{zpq}}{2E} \pm zE \quad (6.30)$$

і

$$f(R) = e^{jkR} \text{erfc}(\beta^+) + e^{-jkR} \text{erfc}(\beta^-) \quad (6.31)$$

$$\beta^{\pm} = ER \pm \frac{jk}{2E}. \quad (6.32)$$

Тут E - параметр розбиття Евальда, значення якого наведено в (6.44). Додаткова функція помилки визначається як

$$\text{erfc}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_z^{\infty} e^{-t^2} dt. \quad (6.33)$$

Для градієнта $G^{\infty}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{k}_t)$ отримуємо

$$\nabla G^{\infty}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{k}_t) = \nabla G_{\text{spectral}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{k}_t) + \nabla G_{\text{spatial}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{k}_t), \quad (6.34)$$

де

$$\nabla G_{\text{spectral}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{k}_t) = \frac{1}{4jA} \sum_{p,q=-\infty}^{\infty} \frac{e^{-j\mathbf{k}_{tpq} \cdot (\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}')}}}{k_{zpq}} \left[\hat{\mathbf{z}} f'_{pq}(z - z') - j\mathbf{k}_{tpq} f_{pq}(z - z') \right], \quad (6.35)$$

$$\nabla G_{\text{spatial}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{k}_t) = \frac{1}{8\pi} \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} e^{-j\mathbf{k}_t \cdot \boldsymbol{\rho}_{mn}} \left(\frac{f'(R_{mn})}{R_{mn}^2} - \frac{f(R_{mn})}{R_{mn}^3} \right) \mathbf{R}_{mn}. \quad (6.36)$$

Для афінора $\partial^2 G^\infty / \partial \mathbf{r}^2$ з других похідних $G^\infty(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{k}_t)$, визначеної у (6.7), отримуємо

$$\frac{\partial^2 G^\infty}{\partial \mathbf{r}^2}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{k}_t) = \frac{\partial^2 G_{\text{spectral}}}{\partial \mathbf{r}^2}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{k}_t) + \frac{\partial^2 G_{\text{spatial}}}{\partial \mathbf{r}^2}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{k}_t), \quad (6.37)$$

де

$$\frac{\partial^2 G_{\text{spectral}}}{\partial \mathbf{r}^2}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{k}_t) = -\frac{1}{4jA} \sum_{p,q=-\infty}^{\infty} \frac{1}{k_{zpq}} e^{-j\mathbf{k}_{tpq} \cdot (\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}')} \underline{\mathbf{F}}_{\text{spectral}, pq}(z - z'), \quad (6.38)$$

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{F}}_{\text{spectral}, pq}(z) &= \begin{pmatrix} k_{xp}^2 f_{pq}(z) & k_{xp} k_{yq} f_{pq}(z) & jk_{xp} f'_{pq}(z) \\ k_{xp} k_{yq} f_{pq}(z) & k_{yq}^2 f_{pq}(z) & jk_{yq} f'_{pq}(z) \\ jk_{xp} f'_{pq}(z) & jk_{yq} f'_{pq}(z) & -f''_{pq}(z) \end{pmatrix} = \\ &= \mathbf{k}_{iqp} \mathbf{k}_{iqp} f_{pq}(z) + j(\mathbf{k}_{iqp} \hat{\mathbf{z}} + \hat{\mathbf{z}} \mathbf{k}_{iqp}) f'_{pq}(z) - \hat{\mathbf{z}} \hat{\mathbf{z}} f''_{pq}(z), \end{aligned} \quad (6.39)$$

$$\frac{\partial^2 G_{\text{spatial}}}{\partial \mathbf{r}^2}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{k}_t) = \frac{1}{8\pi} \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} e^{-j\mathbf{k}_t \cdot \boldsymbol{\rho}_{mn}} \underline{\mathbf{F}}_{\text{spatial}, mn}, \quad (6.40)$$

$$\underline{\mathbf{F}}_{\text{spatial}, mn} = \left(\frac{f'(R_{mn})}{R_{mn}^2} - \frac{f(R_{mn})}{R_{mn}^3} \right) \mathbf{I} + \left(\frac{f''(R_{mn})}{R_{mn}^3} - \frac{3f'(R_{mn})}{R_{mn}^4} + \frac{3f(R_{mn})}{R_{mn}^5} \right) \mathbf{R}_{mn} \mathbf{R}_{mn}. \quad (6.41)$$

Для великих значень z , функція $\text{erfc}(z)$ має асимптотичне наближення $\text{erfc}(z) \sim e^{-z^2} / (\sqrt{\pi} z)$. Тому всі ряди в (6.24), (6.25), (6.35), (6.36), (6.38), і (6.40)

мають гавсову збіжність з m, n та p, q . Для їх розрахунку достатньо лише кілька доданків, як правило вистачає $m, n, p, q = -1, 0, 1$.

Регуляризовані функції Гріна $\check{G}^\infty(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{k}_t)$, $\frac{\partial \check{G}^\infty}{\partial \mathbf{r}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{k}_t)$ (мексиканський капелюх $\check{}$ позначає регуляризовані функції Гріна) можна розрахувати шляхом віднімання доданку $(m, n) = (0, 0)$ з просторових зображень $G^\infty(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{k}_t)$, $\frac{\partial G^\infty}{\partial \mathbf{r}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \mathbf{k}_t)$ (наприклад, (6.13)) з виразів (6.23) і (6.37). Для задачі, що розглядається в розділі 6, потрібні ці регуляризовані значення лише для $\mathbf{r} = \mathbf{r}'$. У цьому випадку

$$\check{G}^\infty(\mathbf{r}, \mathbf{r}, \mathbf{k}_t) = G_{\text{spectral}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}, \mathbf{k}_t) + \check{G}_{\text{spatial}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}, \mathbf{k}_t), \quad (6.42)$$

$$\frac{\partial^2 \check{G}^\infty}{\partial \mathbf{r}^2}(\mathbf{r}, \mathbf{r}, \mathbf{k}_t) = \frac{\partial^2 G_{\text{spectral}}}{\partial \mathbf{r}^2}(\mathbf{r}, \mathbf{r}, \mathbf{k}_t) + \frac{\partial^2 \check{G}_{\text{spatial}}}{\partial \mathbf{r}^2}(\mathbf{r}, \mathbf{r}, \mathbf{k}_t), \quad (6.43)$$

де регуляризовані доданки розраховуються за формулами

$$\begin{aligned} \check{G}_{\text{spatial}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}, \mathbf{k}_t) &= \frac{1}{8\pi} \sum_{\substack{m, n=-\infty \\ (m, n) \neq (0, 0)}}^{\infty} \frac{f(R_{mn})}{R_{mn}} e^{-j\mathbf{k}_t \cdot \mathbf{p}_{mn}} + \lim_{r \rightarrow 0} \left(\frac{1}{8\pi} \frac{f(r)}{r} - \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \right) = \\ &= \frac{1}{8\pi} \sum_{\substack{m, n=-\infty \\ (m, n) \neq (0, 0)}}^{\infty} \frac{f(R_{mn})}{R_{mn}} e^{-j\mathbf{k}_t \cdot \mathbf{p}_{mn}} + \frac{1}{8\pi} (f'(0) + 2jk), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \check{G}_{\text{spatial}}}{\partial \mathbf{r}^2}(\mathbf{r}, \mathbf{r}, \mathbf{k}_t) &= \frac{1}{8\pi} \sum_{\substack{m, n=-\infty \\ (m, n) \neq (0, 0)}}^{\infty} e^{-j\mathbf{k}_t \cdot \mathbf{p}_{mn}} \mathbf{F}_{\text{spatial}, mn} + \lim_{r \rightarrow 0} \left(\mathbf{F}_{\text{spatial}, 00} \Big|_{\mathbf{R}_{00}=\mathbf{r}} - \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{r}^2} \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \right) = \\ &= \frac{1}{8\pi} \sum_{\substack{m, n=-\infty \\ (m, n) \neq (0, 0)}}^{\infty} e^{-j\mathbf{k}_t \cdot \mathbf{p}_{mn}} \mathbf{F}_{\text{spatial}, mn} + \frac{1}{24\pi} (f'''(0) - 2jk^3) \mathbf{I}. \end{aligned}$$

«Оптимальним» значенням параметра E , що призводить до однакової асимптотичної швидкості збіжності для G_{spectral} і G_{spatial} рядів, є [259, 260]

$$E_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{\pi}{A}}. \quad (6.44)$$

При такому виборі E швидкість збіжності експоненційно і однакова для просторового і спектрального рядів. Цей вибір E також мінімізує загальну кількість доданків, що складаються.

6.7 Висновки до розділу 6

1. Досліджено властивості посилення ближнього поля та субхвильового фокусування шарами нескінченних ґраток з металевих нанокул на оптичних частотах при збудженні дипольним джерелом, орієнтованим ортогонально площині ґраток. Раніше подібні дослідження проводились для ґраток скінченної протяжності і лише для одного та двох шарів. Основними перевагами такої постановки задачі є те, що на досліджені явища не впливають ефекти, спричинені усіканням ґраток, а також можливість використовувати більш ефективні алгоритми для чисельного дослідження на основі методу сканувальних ґраток у поєднанні з методом Евальда, чий діадичні вирази отримано вперше.
2. Ефекти посилення ближнього поля та субхвильового фокусування досліджено для одношарових та багатшарових ґраток з металевих нанокул. Показано, що частоти, що забезпечують ці явища відповідають плоским частинам дисперсійних кривих для мод, поляризованих ортогонально ґраткам. Ця особливість забезпечує спосіб прогнозування та оптимізації ефектів поси-

лення ближнього поля та субхвильового фокусування на основі дисперсійних характеристик ґраток.

3. Досліджено вплив відстані між шарами ґраток на резонансне збудження кожного шару та на частоту максимального посилення ближнього поля і визначено певні оптимальні значення.

ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі запропоновано узагальнення чисельно-аналітичних методів (зокрема, методу часткових областей), що було спонуковано необхідністю розв'язання практичних задач електродинаміки. Запропоновані методи реалізовано в програмному забезпеченні для розв'язання векторних задач аналізу складних 3D хвилевідних вузлів із довільними кусково-координатними границями в декартовій або циліндричній системах координат, що також включає шаруваті періодичні структури. Розроблене програмне забезпечення дозволило знайти ряд пристроїв, що базуються на нестандартних підходах, наприклад, використовують взаємодію неоднорідностей ближніми полями, нові типи власних коливань тривимірних відкритих об'єктів та явище штучної оптичної активності. Надалі планується узагальнити метод часткових областей для розрахунку екранів ємнісного типу, в яких елементарні комірки утворено провідниками складної форми.

У роботі вперше побудовано узагальнення методу часткових областей для розрахунку власних мод хвилеводів складного перерізу з координатними границями в циліндричній системі координат.

Запропоновано метод аналізу хвилеводів складного поперечного перерізу з комбінованими координатними границями, частину з яких задано в декартовій, а іншу частину в циліндричній системі координат. Метод використовує ступінчасту апроксимацію частини границь, що задано в циліндричній системі координат. Його було використано для оптимізації ширококутового поляризатора в коаксіальному хвилеводі.

Показано перевагу зведення задачі про зчленування двох хвилеводів, перерізи яких накладаються, до системи лінійних алгебраїчних рівнянь першого роду шляхом проєкціювання полів на власні функції загальної апертури в порівнянні з традиційним підходом, що вводить в розгляд «віртуальний» хвилевід нульової довжини.

Розроблено алгоритми розрахунку площинних зчленувань круглого хвилеводу з діелектричною вставкою з круглим і коаксіальним хвилеводами. При цьому запропоновано оригінальні зображення для асиметричних мод і характеристичного рівняння круглого хвилеводу з діелектричною вставкою. На відміну від стандартних вони не мають особливостей в критичних точках.

Побудоване узагальнення методу часткових областей для розрахунку площинного зчленування широкого круглого хвилеводу з хвилеводами складного поперечного перерізу в декартовій системі координат дозволило запропонувати компактний обертач площини поляризації в круглому хвилеводі, що може перебудовуватися на потрібний кут обертання. Його поздовжній розмір становить лише $\lambda/30$.

Встановлено відповідність між геометричними параметрами і формою діаграми спрямованості, що формується у двовимірній задачі випромінювання E і H -поляризованої хвилі з апертури плоскопаралельного хвилеводу з гребінками на фланцях. Для випадку H -поляризації відповідність також встановлено між формою діаграми спрямованості і власними режимами відбивної ґратки типу «гребінка».

Запропоновано метод оптимізації необхідного розподілу поля на апертурі антени витічних хвиль, що складається з планарного діелектричного хвилеводу та гребінки. З його допомогою розв'язано задачу оптимізації профілю гребінки (глибин канавок і ширин ламелей) для отримання розподілу типу «косинус на п'єдесталі» на апертурі антени.

Запропоновано підхід до аналізу власних хвиль тривимірних періодичних структур, розміщених у хвилеводі, що базується на методі часткових областей і використовує узагальнену матрицю розсіяння окремої неоднорідності. З його допомогою було побудовано модель тривимірної сповільнювальної системи клинотрона.

Побудовано узагальнення методу часткових областей для розрахунку матриці розсіяння напівнескінченної сповільнювальної системи. Отримана матриця розсіяння використовується для побудови «гарячої» моделі резонаторів в пристроях вакуумної електроніки.

Отримано зручні для обчислення зображення функцій Гріна для періодичних ґраток із диполів у вільному просторі з використанням методу Евальда. Знайдено дисперсійні характеристики власних мод періодичних ґраток із плазмонних нанокулів в дипольному наближенні.

Встановлено відповідність між ефектами посилення ближнього поля та субхвильового фокусування за допомогою періодичних шарів із плазмонних нанокулів з особливостями дисперсійних характеристик їх власних поперечних мод.

Досліджено кіральні метаатоми, що є дієдральними комірками в круглому хвилеводі. Продемонстровано ланцюжок сформованих власних коливань від окремого площинного зчленування до всієї комірки в цілому.

Подяки. Автор висловлює свою щирю подяку науковому консультанту А. О. Кириленку за цінні поради, здорову критику і всебічну допомогу в роботі над дисертаційною роботою; О. М. Кулешову за формулювання цікавої задачі; В. М. Деркачу та Є. М. Острижному за проведення експерименту. Автор також вдячний О. Г. Стешенку та О. А. Блінніковій та за допомогу в оформленні дисертації.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. E. Lüneburg, K. Westpfahl, “Diffraction Theory by Means of Singular Integral Equations. VI Diffraction of Plane Waves by an Infinite Strip Grating”, *Annalen der Physik*, vol. 482, no. 3, pp. 257-288, 1971.
2. В. Д. Лукьянов, “Точное решение задачи о дифракции на решетке наклонно падающей плоской волны”, *Журнал технической физики*, Т. 51, № 10, с. 2001-2006, 1981.
3. Ю. К. Сиренко, “О возможности аналитического решения некоторых классических задач теории дифракции”, *Журнал вычислительной математики и математической физики*, Т. 23, № 3, с. 733-737, 1983.
4. R. Mittra, S. W. Lee, *Analytical techniques in the theory of guided waves*, New York : Macmillan New York, 302 p., 1971.
5. F. Berz, “Reflection and refraction of microwaves at a set of parallel metallic plates”, *Proceedings of the IEE-Part III: Radio and Communication Engineering*, vol. 98, no. 51, pp. 47-55, 1951.
6. E. A. N. Whitehead, “The theory of parallel-plate media for microwave lenses”, *Proceedings of the IEE-Part III: Radio and Communication Engineering*, vol. 98, no. 52, pp. 133-140, 1951.
7. R. A. Hurd, H. Gruenberg, “H-plane bifurcation of rectangular waveguides”, *Canadian Journal of Physics*, vol. 32, no. 11, pp. 694-701, 1954.
8. Б. Нобл, *Метод Винера-Хопфа*, М.: Издательство иностранной литературы, 279 с., 1962.
9. В. П. Шестопапов, А. А. Кириленко, С. А. Масалов, *Матричные уравнения типа светрки в теории дифракции*, К.: Наукова думка, 296 с., 1984.
10. Л. А. Вайнштейн, *Теория дифракции и метод факторизации*, М.: Наука, 431 с., 1966.

11. А. А. Самарский, Е. С. Николаев, *Методы решения сеточных уравнений*, Главная редакция физико-математической литературы Изд-ва «Наука», М. 592 с., 1978.
12. J. Jin, *The Finite Element Method in Electromagnetics*, Wiley-IEEE Press, 876 p., 2014.
13. В. Л. Пазинін, *Моделювання і аналіз процесів пасивної та активної компресії електромагнітних імпульсів мікрохвильового і оптичного діапазонів*, дис. доктора фіз.-мат. наук, ІРЕ ім. О. Я. Усикова НАН України, Харків, 2019.
14. K. S. Kunz, R. J. Luebbers, *The Finite Difference Time Domain Method for Electromagnetics*, CRC Press, 464 p., 2019.
15. W. C. Gibson, *The Method of Moments in Electromagnetics*, 2nd Edition, Chapman and Hall/CRC, 450 p. 2015.
16. В. В. Никольский, Т. И. Никольская, *Электродинамика и распространение радиоволн*, М.: Наука, 544 с., 1989
17. P. Matras, R. Bunger and F. Arndt, "Mode-matching analysis of the step discontinuity in elliptical waveguides", *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, vol. 6, no. 3, pp. 143-145, 1996.
18. J. A. Ruiz-Cruz, J. R. Montejo-Garai, J. M. Rebollar, "Computer Aided Design of Waveguide Devices by Mode-Matching Methods", in *Passive Microwave Components and Antennas*, Ed. by V. Zhurbenko, Vukovar, Croatia: InTech, p. 117–140, 2010
19. A. Alex-Amor, F. Ghasemifard, G. Valerio, M. Ebrahimpouri, P. Padilla, J. M. F. González, O. Quevedo-Teruel, "Glide-symmetric metallic structures with elliptical holes for lens compression", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 68, no. 10, pp. 4236-4248, 2020.
20. W. C. Hahn, "A New Method for the Calculation of Cavity Resonators", *Journal of Applied Physics*, vol. 12, no. 1, p. 62, 1941.
21. Г. В. Кисунько, *Электродинамика полых систем*, Л.: Изд-во ВКАС, 426 с., 1949.

22. Г. И. Веселов, *Метод частичных областей для электродинамических задач с некоординатными границами (продольно-регулярные системы)*, Автореф. дис. д-ра техн. наук, М., 31 с., 1971.
23. Г. И. Веселов, Н. И. Платонов, Е. С. Слесарев, “Об учете особенностей электромагнитных полей в методе частичных областей”, *Радиотехника*, Т. 35, № 5, с. 27-34, 1980.
24. J. Uher, J. Bornemann, U. Rosenberg, *Waveguide components for antenna feed systems: Theory and CAD*, Artech House Publishers., 1993
25. А.А. Kirilenko, V.I. Tkachenko, L.A. Rud, and al., “The mode-matching technique and fast numerical models of arbitrary coordinate waveguide objects,” in *Quasi-optical control of intense microwave transmission*, Netherlands, Springer, pp.41-53, 2005.
26. А. Orfanidis, G. Kyriacou, J. Sahalos, “A mode-matching technique for the study of circular and coaxial waveguide discontinuities based on closed-form coupling integrals”, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 48, no. 5, pp. 880–883, 2000.
27. Л. Т. Позняк, “О строгом обосновании и оценке скорости сходимости метода частичных областей в двумерных задачах о собственных значениях оператора Лапласа”, *Журнал вычислительной математики и мат. физики*, Т. 30, № 7, с. 1057–1071, 1990.
28. Y. H. Cho, D. H. Kwon, “Efficient mode-matching analysis of 2-D scattering by periodic array of circular cylinders”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 61, no. 3, pp. 1327-1333, 2012.
29. Y. H. Cho, D. H. Kwon, “Efficient analytical evaluation of complex dispersion relations of a multiple-row periodic array of magnetodielectric circular cylinders”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 66, no. 5, pp. 2449-2457, 2018.
30. F. Dai, “Scattering and transmission matrix representations of multiguide junctions”, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 40, No. 7, pp. 1538–1544, 1992.

31. А. С. Ильинский, Е. Ю. Фоменко, “Исследование бесконечномерных систем линейных алгебраических уравнений II рода в волноводных задачах дифракции”, *Журнал вычислительной математики и мат. физики*, Т. 31, № 3, с. 339–352, 1991.
32. J. M. Damaschke, S. Amari, J. Bornemann, “Fast and accurate mode-spectrum analysis of waveguide structures using a new set of edge-conditioned basis functions”, *International Journal of RF and Microwave Computer-Aided Engineering*, Vol. 8, no. 3, pp. 215–225, 1998.
33. J. P. Montgomery, “On the Complete Eigenvalue Solution of Ridged Waveguide”, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 19, no. 6, pp. 547–555, 1971.
34. S. Amari, A. Motamedi, J. Bornemann, R. Vahldieck, “Global edge-conditioned basis functions from local solutions of Maxwell's equations”, *IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest : int. sc. conf.: proceedings*, Denver, USA, pp. 1373–1376, 1997 .
35. S. Amari, J. Bornemann, R. Vahldieck, “A Comparative Study of Two Integral-Equation Formulations of Te Modes in Circular Ridged Waveguide”, *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, Vol. 11, no. 8, pp. 1057–1072, 1997.
36. S. Amari, J. Bornemann, R. Vahldieck, “Application of a coupled-integral-equations technique to ridged waveguides”, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 44, no. 12, pp. 2256–2264, 1996.
37. А. М. Лерер, “Учет особенности на ребре при расчете критических частот и полей прямоугольного волновода с Т-выступом”, *Известия ВУЗов серия Радиоэлектроника*, Т. 17, № 9, с. 90–93, 1974.
38. А. М. Лерер, В. С. Михалевский, И. М. Чекрыгина, “П-волноводный направленный ответвитель типа "ТРАНСВАР"”, *Радиотехника и Электроника*, Т. , № 7, с. 1396–1401, 1975.
39. Л. Н. Дерюгин, “Расчет критической частоты П- и Н-волноводов”, *Радиотехника*, Т. 3, № 6, с. 49–61, 1948.

40. С. А. Приколотин, *Обобщение метода частичных областей с учетом условия на ребре для волноводных структур с произвольными декартово-координатными границами*, дис. ... канд. физ.-мат. наук., 01.04.03 – радио-физика, Харьков, 2012.
41. A. Wexler, "Solution of Waveguide Discontinuities by Modal Analysis", IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. 15, no. 9, pp. 508–517, 1967.
42. F. Ghasemifard, M. Norgren, O. Quevedo-Teruel, "Dispersion analysis of 2-D glide-symmetric corrugated metasurfaces using mode-matching technique", IEEE Microwave and Wireless Components Letters, vol. 28, no. 1, pp. 1-3, 2017.
43. O. Hemmatyar, M. A. Abbassi, B. Rahmani, M. Memarian, K. Mehrany, "Wide-Band/Angle Blazed Dual-Mode Metallic Groove Gratings", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 69, no. 1, pp. 379-386, 2020.
44. A.V. Bulashenko, S.I. Piltyay, I.V. Demchenko, "Wave matrix technique for waveguide iris polarizers simulation. Theory", J. Nano- Electron. Phys., Vol. 12, no 6, 06026, 2020.
45. J. Bornemann, S. S. Hesari, "Scattering matrix subtraction technique for mode-matching analysis of substrate integrated waveguide junctions", IEEE MTT-S International Conference on Numerical Electromagnetic and Multiphysics Modeling and Optimization for RF, Microwave, and Terahertz Applications (NEMO), pp. 1-3, 2017.
46. L. Wu, B. Yang, G. Wang, "Design of an automatic mode-matching system for MEMS gyroscope", Eighth International Conference on Instrumentation & Measurement, Computer, Communication and Control (IMCCC), pp. 207-211, 2018.
47. G. S. Rosa, J. R. Bergmann, F. L. Teixeira, "Mode-matching modeling of low-frequency wireless telemetry in deep oil fields", 11th European Conference on Antennas and Propagation (EUCAP). IEEE, pp. 1228-1232, 2017.

- 48.G. S. Rosa, J. R. Bergmann, “An Efficient Mode-Matching Solution for Open-Ended Coaxial Waveguides via Analytic Continuation of the Radial Space”, IEEE International Symposium on Antennas and Propagation & USNC/URSI National Radio Science Meeting, pp. 721-722, 2018.
- 49.A. Kusiek, “Finite element/mode-matching analysis of ferrite/dielectric line junctions of arbitrary cross-section”, Journal of Electromagnetic Waves and Applications, vol. 32, no. 1, pp. 67-76, 2018.
- 50.H. Patzelt, F. Arndt, “Double-Plane Steps in Rectangular Waveguides and their Application Transformers, Irises, and Filters”, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. 30, no. 5, pp. 771–776, 1982.
- 51.J. Bornemann, F. Arndt, “Modal-S-Matrix Design of Optimum Stepped Ridged and Finned Waveguide Transformers”, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. 35, no. 6, pp. 561–567, 1987.
- 52.J. Dittloff, F. Arndt, “Computer-aided design of slit-coupled H-plane T-junction diplexers with E-plane metal-insert filters”, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. 36, no. 12, pp. 1833–1840, 1988.
- 53.J. Esteban, J. M. Rebollar, “Mode spectrum of waveguides using a transverse S-matrix resonance method”, Antennas and Propagation Society International Symposium : int. sc. conf.: proceedings, pp. 1264–1267, 1989.
- 54.A. Kirilenko, D. Kulik, L. Rud, V. Tkachenko, P. Pramanick, “Electromagnetic modeling of multi-layer microwave circuits by the longitudinal decomposition approach”, IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest, vol. 2, pp. 1257–1260, 2001.
- 55.Л. Б. Минакова, *Спектральные и резонансные свойства волноводных систем, частично заполненных диэлектриком с потерями*, дис. ... канд. физ.-мат. наук., 01.04.03 – радиофизика, Харьков, 2003.
- 56.A. С. Раевский, С. Б. Раевский, *Комплексные волны*, М.: Радиотехника, 2010.

57. Г. И. Веселов, Л. А. Любимов, “К теории двухслойного диэлектрического волновода в цилиндрическом экране”, *Радиотехника и электроника*, Т. 8, №9, с. 1530-1541, 1963.
58. А. А. Кириленко, А. О. Перов, В. Н. Скрасанов, С. А. Стешенко, В. В. Гламаздин, М. П. Натаров, А. И. Шубный, “Многочастотный облучатель зеркальной антенны для криогенных приемных фокальных блоков радиотелескопов VLBI2010-сети нового поколения: синтез, проектирование, эксперимент”, *Космічна наука і технологія*, Т. 21, № 4, с. 24-31, 2015.
59. S. A. Prikolotin, S. A. Steshenko, D. Yu. Kulik, L. A. Rud, A. A. Kirilenko, “Fast Full 3D EM CAD of Waveguide Units Based on the Generalized Mode Matching Technique”, *Proc. of International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory*, Kharkiv, Ukraine, pp. 109-112, 2012
60. S. O. Steshenko, S. A. Prikolotin, D. J. Kulik, A. A. Kirilenko, L. A. Rud, L. P. Mospan, “Numerical determination of eigenmodes of an arbitrary waveguide with coordinate boundaries in cylindrical coordinate system”, *Proc. of International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory*, Kharkiv, Ukraine, pp. 240-242, 2013.
61. A. A. Kirilenko, D. Yu. Kulik, S. A. Prikolotin, L. A. Rud, S. A. Steshenko, “Stepped approximation technique for designing coaxial waveguide polarizers”, *Proc. of the IX International Conference on Antenna Theory and Techniques*, Odessa, Ukraine, pp. 470-472, 2013.
62. S. O. Steshenko, “On the characteristic equation for the dielectric-loaded circular waveguide”, *Proc. of International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory*, Kharkiv, Ukraine, 3 p., 2016.
63. S. Amari, J. Bornemann, and R. Vahldieck, “A Comparative Study of Two Integral-Equation Formulations of TE Modes in Circular Ridged Waveguide”, *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, Vol.11, pp. 1057-1072, 1997.

- 64.J. Bornemann, S. Amari, J. Uher “Analysis and Design of Circular Ridged Waveguide Components”, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Vol.47, No.3, pp. 330-335, 1999.
- 65.F.F. Dubrovka, S.I. Piltyay, “Electrodynamics boundary problem solution for sectoral coaxial ridged waveguides by integral equation technique”, *Radioelectronics and Communications Systems*, Vol. 55, No. 5, pp. 191–203, 2012.
- 66.A.A. Kirilenko, L.A. Rud, S.O. Steshenko, V.I. Tkachenko, “Stepped approximation technique in the problem on polarizer based on circular waveguide with rectangular ridges”, *Proc. 5th Int. Conf. on Antenna Theory and Techniques*, Kyiv, Ukraine, pp. 467-470, 2005.
- 67.С.А. Приколотин, А.А. Кириленко, “Метод частичных областей с учетом особенностей во внутренних задачах с произвольными кусочно-координатными границами. Часть 1. Спектры собственных волн ортогональных волноводов”, *Радиофизика и электроника*, Т. 15, № 1, с. 17–29, 2010.
- 68.A.A. Kirilenko, A.O. Perov, S.O. Steshenko, V.N. Skresanov, “Electrodynamic model of the three-band feed for VLBI 2010 radiotelescope reflector,” *Proc. X International Conference on Antenna Theory and Techniques*, Kharkiv, pp.324-326, 2015.
- 69.P.J.B. Clarricoats, B.C. Taylor, “Evanescent and propagating modes of dielectric-loaded circular waveguide,” *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, vol. 111, no. 12, pp. 1951-1956, 1964.
- 70.Г.И. Веселов, С.Б. Раевский, *Слоистые металло-диэлектрические волноводы*, М.: Радио и связь, 248 с., 1988.
- 71.R. Mittra and T. Itoh, “Analytical and numerical studies of the relative convergence phenomenon arising in the solution of an integral equation by the moment method”, *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.*, vol. 20, no. 2, pp. 96–104, 1972.

72. R. H. MacPhie and K. L. Wu, "Scattering at the junction of a rectangular waveguide and a larger circular waveguide", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 43, no.9, pp. 2041-2045, 1995.
73. A. A. Kirilenko, S. O. Steshenko, V. N. Derkach, S. A. Prikolotin, D. Y. Kulik, S. L. Prosvirnin, L. P. Mospan "Rotation of the polarization plane by double-layer planar-chiral structures. Review of the results of theoretical and experimental studies", *Radioelectronics and Communications Systems*, vol. 60, no. 5, pp. 193-205, 2017.
74. Д. Ю. Кулик, С. А. Стешенко, А. А. Кириленко "Компактные вращатели плоскости поляризации на заданный угол в квадратном волноводе" *Радиофизика и электроника*, Т.8(22), №1, с. 15-20, 2017.
75. A. A. Kirilenko, S. O. Steshenko, V. N. Derkach and Y. M. Ostryzhnyi, "A Tunable Compact Polarizer in a Circular Waveguide", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 67, no. 2, pp. 592-596, 2019.
76. A. A. Kirilenko, S. O. Steshenko, V. N. Derkach, Y. M. Ostrizhnyi, "Comparative analysis of tunable compact rotators", *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol. 33, no. 3, pp. 304-319, 2019.
77. А. А. Кириленко, Д. Ю. Кулик, Л. П. Мосьпан, С. А. Стешенко "Разработки лаборатории вычислительной электродинамики: от математических моделей до антенно-фидерных устройств", *Радиофизика и электроника*, Т.24, №2, с.3-14, 2019.
78. A. A. Kirilenko, S. O. Steshenko, V. N. Derkach, Y. M. Ostrizhnyi, L. P. Mospan, "Tunable polarization rotator on a pair of grooved flanges," *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol. 34, no. 17, pp. 2304-2316, 2020.
79. О. М. Ульянов, В. В. Захаренко, Є. А. Алексеєв, О. М. Резніченко, І. О. Кулагін, В. В. Будніков, В. І. Присяжний, А. В. Поїхало, В. В. Войтюк, В. М. Мамарев, В. В. Ожінсікий, В. П. Власенко, В. М. Чміль, І. К. Сундучков, М. М. Бердар, В. І. Лебідь, М. І. Паламар, А. В. Чайковський, Ю. В. Пастернак, М. А. Стрембицький, М. П. Натаров,

- С. О. Стешенко, В. В. Гламаздін, О. І. Шубний, А. О. Кириленко, Д. Ю. Кулик, “Створення радіотелескопу РТ-32 на базі антенної системи Mark-4В. 3. Гетеродини та власні шуми приймальної системи”, *Радіофізика і радіоастрономія*, Т. 25, №3, с. 175-192, 2020.
80. А. А. Kirilenko, D. Yu. Kulik, S. A. Prikolotin, L. A. Rud, S. A. Steshenko “Design and optimization of broadband ridged coaxial waveguide polarizers”, *Proc. of International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory*, Kharkiv, Ukraine, pp. 445-447, 2013.
81. А. А. Kirilenko, S. Steshenko, Y. Ostryzhnyi, “Topology of a Planar-chiral Iris as a Factor in Controlling the " Optical Activity" of a Bilayer Object”, *Proc. of IEEE Ukrainian Microwave Week*, Kharkiv, Ukraine, pp.555-558, 2020.
82. А. А. Kirilenko, and B. G. Tysik, “Connection of S-matrix of Waveguide and Periodical Structures with Complex Frequency Spectrum,” *Electromagnetics*, vol. 13, no. 3, pp. 301-318, 1993.
83. Л. П. Мосьпан, С. А. Приколотин, С. А. Стешенко, А. А. Кириленко “Спектральные характеристики прямоугольной волноводной секции с парой разновысоких прямоугольных штырей”, *Радиофизика и радиоастрономия*, Т. 18, № 4, с. 349-356, 2013.
84. С. А. Стешенко, С. А. Приколотин, А.А. Кириленко, Д. Ю. Кулик, Л. А. Рудь, С. Л. Сенкевич "Метод частичных областей с учетом особенностей во внутренних задачах с произвольными кусочно-координатными границами. Часть 2. Плоско-поперечные соединения и «in-line» объекты", *Радиофизика и электроника*, Т.4(18), №3, с. 13-21, 2013.
85. С. А. Стешенко "Алгоритм расчета плоскостных сочленений волноводов произвольного сечения с использованием собственных функций общей апертуры", *Радиофизика и электроника*, Т.4(18), №3, с. 22-27, 2013.
86. L. P. Mospan, S. O. Steshenko, “A multi-function resonator based on an asymmetric tri-post rectangular waveguide section,” *International Journal of Microwave and Wireless Technologies*, vol. 12, no. 10, pp. 1005-1011, 2020.

- 87.Л. П. Мосьпан, А. А. Кириленко, Д. Ю. Кулик, С. А. Стешенко, “Численное моделирование частотно-селективных поверхностей с П-образными апертурами”, *Радиофизика и электроника*, Т. 25, no. 1, с. 3-10, 2020.
- 88.S. Steshenko, A. Kirilenko, V. Maslov, “Mode Selective Properties of Concentric Metal Rings on a Dielectric Substrate in a Circular Waveguide”, *Proc. of IEEE 7th International Conference on Advanced Opto-electronics and Lasers*, Odessa, Ukraine, 3 p., 2016.
- 89.В. В. Никольский, Т. И. Никольская, *Декомпозиционный подход к задачам электродинамики*, Москва : Наука, 304 с., 1983.
- 90.А. А. Кириленко, В. И. Ткаченко, С. Л. Сенкевич, С. Ф. Кулишенко “Организация электродинамической сборки при расчете сложных волноводных объектов”, *Радиотехника и электроника*, Т. 52, № 6, с. 679-686, 2007.
- 91.K. L. Wu, R. H. MacPhie, “A rigorous analysis of a cross waveguide to large circular waveguide junction and its application in waveguide filter design”, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 45, no. 1, pp. 153-157, 1997.
- 92.M. Baralis, R. Tascone, A. Olivieri, O. A. Peverini, G. Virone, R. Orta, “Full-wave design of broadband compact waveguide step-twists”, *IEEE Microw. Wireless Compon. Lett.*, vol. 15, no. 2, pp. 134–136, 2005.
- 93.A. A. Kirilenko, D. Y. Kulik, L. A. Rud, “Compact 90° twist formed by a double corner-cut square waveguide section”, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 56, no. 7, pp. 1633-1637, 2008.
- 94.J. M. Rebollar, I. Esteban, E. Nava, “Analysis of waveguide discontinuities at zero distance”, *Proc. IEEE AP-S Int. Symp.*, Seattle, pp. 1078-1081, 1994.
- 95.K. L. Wu, “An optimal circular-waveguide dual-mode filter without tuning screws”, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 47, No. 3, pp. 271-276, 1999.
- 96.A. A. Kirilenko, D. Yu. Kulik, L. A. Rud, V. I. Tkachenko, and N. Herscovici, “Electromagnetic modeling and design of dual-band septum polarizers”,

Applied Computational Electromagnetics Society Journal, vol. 21, No. 2, pp. 155-162, 2006.

97. J. Bornemann, M. Mokhtaari, "Initial design and optimization of broad-band and dual-band square-to-circular waveguide transitions", *Asia-Pacific Microwave Conference Proceedings*, IEEE, vol. 2, 2005.
98. L. Zhang, C. R. Donaldson, A. W. Cross, and W. He, "A Pillbox Window with Impedance Matching Sections for a W-Band Gyro-TWA", *IEEE Electron Device Letters*, vol. 39, No. 7, pp. 1081-1084, 2018.
99. P. Lenoir, S. Bila, D. Baillargeat, and S. Verdeyme, "Development of an electromagnetic tool for the accurate synthesis of manifold multiplexers: The dynamic inverter", *International Journal of RF and Microwave Computer-Aided Engineering: Co-sponsored by the Center for Advanced Manufacturing and Packaging of Microwave, Optical, and Digital Electronics (CAMPmode) at the University of Colorado at Boulder*, vol. 15, No. 3, pp. 278-285, 2005.
100. E. K. Duerr, *Millimeter-wave integrated horn antennas*, Doctoral dissertation, Massachusetts Institute of Technology, 1998.
101. R. H. MacPhie and K. L. Wu, "A full-wave modal analysis of arbitrarily shaped waveguide discontinuities using the finite plane-wave series expansion", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 47, No. 2, pp. 232-237, 1999.
102. Z. Shen and X. Lu, "Modal analysis of a rectangular waveguide with rounded sides", *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 33, No. 5, pp. 365-368, 2002.
103. R. E. Collin, *Foundations for Microwave Engineering*, 2nd Ed. New York: McGraw-Hill, 924 p, 1992.
104. R. I. Henderson, P. J. Richards, "Compact circularly-polarized coaxial feed", *Proc. 9th Int. Conf. on Antennas and Propagation*, London, Vol. 1, 327-330, 1995.

105. R. H. Holden, F. Beltran, and J. J. Hanlin, *Radiofrequency antenna feed structures having coaxial waveguide and asymmetric septum*, US Patent 6 724 277 B2, 2004.
106. R.W. Gruner, “Compact dual-polarized diplexers for 4/6-GHz Earth station applications”, *IEEE Int. Antennas Propagat. Symp. Dig.*, Stanford, CA, USA, 341 – 344, 1977.
107. G. Figlia, D. Forigo, F. Mercurio, and D. Savini, “An iris polarizer in coaxial waveguide”, *IEEE Int. Antennas Propagat. Symp. Dig.*, San Jose, CA, USA, Vol. 2, 961 – 964, 1989.
108. G. Figlia, D. Forigo, F. Mercurio, and D. Savini, *Coaxial-waveguide phase shifter*, US Patent 4 982 171, 1991.
109. A. V. Rogacheva, V. A. Fedotov, A. S. Schwanecke, and N. I. Zheludev, “Giant gyrotropy due to electromagnetic-field coupling in a bilayered chiral structure,” *Phys Rev Lett.*, vol. 97, no. 17, p. 177401, 2006.
110. R. Zhao, L. Zhang, J. Zhou, Th. Koschny, and C. M. Soukoulis, “Conjugated gammadion chiral metamaterial with uniaxial optical activity and negative refractive index”, *Phys. Rev. B*, no. 83, p. 035105, 2011.
111. K. Song, C. Ding, Z. Su, Y. Liu, C. Luo, X. Zhao, K. Bhattarai, and J. Zhou, “Planar composite chiral metamaterial with broadband dispersionless polarization rotation and high transmission”, *J. Appl. Phys.*, no. 120, p. 245102, 2016.
112. D. Zarifi , M. Soleimani & V. Nayyeri “A Novel Dual-Band Chiral Metamaterial Structure with Giant Optical Activity and Negative Refractive Index”, *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol. 26, no. 2-3, 251-263, 2012.
113. A. Kirilenko, N. Kolmakova, S. Prikolotin, and A. Perov, “Simple example of polarization plane rotation by the fringing fields interaction,” *EuMW-2013*, Nuremberg (Ger), pp. 936-938, Oct, 6-11, 2013.

114. M. Giloan, R. Gutt, and G. Saplacan, "Optical chiral metamaterial based on meta-atoms with three-fold rotational symmetry arranged in hexagonal lattice," *Journal of Optics*, vol. 17, no. 8, p. 085102, 2015.
115. Bai B, Svirko Y, Turunen J, et al. "Optical activity in planar chiral metamaterials: Theoretical study", *Phys Rev A.*, vol. 76, no. 2, p. 023811, 2007.
116. N. G. Kolmakova, A. O. Perov, S. L. Senkevich, and A. A. Kirilenko, "Abnormal propagation of EMW through below cutoff holes and intrinsic oscillations of waveguide objects and periodic structures", *Radioelectronics and Communications Systems*, vol. 54, no. 3, pp. 115–123, 2011.
117. A.A. Kirilenko, and A. O. Perov, "On the common nature of the enhanced and resonance transmission through the periodical set of holes," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 56, no. 10, pp. 3210–3216, Oct. 2008.
118. A. Mackay, "Proof of polarization independence and nonexistence of crosspolar terms for targets presenting with special reference to rotational symmetry frequency-selective surfaces," *Electron. Lett.*, vol. 25, no 24, pp.1624–1625, 1989.
119. D. M. Pozar, *Microwave engineering*, John Wiley & Sons, 2011.
120. П. Н. Мележик, А. Е. Поединчук, Ю. А. Тучкин, В. П. Шестопапов, "Об аналитической природе явления междутиповой связи собственных колебаний", *Докл. АН СССР*, Т. 300, №6, с. 1356–1359, с. 420–422, 1988.
121. A. B. Yakovlev and G. W. Hanson, "Analysis of mode coupling on guided-wave structures using Morse critical points," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, vol. 46, no.7, pp. 966–974, July 1998.
122. А. А. Кириленко, С. Л. Сенкевич, Б. Г. Тысик, "Закономерности резонансных явлений в открытых структурах волноводного типа", *Радиотехника и электроника*, Т. 35, №4, с. 687-694, 1990.
123. А. А. Kirilenko, L. P. Mospan, and S. A. Steshenko, "A Way to Realize a Multi-Frequency Polarization Plane Rotator," *9th International Conference*

on Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals (UWBUSIS), Odessa, Sept 4-7 pp. 218-221, 2018.

124. N. Kolmakova, S. Prikolotin, A. Perov, V. Derkach, and A. Kirilenko, "Polarization plane rotation by arbitrary angle using D_4 symmetrical structures," *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.*, vol. 64, no. 2, pp. 429–435, 2016.
125. J. B. Pendry, "A Chiral Route to Negative Refraction", *Science*, vol. 306, pp.1353-1355, 2004.
126. И. Б. Вендик, О. Г. Вендик, "Метаматериалы и их применение в технике сверхвысоких частот", *Журнал технической физики*, Т. 83, №1, с. 3-28, 2013.
127. F. Medina, J. A. Ruiz-Cruz, F. Mesa, J. M. Rebollar, J. R. Montejogarai, R. Marqués, "Experimental verification of extraordinary transmission without surface plasmons", *Appl. Phys. Lett.*, vol. 95, 071102, 2009.
128. S. O. Steshenko, S. A. Prikolotin, D. J. Kulik, A. A. Kirilenko, L. A. Rud, L. P. Mospan, "Numerical determination of eigenmodes of an arbitrary waveguide with coordinate boundaries in cylindrical coordinate system", *MSMW'13 Symposium Proceedings*, Kharkiv, Ukraine, pp. 240-242, 2013.
129. S. O. Steshenko, "Generalization of the mode-matching technique to the problems of scattering by semi-infinite slow-wave structures," *Радіофізика та електроніка*, vol. 25, no. 4, pp. 10-17, 2020.
130. L. M. Lytvynenko, S. L. Prosvirnin, *Wave Diffraction by Periodic Multilayer Structures*, Cambridge Scientific Publishers, 2012.
131. S. L. G. Lundquist, "Electromagnetic waves in a cylindrical waveguide with infinite or semi-infinite wall corrugations", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 36, no. 1, pp. 28-33, 1988.
132. J. Liu , G. Cai , J. Yao, N. Liu , and Q. H. Liu, "Spectral numerical mode matching method for metasurfaces", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 67, no. 7, pp. 2629-2639, 2019.

133. S.B. Franklin, "Solution of the finite Length Septum Problem with Application to Periodic Mode Suppressors", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 15, no. 4, pp. 240-249, 1967.
134. J. Esteban, J.M. Rebolgar, "Characterization of Corrugated Waveguides by Modal Analysis", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 39, no 6, pp. 937-943, 1991.
135. А. А. Кириленко, С. Л. Сенкевич, С. А. Стешенко "Анализ трехмерных замедляющих систем на основе метода обобщенных матриц рассеяния", *Радиофизика и электроника*, Т.12, спец. вып., с. 122-129, 2007.
136. Y. S. Kovshov, S. S. Ponomarenko, S. S. Kishko, A. Likhachev, A. Danik, L. Mospan, S. Steshenko, E. M. Khutoryan, A. N. Kuleshov, "Effect of Mode Transformation in THz Clinotron", *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*, vol. 39, no. 11, pp. 1055-1064, 2018.
137. Y. Kovshov, S. Ponomarenko, S. Kishko, A. Likhachev, A. Danik, L. Mospan, S. Steshenko, E. Khutoryan, A. Kuleshov, "Demonstration of a Mode Transformation Effect in 300-GHz CW Clinotron", *Proc. of IEEE 17th International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory*, Kyiv, Ukraine, pp. 254-257, 2018.
138. Г.Я. Левин, А.И. Бородкин, А.Я. Кириченко и др., *Клиноотрон*, Под ред. А.Я. Усикова, Киев: Наук. думка, 200 с., 1992.
139. М.В. Мильчо, Б.П. Ефимов, В.В. Завертанный, В.В. Гончаров, "Особенности режимов работы генераторов типа клиноотрон", *Радиофизика и электроника*, Харьков: Ин-т радиофизики и электрон. НАН Украины, Т. 10, №3, с. 435-440, 2005.
140. И.Ш. Белуга, В.С. Морозов, А.Г. Фролов, "Расчет характеристик двумерной гребенки", *Вопросы радиоэлектроники*, Сер. 1. Электроника, Вып.11, с.137-160, 1964.
141. О.А. Третьяков, А.А. Шматько, "Исследование резонаторов с дифракционными решетками при помощи собственных режимов периодиче-

- ских структур”, *Радиотехника*, Харьков: Изд-во ХГУ, Вып. 20, с. 131-141, 1972.
142. Ю.В. Гандель, В.В. Камышан, О.П. Камышан, “Новый подход в математическом моделировании спектральных характеристик волновода с периодической многоступенчатой прямоугольной гребенкой”, *Радиофизика и радиоастрономия*, Т. 4, №3, с. 261-275, 1999.
143. М.В. Мильчо, “Метод конформных отображений для расчета высокочастотных электромагнитных полей в замедляющих системах”, *Радиофизика и электроника*, Харьков: Ин-т радиофизики и электрон. НАН Украины, Т. 8, №1, с. 136-147, 2003.
144. Р. А. Силин, В. П. Сазонов, *Замедляющие системы*, М.: Сов. радио, 632 с., 1966.
145. I.L. Verbitskii, “Dispersion Relations for Comb-Type Slow-Wave Structures,” *IEEE – MTT*, vol. 28, pp. 48-50, 1980.
146. А.Д. Григорьев, В.Б. Янкевич, *Резонаторы и резонаторные замедляющие системы СВЧ: Численные методы расчета и проектирования*, М.: Радио и связь, 248 с. , 1984.
147. N.G. Don, A.A. Kirilenko, L.P. Mospan, “Layout of a multislotted iris as a tool for the frequency response control”, *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 48, no.8, pp. 1472-147, 2006.
148. А.Н. Лихарев, В.М. Пироженко, “Математическое моделирование электромагнитных полей в резонаторах линейных ускорителей” *Ускорители заряженных частиц*, Москва: Радиотехнический ин-т. АН СССР, №20, с. 32-46, 1974.
149. М.В. Мильчо, В.В. Завертаный, Л.А. Кириченко, Т.В. Кудинова, “Механическая перестройка частоты в генераторах типа клинотрон”, *Радиофизика и электроника*, Харьков: Ин-т радиофизики и электрон. НАН Украины, Т. 11, №1, с. 130-137, 2006.
150. J. Bornemann, J. Rosenberg, *Waveguide Components for Antenna Feed Systems. Theory and CAD*, Artech House, 1993.

151. M. Albani, F. Capolino, “Wave dynamics by a plane wave on a half-space metamaterial made of plasmonic nanospheres: a discrete Wiener–Hopf formulation”, *JOSA B*, vol. 28, no. 9, pp. 2174–2185, 2011.
152. L.N. Litvinenko, S.A. Pogarsky, S.L. Prosvirnin, “Wave diffraction by semi-infinite periodical structures”, *Int. J. Infrared Millimeter Waves*, vol. 17, no. 5, pp. 897–903, 1996.
153. M. I. Ayzatsky, V. V. Mytrochenko, “Coupled cavity model based on the mode matching technique”, arXiv preprint arXiv:1505.03223, 2015.
154. Y. V. Gandel, “Boundary-value problems for the Helmholtz equation and their discrete mathematical models”, *J. Math. Sci.*, vol. 171, no. 1, pp. 74–88, 2010.
155. T. Itoh, “Application of Gratings in a Dielectric Waveguide for Leaky-Wave Antennas and Band-Reject Filters”, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 25, no. 12, pp. 1134–1138, 1977.
156. С. Д. Андренко, Н. Д. Девятков, В. П. Шестопалов, “Антенные решетки миллиметрового диапазона”, *Доклады АН СССР*, Т. 240, № 6, с. 1340-1343, 1978.
157. А. П. Евдокимов, В. В. Крыжановский, “Новое направление в технике антенных решеток”, *Вісті вищих учбових закладів. Радіоелектроніка*, Т. 39, №9, с. 54–61, 1996.
158. С. А. Стешенко, *Возбуждение гребенок конечного размера в устройствах электроники и антенной техники СВЧ*, дис. ... канд. физ.-мат. наук., 01.04.03 – радиопизика, Харьков, 2005.
159. В. В. Крыжановский, С. В. Крыжановский, С. А. Стешенко, О. В. Чистякова “Резонансные свойства системы планарный диэлектрический волновод-гребенка”, *Радиофизика и электроника*, Т.13, №3, с. 481-488, 2008.
160. С. А. Стешенко, “Синтез антенны вытекающих волн по заданному распределению поля на апертуре”, *Радиофизика и радиоастрономия*, Т. 18, № 4, с. 373-380, 2013.

161. S. Steshenko, M. Zhadobov, R. Sauleau, A. A. Kirilenko and A. V. Boriskin, “Beam-forming Capabilities of Aperture Feeds Assisted by Corrugated Flanges”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 63, no. 12, pp. 5548-5560, 2015.
162. С. А. Стешенко, “Оптимизация профиля гребенки для обеспечения требуемого распределения поля на апертуре”, *Труды Международного симпозиума «Методы дискретных особенностей в задачах математической физики»*, Херсон, Україна, 4 с., 2011.
163. S. Steshenko, A. A. Kirilenko, A. V. Boriskin, M. Zhadobov, R. Sauleau, “Advanced modeling of choke ring antennas for mm-wave applications”, *Proc. of the 6th European Conference on Antennas and Propagation*, Prague, Czech Republic, pp. 650-654, 2012.
164. C.A. Fernandes, “Shaped-beam antennas,” Chap. 15 in *Handbook of Antennas in Wireless Communications*, Lal Godara (ed.), CRC Press, New York, 2002.
165. N.T. Nguyen, R. Sauleau, and L. Le Coq, “Reduced-size double-shell lens antenna with flat-top radiation pattern for indoor communications at millimeter waves,” *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 59, no. 6, pp. 2424–2429, Jun. 2011.
166. P. Brachat, “Sectoral pattern synthesis with primary feeds,” *IEEE Tran. Antennas Propag.*, vol. 42, no. 4, pp. 484-491, Apr. 1994.
167. L. Shafai and A.A. Kishk, “Prime focus waveguide feeds,” in *Microwave Horns and Feeds*, A.D. Olver (ed.), IEEE Press, 1994.
168. M.F. Imani and A. Grbic, “Near-field focusing with a corrugated surface,” *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.*, vol. 8, pp. 421–424, 2009.
169. A.V. Boriskin, M. Zhadobov, S. Steshenko, Y. Le Dréan, C. Person, and R. Sauleau, “Enhancing exposure efficiency and uniformity using a choke ring antenna: application to bioelectromagnetic studies at 60 GHz,” *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 61, no. 5, pp. 2005-2014, May 2013.

170. A.V. Boriskin, M. Zhadobov, Y. Le Drean, and R. Sauleau, "Horn antenna with annular cavity provides a five-fold increase of the power density in BEM experiments in the 60-GHz band," *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.*, 2014 (accepted for publication).
171. C. A. Fernandes, E. B. Lima, and J. R. Costa, "Broadband integrated lens for illuminating reflector antenna with constant aperture efficiency," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 58, no. 12, pp. 3805–3813, 2010.
172. N.T. Nguyen, A.V. Boriskin, A. Rolland, L. Le Coq, and R. Sauleau, "Shaped lens-like dome for UWB antennas with a Gaussian-like radiation pattern," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 61, no. 4, pp. 1658–1664, Apr. 2013.
173. R. I. Henderson, "Millimetre-wave reflectarray fed by a diffraction-shaped dielectric lens," in *Proc. Eur. Conf. Antennas Propag. (EuCAP)*, Berlin, Germany, Mar. 23-27, 2009, pp. 2458–2462.
174. H. Deguchi, T. Okada, M. Tsuji, and H. Shigesawa, "Multimode horn with optimum gain within circular area," *Electronics and Communications in Japan*, part 1, vol. 89, no. 2, pp. 12–20, 2006.
175. E. Lier and A. Kishk, "A new class of dielectric-loaded hybrid-mode horn antennas with selective gain: Design and analysis by single mode model and method of moments," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 53, no. 1, pp. 125–138, Jan. 2005.
176. K. K. Chan and K. S. Rao, "Design of high efficiency circular horn feeds for multibeam reflector applications," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 56, no. 1, pp. 253–258, Jan. 2008.
177. T. Bird and C. Granet, "Fabrication and space-qualifying a lightweight corrugated horn with low sidelobes for global-Earth coverage," *IEEE Antennas Propag. Mag.*, vol. 50, no. 1, pp. 80–86, Jan. 2008.
178. J. Teniente, R. Gonzalo, and C. del Rio, "Superb Gaussian beam efficiency corrugated horn antennas," in *Proc. Eur. Conf. Antennas Propag. (EuCAP)*, Barcelona, Spain, Apr. 12-16, 2010.

179. R. Lehmensiek and D.I.L. de Villiers, "Wide flare angle axially corrugated conical horn design for a classical offset dual-reflector antenna," in *Proc. Eur. Conf. Antennas Propag. (EuCAP)*, Prague, Czech Rep., Mar. 26-30, 2012.
180. M. Clénet and L. Shafai, "Investigations on directivity improvement of wide flare angle conical horns using inserted metallic discs," *IEE Proc. Microwaves Antennas Propag.*, vol. 147, no. 2, pp. 100–105, Apr. 2000.
181. E. L. Holzman, "A highly compact 60-GHz lens-corrected conical horn antenna," *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.*, vol. 3, pp. 280–282, 2004.
182. A. Rolland, A.V. Boriskin, C. Person, C. Quendo, L. Le Coq, and R. Sauleau, "Lens-corrected axis-symmetrical shaped horn antenna in metallized foam with improved bandwidth," *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.*, vol. 11, no. 1, pp. 57–60, 2012.
183. R. Wohlleben, H. Mattes, and O. Lochner, "Simple small primary feed for large opening angles and high aperture efficiency," *Electronics Lett.*, vol. 8, no. 19, pp. 474-476, 1972.
184. A.A. Kishk, "Simple primary focus feeds for deep reflectors," *IEE Proc.*, vol. 136, no. 2, pp. 169–170, Apr. 1989.
185. Z. Ying, A.A. Kishk, and P.-S. Kildal, "Broadband compact horn feed for primefocus reflectors," *Electronics Lett.*, vol. 31, no. 14, pp. 1114-1115, 1995.
186. Y. B. Karandikar and P.-S. Kildal, "X-Ka dual band prime focus feed for satellite earth terminals," in *Proc. Eur. Conf. Antennas Propag. (EuCAP)*, Berlin, Germany, Mar. 23-27, 2009, pp. 3085–3089.
187. R. Ravanelli, C. Iannicelli, N. Baldecchi, and F. Franchin, "Multi-objective optimization of an isoflux antenna for LEO satellite down-handling link," in *Proc. Int. Conf. Microwave Radar and Wireless Communications (MIKON)*, Vilnius, Lithuania, 2010.

188. W. Kunysz, "A three dimensional choke ring ground plane antenna," in *Proc. Int. Techn. Meeting Satellite Division (ION GPS/GNSS 2003)*, Portland, OR, Sep. 2003, pp. 1883–1888.
189. F. Sciré-Scappuzzo and S.N. Makarov, "A low-multipath wideband GPS antenna with cutoff or non-cutoff corrugated ground plane," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 57, no. 1, pp. 33–46, Jan. 2009.
190. E. Kühn, D. Fasold, and F. Klefenz, "Design, optimization and test of high-performance circular corrugated feed horns for full V-band (50 to 75 GHz) coverage," in *Proc. Eur. Conf. Antennas Propag. (EuCAP)*, Berlin, Germany, Mar. 23-27, 2009, pp. 3462–3466.
191. C. Granet, M.J. Kesteven, and K.W. Smart, "Design, manufacture and test of an optimized horn for a holography experiment," in *Proc. Eur. Conf. Antennas Propag. (EuCAP)*, Barcelona, Spain, Apr. 12-16, 2010.
192. M.A. Stuchly, S.S. Stuchly, and G. Kantor, "Diathermy applicators with circular aperture and corrugated flange," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 28, no. 3, pp. 267–271, Mar. 1980.
193. F. J. Garcia-Vidal, H. J. Lezec, T.W. Ebbesen, and L. Martín-Moreno, "Multiple paths to enhance optical transmission through a single subwavelength slit," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 90, no. 21, p. 213901, 2003.
194. L. Martín-Moreno, F. J. García-Vidal, H. J. Lezec, A. Degiron, and T.W. Ebbesen, "Theory of highly directional emission from a single subwavelength aperture surrounded by surface corrugations," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 90, p. 167401, Apr. 2003.
195. M. Beruete, I. Campillo, J.S. Dolado, J.E. Rodríguez-Seco, E. Perea, F. Falcone, and M. Sorolla, "Very low-profile "bull's eye" feeder antenna," *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.*, vol. 4, pp. 365–367, 2005.
196. M. Beruete, I. Campillo, J. S. Dolado, J. E. Rodríguez-Seco, E. Perea, F. Falcone, and M. Sorolla, "Dual-band low-profile corrugated feeder antenna," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 54, no. 2, Feb. 2006.

197. U. Beaskoetxea, M. Beruete, and M. Sorolla, "Dual-operating band and high-gain planar horn antenna at E-Band," in *Proc. Eur. Conf. Antennas Propag.* (EuCAP), Goteborg, Sweden, Apr. 8-12, 2013, pp. 3629–3631.
198. P.-S. Kildal, "Artificially soft and hard surfaces in electromagnetics," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 38, no. 10, pp. 1537–1544, 1990.
199. P.-S. Kildal, "Artificially soft and hard surfaces in electromagnetics and their application to antenna design," in *Proc. Eur. Microwave Conf.*, 1990, pp. 30–33.
200. S. Steshenko, A.A. Kirilenko, A.V. Boriskin, M. Zhadobov, and R. Sauleau, "H-plane radiation patterns of rectangular waveguide aperture with a corrugated flange," in *Proc. Int. Conf. Math. Methods in Electromag. Theory* (MMET), Kharkov, Ukraine, 2012, pp. 476–479.
201. C.C. Cutler, "Electromagnetic waves guided by corrugated conducting surfaces," Bell Telephone Labs, New York, unpublished, 1944.
202. W. Rotman, "A study of single-surface corrugated guides," *Proc. IRE*, vol. 39, pp. 952-949, 1951.
203. I.L. Verbitskii "Diffraction of a plane wave on a dense comb," *Radio Eng. Electron. Phys.*, vol. 21, no. 3, pp. 41-46, 1976.
204. I.S. Beluga "On the partial domain methods based on stationarity of some functional," *Radio Eng. Electron. Phys.*, vol. 9, no. 3, 1964.
205. I. K. Lifanov, *Singular integral equations and discrete vortices*, VSP International Science, Utrecht, 1996.
206. D.E. Muller, "A method for solving algebraic equations using an automatic computer," *Mathematical Tables and Other Aids to Computation*, pp. 208-215, 1956.
207. V.D. Korotkov, S.P. Skobelev, "Formation of sector-shaped element directivity patterns in antenna arrays with ribbed structures," *J. Commun. Techn. Electron.*, vol. 39, no. 9, pp. 108–113, 1994.

208. E.E. Kummer, “De integralibus quibusdam definitis et seriebus infinitis,” *J. für die Reine und Angewandte Mathematik*, vol. 17, pp. 228-242, 1837.
209. F. Capolino, D. R. Jackson, and D. R. Wilton, “Field representations in periodic artificial materials excited by a Source”, in *Theory and Phenomena of Metamaterials*, F. Capolino, ed. (CRC Press), Ch. 12, 2009.
210. P. Baccarelli, S. Paulotto, and C. Di Nallo “Full-wave analysis of bound and leaky modes propagating along 2D periodic printed structures with arbitrary metallisation in the unit cell,” *IET Microw. Antennas Propag.*, vol. 1, no. 1, pp. 217–225, 2007.
211. S. Campione, S. Steshenko, and F. Capolino “Complex bound and leaky modes in chains of plasmonic nanospheres,” *Opt. Express*, vol. 19, no. 19, pp. 18345–18363, 2011.
212. L. B. Felsen and N. Marcuvitz, *Radiation and Scattering of Waves*, IEEE Press, 1994.
213. P. Baccarelli, S. Paulotto, D.R. Jackson, and A. A. Oliner “A new brillouin dispersion diagram for 1-D periodic printed structures,” *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 55, no. 7, pp. 1484–1495, Jul. 2007.
214. A. Grbic, R. Merlin, E. M. Thomas, and M. F. Imani, “Near-field plates: metamaterial surfaces/arrays for subwavelength focusing and probing,” *Proc. IEEE*, vol. 99, no. 10, pp. 1806–1815, Oct. 2011.
215. A. Harvey, “Periodic and guiding structures at microwave frequencies,” *IRE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 8, pp. 30–61, Jun. 1959.
216. M. Zhadobov, R. Sauleau, R. Augustine, C. Le Quément, Y. Le Dréan and D. Thouroude, “Near-field dosimetry for in vitro exposure of human cells at 60 GHz,” *Bioelectromagnetics*, vol. 33, no.1, pp. 55-64, 2012.
217. С. Д. Андренко, Н. Д. Девятков, В. П. Шестопапов, “Антенные решетки миллиметрового диапазона”, *Доклады АН СССР*, Т. 240, № 6, с. 1340–1343, 1978.

218. П. Н. Мележик, Ю. Б. Сидоренко, С. А. Провалов, С. Д. Андренко, С. А. Шило, “Плоскостная антенна дифракционного излучения радиолокационного комплекса миллиметрового диапазона”, *Известия вузов. Радиоэлектроника*, Т. 53, № 5, с. 12–21, 2010.
219. J. W. Lee, H. J. Eom, K. H. Park, and W. J. Chun, “TM-Wave Radiation from Grooves in a Dielectric-Covered Ground Plane”, *IEEE Trans. Antennas Propag.*, Vol. 49, no. 1, pp. 104–105, 2001.
220. A. P. Yevdokimov, E. P. Yevdokimova, V. V. Krizhanovsky, M. I. Nahimovich, and O. V. Chystyakova, “76.5-GHz Scanning Antenna for Automobile Radar”, *Proc. MSMW Symp.*, Kharkiv (Ukraine), pp. 604–606, 2001.
221. В. П. Шестопапов, *Дифракционная электроника*, Харьков: “Вища школа”. Изд-во при Харьковском. ун-те, 231 с. , 1976.
222. О. И. Шерстюк, *Разработка математического и программного обеспечения подсистемы автоматизированного проектирования плоских дифракционных антенн*, Дис... канд. техн. наук: 05.13.12, Воронеж, 246 с., 2005.
223. С.А. Стешенко, А.А. Кириленко, “Строгая двумерная модель эффекта преобразования поверхностных волн в объемные”, *Радиофизика и электроника*, Т.10, №1, с. 30-38, 2005.
224. S. O. Steshenko, A. A. Kirilenko, “Control of the radiation characteristics of a leaky-wave antenna by manipulation of the grating profile”, *Proc. Int. Conf. on Antenna Theory and Techniques*, Lviv (Ukraine), pp. 366–368, 2009.
225. T. Sauter, “Computation of irregularly oscillating integrals”, *Appl. Numer. Math.*, Vol. 35, no. 3, pp. 245–264, 2000.
226. V. I. Kalinichev, “Analysis of planar slot arrays using magnetic currents and magnetomotive force”, *IEEE Trans. Antennas Propag.*, Vol. 43, No. 2, pp. 131–136, 1995.

227. Ю. С. Завьялов, В. А. Леус, В. А. Скороспелов, *Сплайны в инженерной геометрии*, М.: Машиностроение, 224 с., 1985.
228. Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельников, *Численные методы*, М.: Наука, 600 с., 1987.
229. Д. М. Сазонов, *Антенны и устройства СВЧ*, М.: Высшая школа, 432 с., 1988.
230. A. V. Ostankov, S. A. Antipov, K. A. Razinkin, "Optimization of directional and energetic properties of diffraction antenna", *Global J. Pure Appl. Math*, vol. 12, no. 4, pp. 3845-3864, 2016.
231. В. Г. Веселаго, "Электродинамика веществ с одновременно отрицательными значениями ϵ и μ ", *Успехи физических наук*, Т. 92, № 7, с. 517-526, 1967.
232. J.B. Pendry "Negative refraction makes a perfect lens", *Phys. Rev. Lett.*, vol. 85, pp. 3966-3969, 2000.
233. N. Fang, H. Lee, C. Sun, X. Zhang, "Sub-Diffraction-Limited Optical Imaging with a Silver Superlens", *Science*, vol. 308, pp. 534-537, 2005.
234. S. Maslovski, S. Tretyakov, and P. Alitalo, "Near-field enhancement and imaging in double planar polariton-resonant structures", *Journal of Applied Physics*, vol. 96, pp. 1293-1300, 2004.
235. P. Alitalo, S. Maslovski, S. Tretyakov, "Near-field enhancement and imaging in double cylindrical polariton-resonant structures: Enlarging superlens", *Phys. Lett. A.*, vol. 357, pp. 397-400, 2006.
236. C. Simovski, A. Viitanen, and S. Tretyakov, "Resonator mode in chains of silver spheres and its possible application", *Phys. Rev. E*, vol. 72, p. 066606, 2005.
237. P. Alitalo, C. Simovski, A. Viitanen, and S. Tretyakov, "Near-field enhancement and subwavelength imaging in the optical region using a pair of two-dimensional arrays of metal nanospheres", *Phys. Rev. B*, vol. 74, p. 235425, 2006.

238. M. Bloemer, G. D'Aguanno, N. Mattiucci, M. Scalora, and N. Akozbek, "Broadband super-resolving lens with high transparency in the visible range", *Appl. Phys. Lett.*, vol. 90, p. 174113, 2007.
239. M. J. Freire, R. Marques, "Planar magnetoinductive lens for three-dimensional subwavelength imaging", *Applied Physics Letters*, vol. 86, no. 18, p. 182505, 2005.
240. F. Mesa, M. J. Freire, R. Marqués, J. D. Baena, , "Three-dimensional superresolution in metamaterial slab lenses: Experiment and theory", *Physical Review B*, vol. 72, no. 23, p. 235117, 2005.
241. O. Sydoruk, M. Shamonin, A. Radkovskaya, O. Zhuromskyy, E. Shamonina, R. Trautner, L. Solymar, "Mechanism of subwavelength imaging with bilayered magnetic metamaterials: theory and experiment", *Journal of applied physics*, vol. 101, no. 7, p. 073903, 2007.
242. O. Sydoruk, E. Shamonina, L. Solymar, "Tailoring of the subwavelength focus", *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 49, no. 9, pp. 2228-2231, 2007.
243. R. Merlin, "Radiationless electromagnetic interference: evanescent-field lenses and perfect focusing", *Science*, vol. 317, no. 5840, pp. 927-929, 2007.
244. A. Grbic, L. Jiang, R. Merlin, "Near-field plates: Subdiffraction focusing with patterned surfaces", *Science*, vol. 320, no. 5875, pp. 511-513, 2008.
245. A. Grbic, R. Merlin, "Near-field focusing plates and their design", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 56, no. 10, pp. 3159-3165, 2008.
246. L. Markley, A. M. Wong, Y. Wang, G. V. Eleftheriades, "Spatially shifted beam approach to subwavelength focusing", *Physical Review Letters*, vol. 101, no. 11, p. 113901, 2008.
247. L. Markley, G. V. Eleftheriades, "Two-dimensional subwavelength focusing using a slotted meta-screen", *IEEE microwave and wireless components letters*, vol. 19, no. 3, pp. 137-139, 2009.

248. W. Weber and G. Ford, "Propagation of optical excitations by dipolar interactions in metal nanoparticle chains," *Phys. Rev. B*, vol. 70, p. 125429, 2004.
249. А.И. Козарь, *Резонансные метакристаллы из малых магнитодиэлектрических сфер: монография*, Украина – Харьков: ХНУРЭ, 352 с., 2014.
250. R. Sigelmann and A. Ishimaru, "Radiation from periodic structures excited by an aperiodic source", *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 13, pp. 354–364, 1965.
251. C. P. Wu and V. Galindo, "Asymptotic behavior of the coupling coefficients for an infinite array of thin-walled rectangular waveguides", *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 14, pp. 248–249, 1966.
252. B. A. Munk and G. A. Burrell, "Plane-wave expansion for arrays of arbitrarily oriented piecewise linear elements and its application in determining the impedance of a single linear antenna in a lossy half-space", *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 27, pp. 331–343, 1979.
253. F. Capolino, D. R. Jackson, and D. R. Wilton, "Fundamental properties of the field at the interface between air and a periodic artificial material excited by a line source", *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 53, pp. 91–99, 2005.
254. F. Capolino, D. R. Jackson, D. R. Wilton, and L. B. Felsen, "Representation of the field excited by a line source near a 2D periodic artificial material", in *Fields, Networks, Computational Methods, and Systems in Modern Electrodynamics*, P. Russer, M. Mongiardo, eds. (Springer-Verlag), pp.13-24, 2004.
255. F. Capolino, D. R. Jackson, D. R. Wilton, and L. B. Felsen, "Comparison of methods for calculating the field excited by a dipole near a 2D periodic material", *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 55, pp. 1644-1655, 2007.
256. A. Modinos, "Scattering of electromagnetic waves by a plane of spheres-formalism", *Physica*, vol. 141A, pp. 575-588, 1987.

257. G. Gantzounis, N. Stefanou and V. Yannopapas, “Optical properties of a periodic monolayer of metallic nanospheres on a dielectric waveguide”, *J. of Physics: Condensed Matter*, vol. 17, pp. 1791-1802, 2005.
258. P. P. Ewald, “Die berechnung optischer und electrostatischer gitterpotentiale”, *Annalen Der Physik*, vol. 64, pp. 253-287, 1921.
259. K. E. Jordan, G. R. Richter, and P. Sheng, “An efficient numerical evaluation of the Green’s function for the Helmholtz operator on periodic structures”, *J. Comput. Phys.*, vol. 63, pp. 222-235, 1986.
260. S. Oroskar, D. R. Jackson, and D. R. Wilton, “Efficient computation of the 2D periodic Green’s function using the Ewald method”, *J. Comput. Phys.*, vol. 219, pp. 899-911, 2006.
261. S. Steshenko and F. Capolino Single dipole approximation for collections of nanoscatterers Ch. 8 in book *Metamaterials Handbook: Theory and Phenomena of Metamaterials*, Vol. I, F. Capolino, Ed., Taylor and Francis - CRC Press, 2009, pp. 1-17.
262. S. Steshenko, F. Capolino, S. Tretyakov, and C. Simovski Super resolution with layers of resonant arrays of nanoparticles Ch. 4 in book *Metamaterials Handbook: Applications of Artificial Materials*, Vol. II, F. Capolino, Ed., Taylor and Francis - CRC Press, 2009, pp. 1-12.
263. S. Steshenko, F. Capolino, P. Alitalo, and S. Tretyakov, “Effective model and investigation of the near-field enhancement and subwavelength imaging properties of multilayer arrays of plasmonic nanospheres”, *Physical Review E*, vol. 84, 016607, 12 p, 2011.
264. S. Campione, S. Steshenko, M. Albani, and F. Capolino, “Complex modes and effective refractive index in 3D periodic arrays of plasmonic nanospheres”, *Optics Express*, vol. 19, no. 27, pp. 26027-26043, 2011.
265. S. Steshenko, F. Capolino, D. R. Wilton, and D. R. Jackson, “Ewald Acceleration for the Dyadic Green’s Functions for a Linear Array of Dipoles and a Dipole in a Parallel-Plate Waveguide”, *Proc. of the IEEE International Symposium on Antennas and Propagation*, San Diego, USA, pp. 1-4, 2008.

266. A. Vallecchi, S. Steshenko, F. Capolino, “Artificial Magnetism at Optical Frequencies in Composite Materials Made of Particles with Pairs of Tightly Coupled Metallic Nanospheres,” *Proc. of XXIX General Assembly of the International Union of Radio Science*, Chicago, USA, 4 p., 2008.
267. S. Steshenko, A. Vallecchi, and F. Capolino, “Electric and magnetic resonances in arrays with elements made of tightly coupled silver nanospheres”, *Proc. of the 2nd International Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics*, Pamplona, Spain, September 21-26, 2008, 3p.
268. S. Campione, S. Steshenko, and F. Capolino, “Description and characterization of the complex modes in a linear chain of noble metal nanospheres”, *Proc. of SPIE*, San Francisco, USA, vol. 7946, 11 p., 2011.
269. S. Campione, S. Steshenko, M. Albani, F. Capolino, “Characterization of the optical modes in 3D-periodic arrays of metallic nanospheres”, *Proc. of General Assembly and Scientific Symposium*, Istanbul, Turkey, pp. 1-4, 2011.
270. C. F. Bohren and D. R. Huffman, *Absorption and Scattering of Light by Small Particles*, Wiley, 1983.
271. J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, Wiley, 1998.
272. M. L. Brongersma, J.W. Hartman, and H.A. Atwater, “Electromagnetic energy transfer and switching in nanoparticle chain arrays below the diffraction limit”, *Phys. Rev. B*, vol. 62, R16356, 2000.
273. S. A. Maier, P. G. Kik, and H. A. Atwater, “Optical pulse propagation in metal nanoparticle chain waveguides”, *Phys. Rev. B*, vol. 67, p. 205402, 2003.
274. S. Y. Park, D. Stroud, “Surface-plasmon dispersion relations in chains of metallic nanoparticles: an exact quasistatic calculation”, *Phys. Rev. B*, vol. 69, p. 125418, 2004.
275. A. Alù, N. Engheta, “Theory of linear chains of metamaterial/plasmonic particles as subdiffraction optical nanotransmission lines”, *Phys. Rev. B*, vol. 74, p. 205436, 2006.

276. A. Wokaun, J. P. Gordon, and P. F. Liao, "Radiation damping in surface-enhanced Raman scattering", *Phys. Rev. Lett.*, vol. 48, pp. 957-960, 1982.
277. C. R. Simovski, P. A. Belov, M. S. Kondratjev. "Electromagnetic interaction of chiral particles in three-dimensional arrays", *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol. 13, no. 2, pp. 189-204, 1999.
278. I. El-Kady, M. M. Sigalas, R. Biswas, K. M. Ho, and C. M. Soukoulis, "Metallic photonic crystals at optical wavelengths", *Phys. Rev. B*, vol. 62, p. 15299, 2000.
279. A. Alu, A. Salandrino, N. Engheta "Negative effective permeability and left-handed materials at optical frequencies", *Optics Express*, vol. 14, pp. 1557-1567, 2006.
280. F. Capolino, D. R. Jackson, D. R. Wilton, "Mode excitation from sources in two-dimensional EBG waveguides using the array scanning method," *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, vol. 15, no. 2, pp. 49-51, 2005.
281. P. Alitalo, C. R. Simovski, L. Jylha, A. J. Viitanen, and S. A. Tretyakov, "Subwavelength imaging in the visible using a pair of arrays of metal nanoparticles," in *'Metamaterials' Congress Proceedings* (Rome, Italy), pp. 953-956, 2007.

ДОДАТОК А

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. S. Steshenko and F. Capolino Single dipole approximation for collections of nanoscatterers Ch. 8 in book *Metamaterials Handbook: Theory and Phenomena of Metamaterials*, Vol. I, F. Capolino, Ed., Taylor and Francis - CRC Press, 2009, pp. 1-17.
2. S. Steshenko, F. Capolino, S. Tretyakov, and C. Simovski Super resolution with layers of resonant arrays of nanoparticles Ch. 4 in book *Metamaterials Handbook: Applications of Artificial Materials*, Vol. II, F. Capolino, Ed., Taylor and Francis - CRC Press, 2009, pp. 1-12.
3. В. В. Крыжановский, С. В. Крыжановский, С. А. Стешенко, О. В. Чистякова “Резонансные свойства системы планарный диэлектрический волновод-гребенка”, *Радиофізика та електроніка*, Т.13, №3, с. 481-488, 2008.
4. S. Steshenko, F. Capolino, P. Alitalo, and S. Tretyakov, “Effective model and investigation of the near-field enhancement and subwavelength imaging properties of multilayer arrays of plasmonic nanospheres”, *Physical Review E*, vol. 84, 016607, 12 p, 2011.
5. S. Campione, S. Steshenko, F. Capolino, “Complex bound and leaky modes in chains of plasmonic nanospheres”, *Optics Express*, vol. 19, no. 19, pp. 18345-18363, 2011.
6. S. Campione, S. Steshenko, M. Albani, and F. Capolino, “Complex modes and effective refractive index in 3D periodic arrays of plasmonic nanospheres”, *Optics Express*, vol. 19, no. 27, pp. 26027-26043, 2011.
7. Л. П. Мосьпан, С. А. Приколотин, С. А. Стешенко, А. А. Кириленко “Спектральные характеристики прямоугольной волноводной секции с парой разновысоких прямоугольных штырей”, *Радиофізика і радіоастрономія*, Т. 18, № 4, с. 349-356, 2013.
8. С. А. Стешенко, “Синтез антенны вытекающих волн по заданному распределению поля на апертуре”, *Радиофізика і радіоастрономія*, Т. 18, № 4, с. 373-380, 2013.
9. С. А. Стешенко, С. А. Приколотин, А.А. Кириленко, Д. Ю. Кулик, Л. А. Рудь, С. Л. Сенкевич "Метод частичных областей с учетом особенностей во внутренних задачах с произвольными кусочно-координатными границами. Часть 2. Плоско-поперечные соединения и «in-line» объекты", *Радиофізика та електроніка*, Т.4(18), №3, с. 13-21, 2013.

10. С. А. Стешенко "Алгоритм расчета плоскостных сочленений волноводов произвольного сечения с использованием собственных функций общей апертуры", *Радіофізика та електроніка*, Т.4(18), №3, с. 22-27, 2013.
11. А. А. Кириленко, С. Л. Сенкевич, С. А. Стешенко "Анализ трехмерных замедляющих систем на основе метода обобщенных матриц рассеяния", *Радіофізика та електроніка*, Т.12, спец. вып., с. 122-129, 2007.
12. А. А. Кириленко, А. О. Перов, В. Н. Скресанов, С. А. Стешенко, В. В. Гламаздин, М. П. Натаров, А. И. Шубный, "Многочастотный облучатель зеркальной антенны для криогенных приемных фокальных блоков радиотелескопов VLBI2010-сети нового поколения: синтез, проектирование, эксперимент", *Космічна наука і технологія*, Т. 21, № 4, с. 24-31, 2015.
13. S. Steshenko, M. Zhadobov, R. Sauleau, A. A. Kirilenko and A. V. Boriskin, "Beam-forming Capabilities of Aperture Feeds Assisted by Corrugated Flanges", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 63, no. 12, pp. 5548-5560, 2015.
14. А. А. Kirilenko, S. O. Steshenko, V. N. Derkach, S. A. Prikolotin, D. Y. Kulik, S. L. Prosvirmin, L. P. Mospan "Rotation of the polarization plane by double-layer planar-chiral structures. Review of the results of theoretical and experimental studies", *Radioelectronics and Communications Systems*, vol. 60, no. 5, pp. 193-205, 2017.
15. Д. Ю. Кулик, С. А. Стешенко, А. А. Кириленко "Компактные вращатели плоскости поляризации на заданный угол в квадратном волноводе" *Радіофізика та електроніка*, Т.8(22), №1, с. 15-20, 2017.
16. Y. S. Kovshov, S. S. Ponomarenko, S. S. Kishko, A. Likhachev, A. Danik, L. Mospan, S. Steshenko, E. M. Khutoryan, A. N. Kuleshov, "Effect of Mode Transformation in THz Clinotron", *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*, vol. 39, no. 11, pp. 1055-1064, 2018.
17. А. А. Kirilenko, S. O. Steshenko, V. N. Derkach and Y. M. Ostryzhnyi, "A Tunable Compact Polarizer in a Circular Waveguide", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 67, no. 2, pp. 592-596, 2019.
18. А. А. Kirilenko, S. O. Steshenko, V. N. Derkach, Y. M. Ostrizhnyi, "Comparative analysis of tunable compact rotators", *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol. 33, no. 3, pp. 304-319, 2019.
19. А. А. Кириленко, Д. Ю. Кулик, Л. П. Мосьпан, С. А. Стешенко "Разработки лаборатории вычислительной электродинамики: от математических моделей до антенно-фидерных устройств", *Радіофізика та електроніка*, Т.24, №2, с.3-14, 2019.

20. A. A. Kirilenko, S. O. Steshenko, V. N. Derkach, Y. M. Ostrizhnyi, L. P. Mospan, “Tunable polarization rotator on a pair of grooved flanges,” *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol. 34, no. 17, pp. 2304-2316, 2020.
21. S. O. Steshenko, “Generalization of the mode-matching technique to the problems of scattering by semi-infinite slow-wave structures,” *Радіофізика та електроніка*, vol. 25, no. 4, pp. 10-17, 2020.
22. L. P. Mospan, S. O. Steshenko, “A multi-function resonator based on an asymmetric tri-post rectangular waveguide section,” *International Journal of Microwave and Wireless Technologies*, vol. 12, no. 10, pp. 1005-1011, 2020.
23. Л. П. Моспан, А. А. Кириленко, Д. Ю. Кулик, С. А. Стешенко, “Численное моделирование частотно-селективных поверхностей с П-образными апертурами”, *Радіофізика та електроніка*, Т. 25, no. 1, с. 3-10, 2020.
24. О. М. Ульянов, В. В. Захаренко, Є. А. Алексеев, О. М. Резніченко, І. О. Кулагін, В. В. Будніков, В. І. Присяжний, А. В. Поїхало, В. В. Войтюк, В. М. Мамарев, В. В. Ожінсікий, В. П. Власенко, В. М. Чміль, І. К. Сундучков, М. М. Бердар, В. І. Лебідь, М. І. Паламар, А. В. Чайковський, Ю. В. Пастернак, М. А. Стрембицький, М. П. Натаров, С. О. Стешенко, В. В. Гламаздин, О. І. Шубний, А. О. Кириленко, Д. Ю. Кулик, “Створення радіотелескопу РТ-32 на базі антенної системи Mark-4В. 3. Гетеродини та власні шуми приймальної системи”, *Радіофізика і радіоастрономія*, Т. 25, №3, с. 175-192, 2020.

Апробація результатів, представлених в дисертації, на міжнародних наукових конференціях

1. S. Steshenko, F. Capolino, D. R. Wilton, and D. R. Jackson, “Ewald Acceleration for the Dyadic Green’s Functions for a Linear Array of Dipoles and a Dipole in a Parallel-Plate Waveguide”, *Proc. of the IEEE International Symposium on Antennas and Propagation*, San Diego, USA, pp. 1-4, 2008.
2. A. Vallecchi, S. Steshenko, F. Capolino, “Artificial Magnetism at Optical Frequencies in Composite Materials Made of Particles with Pairs of Tightly Coupled Metallic Nanospheres,” *Proc. of XXIX General Assembly of the International Union of Radio Science*, Chicago, USA, 4 p., 2008.
3. S. Steshenko, A. Vallecchi, and F. Capolino, “Electric and magnetic resonances in arrays with elements made of tightly coupled silver nanospheres”, *Proc. of the*

2nd International Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics, Pamplona, Spain, September 21-26, 2008, 3p.

4. S. Campione, S. Steshenko, and F. Capolino, “Description and characterization of the complex modes in a linear chain of noble metal nanospheres”, *Proc. of SPIE*, San Francisco, USA, vol. 7946, 11 p., 2011.
5. С. А. Стешенко, “Оптимизация профиля гребенки для обеспечения требуемого распределения поля на апертуре”, *Труды Международного симпозиума «Методы дискретных особенностей в задачах математической физики»*, Херсон, Украина, 4 с., 2011.
6. S. Campione, S. Steshenko, M. Albani, F. Capolino, “Characterization of the optical modes in 3D-periodic arrays of metallic nanospheres”, *Proc. of General Assembly and Scientific Symposium*, Istanbul, Turkey, pp. 1-4, 2011.
7. S. Steshenko, A. A. Kirilenko, A. V. Boriskin, M. Zhadobov, R. Sauleau, “Advanced modeling of choke ring antennas for mm-wave applications”, *Proc. of the 6th European Conference on Antennas and Propagation*, Prague, Czech Republic, pp. 650-654, 2012.
8. S. A. Prikolotin, S. A. Steshenko, D. Yu. Kulik, L. A. Rud, A. A. Kirilenko, “Fast Full 3D EM CAD of Waveguide Units Based on the Generalized Mode Matching Technique”, *Proc. of International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory*, Kharkiv, Ukraine, pp. 109-112, 2012
9. S. O. Steshenko, S. A. Prikolotin, D. J. Kulik, A. A. Kirilenko, L. A. Rud, L. P. Mospan, “Numerical determination of eigenmodes of an arbitrary waveguide with coordinate boundaries in cylindrical coordinate system”, *Proc. of International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory*, Kharkiv, Ukraine, pp. 240-242, 2013.
10. A. A. Kirilenko, D. Yu. Kulik, S. A. Prikolotin, L. A. Rud, S. A. Steshenko “Design and optimization of broadband ridged coaxial waveguide polarizers”, *Proc. of International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory*, Kharkiv, Ukraine, pp. 445-447, 2013.
11. A. A. Kirilenko, D. Yu. Kulik, S. A. Prikolotin, L. A. Rud, S. A. Steshenko, “Stepped approximation technique for designing coaxial waveguide polarizers”, *Proc. of the IX International Conference on Antenna Theory and Techniques*, Odessa, Ukraine, pp. 470-472, 2013.
12. S. O. Steshenko, “On the characteristic equation for the dielectric-loaded circular waveguide”, *Proc. of International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory*, Kharkiv, Ukraine, 3 p., 2016.

13. S. Steshenko, A. Kirilenko, V. Maslov, “Mode Selective Properties of Concentric Metal Rings on a Dielectric Substrate in a Circular Waveguide”, *Proc. of IEEE 7th International Conference on Advanced Opto-electronics and Lasers*, Odessa, Ukraine, 3 p., 2016.
14. Y. Kovshov, S. Ponomarenko, S. Kishko, A. Likhachev, A. Danik, L. Mospan, S. Steshenko, E. Khutoryan, A. Kuleshov, “Demonstration of a Mode Transformation Effect in 300-GHz CW Clinotron”, *Proc. of IEEE 17th International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory*, Kyiv, Ukraine, pp. 254-257, 2018.
15. A. Kirilenko, S. Steshenko, Y. Ostryzhnyi, “Topology of a Planar-chiral Iris as a Factor in Controlling the" Optical Activity" of a Bilayer Object”, *Proc. of IEEE Ukrainian Microwave Week*, Kharkiv, Ukraine, pp.555-558, 2020.