Національна академія наук України Інститут радіофізики та електроніки ім. О.Я. Усикова

# СТЕШЕНКО СЕРГІЙ ОЛЕКСАНДРОВИЧ

УДК 537.86+621.372.8

### УЗАГАЛЬНЕННЯ ТА РОЗВИТОК ЧИСЕЛЬНО-АНАЛІТИЧНИХ МЕТОДІВ У ЗАДАЧАХ ЕЛЕКТРОДИНАМІКИ З КУСКОВО-КООРДИНАТНИМИ ГРАНИЦЯМИ

01.04.03 – радіофізика

АВТОРЕФЕРАТ дисертації на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук Дисертація на правах рукопису

Робота виконана в Інституті радіофізики та електроніки ім. О.Я. Усикова Національної академії наук України, м. Харків

Науковий консультант	доктор фізико-математичних наук, професор Кириленко Анатолій Опанасович, Інститут радіофізики та електроніки ім. О.Я. Усикова НАН України (м. Харків), головний науковий співробітник лабораторії обчис- лювальної електродинаміки, відділу теорії дифракції та дифракційної електроніки
Офіційні опоненти:	доктор фізико-математичних наук, професор <b>Айзацький Микола Іванович</b> , Науково-дослідний комплекс «Прискорювач», Національний науковий центр «Харківський фізико- технічний інститут» НАН України (м. Харків), заступник директора з наукової роботи
	доктор технічних наук, професор Дубровка Федір Федорович, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського» МОН України (м. Київ), завідувач кафедри теоретичних основ радіотехніки
	доктор фізико-математичних наук, старший дослідник <b>Ячин Володимир Васильович,</b> Радіоастрономічний інститут НАН України (м. Харків), завідувач відділу теоретичної радіофізики

Захист відбудеться 28 вересня 2021 р. о 14<sup>00</sup> годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 64.157.01 Інституту радіофізики та електроніки ім. О.Я. Усикова НАН України (61085, м. Харків, вул. Академіка Проскури, 12).

З дисертацією можна ознайомитися у бібліотеці Інституту радіофізики та електроніки ім. О.Я. Усикова НАН України (61085, м. Харків, вул. Академіка Проскури, 12).

Автореферат розісланий 27 серпня 2021 р.

Учений секретар спеціалізованої вченої ради

**Актуальність теми**. Дисертацію присвячено розвитку чисельноаналітичних методів в задачах електродинаміки з координатними границями та їх узагальненню на задачі з кусково-координатними границями та на задачі дифракції на напівнескінченних періодичних структурах з ідентичних розсіювачів.

Попри широке застосування універсальних чисельних методів, що базуються на кінцево-різницевих методах, розвиток та універсалізація чисельноаналітичних методів залишається важливим завданням.

По-перше, чисельно-аналітичні методи є більш ефективними, що особливо важливо при розв'язанні задач оптимізації. Навіть на сучасних комп'ютерах комерційні моделі, що базуються на кінцево-різницевих підходах, не завжди забезпечують достатню точність і швидкість. При цьому деякі чисельно-аналітичні методи, до яких зокрема відноситься метод часткових областей, не вимагають ітераційного процесу, оскільки параметри їх алгоритму (наприклад, число мод проєкційного базису), що забезпечують прийнятну точність, можуть бути оцінені апріорі.

По-друге, ряду законів електродинаміки чисельно-аналітичні розв'язки задовольняють більш точно або взагалі автоматично. До цих законів зокрема відносяться співвідношення взаємності, закон збереження енергії, закон симетрії потоку енергії та співвідношення між амплітудами та фазами основних і вищих просторових гармонік поля, що випливають з них.

По-третє, при застосуванні чисельно-аналітичних методів усі якісні характеристики, включаючи характерні частотні точки (повного проходження, повного відбиття, повного перетворення у крос-поляризовану хвилю тощо), проявляються навіть на малих порядках, що важливо при попередніх дослідженнях того чи іншого нового явища.

Крім того, вже при малих розмірах проєкційних базисів простежується існування власних коливань, що дозволяє відразу припустити існування характерних частотних точок у задачах дифракції. Наприклад, явище «надзвичайного оптичного проходження» через екран, перфорований позамежними отворами, деякий час пояснювалося резонансами «плазмонів-поляритонів», що збуджуються на границі недосконалого металу. Шляхом дослідження власних коливань таких структур і їх складових було показано, що площинне зчленування між півпростором і двовимірно періодичною ґраткою з напівнескінченних хвилеводів має свої власні «апертурні» коливання [1\*]. Вони забезпечують резонанси повного проходження через перфоровані екрани навіть в разі ідеального металу.

Ще одна методологічна перевага чисельно-аналітичних підходів полягає в тому, що вони, зокрема метод часткових областей і його модифікації, найчастіше аналізують спочатку окремі фрагменти цілого, а потім проводиться «електродинамічне збирання» методом узагальнених *S*-матриць. Це дозволяє досліджувати тонку структуру фізичних ефектів, глибше розуміти їх природу та принципи формування.

Недоліком чисельно-аналітичних методів є їх менша універсальність у порівнянні з прямими, оскільки вони вимагають побудови нового окремого алгоритму при зміні топології структури, що розраховується. Таким чином, актуальним напрямком досліджень є розробка універсальних підходів, що базуються на чисельно-аналітичних методах, які будуть поєднувати в собі, з одного боку, універсальність прямих методів, а з іншого, точність і ефективність чисельно-аналітичних.

У цьому напрямку в дисертаційній роботі розв'язано важливу проблему сучасної радіофізики та прикладної електродинаміки – розробки універсального й ефективного підходу до розрахунку характеристик розсіяння неоднорідностей довільної форми у хвилеводах і періодичних структурах. Цю проблему вирішено за допомогою запропонованого автором узагальнення методу часткових областей з метою отримання універсального алгоритму розрахунку матриць розсіяння неоднорідностей з кусково-координатними границями. При цьому, в разі довільних границь з єдиною вимогою кускової координатності формування структури матричних операторів та всієї схеми розрахунків переноситься на плечі комп'ютера. У разі некоординатних або комбінованих границь використовується їх ступінчаста апроксимація.

Запропоновані чисельно-аналітичні підходи було використано при дослідженні високодобротних явищ у задачах дифракції, аналізі спектральних задач для відкритих структур у комплексній області частот, оперативному розв'язанні задач багатовимірної оптимізації та у ряді інших проблем електродинаміки, що не входять до сфери застосувань кінцево-різницевих схем.

Чисельно-аналітичні методи було розвинено для аналізу різних об'єктів електродинаміки, до яких відносяться хвилевідні об'єкти зі складним контуром або екрани, в тому числі багатошарові, з відповідними періодичними елементами. Особливе місце в роботі займають сучасні дослідження в області метаматеріалів. Тут структура самих «метаатомів» різного роду така, що глобальний ефект базується на «близькодії» дрібноструктурних елементів згасними полями, що вимагає точного розрахунку полів у тонких зазорах (щілинах).

До ряду об'єктів, що потребують спеціального підходу, входять також протяжні структури, що містять періодичні дрібномасштабні елементи. До них відносяться електродинамічні системи пристроїв вакуумної електроніки, таких як ЛЗХ, ЛБХ, клинотрон тощо, де присутні протяжна сповільнювальна система та вихідні надрозмірні вузли, а також періодичні системи прискорювачів. Тут нерозв'язана досі задача полягала в розрахунку матриці розсіяння з'єднання регулярного хвилеводу і сповільнювальної системи. Її наявність забезпечить побудову точної 3D моделі всього приладу. Крім того, розв'язання проблеми розрахунку узагальненої *S*-матриці в базисі Флоке хвиль відкриває можливості в розв'язанні задачі про «гомогенізацію» метаматеріального середовища та проблеми узгодження відповідної багатошарової структури з вільним простором.

Таким чином, розвиток ефективних чисельно-аналітичних методів для вивчення тонкої структури нових популярних об'єктів у мікрохвильовій і оптичній техніці, що істотно розширюють можливості антено-фідерної техніки НВЧ і сучасної фотоніки, є **актуальним** завданням.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертація узагальнює результати досліджень, що були виконані у лабораторії обчислювальної електродинаміки відділу теорії дифракції та дифракційної електроніки Інституту радіофізики та електроніки ім. О. Я. Усикова НАН України в рамках таких держбюджетних тем: «Розробка та впровадження нових методів обчислювальної

радіофізики, теоретичне та експериментальне дослідження трансформації електромагнітних полів гіга- і терагерцового діапазонів в об'єктах і середовищах антропогенного та природного походження» (шифр «БУКСИР 3», номер держреєстрації 0106U011975); «Розробка та впровадження нових методів обчислювальної радіофізики; теоретичне та експериментальне дослідження трансформації електромагнітних полів гіга-, терагерцевого та оптичного діапазонів в об'єктах і середовищах антропогенного та природного походження; аналіз та синтез нових вузлів і пристроїв резонансної квазіоптики, твердотільної електроніки, імпульсної та антенної техніки; розробка і тестування нових вимірювальних схем рефлекто- і діелектрометрії» (шифр «БУКСИР 4», номер держреєстрації 0112U000210); «Генерація, посилення, детектування та розповсюдження терагерцового випромінювання: електродинамічне моделювання та експеримент» (шифр «СТАРТ 4», номер держреєстрації 0117U004034); «Нові теоретичні та експериментальні методи в електродинамічному моделюванні, генерації та випромінюванні електромагнітних хвиль гігагерцового та терагерцового діапазонів частот» (шифр «СТАРТ 5», номер держреєстрації 0120U00980); «Аналіз і синтез нових радіофізичних пристроїв, штучних матеріалів та метаповерхонь для діапазонів довжин хвиль від міліметрів до мікрометрів строгими методами» (шифр «Ротор», номер держреєстрації 0120U100500).

Мета і задачі дослідження. Мета дослідження – узагальнення методу часткових областей з метою отримання універсального алгоритму розрахунку матриць розсіяння неоднорідностей з кусково-координатними границями в декартовій або циліндричній системах координат.

Для досягнення поставленої мети було розв'язано наступні ключові задачі:

- побудовано узагальнення методу часткових областей для розрахунку базисів власних мод хвилеводів із координатними границями в циліндричній системі координат на випадок довільної кількості часткових областей, що складають переріз хвилеводу;
- розроблено алгоритм автоматичної побудови ступінчастої апроксимації границі перерізу хвилеводу, заданої параметрично, зі збереженням площини перерізу, що забезпечує кращу точність розрахунків згідно з усталеним у практиці правилом Р. Міттри [2\*];
- усунено проблему особливостей дисперсійного рівняння для асиметричних власних мод круглого хвилеводу з коаксіальною діелектричною вставкою;
- розроблено алгоритми автоматичного формування матричних операторів для розрахунку хвилевідних неоднорідностей з координатними границями в декартовій та циліндричній системах координат за допомогою методів часткових областей і методу узагальнених матриць розсіяння;
- узагальнено метод R. H. MacPhie i K. L. Wu [3\*] для розрахунку матриці розсіяння зчленування круглого хвилеводу, що охоплює хвилевід складного поперечного перерізу з координатними границями в декартовій системі координат;
- розроблено метод розрахунку матриці розсіяння напівнескінченної періодичної системи з розсіювачів із відомими узагальненими матрицями розсіяння.

*Об'єкт дослідження* – процес поширення і розсіяння електромагнітних хвиль в направляючих і резонансних структурах.

Предмет дослідження – матриці розсіяння та резонансні властивості хвилевідних неоднорідностей, шаруватих матеріалів і скінченних та напівскінченних фрагментів періодичних структур.

Методи дослідження. Для розв'язання поставлених у дисертації задач використовувалися строгі чисельно-аналітичні та чисельні методи. Основні використані методи - це метод часткових областей, метод сингулярних інтегральних рівнянь та метод узагальнених матриць розсіяння. Крім того, використовувалися методи функції Гріна, сканувальних граток, Евальда, Ейлера, перевалу, градієнтного спуску, генетичні алгоритми, *B*-сплайни та інші.

Наукова новизна одержаних результатів полягає в наступному:

- 1. Вперше запропоновано узагальнення методу часткових областей для розрахунку власних мод хвилеводів і апертур складного перерізу на випадок довільного числа областей з координатними границями в циліндричній системі координат.
- Вперше побудовано узагальнення методу часткових областей для розрахунку узагальненої матриці розсіяння, що виникає при розв'язанні задач аналізу електромагнітних полів площинних зчленувань хвилеводів довільного складного перерізу з координатними або кусково-координатними границями в одній із систем координат: декартовій або циліндричній.
- Для розрахунку власних мод хвилеводів із криволінійними або комбінованими границями вперше забезпечено автоматичну ступінчасту апроксимацію границь, що наблизило сферу застосування чисельно-аналітичних алгоритмів до кінцево-різницевих. Метод було використано для оптимізації широкосмугового поляризатора в коаксіальному хвилеводі.
- 4. Розроблено алгоритми розрахунку площинних зчленувань круглого хвилеводу з діелектричною коаксіальною вставкою з круглим і коаксіальним хвилеводами. При цьому вперше запропоновано оригінальні зображення для асиметричних мод і характеристичного рівняння круглого хвилеводу з діелектричною вставкою. На відміну від стандартних вони не містять особливостей в критичних точках.
- 5. Вперше побудовано узагальнення методу часткових областей для розрахунку площинного зчленування широкого круглого хвилеводу з хвилеводами складного довільного поперечного перерізу в декартовій системі координат. Реалізований алгоритм дозволив запропонувати серію компактних обертачів площини поляризації в круглому хвилеводі, що перебудовуються на необхідний кут обертання. Їх поздовжній розмір становить всього лише близько λ/30. Найкраща конструкція дозволяє перебудовувати кут обертання площини поляризації в діапазоні від -125° до -58° при обертанні однієї з діафрагм пристрою на кут у діапазоні від -30° до -12° зі зберіганням коефіцієнту стоячої хвилі (КСХ) на рівні не гіршому 1,2.
- 6. Вперше чисельно продемонстровано існування ефекту оптичної активності в круглому хвилеводі об'єктом, що не має резонансних елементів типу щілин, смужок і т.п. Обертач складається з двох з'єднаних однакових, але поверне-

них відносно один одного гофрованих фланців і дозволяє обертати площину поляризації, майже повністю перетворюючи падаючу хвилю в кросполяризовану в смузі близько 5% із КСХ не гіршим 1,2.

- 7. Вперше встановлено, що в разі часткового перекриття перерізів з'єднуваних хвилеводів немає потреби у введенні «віртуальних» каналів. Пряме зшивання векторних полів через поле на загальній апертурі складного перерізу породжує інтегральне рівняння першого роду, яке, все ж таки, забезпечує стабільний розв'язок. Запропонований підхід значно ефективніший у порівнянні з підходом, що використовує «віртуальний» хвилевід нульової довжини.
- 8. Розроблено нові підходи, що дозволяють досліджувати тривимірні кіральні метаатоми, які являють собою діедральні комірки в круглому хвилеводі. Продемонстровано ланцюжок власних коливань, що послідовно формуються від окремого площинного зчленування до всієї комірки в цілому. Показано, що прояв "оптичної активності", наявність або відсутність узгодження, можливість багатосмуговості ефекту можуть бути пояснені особливостями власних коливань, що збуджуються в зазорі двошарової структури.
- 9. Запропоновано метод розрахунку матриці розсіяння електромагнітних хвиль у з'єднанні багатомодової регулярної лінії (вільного простору або регулярного хвилеводу) з напівнескінченним періодичним набором розсіювачів із відомими матрицями розсіяння, що відкрило шлях до точного моделювання цілого ряду як класичних об'єктів (періодичні системи у вакуумній електроніці та в прискорювальній техніці), так і новітніх шаруватих метаповерхонь.
- 10. Встановлено відповідність між власними режимами відбивної ґратки типу «гребінка» та формою діаграми спрямованості, що формується у двовимірній задачі випромінювання *TEM* (*H*-поляризація) і *TE*<sub>1</sub> (*E*-поляризація) хвиль з апертури плоско-паралельного хвилеводу зі скінченними гребінками на фланцях. Зокрема показано, що така двовимірна антена в разі *H*-поляризації може формувати як гладку однопелюсткову діаграму спрямованості в режимі запирання поверхневої хвилі, так і широку секторну (для вузьких одномодових канавок) або вузьку спрямовану діаграму спрямованості (для широких двомодових канавок) у режимі витічної хвилі. Показано, що при випромінюванні *E*-поляризованих хвиль таку антену зручно використовувати для формування секторних діаграм спрямованості.
- 11. Вперше запропоновано метод чисельного синтезу антени витічних хвиль, що складається з планарного діелектричного хвилеводу та гребінки, для забезпечення необхідного розподілу поля на апертурі. Метод використано для оптимізації профілю гребінки (глибин канавок і ширини ламелей) для отримання амплітудного розподілу поля класичного типу «косинус на п'єдесталі» на апертурі антени, довжина якої становить понад 100 довжин хвиль.
- 12. Отримано зручні для розрахунку зображення для функцій Гріна нескінченних періодичних ґраток із диполів із використанням методу Евальда. Зображення функцій Гріна використано для розрахунку дисперсійних характеристик власних мод періодичних ґраток із плазмонних нанокуль у дипольному

наближенні. Вперше показано, що першопричиною ефектів посилення ближнього поля та субхвильового фокусування за допомогою нескінченних періодичних шарів із плазмонних нанокуль є поверхневі власні поперечні моди. Було показано, що ці ефекти можна використовувати для подолання дифракційної межі. Зокрема, продемонстровано можливість розрізнити 2 електричні диполі, що знаходяться на відстані 0,29 $\lambda$  і випромінюють поле на частоті 787 ТГц, по іншу сторону від двошарової гратки зі срібних нанокуль у площині спостерігання на відстані 0,6 $\lambda$  від площини розташування джерел.

Практичне значення одержаних результатів. В дисертаційній роботі розвинуто низку чисельно-аналітичних методів (метод часткових областей, метод функції Гріна та метод синтезу антени витічної хвилі для забезпечення заданого амплітудного розподілу поля). Розроблені методи вносять суттєвий внесок у розвиток засобів дослідження хвильових процесів у хвилевідних і періодичних структурах. Крім того, ці методи цілком придатні для синтезу електродинамічних вузлів із більш досконалими характеристиками, ніж ті, що є в наявності. Так, побудоване узагальнення методу часткових областей вже дозволило знайти надкомпактні обертачі площини поляризації в круглому хвилеводі, а розроблений алгоритм розрахунку матриці розсіяння напівнескінченної сповільнювальної системи дозволив побудувати модель клинотрона з урахуванням взаємодії електронного пучка з власними хвилями сповільнювальної системи. Запропоновані алгоритми реалізовано в системі моделювання MWD, що розробляється в лабораторії обчислювальної електродинаміки під керівництвом здобувача. З їх допомогою запропоновано ряд пристроїв, які використовуються для модернізації радіотелескопу, що знаходиться у м. Золочів Львівської області.

Особистий внесок здобувача у роботах [1–11, 13–15, 17–23, 25–33, 35-35, 39] полягав в розробці методу та комп'ютерній реалізації алгоритму. У цих та інших роботах, що написано у співавторстві, здобувач брав участь в аналізі фізичних результатів і формулюванні узагальнювальних висновків. В роботах [1, 2, 4, 8, 10, 11, 13, 21, 29, 31, 36, 37] здобувач виконав усі чисельні експерименти. Внесок здобувача в роботі [12] полягав у розробці методів розрахунку хвилевідних неоднорідностей, що включають круглі хвилеводи з діелектричною вставкою. Внесок здобувача в роботи [16, 38] полягав у розробці та реалізації методу аналізу електродинамічної системи, що включає напівнескінченну сповільнювальну систему. В роботах [34, 35] внесок здобувача полягав у розробці методу автоматичної побудови ступінчастої апроксимації хвилеводу складного поперечного перерізу. В роботі [24] внесок здобувача полягав у оптимізації фільтрів низьких частот та переходів. Роботи [8, 10, 21, 29, 36] виконані без співавторів.

- 1. Апробація результатів дисертації. Результати роботи обговорювалися і доповідалися на науковому семінарі «Теорія дифракції та дифракційна електроніка» Інституту радіофізики та електроніки ім. О.Я. Усикова НАН України та на 24 міжнародних наукових конференціях, зокрема:
  - IEEE International Symposium on Antennas and Propagation (San Diego, USA, 2008);
  - XXIX General Assembly of the International Union of Radio Science (Chicago, USA, 2008);

- SPIE conference (Strasbourg, France, 2008);
- 2nd International Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics (Pamplona, Spain, 2008);
- 7th International Conference on Antenna Theory and Techniques (Lviv, Ukraine, 2009);
- SPIE conference (San Francisco, USA, 2011);
- 6th European Conference on Antennas and Propagation (Prague, Czech Republic, 2012);
- International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (Kharkiv, Ukraine, 2012);
- IX International Conference on Antenna Theory and Techniques (Odessa, Ukraine, 2013);
- X International Conference on Antenna Theory and Techniques (Харків, Україна, 2015);
- IEEE 7th International Conference on Advanced Optoelectronics and Lasers (Odessa, Ukraine, 2016);
- IEEE XI International Conference on Antenna Theory and Techniques (Kyiv, Ukraine, 2017);
- IEEE 17th International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (Kyiv, Ukraine, 2018);
- IEEE Ukrainian Microwave Week (Kharkiv, Ukraine, 2020).

Результати з розрахунку власних мод сповільнювальних систем і матриці розсіяння напівнескінченної сповільнювальної системи доповідалися на семінарі відділу теоретичної радіофізики Радіоастрономічного інституту НАН України.

Публікації. Основні результати за темою дисертації опубліковано в **39** наукових роботах [1-35]: у **2**-х главах монографій [1,2], у **22**-х наукових статтях [3-24] та в **15** тезах на міжнародних конференціях [25-39].

Структура та обсяг дисертації. Дисертація складається з анотації, вступу, шести розділів основного тексту з рисунками та таблицями, висновків, списку використаних літературних джерел і одного додатка. Обсяг дисертації становить 360 сторінок. Вона містить 114 рисунки (з них 3 розміщені на окремих сторінках), 6 таблиць (? з них на окремій сторінці) та 281 бібліографічне посилання.

## ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обґрунтовано актуальність теми дисертаційної роботи, сформульовано мету, основні задачі, об'єкт та предмет дослідження, наведено нові наукові результати, що виносяться до захисту, та їх практичне значення. Також наведено дані щодо публікацій здобувача, його особистого внеску в них та апробації отриманих результатів. Надано інформацію про структуру та обсяг дисертації.

У розділі 1 виконано огляд літератури, в якій побудовано чисельні та чисельно-аналітичні методи електродинаміки. Особливу увагу приділено методам часткових областей та методу сингулярних інтегральних рівнянь. Показано, що існує багато модифікацій методу часткових областей, породжених різноманітністю можливих топологій поперечних перерізів хвилеводів. Зміна топології потребує по-

будови нового алгоритму. Це звужує універсальність методу у порівнянні з прямими кінцево-різницевими методами.

У дисертаційній роботі запропоновано і реалізовано універсальний метод, який дозволяє розглядати довільну топологію хвилеводів і неоднорідностей у них із координатними границями в циліндричній системі координат. До цього такий підхід було розвинуто для декартової системи координат [4\*, 5\*].

У розділі 2 розглянуто задачі знаходження власних мод хвилеводів довільного складного поперечного перерізу з координатними та кусковокоординатними границями. В підрозділі 2.1 розглянуто випадок кусковокоординатних границь у циліндричній системі координат (радіальні  $\varphi = const$ і азимутальні  $\rho = const$ ). До цього цю задачу було розв'язано для випадку границь в декартовій системі координат (горизонтальними y = const i вертикальними x = const). Попри схожість цих задач, випадок циліндричної системи координат значно складніший. Оскільки у випадку декартової системи координат можливі тільки прямокутні часткові області, на які розбивається складний переріз, а у випадку циліндричної системи координат області мо-



Рисунок 1 – Приклад складного поперечного перерізу з границями в циліндричній системі координат і його розбиттями на часткові області

жуть бути одного з чотирьох типів: круг, коаксіал, сектор круга і сектор коаксіала. Кожен тип підобласті потребує свого зображення поля. На Рис. 1 наведено приклад складного поперечного перерізу з границями в циліндричній системі координат. Показано обраний спосіб його розбиття на часткові підобласті кривими  $\rho = const$ . Саме при такому виборі розбиття інтеграли по загальним границям областей, що виникають при застосуванні методу часткових областей, можуть бути знайдені аналітично, як інтеграли від тригонометричних функцій, що значно підвищує ефективність методу.

Задачі на власні *TE* і *TM* моди хвилеводів еквівалентні задачам Штурма-Ліувілля (тобто задачам на власні значення) для оператора Лапласа з граничними умовами Неймана і Дирихле на ідеально-провідних границях відповідно.

Наведемо узагальнене зображення власних мод хвилеводу з координатними границями в циліндричній системі координат на прикладі *TE* мод. Використовуючи метод вектора Герца, отримуємо зображення для поля власної *TE* моди

$$\vec{E} = \sqrt{W_{TE}} \operatorname{rot} \left( \hat{z} \psi_{TE} \left( \rho, \varphi \right) e^{\pm i \gamma z} \right), \quad \vec{H} = \frac{1}{i \gamma \sqrt{W_{TE}}} \left( \operatorname{grad} \operatorname{div} + k^2 \right) \left( \hat{z} \psi_{TE} \left( \rho, \varphi \right) e^{\pm i \gamma z} \right), \quad (1)$$

де  $W_{TE} = \omega \mu_0 \mu / \gamma$  – хвильовий опір *TE* моди,

 $\hat{z}$  – одиничний вектор, спрямований вздовж осі хвилеводу,  $\psi_{TE}(\rho, \varphi)$  – скалярний потенціал Герца,  $\gamma = \sqrt{k^2 - \chi^2}$  – постійна поширення моди,  $k = \omega \sqrt{\varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0}$  – хвильове число у матеріалі, що заповнює хвилевід,  $\omega$  – кругова частота,

 $\chi$  – поперечне хвильове число моди,

ε і μ – відносні діелектрична та магнітна проникності,

 $\varepsilon_0$  і  $\mu_0$  – електрична та магнітна постійні.

Застосовуючи метод розділення змінних, отримуємо зображення для скалярного потенціалу Герца *TE* моди в частковій області  $S_j = \left\{ (\rho, \varphi) : \rho \in \left( R_0^{(j)}, R_1^{(j)} \right), \varphi \in \left( \varphi_0^{(j)}, \varphi_1^{(j)} \right) \right\}$ 

$$\psi_{TE}^{(j)}(\rho,\varphi) = \sum_{r=0}^{1} \left\{ -A_{0}^{(j,r)} U_{TE,0}^{(j,r)}(\chi\rho) + \sum_{n=1}^{M_{h}^{(j)}} U_{TE,n}^{(j,r)}(\chi\rho) \left[ -A_{n}^{(j,r)} \cos\left(n\xi_{j}\left(\varphi - \varphi_{0}^{(j)}\right)\right) + B_{n}^{(j,r)} \sin\left(n\xi_{j}\left(\varphi - \varphi_{0}^{(j)}\right)\right) \right] \right\},$$
<sup>(2)</sup>

де  $A_n^{(j,r)}$  і  $B_n^{(j,r)}$  – невідомі коефіцієнти,

$$U_{TE,n}^{(j,r)}(x) = \begin{cases} C_{\xi_{j}n}(\chi R_{1}^{(j)}) J_{\xi_{j}n}(x), & S_{j} - \text{ круг або сектор круга,} \\ \frac{C_{\xi_{j}n}(\chi R_{1}^{(j)})}{C_{\xi_{j}n}(\chi R_{0}^{(j)})} \left[ Y_{\xi_{j}n}'(\chi R_{r}^{(j)}) J_{\xi_{j}n}(x) - J_{\xi_{j}n}'(\chi R_{r}^{(j)}) Y_{\xi_{j}n}(x) \right], & S_{j} - \text{ коаксіал або сектор коаксіала,} \end{cases}$$
(3)

$$\boldsymbol{\xi}_{j} = \begin{cases} 1, \quad \boldsymbol{S}_{j} - \boldsymbol{\kappa} \boldsymbol{p} \boldsymbol{y} \boldsymbol{r} \text{ або коаксіал,} \\ \pi / \left( \boldsymbol{\varphi}_{1}^{(j)} - \boldsymbol{\varphi}_{0}^{(j)} \right), \quad \boldsymbol{S}_{j} - \boldsymbol{c} \boldsymbol{\epsilon} \boldsymbol{\kappa} \boldsymbol{\tau} \boldsymbol{o} \boldsymbol{p} \boldsymbol{y} \boldsymbol{r} \boldsymbol{a} \boldsymbol{a} \boldsymbol{\delta} \boldsymbol{o} \boldsymbol{\kappa} \boldsymbol{o} \boldsymbol{a} \boldsymbol{\kappa} \boldsymbol{c} \boldsymbol{a} \boldsymbol{n}, \end{cases}$$
(4)

Для круга та коаксіала вважаємо  $\varphi_0^{(j)} = 0$ ,  $\varphi_1^{(j)} = 2\pi$ .

У зображеннях мод слід враховувати асимптотичну поведінку циліндричних функцій для великих порядків. При фіксованому аргументі функція Бесселя швидко спадає, тоді як функція Неймана швидко зростає, коли їх порядок зростає. Для придушення швидкого зростання функцій Неймана та швидкого спадання функцій Бесселя в (3) вводиться нормувальний коефіцієнт

$$C_{\nu}(x) = \begin{cases} 1, \quad \nu = 0, \\ \left(\min\left\{\frac{ex}{2\nu}, 1\right\}\right)^{-\nu}, \quad \nu \neq 0. \end{cases}$$
(5)

Деякі коефіцієнти у зображенні (2) дорівнюють нулю апріорі через граничні умови для області кожного конкретного типу. А саме

 $A_n^{(j,0)} \neq 0$  тільки якщо  $S_j$  не сектор,

 $A_n^{(j,1)} \neq 0$ тільки для коаксіала,

 $B_n^{(j,0)} \neq 0$  завжди,

 $B_n^{(j,1)} \neq 0$  тільки якщо  $S_j$  не круг і не сектор круга.

Решту коефіцієнтів має бути визначено.

Зображення (2) автоматично задовольняє граничним умовам на радіальних і частині азимутальних границь перерізу, а також умові обмеженості полів у початку координат.

Узагальнення на випадок довільної кількості довільним чином розташованих областей, що формують поперечний переріз хвилеводу, реалізовано за допомогою використання розгалужень у формулах (3) і (4). Потрібна гілка, що визначає значення функції або величини, обирається у момент їх розрахунку.

Система лінійних алгебраїчних рівнянь для знаходження власних *TE* мод отримується шляхом проєкціювання умов спряження скалярного потенціалу Герца  $\psi_{TE} \sim H_z$  і його частинної похідної  $\partial \psi_{TE} / \partial \rho \sim E_{\varphi}$  на загальних азимутальних границях часткових областей  $\rho = const$  на визначені повні системи функцій.

Тригонометричні функції можуть бути обрані як ці повні системи функцій. У цьому випадку метод стає еквівалентним класичному методу часткових областей. Альтернативно можна обрати системи зважених тригонометричних функцій, поліномів Чебишева або Гегенбауера, що точно або приблизно задовольняють умові на ребрах, як було запропоновано в [5\*, 6\*] для випадку декартових границь.

Аналогічний підхід було розроблено та реалізовано і для випадку *TM* та *TEM* мод.

Як приклад на Рис. 2 наведено розподіл полів перших *TE* і *TM* мод складного хвилеводу з координатними границями в циліндричній системі координат. Кольорові стрілки на Рис. 2а представляють напрямок і амплітуду поперечного електричного поля. Інтенсивність кольору заповнення на рис. 26 представляє амплітуду компоненти  $E_z$ . Завдяки поворотній симетрії  $C_4$  розглянутого поперечного перерізу його моди можуть мати кратності 1 і 2. Перша *TE* мода має кратність 2. Окрім моди, зображеної на Рис. 2а, існує мода, повернута на 90° з тією ж частотою відсікання.



Рисунок 2 – Розподіл полів власних мод хвилеводу складного поперечного перерізу з координатними границями в циліндричній системі координат: (а) перша *TE* мода, (б) перша *TM* мода

Розроблений алгоритм разом з побудованим раніше алгоритмом для випадку декартових границь робить метод часткових областей значно універсальнішим. Але залишаються випадки, коли границі не є координатними, або коли вони комбіновані, тобто одна частина з них задана в декартовій системі координат, а інша – в циліндричпропонується ній. Такі задачі розв'язувати за допомогою ступінчастої апроксимації некоординатних границь, або границь, заданих в циліндри-



Рисунок 3 – Ступінчаста апроксимація гребінчастого коаксіального хвилеводу

чній системі у комбінованому випадку. У підрозділі 2.2 запропоновано алгоритм автоматичної побудови ступінчастої апроксимації границь, заданих параметрично. При цьому вона будується так, щоб площини первинного та наближеного перерізів збігалися. Це правило нав'язано з тих міркувань, що частоти відсікання перших *TE* і *TM* мод значною мірою залежать від площини поперечного перерізу хвилеводу.

Цей підхід було використано для аналізу й оптимізації поляризатора на поздовжній вставці у коаксіальному хвилеводі. Відповідний результат описано у розділі 3. Ступінчаста апроксимація поперечного перерізу поляризатора зображена на Рис. 3.

Для тестування підходу розглянемо перші TE і TM моди коаксіального хвилеводу, розраховані за допомогою ступінчастої апроксимації та через класичне характеристичне рівняння. Таблиця 1 ілюструє достовірність результатів, отриманих із розробленим алгоритмом. Дані в таблиці 1 розраховано для перших 12 TE і TM мод у коаксіальному хвилеводі з зовнішнім радіусом 23,6 мм і радіусом внутрішнього провідника 8,6 мм. Точні дані отримано з використанням відомих дисперсійних рівнянь для *TE* і *TM* мод. Результати методу часткових областей отримано для кількості сходинок M = 65 та двох комбінацій умов на стінках симетрії: горизонтальна ідеальна магнітна стінка симетрії (PMW) та вертикальна ідеальна електрична вертикальна стінка симетрії (PEW) і навпаки. Хоча частоти відсікання для обох комбінацій повинні бути однаковими, насправді вони різняться між собою (не більше ніж на 1%) і від точного значення ( $\approx 1\%$  для *TE*<sub>11</sub> моди). Крім того, порядок послідовності деяких *TM* мод порушено (їх частоти відсікання підкреслено в таблиці 1). Ці похибки вплинули неістотно на застосування алгоритму при розробці широкосмугового поляризатора, наведеного у розділі 3.

Моди	Точне значен-	PMW-PEW	PEW-PMW
	ня		
$TE_{11}$	6,0788	6,0188	6,0274
$TE_{31}$	16,7498	16,6459	16,6244
$TM_{11}$	20,6940	21,0218	20,9848
$TE_{12}$	21,9717	21,8756	21,9201
$TE_{51}$	25,9193	25,7015	25,7056
$TM_{31}$	26,9244	27,1396	27,1844
$TE_{32}$	30,5775	30,3776	30,2144
<i>TE</i> <sub>71</sub>	34,6828	34,3488	34,2700
$TM_{51}$	35,6523	35,8652	35,8607
$TM_{12}$	40,3711	41,0385	40,9634
$TE_{13}$	40,9688	40,8194	40,9143
$TE_{52}$	41,8194	41,5991	41,5498

Таблиця 1 - Частоти відсікання у ГГц власних мод коаксіального хвилеводу, розраховані з точного рівняння, та алгоритмом ступінчастої апроксимації

Узагальнення методу часткових областей для хвилеводів із границями в декартовій системі координат [4\*, 5\*], побудоване в роботі аналогічне узагальнення для випадку циліндричної системи координат, і запропонований алгоритм ступінчастої апроксимації некоординатних і комбінованих границь підіймають універсальність методу часткових областей майже на рівень прямих кінцево-різницевих методів. Оскільки ці підходи разом дозволяють розглядати порожнисті або повністю заповнені діелектриком хвилеводи будь-якої топології.

У випадку часткового заповнення хвилеводу задача пошуку власних мод значно ускладнюється. По-перше, у загальному випадку моди в цій задачі гібридні та не розподіляються на *TE* і *TM* поляризовані (за винятком найпростіших геометрій, коли діелектрик утворює суцільний шар на одній зі стінок хвилеводу

[7\*]); по-друге, базиси стають частотно залежними й, по-третє, при великих значеннях відносної діелектричної проникності  $\varepsilon$  діелектрика тут можливі комплексні моди з комплексними постійними поширення [8\*].

У підрозділі 2.3 запропоновано модифікацію характеристичного рівняння для знаходження власних мод одного з найпростіших, але дуже широко використовуваного хвилеводу з частковим діелектричним заповненням, а саме круглого хвилеводу з коаксіальною діелектричною вставкою (Рис. 4).

Характеристичне рівняння для такого хвилеводу було знайдено ще у 1960-х роках. Але воно, як рівняння відносно постійної поширення, має своїм недоліком наявність особливостей в точках, коли фазова швидкість хвилі дорівнює швидкості світла в одному з діелектричних шарів хвилеводу. У роботі [9\*] було запропоновано в околах цих особливостей використовувати поліноміальну апроксимацію характеристичного рівняння з розкриттям невизначеності. Це потребує також іншого зображення полів власних мод в околах цих особливостей. Таким чином, цей



Рисунок 4 – Поперечний переріз кругового хвилеводу з діелектричною вставкою



Рисунок 5 – Порівняння двох характеристичних функцій поблизу критичної точки.

підхід подвоює необхідну кількість інтегралів зв'язку, які необхідно вміти розраховувати для знаходження матриці розсіяння круглого двошарового хвилеводу з іншими. Запропоноване в дисертаційній роботі характеристичне рівняння значно складніше класичного [9\*], але воно не має цих особливостей.

На Рис. 5 наведено порівняння двох характеристичних функцій (класичної та запропонованої) в околі критичної точки для діелектрично навантаженого кругового хвилеводу з  $\varepsilon_1 = 2$  та  $\rho_1/\rho_2 = 0,1$  для азимутального індексу n = 1 та  $k_2\rho_2 = 10,0813352$ , де  $k_2 = k_0\sqrt{\varepsilon_2\mu_2}$ . Суцільна лінія відповідає класичній характеристичній функції, а пунктирною лінією зображено модифіковану характеристичну функцію. Якщо  $|\chi_2\rho_2| < 0,001$ , де  $\chi_2 = \sqrt{k_2^2 - \gamma^2}$  і  $\gamma$  – постійна поширення моди, класична характеристична функція має величезні похибки. Частоту обрано таким чином, щоб розв'язок характеристичного рівняння потрапляв у критичну область. Класичне характеристичне рівняння при обраних значеннях параметрів взагалі не дозволяє знайти основну  $HE_{11}$  моду хвилеводу. В той час як запропонована характеристична функція не має особливостей у критичній області.

Запропоноване характеристичне рівняння стійке та дозволяє знаходити сотні власних мод круглого двошарового хвилеводу. Воно було використано для розрахунку тридіапазонного випромінювача радіотелескопу [12].

Розділ 3 дисертації присвячено задачам розсіяння електромагнітних хвиль не неоднорідностях у хвилеводах складного поперечного перерізу в декартовій і циліндричній системах координат. Матриця розсіяння найпростішої неоднорідності, якою є площинне зчленування двох хвилеводів, розраховується класичним методом часткових областей. Особливістю тут є необхідність розрахунку інтегралів зв'язку між модами, що мають узагальнені зображення. У випадку циліндричної системи координат відповідне зображення для *TE* мод задається формулою (1).

У випадку зчленування двох хвилеводів із границями в декартовій системі координат інтеграли зв'язку можуть бути розраховані аналітично. У випадку зчленування двох хвилеводів із границями в циліндричній системі координат інтеграли зв'язку доводиться розраховувати чисельно, оскільки вони містять неаналітичні інтеграли від добутку циліндричних функцій. Для цього використовувався метод трапецій.

У випадку зчленування двох хвилеводів, що накладаються, і при цьому їх перетин не збігається ні з одним перерізом (Рис. 6), можливе використання двох підходів. Перший полягає у введенні «віртуального» хвилеводу з перерізом, що відповідає перетину двох хвилеводів. Зчленування кожного з хвилеводів з «віртуальним» розраховується класичним методом часткових областей, а первинне зчленування можна розраховувати методом узагальнених матриць розсіяння для з'єднання двох площинних зчленувань «віртуальним» хвилеводом нульової довжини. Інший підхід полягає в проєкціюванні мод двох хвилеводів на власні моди їх перетину. Це призводить до матричного рівняння першого роду, яке, все-таки, дозволяє отримати стійкий розв'язок, якщо використовувати правило Р. Міттри [2\*] для усікання базисів хвилеводів. У дисертаційній роботі доведено еквівалентність обох підходів і показано перевагу другого підходу з точки зору ефективності.



Рисунок 6 – Площинне зчленування хвилеводів (а) і традиційна схема введення «віртуального» хвилеводу в методі узагальнених матриць розсіяння (б)

Для розрахунку матриці розсіяння круглого хвилеводу, що охоплює хвилевід довільного складного поперечного перерізу з координатними границями в декартовій системі координат (Рис. 7), у дисертаційній роботі побуузагальнення довано методу R. H. McPhie i K. L. Wu, який раніше було запропоновано для випадку зчленування круглого та прямокутного [3\*] або хрестоподібного [10\*] хвилеводів. Він використовує представлення мод круглого хвилеводу у вигляді нескінченної суперпозиції плоских хвиль.

Для розрахунку *S*-матриць складних неоднорідностей, що утворені двома або більшою кількістю площинних зчленувань, в роботі використовується метод узагальнених матриць розсіяння.

В третьому розділі також наведено низку практично важливих застосувань запропонованих підходів і побудованих алгоритмів [12, 14, 15, 17-20, 24, 34, 35, 39].

Шляхом оптимізації знайдено низку конструкцій широкосмугового поляризатора на поздовжній вставці в коаксіальному хвилеводі з різним числом секцій (підрозділ 3.5). Оскільки частину границь поперечного перерізу хвилеводів, що складають пристрій, задано в декартовій, а іншу – в циліндричній системі координат, то в цій задачі використовується ступінчаста апроксимація (Рис. 3). Результат оптимізованих конструкцій з різним числом секцій *N* для коефіцієнтів відбиття й еліптичності наведено на Рис. 8.







Рисунок 8 – Залежності коефіцієнтів відбиття моди *TE*<sup>y</sup><sub>11</sub> і еліптичності від частоти для оптимізованих конструкцій поляризатора

У підрозділі 3.6 досліджено ефект штучної оптичної активності, тобто обертання площини поляризації хвилі при проходженні  $TE_{11}$  моди круглого хвилеводу через дві спряжені кіральні діафрагми з прямокутними або Г-подібними щілинами. Для цього використовувався метод R. H. MacPhie i K. L. Wu та його узагальнення.

Це дозволило запропонувати конструкцію надкомпактного обертача площини поляризації в круглому хвилеводі, що може перебудовуватися на потрібний кут обертання площини поляризації при фіксованій частоті шляхом обертання однієї з діафрагм відносно іншої (Рис. 9). Його поздовжній розмір складає усього  $\lambda/30$ . Ефект отримав підтвердження в експерименті, який було проведено під керівництвом В. М. Деркача.

Шляхом чисельного експерименту показано, що коефіцієнти відбиття Rі проходження T такого пристрою можуть добре наближуватися простими апроксимаційними формулами, що залежать від власних коливань структури:

$$R(f) = -\frac{1}{2} (P^{+} + P^{-}), \qquad (6)$$

$$T(f) = -\frac{1}{2} (P^{+} - P^{-}), \qquad (7)$$

$$P^{\pm} = \begin{cases} \prod_{i=1}^{N^{\pm}} \left( \frac{\gamma - \left(\overline{\gamma}_{eigen,i}^{\pm}\right)^{*} \right) \left(\gamma + \gamma_{eigen,i}^{\pm} \right)}{\left(\gamma - \gamma_{eigen,i}^{\pm}\right) \left(\gamma + \left(\gamma_{eigen,i}^{\pm}\right)^{*} \right)}, N^{\pm} > 0, \quad (8) \\ 1, \quad N^{\pm} = 0, \end{cases}$$



Рисунок 9 – Експериментальний макет обертача площини поляризації (а), коефіцієнт стоячої хвилі та кут повороту площини поляризації в залежності від кута повороту однієї з діафрагм відносно іншої (б)

де  $N^{\pm}$  – число симетричних (для +) і асиметричних (для –) власних коливань,  $f_{eig,i}^{\pm}$ – їх власні частоти,  $f_{cut}$  – частота відсікання домінантної моди круглого хвилеводу,  $\gamma = \sqrt{f^2 - f_{cut}^2}$ ,  $\gamma_{eigen,i}^{\pm} = \sqrt{\left(f_{eigen,i}^{\pm}\right)^2 - f_{cut}^2}$ . Зірочка у (8) означає комплексне спряження.

Ці формули було виведено для структур, що мають поздовжню симетрію [11\*]. Структури, що розглядаються, замість поздовжньої симетрії мають особливий тип симетрії, яка називається діедральною. Поздовжня симетрія власних коливань в цьому випадку не визначена. Тим не менш, якщо умовно розділити власні коливання на «симетричні» і «асиметричні» по їх близькості до коливань відповідної симетрії з точки зору спрямованості напруженості електричного поля в портах, то наведені апроксимації добре наближують амплітудно-частотні характеристики пристрою. Це видно на Рис. 10.

Таким чином оптична активність, резонансні частоти, ширина смуги визначаються наявністю власних коливань.

Показано, що резонансну частоту з високим рівнем оптичної активності такого пристрою можна істотно знизити, якщо використовувати багатощілинні діа-

фрагми (Рис. 11), або Г-подібні щілини (Рис. 12). Останні дозволяють зсунути резонансну частоту навіть у позамежну область частот. Це спостереження дозволить у майбутньому розробляти фільтри на запертих модах, що обертають площину поляризації.

Запропоновано конструкцію обертача поляризації в круглому хвилеводі, що не має резонансних елементів типу щілин, смужок тощо (підрозділ 3.7). Він складається з двох гофрованих фланців (Рис. 13). Для розрахунку пристрою використовувалося узагальнення методу часткових областей для знаходження власних мод хвилеводів з координатними границями в циліндричній системі координат, яке було наведено в розділі 2. Показано, що такі пристрої можуть ефективно обертати площину поляризації. Результат наве-



Рисунок 10 – Порівняння між апроксимацією амплітудно-частотних характеристик (пунктирна крива) і строгим ро-

зрахунком (суцільна крива) для двох спряжених діафрагм з 16 прямокутними щілинами у круглому хвилеводі. Хрестиками позначено положення власних частот структури.

дено на Рис. 14. Недолік таких обертачів – це більший поздовжній розмір, у порівнянні з обертачем, наведеним на Рис. 9. Очікувана перевага – зменшені омічні втрати, оскільки конструкція не має резонансних елементів.

Розділ 4 дисертації присвячено чисельному моделюванню розсіяння електромагнітних хвиль на напівнескінченній періодичній системі розсіювачів.

Запропонований метод може бути використано для аналізу резонаторів пристроїв вакуумної електроніки, що включають скінченні фрагменти сповільнюва-



Рисунок 11 – Вплив азимутального зсуву між двома кіральними діафрагмами на рівень крос-поляризованої моди для різного числа щілин. Суцільні і точкові криві обмежують рівні переданої крос-поляризованої хвилі 0,5 і 0,9 відповідно.



Рисунок 12 – Двосмуговий прояв оптичної активності в обертачі площини поляризації з двох спряжених діафрагм з трьома Гподібними щілинами при різних кутах між діафрагмами

льних систем [21] і для дослідження характеристик розсіяння на півпросторі, заповненому метаматеріалом з перфорованих екранів.

Матриця розсіяння напівнескінченної сповільнювальної системи важлива для побудови «гарячої» моделі резонаторів вакуумної електроніки, в яких поширення хвилі сповільнювальної системи визначається не тільки електродинамікою, але і її взаємодією з електронним пучком. Розгляд скінченного фрагмента сповільнювальної системи як поєднання двох неоднорідностей, що відповідають його кінцям, періодичним хвилеводом є свого роду гомогенізацією структури. такої Л. М. Литвиненком та С. Л. Просвірніним було запропоновано знаходити матрицю розсіяння напівнескінченної періодичної структури з нелінійного матричного рівняння, яке випливає з тієї властивості, що матриця розсіяння не змінюється при додаванні одного періоду [12\*]. Серед його розв'язків крім вірного є і ті, що не задовольняють умові на нескінченності в періодичному порту. Вони відкидаються після аналізу розв'язків. У роботах [13\*, 14\*] явне використання умови на нескінченності дозволило отримати лінійне рівняння для знаходження такої матриці, яке не має хибних розв'язків. У дисертаційній роботі запропоновано підхід, схожий з описаними в [13\*, 14\*]. Однак він призводить до матричних рівнянь значно меншого порядку.

На першому етапі знаходяться власні моди періодичної структури з неоднорідностей, для яких відомі узагальнені матриці розсіяння. Для цього



Рисунок 13 – Топологія обертача площини поляризації з двох гофрованих фланців: а) окремий фланець з трьома секторними канавками, б) внутрішня порожнина обертача



Рисунок 14 – Коефіцієнт відбиття з двогорбовою характеристикою та кут повороту площини поляризації в залежності від частоти для обертача площини поляризації з двох гофрованих фланців

використовувався підхід, запропонований ще в 1967 році С. Б. Франкліном в одномодовому наближенні [15\*] і потім розвинений в 1991 році з урахуванням вищих мод [16\*], що дозволило знайти власні моди гофрованих круглого та прямокутного хвилеводів.

Власні моди знаходяться з дисперсійного рівняння

$$\begin{vmatrix} I + \hat{\varphi}S^{00}\hat{\varphi} - \alpha S^{10}\hat{\varphi} & (\hat{\varphi}S^{01} - \alpha I - \alpha S^{11})\hat{\varphi} \\ (I + S^{00} - \alpha\hat{\varphi}S^{10})\hat{\varphi} & S^{01}\hat{\varphi} - \alpha I - \alpha\hat{\varphi}S^{11}\hat{\varphi} \end{vmatrix} = 0,$$
(9)

де  $S^{ij}$ , i,j = 0,1 позначає матрицю перетворення мод, що падають з порту *j* і проходять в порт *i*,  $\hat{\varphi}$  – діагональна матриця, що описує процес поширення і реактивного згасання мод у хвилеводі, що з'єднує сусідні розсіювачі,  $\alpha$  – множник, що пов'язує поля в сусідніх періодах і підлягає визначенню.

Метод було використано для знаходження власних мод різноманітних сповільнювальних систем. Зокрема було досліджено можливість використання наближених моделей двовимірної гребінки з екраном або ж гребінки без поздовжніх пазів для наближення постійних поширення тривимірної сповільнювальної системи клинотрона. Результати розрахунків показують, що двовимірних наближень, як правило, вистачає для оцінки дисперсії сповільнювальних систем, що використовуються у клинотронах. Це видно з результатів Рис. 15, де дисперсійні криві значно відхиляються від двовимірних наближень при досить малих ширинах гребінки, що рідко використовується в сповільнювальних системах.



Рисунок 15 – Сповільнювальна система і дисперсійні криві при різних ширинах гребінки: а) - вид сповільнювальної системи; б) --- t = 2,5 мм, ···· t = 0,2 мм, -·· t = 0,02 мм

Для розрахунку матриці розсіяння стику регулярного хвилеводу з напівнескінченною сповільнювальною системою пропонується відступити від нього на деяке велике ціле число періодів q. Тоді за цим відступом поле можна розкласти по власних модах сповільнювальної системи, що переносять енергію від неоднорідності. При цьому, якщо число періодів q досить велике, то в цей розклад достатньо включати тільки моди, що поширюються, оскільки внесок згасаючих мод експоненційно зменшується з ростом q. Обґрунтоване зменшення кількості мод тільки до тих, що поширюються, істотно зменшує розміри матриць, що обертаються. У цьому перевага запропонованого підходу в порівнянні з наведеними в [13\*, 14\*]. Використовуючи розкладання власних мод періодичної структури по власних модах регулярних хвилеводів і узагальнену матрицю розсіяння в термінах мод регулярних хвилеводів для допоміжного елемента, зображеного на Рис. 16, отримуємо вирази для блоків матриці розсіяння напівнескінченної періодичної структури

$$S^{(0,0)} = s^{(0,0)} + s^{(0,1)} \hat{\varphi} b \left( D^* D \right)^{-1} D^* s^{(1,0)}, \tag{10}$$

$$S^{(0,1)} = s^{(0,1)} \hat{\varphi} \Big( a + b \Big( D^* D \Big)^{-1} D^* \Big( s^{(1,1)} \hat{\varphi} a - b \Big) \Big) \hat{\Phi}^{-1}, \tag{11}$$

$$S^{(1,0)} = \hat{\Phi}^{-1} \left( D^* D \right)^{-1} D^* s^{(1,0)}, \qquad (12)$$

$$S^{(1,1)} = \hat{\Phi}^{-1} \left( D^* D \right)^{-1} D^* \left( s^{(1,1)} \hat{\varphi} a - b \right) \hat{\Phi}^{-1}, \tag{13}$$

де  $s^{(i,j)}$  – блоки матриці розсіяння окремого розсіювача, a і b – матриці розкладання власних мод періодичної структури по власних модах хвилеводу, що з'єднує окремі неоднорідності, які поширюються (або згасають) у позитивному та негативному напрямках відповідно,  $\hat{\Phi}$  – діагональна матриця, що описує процес поширення мод періодичної структури,  $D = a - s^{(1,1)}\hat{\varphi}b$ .



Рисунок 16 – Допоміжний скінченний елемент для розрахунку матриці розсіяння напівнескінченної сповільнювальної системи

Як приклад було обрано реальну сповільнювальну систему клинотрона, що працює на частоті 340 ГГц. Для прискорення розрахунків розглядалася сповільнювальна система без поздовжніх пазів, коли моди з різними індексами по широкій стінці сповільнювальної системи не пов'язані. При цьому у проєкційний базис включалися лише моди з індексом по широкій стінці прямокутних хвилеводів рівним 1.

Проведено тестування методу, яке містило перевірку балансу енергії та взаємності, збереження матриці при додаванні до неї одного періоду. Виявилося, що баланс енергії та взаємність дещо порушуються поблизу точки виникнення нової моди сповільнювальної системи. Причому це порушення не усувається при збільшенні розміру проєкційного базису. Однак ці порушення усуваються при збільшенні числа періодів *q* відступу від стику до хвилеводу зшивання полів. Це пов'язано зі зменшенням загасання вищої моди перед своєю точкою відсікання.

Було перевірено можливість використання матриці розсіяння напівнескінченної сповільнювальної системи для розрахунку її великого скінченного фрагмента. Виявилося, що неможливо розрахувати гребінку, що починається та закінчується канавкою, оскільки довжина такого фрагмента сповільнювальної системи містить не ціле число періодів, і фазовий набіг моди сповільнювальної системи на цю довжину не визначено. Проте можливо розрахувати гребінку, яка починається ламеллю та закінчується канавкою, оскільки в цьому випадку ми маємо ціле число періодів. Це типова проблема, яка виникає при гомогенізації скінченного числа шарів метаматеріалу.

На Рис. 17 представлено результат для скінченного фрагмента сповільнювальної системи з 1024 періодів, що починається з ламелі та закінчується канавкою. Суцільна крива відповідає результату каскадного збирання всіх періодів сповільнювальної системи. При цьому 1024 період обрано для того, щоб можна було зі з'єднання двох фрагментів, що містять  $2^N$  періодів, отримувати  $2^{N+1}$  період. Пунктирна крива відповідає розрахунку через матриці розсіяння двох напівнескінченних сповільнювальних систем, що відповідають кінцям цього фрагмента. Результати добре узгоджуються.



Рисунок 17 – Амплітудно-частотні характеристики скінченного фрагмента сповільної системи довжини у 1024 періоди, розраховані двома підходами: з урахуванням узагальнених матриць розсіяння кожної неоднорідності та як результат взаємодії двох кінців напівскінченних сповільнювальних систем

Описаний метод можна розглядати як узагальнення методу часткових областей для розрахунку зчленування регулярного хвилеводу з напівнескінченною періодичною системою.

У п'ятому розділі розглянуто задачі аналізу та синтезу антен, що містять гребінки, за допомогою двовимірних моделей, що враховують їх скінченний розмір.



Рисунок 18 – Діаграма спрямованості (а) та розподіл *E<sub>y</sub>* компоненти поля (зображено тільки половину структури з правим фланцем з 47 канавок) в режимі поверхневої хвилі

У підрозділі 5.1 було досліджено формування можливість діаграми спрямованості за допомогою гофрованих фланців плоскопаралельного хвилеводу. Задачу було розв'язано для поляризацій. *H*обох Випадок поляризації зведено до сингулярного, а Е-поляризації – до гіперсингулярного інтегральних рівнянь, які розв'язувалися методом дискретних особливостей [17\*].

Було встановлено відповідність між формою діаграми спрямованості розкриву хвилеводу з фланцями та власними режимами гребінки, нарізаної на фланцях.

Так для *H* поляризації, якщо період менше половини довжини хвилі, то гребінка може працювати у двох режимах: в режимі поверхневої хвилі та в режимі запирання поверхневої хвилі в залежності від глибини канавки.

У режимі поверхневої хвилі енер-



22

Рисунок 19 – Діаграма спрямованості (а) та розподіл  $E_y$  компоненти поля (зображено тільки половину структури з правим фланцем з 47 канавок) в режимі запирання поверхневої хвилі



Рисунок 20 – Діаграма спрямованості (а) та розподіл *E<sub>y</sub>* компоненти поля (зображено тільки половину структури з правим фланцем з 19 канавок) в режимі витічної поверхневої хвилі

гія поля переноситься без втрат уздовж гофрованого фланця. Випромінюють тільки хвилевід і крайні канавки фланця. Апертура ґратки при цьому не використовується. Формується багатопелюсткова діаграма спрямованості. На Рис. 18 представлено розподіл магнітного поля для половини структури з правим фланцем і діаграма спрямованості в режимі поверхневої хвилі.

У режимі запирання енергія не переноситься. Сильне поле спостерігається тільки в перших двох канавках. При цьому формується широка однопелюсткова діаграма спрямованості (Рис. 19).

Якщо період більше ніж половина довжини хвилі, то у випадку *Н*поляризації гребінка може підтримувати зворотну витічну хвилю. Цей режим найбільш зручний для формування широких секторних діаграм спрямованості. При цьому результівну діаграму спрямованості можна трактувати як суперпозицію випромінювання з розкриву хвилеводу і з апертур фланців. На Рис. 20 пунктирна крива представляє діаграму випромінювання з розкриву хвилеводу, а суцільна крива представляє діаграму випромінювання з апертури правого фланця. При цьому максимум цієї діаграми спрямованості відповідає постійній поширення витічної хвилі гребінки. Результівна діаграма спрямованості як суперпозиція має максимум поблизу цього напрямку. Тобто, знаючи постійну поширення моди гребінки, можна заздалегідь передбачити ширину сформованої діаграми спрямованості.

Такий режим використовувався як початкове наближення для оптимізації секторної діаграми спрямованості, яке потім оптимізовувалося генетичними алгоритмами. Результати порівнювалися з розрахунками в FEKO, і вони добре збігаються (Рис. 21а).

Було показано, що, попри те, що у випадку *E* поляризації гребінка з вузькими канавками не має власних мод на фізичному листі риманової поверхні, проте цю поляризацію можна використовувати для формування секторних діаграм спрямованості. На Рис. 216 представлено результати антени з параметрами, що забезпечують секторну діаграму спрямованості. Отримано гарний збіг з контрольними результатами, розрахованими в FEKO.



Рисунок 21 – Секторні діаграми спрямованості, що формуються при випромінюванні (а) *TEM* і (б) *TE*<sub>1</sub> моди з розкриву плоскопаралельного хвилеводу з гофрованим фланцем, розраховані за допомогою методу сингулярних (гіперсингулярних) інтегральних рівнянь і у FEKO

У підрозділі 5.2 розглянуто задачу чисельного синтезу заданого розподілу поля антени витічної хвилі шляхом підбору профілю гребінки. Антена складається з планарного діелектричного хвилеводу та гребінки. Таку конструкцію було запропоновано в 1977 році [18\*]. Відтоді такі антени широко використовуються в ІРЕ ім. О.Я. Усикова НАН України [19\*, 20\*].

Самоузгоджену модель такої антени було побудовано в кандидатської дисертації здобувача [21\*], після чого її було покращено шляхом використання методів прискорення збіжності інтегралів від сильно осцилюючих функцій та їх асимптотичної оцінки для розрахунку дуже великих апертур у сотні довжин хвиль. Модель дозволяє визначити діаграму спрямованості антени та коефіцієнти відбиття та проходження власної моди планарного діелектричного хвилеводу.

Крім того, було запропоновано схему синтезу бажаного розподілу поля. Вона включає 4 кроки. На першому кроці визначається необхідне значення



Рисунок 22 – Оптимізований амплітудний розподіл поля типу «косинус на п'єдесталі» (а) та відповідні діаграми спрямованості антени витічних хвиль (б)

періоду. На другому кроці вибирається ширина канавки, що забезпечує мінімальний коефіцієнт відбиття поверхневої хвилі планарного діелектричного хвилеводу та досить великий градієнт коефіцієнта відбору потужності однією канавкою при зміні її глибини. На третьому кроці шляхом підбору глибини канавок визначається профіль гребінки, що забезпечує необхідний амплітудний розподіл поля. На останньому етапі оцінюються фазові спотворення, які усуваються шляхом зміни періоду уздовж гребінки.

Підхід до синтезу необхідного амплітудного розподілу поля отримано в припущенні, що квадрат амплітуди поля на якійсь достатній висоті над гребінкою пропорційний потужності  $p_i$ , що випромінюється на найближчій канавці. Тоді легко отримати необхідні коефіцієнти відбору  $p_i$  для кожної канавки. Вони визначаються за формулою

$$p_{i} = \frac{1 - T}{\prod_{n=1}^{i-1} (1 - p_{n})} \frac{f_{i}}{\sum_{n=1}^{m} f_{n}}, \quad i = 1, 2, ..., m,$$
(14)

де T – допустима потужність поверхневої хвилі, що проходить в діелектричний хвилевід після розсіяння на ґратці,  $f_i = |E_y(y_i, z_0)|^2$  – бажаний амплітудний розподіл на визначеній висоті над гребінкою, достатній для того, щоб не проявлялися особливості на ребрах гребінки, m – число канавок гребінки.

Далі, маючи строгу модель [21\*], для кожної окремої канавки можна визначити її глибину, що забезпечує необхідний коефіцієнт відбору потужності.

Як правило, на цьому етапі отримується близький до необхідного амплітудний розподіл поля на апертурі, але результівна діаграма спрямованості має замиті нулі внаслідок наявності фазових спотворень. Їх може бути скориговано шляхом підбору періодів. Нові значення періодів розраховуються за формулою

$$l_{i} = l \left( \frac{\Delta \varphi_{i}}{2\pi} - \frac{l}{\lambda_{0}} \cos \varphi_{0} + 1 \right)^{-1}, \quad i = 1, 2, ..., m,$$
(15)

де l – початкове значення періоду,  $\lambda_0$  – довжина хвилі,  $\varphi_0$  – бажаний напрямок максимуму діаграми спрямованості,  $\Delta \varphi_i$  – розрахований зсув фази між періодами з номерами *i*+1 і *i* після оптимізації амплітудного розподілу поля.

Формулу (15) отримано в припущенні, що фазова постійна -1ї гармоніки значно сильніше залежить від періоду, ніж для нульової гармоніки.

Остаточний результат може бути покращено шляхом багатопараметричної оптимізації.

На Рис. 22 наведено приклад оптимізації розподілу поля на апертурі ширини *L* типу «косинус на п'єдесталі»

$$|E_{y}(y,z_{0})| \sim 0.1 + 0.9\cos(\pi y/L)$$
 (16)

з використанням 183 канавок. Наведено амплітудний розподіл поля та діаграми спрямованості для ідеального розподілу типу «косинус на п'єдесталі», проміжний етап оптимізації амплітудного розподілу поля на апертурі та остаточний результат після корекції фазових спотворень.

У **шостому** розділі досліджено власні режими періодичних ґраток із плазмонних нанокуль і встановлено зв'язок між цими режимами й ефектом субхвильової візуалізації.

У 1968 році Веселаго показав, що, якби існував матеріал з негативними магнітною та діелектричною проникностями, то шар з нього мав би фокусувальні властивості [22\*]. Для цього достатньо просто проаналізувати заломлення променів. У 2000 році Пендрі запропонував використовувати такий шар як ідеальну лінзу [23\*]. Після цього з'явилося багато досліджень метаматеріалів.

У 2005 році було проведено відомий експеримент, в якому вдалося передати зображення, вигравійоване на пластині з хрому, через срібну пластину на фоторезист. При цьому зображення було чіткішим, ніж в разі відсутності срібної пластини. Попри те, що срібло у використаному діапазоні має негативною тільки діелектричну проникність, виявилося, що пластина з нього має фокусувальні властивості. Це було пояснено існуванням поверхневих хвиль на границях розділу між сріблом і навколишнім простором.

Тоді було запропоновано для цих цілей використовувати будь-які інші структури, що підтримують поверхневі хвилі. Наприклад, ґратки зі срібних або золотих нанокуль. Очікувалося, що їх фокусуючі властивості будуть кращими, оскільки вони прозорі для видимого світла на відміну від срібної пластини. Таку структуру було запропоновано Третьяковим в роботі [24\*], де було підтверджено фокусувальні властивості двошарової періодичної ґратки зі срібних нанокуль скінченних розмірів. Оскільки такі ґратки підтримують поверхневу хвилю, що відбивається від країв ґратки, це призводить до виникнення стоячої хвилі. Актуальною залишалася задача підтвердження ефекту для нескінченних ґраток, в яких немає стоячих ХВИЛЬ. Цю задачу було розв'язано в дисертації.

Для цього були отримано швидко збіжні зображення діадичних функцій Гріна для періодичних ґраток з диполів [5, 6, 25-27, 30]. До цього було показано, що можна використовувати дипольне наближення для срібних і золотих нанокуль в розглянутому діапазоні. Тому отримані зображення функції Гріна було використано для знахо-



Рисунок 23 – Задача збудження двошарової періодичної ґратки з плазмонних нанокуль двома дипольними джерела-





Рисунок 24 – Розподіл електричного поля у площині спостерігання для двошарової ґратки зі срібних нанокуль, що збуджується одним диполем

дження власних мод таких періодичних ґраток зі срібних і золотих нанокуль.

Було розв'язано задачу розсіяння поля одного або двох дипольних джерел на двовимірно періодичній одношаровій або багатошаровій ґратці зі срібних нанокуль (Рис. 23). Для цього використано метод сканувальних ґраток [25\*], згідно з яким розв'язок для періодичної системи збуджувальних диполів інтегрується по першій зоні Бріллюена зміни фазових набігів між диполями. При цьому нанокулі розглядалися в дипольному наближенні, а їх діелектрична проникність, що входить в поляризованість, розраховувалася за формулою Друде.

Вимірюючи поле з іншого боку від джерела стосовно гратки, було виявлено, що на деяких частотах спостерігається його максимум. Було показано, що ці частоти відповідають плоским ділянкам дисперсійних кривих поперечних власних хвиль ґраток із нанокуль. Тобто цим частотам відповідають цілі інтервали хвильових чисел згасного спектра, які може бути передано з одного боку гратки на інший.

Розглядаючи поле в площині спостереження в частоті максимуму посилення поля, ми отримуємо ширину зображення джерела на рівні половинної потужності близько 0,1λ (Рис. 24). У той час як в мінімумі посилення поля немає вираженого максимуму зображення джерела. Таким чином, було доведено фокусувальні властивості на певних частотах для багатошарової ґратки зі срібних нанокуль.

Було показано, що цей ефект можна використовувати для подолання дифракційної межі. Зокрема, продемонстровано можливість розрізнити 2 електричні диполі, що знаходяться на відстані 0,29λ і випромінюють поле на частоті 789 ТГц, по іншу сторону від двошарової ґратки зі срібних нанокуль у площині спостерігання на відстані 0,6λ від площини розташування джерел (Рис. 25).



Рисунок 25 – Ілюстрація надроздільної здатності двошарової двовимірно періодичної ґратки зі срібних нанокуль, що збуджується двома диполями з іншого боку стосовно площини спостерігання. Розподіл електричного поля в у (а) *y*-*z* площині (площина розташування збуджувальних диполів), (b) *x*-*z* площині, (c) у площині спостерігання.

#### ВИСНОВКИ

Дисертаційну роботу спонукувала необхідність розв'язання практичних задач електродинаміки, для чого було запропоновано шляхи узагальнення і розвитку чисельно-аналітичних методів (зокрема методу часткових областей). Розроблені версії методів реалізовано в програмному забезпеченні для розв'язання векторних задач аналізу складних 3D хвилевідних вузлів із довільними кусковокоординатними границями в декартовій або полярній системах координат, що також включає шаруваті періодичні структури. Розроблене програмне забезпечення дозволило знайти ряд пристроїв, що базуються на нестандартних підходах, наприклад, використовують взаємодію неоднорідностей ближніми полями, нові типи власних коливань тривимірних відкритих об'єктів та явище штучної оптичної активності. Надалі планується узагальнити метод часткових областей для розрахунку екранів ємнісного типу, в яких елементарні комірки утворено провідниками складної форми.

У роботі вперше побудовано узагальнення методу часткових областей для розрахунку власних мод хвилеводів складного перерізу з координатними границями в циліндричній системі координат.

Запропоновано метод аналізу хвилеводів складного поперечного перерізу з комбінованими координатними границями, частину з яких задано в декартовій, а іншу частину в циліндричній системі координат. Метод використовує ступінчасту апроксимацію частини границь, що задано в циліндричній системі координат. Його було використано для оптимізації широкосмугового поляризатора в коаксіальному хвилеводі.

Показано перевагу зведення задачі про зчленування двох хвилеводів, перерізи яких накладаються, до системи лінійних алгебраїчних рівнянь першого роду шляхом проєкціювання полів на власні функції загальної апертури в порівнянні з традиційним підходом, що вводить в розгляд «віртуальний» хвилевід нульової довжини.

Розроблено алгоритми розрахунку площинних зчленувань круглого хвилеводу з діелектричною вставкою з круглим і коаксіальним хвилеводами. При цьому запропоновано оригінальні зображення для асиметричних мод і характеристичного рівняння круглого хвилеводу з діелектричною вставкою. На відміну від стандартних вони не мають особливостей в критичних точках.

Побудоване узагальнення методу часткових областей для розрахунку площинного зчленування широкого круглого хвилеводу з хвилеводами складного поперечного перерізу в декартовій системі координат дозволило запропонувати компактний обертач площини поляризації в круглому хвилеводі, що може перебудовуватися на потрібний кут обертання. Його поздовжній розмір становить лише  $\lambda/30$ .

Встановлено відповідність між власними режимами відбивної ґратки типу «гребінка» та формою діаграми спрямованості, що формується у двовимірній задачі випромінювання *E* і *H*-поляризованої хвилі з розкриву плоскопаралельного хвилеводу з гребінками на фланцях.

Запропоновано метод оптимізації необхідного розподілу поля на апертурі антени витічних хвиль, що складається з планарного діелектричного хвилеводу та

гребінки. З його допомогою розв'язано задачу оптимізації профілю гребінки (глибин канавок і ширин ламелей) для отримання розподілу типу «косинус на п'єдесталі» на апертурі антени.

Запропоновано підхід до аналізу власних хвиль тривимірних періодичних структур, розміщених у хвилеводі, що базується на методі часткових областей і використовує узагальнену матрицю розсіяння окремої неоднорідності. З його допомогою було побудовано модель тривимірної сповільнювальної системи клинотрона.

Побудовано узагальнення методу часткових областей для розрахунку матриці розсіяння напівнескінченної сповільнювальної системи. Отримана матриця розсіяння використовується для побудови «гарячої» моделі резонаторів в пристроях вакуумної електроніки.

Отримано зручні для обчислення зображення функцій Гріна для періодичних ґраток із диполів у вільному просторі з використанням методу Евальда. Знайдено дисперсійні характеристики власних мод періодичних ґраток із плазмонних нанокуль в дипольному наближенні.

Встановлено відповідність між ефектами посилення ближнього поля та субхвильового фокусування за допомогою періодичних шарів із плазмонних нанокуль з особливостями дисперсійних характеристик їх власних поперечних мод.

Досліджено кіральні метаатоми, що є діедральними комірками в круглому хвилеводі. Продемонстровано ланцюжок сформованих власних коливань від окремого площинного зчленування до всієї комірки в цілому.

### СПИСОК ЦИТОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- 1\*. A.A. Kirilenko, and A. O. Perov, "On the common nature of the enhanced and resonance transmission through the periodical set of holes," IEEE Trans. Antennas Propag., vol. 56, no. 10, pp. 3210–3216, 2008.
- 2\*. R. Mittra and T. Itoh, "Analytical and numerical studies of the relative convergence phenomenon arising in the solution of an integral equation by the moment method", IEEE Trans. Microw. Theory Techn., vol. 20, no. 2, pp. 96–104, 1972.
- 3\*. R. H. MacPhie and K. L. Wu, "Scattering at the junction of a rectangular waveguide and a larger circular waveguide", IEEE *Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 43, no.9, pp. 2041-2045, 1995.
- 4\*. A. Kirilenko, D. Kulik, L. Rud, V. Tkachenko, P. Pramanick, "Electromagnetic modeling of multi-layer microwave circuits by the longitudinal decomposition approach", IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest, vol. 2, pp. 1257–1260, 2001.
- 5\*. С. А. Приколотин, Обобщение метода частичных областей с учетом условия на ребре для волноводных структур с произвольными декартовокоординатными границами, дис. ... канд. физ.-мат. наук., 01.04.03 – радиофизика, Харьков, 2012.
- 6\*. Г. Ф. Заргано, А. М. Лерер, В. П. Ляпин, В. С. Михалевский, Г. П. Синявский, *Волноводы сложных сечений*, Ростов–на–Дону: Изд–во РГУ, 1979.

- 7\*. Л. Б. Минакова, Спектральные и резонансные свойства волноводных систем, частично заполненных диэлектриком с потерямии, дис. ... канд. физ.-мат. наук., 01.04.03 – радиофизика, Харьков, 2003.
- 8\*. А. С. Раевский, С. Б. Раевский, Комплексные волны, М.: Радиотехника, 2010.
- 9\*. Г. И. Веселов, Л. А. Любимов, "К теории двухслойного диэлектрического волновода в цилиндрическом экране", *Радиотехника и электроника*, Т. 8, №9, с. 1530-1541, 1963.
- 10\*. K. L. Wu, R. H. MacPhie, "A rigorous analysis of a cross waveguide to large circular waveguide junction and its application in waveguide filter design", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 45, no. 1, pp. 153-157, 1997.
- 11\*. A. A. Kirilenko, and B. G. Tysik, "Connection of S-matrix of Waveguide and Periodical Structures with Complex Frequency Spectrum," *Electromagnetics*, vol. 13, no. 3, pp. 301-318, 1993.
- 12\*. L. M. Lytvynenko, S. L. Prosvirnin, *Wave Diffraction by Periodic Multilayer Structures*, Cambridge Scientific Publishers, 2012.
- 13\*. S. L. G. Lundqist, "Electromagnetic waves in a cylindrical waveguide with infinite or semi-infinite wall corrugations", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 36, no. 1, pp. 28-33, 1988.
- 14\*. J. Liu, G. Cai, J. Yao, N. Liu, and Q. H. Liu, "Spectral numerical mode matching method for metasurfaces", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 67, no. 7, pp. 2629-2639, 2019.
- 15\*. S.B. Franklin, "Solution of the finite Length Septum Problem with Application to Periodic Mode Suppressors", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 15, no. 4, pp. 240-249, 1967.
- 16\*. J. Esteban, J.M. Rebollar, "Characterization of Corrugated Waveguides by Modal Analysis", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 39, no 6, pp. 937-943, 1991.
- 17\*. Y. V. Gandel, "Boundary-value problems for the Helmholtz equation and their discrete mathematical models", *J. Math. Sci.*, vol. 171, no. 1, pp. 74–88, 2010.
- 18\*. T. Itoh, "Application of Gratings in a Dielectric Waveguide for Leaky-Wave Antennas and Band-Reject Filters", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 25, no. 12, pp. 1134–1138, 1977.
- 19\*. С. Д. Андренко, Н. Д. Девятков, В. П. Шестопалов, "Антенные решетки миллиметрового диапазона", Доклады АН СССР, Т. 240, № 6, с. 1340-1343, 1978.
- 20\*. А. П. Евдокимов, В. В. Крыжановский, "Новое направление в технике антенных решеток", *Bicmi вищих учбових закладів. Радіоелектроніка*, Т. 39, №9, с. 54–61, 1996.
- 21\*. С. А. Стешенко, Возбуждение гребенок конечного размера в устройствах электроники и антенной техники СВЧ, дис. ... канд. физ.-мат. наук., 01.04.03 радиофизика, Харьков, 2005.
- 22\*. В. Г. Веселаго, "Электродинамика веществ с одновременно отрицательными значениями ε и µ", *Успехи физических наук*, Т. 92, № 7, с. 517-526, 1967.
- 23\*. J. B. Pendry, "Negative refraction makes a perfect lens," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 85, pp. 3966-3969, 2000.

- 24\*. P. Alitalo, C. Simovski, A. Viitanen, and S. Tretyakov, "Near-field enhancement and subwavelength imaging in the optical region using a pair of two-dimensional arrays of metal nanospheres", *Phys. Rev. B*, vol. 74, 235425, 2006.
- 25\*. R. Sigelmann and A. Ishimaru, "Radiation from periodic structures excited by an aperiodic source," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 13, no. 3, pp. 354–364, 1965.

### СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

- <u>S. Steshenko</u> and F. Capolino Single dipole approximation for collections of nanoscatterers Ch. 8 in book Metamaterials Handbook: Theory and Phenomena of Metamaterials, Vol. I, F. Capolino, Ed., Taylor and Francis - CRC Press, 2009, P. 1-17.
- 2. <u>S. Steshenko</u>, F. Capolino, S. Tretyakov, and C. Simovski Super resolution with layers of resonant arrays of nanoparticles Ch. 4 in book Metamaterials Handbook: Applications of Artificial Materials, Vol. II, F. Capolino, Ed., Taylor and Francis CRC Press, 2009, P. 1-12.
- 3. В. В. Крыжановский, С. В. Крыжановский, <u>С. А. Стешенко</u>, О. В. Чистякова "Резонансные свойства системы планарный диэлектрический волноводгребенка", *Радиофизика и электроника*, Т.13, №3, с. 481-488, 2008.
- 4. <u>S. Steshenko</u>, F. Capolino, P. Alitalo, and S. Tretyakov, "Effective model and investigation of the near-field enhancement and subwavelength imaging properties of multilayer arrays of plasmonic nanospheres", *Physical Review E*, vol. 84, 016607, 12 p, 2011.
- 5. S. Campione, <u>S. Steshenko</u>, F. Capolino, "Complex bound and leaky modes in chains of plasmonic nanospheres", *Optics Express*, vol. 19, no. 19, pp. 18345-18363, 2011.
- 6. S. Campione, <u>S. Steshenko</u>, M. Albani, and F. Capolino, "Complex modes and effective refractive index in 3D periodic arrays of plasmonic nanospheres", *Optics Express*, vol. 19, no. 27, pp. 26027-26043, 2011.
- 7. Л. П. Мосьпан, С. А. Приколотин, <u>С. А. Стешенко</u>, А. А. Кириленко "Спектральные характеристики прямоугольной волноводной секции с парой разновысоких прямоугольных штырей", *Радиофизика и радиоастрономия*, Т. 18, № 4, с. 349-356, 2013.
- 8. <u>С. А. Стешенко</u>, "Синтез антенны вытекающих волн по заданному распределению поля на апертуре", *Радиофизика и радиоастрономия*, Т. 18, № 4, с. 373-380, 2013.
- 9. <u>С. А. Стешенко</u>, С. А. Приколотин, А.А. Кириленко, Д. Ю. Кулик, Л. А. Рудь, С. Л. Сенкевич "Метод частичных областей с учетом особенностей во внутренних задачах с произвольными кусочно-координатными границами. Часть

2. Плоско-поперечные соединения и «in-line» объекты", *Радиофизика и электроника*, Т.4(18), №3, с. 13-21, 2013.

- 10. <u>С. А. Стешенко</u> "Алгоритм расчета плоскостных сочленений волноводов произвольного сечения с использованием собственных функций общей апертуры", *Радиофизика и электроника*, Т.4(18), №3, с. 22-27, 2013.
- 11. А. А. Кириленко, С. Л. Сенкевич, <u>С. А. Стешенко</u> "Анализ трехмерных замедляющих систем на основе метода обобщенных матриц рассеяния", *Радиофизика и электроника*, Т.12, спец. вып., с. 122-129, 2007.
- А. А. Кириленко, А. О. Перов, В. Н. Скресанов, <u>С. А. Стешенко</u>,
   В. Б. Гламаздин, М. П. Натаров, А. И. Шубный, "Многочастотный облучатель зеркальной антенны для криогенных приемных фокальных блоков радиотелескопов VLBI2010-сети нового поколения: синтез, проектирование, эксперимент", Космічна наука і технологія, Т. 21, № 4, с. 24-31, 2015.
- S. Steshenko, M. Zhadobov, R. Sauleau, A. A. Kirilenko and A. V. Boriskin, "Beam-forming Capabilities of Aperture Feeds Assisted by Corrugated Flanges", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 63, no. 12, pp. 5548-5560, 2015.
- A. A. Kirilenko, <u>S. O. Steshenko</u>, V. N. Derkach, S. A. Prikolotin, D. Y. Kulik, S. L. Prosvirnin, L. P. Mospan "Rotation of the polarization plane by double-layer planar-chiral structures. Review of the results of theoretical and experimental studies", *Radioelectronics and Communications Systems*, vol. 60, no. 5, pp. 193-205, 2017.
- 15. Д. Ю. Кулик, <u>С. А. Стешенко</u>, А. А. Кириленко "Компактные вращатели плоскости поляризации на заданный угол в квадратном волноводе" *Радиофизика и электроника*, Т.8(22), №1, с. 15-20, 2017.
- 16. Y. S. Kovshov, S. S. Ponomarenko, S. S. Kishko, A. Likhachev, A. Danik, L. Mospan, <u>S. Steshenko</u>, E. M. Khutoryan, A. N. Kuleshov, "Effect of Mode Transformation in THz Clinotron", *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*, vol. 39, no. 11, pp. 1055-1064, 2018.
- 17. A. A. Kirilenko, <u>S. O. Steshenko</u>, V. N. Derkach and Y. M. Ostryzhnyi, "A Tunable Compact Polarizer in a Circular Waveguide", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 67, no. 2, pp. 592-596, 2019.
- 18. A. A. Kirilenko, <u>S. O. Steshenko</u>, V. N. Derkach, Y. M. Ostrizhnyi, "Comparative analysis of tunable compact rotators", *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol. 33, no. 3, pp. 304-319, 2019.
- 19. А. А. Кириленко, Д. Ю. Кулик, Л. П. Мосьпан, <u>С. А. Стешенко</u> "Разработки лаборатории вычислительной электродинамики: от математических моделей

до антенно-фидерных устройств", *Радиофизика и электроника*, Т.24, №2, с.3-14, 2019.

- A. A. Kirilenko, <u>S. O. Steshenko</u>, V. N. Derkach, Y. M. Ostrizhnyi, L. P. Mospan, "Tunable polarization rotator on a pair of grooved flanges," *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol. 34, no. 17, pp. 2304-2316, 2020.
- 21. <u>S. O. Steshenko</u>, "Generalization of the mode-matching technique to the problems of scattering by semi-infinite slow-wave structures," *Радіофізика та електроніка*, vol. 25, no. 4, pp. 10-17, 2020.
- 22. L. P. Mospan, <u>S. O. Steshenko</u>, "A multi-function resonator based on an asymmetric tri-post rectangular waveguide section," *International Journal of Microwave and Wireless Technologies*, vol. 12, no. 10, pp. 1005-1011, 2020.
- 23. Л. П. Мосьпан, А. А. Кириленко, Д. Ю. Кулик, <u>С. А. Стешенко</u>, "Численное моделирование частотно-селективных поверхностей с П-образными апертурами", *Радиофизика и электроника*, Т. 25, по. 1, с. 3-10, 2020.
- 24. О. М. Ульянов, В. В. Захаренко, О. М. Резніченко, С. А. Алексеев, I. О. Кулагін, В. В. Будніков, В. І. Присяжний, А. В. Поіхало, В. В. Войтюк, В. М. Мамарев, В. В. Ожінсікий, В. П. Власенко, В. М. Чміль, І. К. Сундучков, М. М. Бердар, В. І. Лебідь, М. І. Паламар, А. В. Чайковський, Ю. В. Пастернак, М. А. Стрембицький, М. П. Натаров, С. О. Стешенко, В. В. Гламаздін, О. І. Шубний, А. О. Кириленко, Д. Ю. Кулик, "Створення радиотелескопу РТ-32 на базі антенної системи Mark-4B. 3. Гетеродини та власні шуми приймальної системи", Радіофізика і радіоастрономія, Т. 25, №3, c. 175-192, 2020.
- 25. <u>S. Steshenko</u>, F. Capolino, D. R. Wilton, and D. R. Jackson, "Ewald Acceleration for the Dyadic Green's Functions for a Linear Array of Dipoles and a Dipole in a Parallel-Plate Waveguide", *Proc. of the IEEE International Symposium on Antennas and Propagation*, San Diego, USA, pp. 1-4, 2008.
- A. Vallecchi, <u>S. Steshenko</u>, F. Capolino, "Artificial Magnetism at Optical Frequencies in Composite Materials Made of Particles with Pairs of Tightly Coupled Metallic Nanospheres," *Proc. of XXIX General Assembly of the International Union of Radio Science*, Chicago, USA, 4 p., 2008.
- 27. <u>S. Steshenko</u>, A. Vallecchi, and F. Capolino, "Electric and magnetic resonances in arrays with elements made of tightly coupled silver nanospheres", *Proc. of the 2nd International Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics*, Pamplona, Spain, September 21-26, 2008, 3p.
- 28. S. Campione, <u>S. Steshenko</u>, and F. Capolino, "Description and characterization of the complex modes in a linear chain of noble metal nanospheres", *Proc. of SPIE*, San Francisco, USA, vol. 7946, 11 p., 2011.

- 29. <u>С. А. Стешенко</u>, "Оптимизация профиля гребенки для обеспечения требуемого распределения поля на апертуре", *Труды Международного симпозиума «Методы дискретных особенностей в задачах математической физики»*, Херсон, Україна, 4 с., 2011.
- S. Campione, <u>S. Steshenko</u>, M. Albani, F. Capolino, "Characterization of the optical modes in 3D-periodic arrays of metallic nanospheres", *Proc. of General Assembly and Scientific Symposium*, Istanbul, Turkey, pp. 1-4, 2011.
- 31. <u>S. Steshenko</u>, A. A. Kirilenko, A. V. Boriskin, M. Zhadobov, R. Sauleau, "Advanced modeling of choke ring antennas for mm-wave applications", *Proc. of the 6th European Conference on Antennas and Propagation*, Prague, Czech Republic, pp. 650-654, 2012.
- 32. S. A. Prikolotin, <u>S. A. Steshenko</u>, D. Yu. Kulik, L. A. Rud, A. A. Kirilenko, "Fast Full 3D EM CAD of Waveguide Units Based on the Generalized Mode Matching Technique", *Proc. of International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory*, Kharkiv, Ukraine, pp. 109-112, 2012
- 33. <u>S. O. Steshenko</u>, S. A. Prikolotin, D. J. Kulik, A. A. Kirilenko, L. A. Rud, L. P. Mospan, "Numerical determination of eigenmodes of an arbitrary waveguide with coordinate boundaries in cylindrical coordinate system", *Proc. of International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory*, Kharkiv, Ukraine, pp. 240-242, 2013.
- 34. A. A. Kirilenko, D. Yu. Kulik, S. A. Prikolotin, L. A. Rud, <u>S. A. Steshenko</u> "Design and optimization of broadband ridged coaxial waveguide polarizers", *Proc. of International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory*, Kharkiv, Ukraine, pp. 445-447, 2013.
- 35. A. A. Kirilenko, D. Yu. Kulik, S. A. Prikolotin, L. A. Rud, <u>S. A. Steshenko</u>, "Stepped approximation technique for designing coaxial waveguide polarizers", *Proc. of the IX International Conference on Antenna Theory and Techniques*, Odessa, Ukraine, pp. 470-472, 2013.
- 36. <u>S. O. Steshenko</u>, "On the characteristic equation for the dielectric-loaded circular waveguide", *Proc. of International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory*, Kharkiv, Ukraine, Kharkiv, Ukraine, 3 p., 2016.
- S. Steshenko, A. Kirilenko, V. Maslov, "Mode Selective Properties of Concentric Metal Rings on a Dielectric Substrate in a Circular Waveguide", *Proc. of IEEE 7th International Conferenceon on Advanced Opto-electronics and Lasers*, Odessa, Ukraine, 3 p., 2016.
- 38. Y. Kovshov, S. Ponomarenko, S. Kishko, A. Likhachev, A. Danik, L. Mospan, <u>S. Steshenko</u>, E. Khutoryan, A. Kuleshov, "Demonstration of a Mode Transformation Effect in 300-GHz CW Clinotron", *Proc. of IEEE 17th International Con-*

ference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory, Kyiv, Ukraine, pp. 254-257, 2018.

39. A. Kirilenko, <u>S. Steshenko</u>, Y. Ostryzhnyi, "Topology of a Planar-chiral Iris as a Factor in Controlling the" Optical Activity" of a Bilayer Object", *Proc. of IEEE Ukrainian Microwave Week*, Kharkiv, Ukraine, pp.555-558, 2020.

#### АНОТАЦІЯ

Стешенко С. О. Узагальнення та розвиток чисельно-аналітичних методів електродинаміки в задачах з кусково-координатними границями. – На правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.03 – радіофізика. – Інститут радіофізики та електроніки ім. О. Я. Усикова НАН України, Харків, 2021.

Дисертаційну роботу присвячено розвитку й узагальненню чисельноаналітичних методів для розв'язання тривимірних задач дифракції. В першу чергу розглянуто задачі дифракції на хвилевідних неоднорідностях складної форми. Для цього в роботі вперше побудовано узагальнення методу часткових областей для знаходження спектра власних мод хвилеводів довільного складного поперечного перерізу з кусково-координатними границями. Для аналізу хвилеводів з довільними параметрично заданими границями запропоновано алгоритм ступінчастої апроксимації. Запропоновані чисельно-аналітичні підходи, доповнені відомим рішенням для хвилеводів з границями, заданими в декартовій системі координат, по своїй універсальності близькі до кінцево-різницевих методів. З їх допомогою вдалося знайти ряд поляризаторів із поліпшеними характеристиками. Для пояснення знайдених ефектів використано спектральну теорію. Для розрахунку *S*-матриці з'єднання скінченного числа неоднорідностей з відомими матрицями розсіяння використовується метод узагальнених матриць розсіяння. Для розрахунку S-матриці напівнескінченної періодичної структури з розсіювачів, чиї матриці розсіяння відомі, запропоновано новий ефективний алгоритм на основі методу часткових областей. Ця матриця важлива для побудови моделей пристроїв вакуумної електроніки, де використовуються сповільнювальні системи, що враховують взаємодію електронного пучка з її модами. Також в дисертаційній роботі розглянуто ряд антенних і оптичних застосувань. Зокрема запропоновано метод чисельного синтезу заданого розподілу поля антени витічної хвилі та досліджено можливості отримання надроздільної здатності за допомогою граток з плазмових нанокуль.

Запропоновані в роботі підходи може бути використано для розробки нових пристроїв хвилевідної й антенної техніки.

Ключові слова: метод часткових областей, кусково-координатні границі, електродинаміка НВЧ, перетворювачі поляризації, напівнескінченна періодична система, антени витічних хвиль, синтез антен, надроздільна здатність, власні коливання.

#### ABSTRACT

**Steshenko S. O. Generalization and development of numerical-analytical methods of electromagnetics in problems with piecewise coordinate boundaries.** - As a manuscript.

Thesis for scientific degree of doctor of science in physics and mathematics on speciality 01.04.03 – radiophysics. – O. Ya. Usikov institute for Radiophysics and Electronics NAS of Ukraine, Kharkiv, 2021.

The thesis is devoted to the development and generalization of numericalanalytical methods for solving three-dimensional diffraction problems. First of all, the problems of diffraction by waveguide irregularities of complex shapes are considered. For this purpose, for the first time, a generalization of the mode-matching technique for finding the spectrum of eigenmodes of waveguides with an arbitrary complex crosssections with piecewise coordinate boundaries is built. For the analysis of waveguides with arbitrary parametrically specified boundaries, a stepwise approximation algorithm is proposed. The proposed numerical-analytical approaches, supplemented by the wellknown solution for waveguides with boundaries specified in a Cartesian coordinate system, are similar in their universality to finite-difference methods. With their help, a number of polarizers with improved characteristics are proposed. The spectral theory is used to explain the found effects. To calculate the S-matrix of the connection of a finite number of inhomogeneities with known scattering matrices, the method of generalized scattering matrices is used. To calculate the S-matrix of a semi-infinite periodic structure of scatterers whose scattering matrices are known, a new efficient algorithm based on the mode-matching technique is proposed. This matrix is important to build models of vacuum electronics devices with slow-wave structures, which take into account the interaction of an electron beam with their modes. Also in the thesis, a number of antenna and optical applications are considered. In particular, a method is proposed for the numerical synthesis of a given field distribution of the leaky wave antenna, and the possibilities of super resolution with the help of arrays of plasmonic nanospheres are investigated.

The approaches proposed in the work can be used for the development of new devices for waveguide and antenna technology.

**Keywords:** mode-matching technique, piecewise coordinate boundaries, microwave electrodynamics, polarization converters, semi-infinite periodic system, leaky wave antennas, antenna synthesis, super resolution, eigen-oscillations.