

Інститут радіофізики та електроніки ім. О.Я. Усикова  
Національна академія наук України

Інститут радіофізики та електроніки ім. О.Я. Усикова  
Національна академія наук України

Кваліфікаційна наукова  
праця на правах рукопису

Майборода Максим Віталійович

УДК 537.86: 517.958

## **ДИСЕРТАЦІЯ**

### **АНАЛІЗ І СИНТЕЗ ХВИЛЕВІДНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ДИСПЕРСІЙНИХ КОМПРЕСОРІВ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ІМПУЛЬСІВ**

01.04.03 – радіофізика

Подається на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

\_\_\_\_\_ М. В. Майборода

Науковий керівник: Пазинін Вадим Леонідович, доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник

Харків – 2020

## АНОТАЦІЯ

*Майборода М. В.* Аналіз і синтез хвилевідних елементів дисперсійних компресорів електромагнітних імпульсів. – На правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.03 – радіофізика. – Інститут радіофізики та електроніки ім. О. Я. Усикова НАН України, Харків, 2020.

Дисертаційна робота присвячена вирішенню важливої науково-практичної проблеми строгого моделювання, аналізу та синтезу хвилевідних елементів дисперсійних компресорів електромагнітних імпульсів (ЕМІ). Розглянуто два типи задач: двовимірні задачі в декартовій системі координат для  $E$ -поляризованих хвиль та двовимірні задачі для  $E$ -поляризованих хвиль, що поширюються у вигнутих у  $H$ -площині відрізках плоскопаралельних хвилеводів.

Дослідження процесів стискання ЕМІ базувалося, в основному, на методі обернення хвильового фронту. Результати обчислювальних експериментів підтвердили, зокрема, його придатність до аналізу систем із обміном енергією між ділянками дисперсійної лінії та можливість отримання за його допомогою результатів, що потрібні при додатковій часовій селекції вихідного імпульсу.

Розглянуто та проаналізовано низку нових моделей дисперсійних стискаючих пристроїв, кожен з яких має певний набір унікальних характеристик (робочий діапазон, ширина спектральної смуги, коефіцієнт компресії, масогабаритні параметри, тощо) і може слугувати прототипом при створенні компресорів і компресорів-випромінювачів ЕМІ різного призначення.

При виконанні цієї дисертаційної роботи було отримано такі **нові результати**:

1) Доведено, що лінійна апроксимація законів модуляції вхідних сигналів по амплітуді та частоті не призводить до радикальної зміни форми стиснутого імпульсу на виході.

2) Вперше строго розглянуто стиснення імпульсу, що наводиться ниткою зі струмом, в кільцеподібному хвилеводі. Отримано закони модуляції стороннього струму, для якого дві хвилі, що симетрично відходять від нитки зі струмом, ефективно стискаються в протилежній точці хвилеводу, а їх сумарна потужність подвоюється.

3) За допомогою методу обернення хвильового фронту розв'язано задачу стиснення надширокосмугового (з шириною спектральної смуги в одну октаву) ЕМІ у планарному діелектричному хвилеводі, що був звернутий у досить густу спіраль.

4) Вигнутий в спіраль діелектричний хвилевід використано в синтезованому прототипі імпульсної антени, яка спочатку стискає ЕМІ, а потім вже його випромінює. Для такої антени методом ОХФ знайдено точний часовий профіль збуджуючого стороннього струму по заданому профілю ЕМІ, що випромінюється. Отримано коефіцієнт стиснення, що дорівнює 8,6 при тривалості стиснутого імпульсу в 2 нс і ширині спектральної смуги приблизно в дві октави (діапазон 1,4 ÷ 5,7 ГГц).

5) Отримано 7-кратне стиснення *E*-поляризованого імпульсу в спектральній смугі 7,2 ÷ 31 ГГц і 16-кратне стиснення *H*-поляризованого імпульсу у смугі 21,5 ÷ 35,8 ГГц у несиметричному діелектричному хвилеводі довжиною 1,0 м, який розміщено на металевій підкладці.

6) Вперше строго проаналізовано стиснення оптичних і інфрачервоних ЕМІ в безмежному об'ємі, який заповнено полістиролом або кварцовим склом. Показана можливість стиснення ЕМІ в таких оптичних матеріалах із шириною спектральної смуги до 2-х октав і збільшення пікової потужності ЕМІ до 20 дБ на одному метрі оптичного шляху.

**Практичне значення** одержаних результатів полягає в розроблених і реалізованих програмно підходах, які дозволяють удосконалити та покращити

характеристики електродинамічних дисперсійних компресорів, досягнутих на сьогодні. Було розглянуто низку нових моделей дисперсійних стискаючих пристроїв, кожен з яких має певний набір унікальних характеристик, таких як робочий діапазон, ширина спектральної смуги, коефіцієнт компресії, масогабаритні параметри, тощо.

**Ключові слова:** початково-крайова задача, метод точних поглинаючих умов, метод кінцевих різниць, метод обернення хвильового фронту, компресія електромагнітних імпульсів, дисперсія групової швидкості, вигнутий у спіраль діелектричний хвилевід.

## ABSTRACT

*Maiboroda M. V.* Analysis and synthesis of waveguide elements of dispersive compressors of electromagnetic pulses. – Qualification research work as a manuscript.

Thesis for scientific degree of Candidate in physics and mathematics on speciality 01.04.03 – radiophysics. – O. Ya. Usikov Institute for Radiophysics and Electronics NAS of Ukraine, Kharkiv, 2020.

The thesis is devoted to solving an important scientific and practical problem of rigorous modeling, analysis and synthesis of the elements of passive compressors of electromagnetic pulses (EMP). Two types of problems are considered: two-dimensional problems in the Cartesian coordinate system for  $E$ -polarized waves and two-dimensional problems for  $E$ -polarized waves propagating in segments of curved in the  $H$ -plane-parallel waveguides.

The study of EMI compression processes was based on the method of wave front rotation. The results of computational experiments confirmed its suitability for the analysis of systems with energy exchange between sections of the dispersion line

and the possibility of obtaining with it the results required for additional time selection of the output pulse.

A number of new models of dispersion compression devices are considered and analyzed, all of them has a certain set of unique characteristics (working range, spectral bandwidth, compression ratio, weight and size parameters, etc.) and can be a prototype in the creation of compressors and EMP emitting compressors for various purposes.

Preparing this dissertation work, were obtained next **new results**:

- 1) Proved that the linear approximation of the amplitude and frequency modulation laws of incoming signals does not lead to a radical change in the shape of the compressed pulse at the output.
- 2) For the first time, the compression of EMP induced by a filament with a current in a ring-shaped waveguide has been rigorously simulated. The laws of modulation of an external current are obtained, for which two symmetric waves leaving the filament are compressed at the opposite point of the waveguide, and their total power is doubled.
- 3) The problem of compressing an ultra-wideband (with a spectral band width of one octave) EMP in a dielectric waveguide, which was rolled into a sufficiently dense spiral was solved using the wavefront reversal method.
- 4) A coiled dielectric waveguide is used in a pulse antenna prototype, which compresses EMP and then emits it. For it antenna by the WR method, the exact time profile of the exciting external current was found for a given profile of the radiated EMP. A compression ratio of 8.6 was obtained for a compressed pulse length of 2 ns and a spectral bandwidth of about two octaves (range from 1.4 GHz to 5.7 GHz).
- 5) Was obtained 7-fold compression of an *E*-polarized pulse in the spectral band of  $7.2 \div 31$ , and a 16-fold compression of an *H*-polarized pulse in the  $21.5 \div 35.8$  GHz band in an asymmetric 1.0 m long dielectric waveguide, which is located on a metal substrate.

6) For the first time, has been rigorously simulated, the process of compression of optical and infrared EMP in an infinite volume filled with polystyrene or quartz. Shown the possibility of compressing EMP in such optical materials with a spectral bandwidth of up to 2 octaves and increasing the peak EMP power up to 20 dB on one meter of the optical path.

**The practical significance** of the obtained results lies in the developed and implemented software approaches that allow to improve and enhance the characteristics of electrodynamic dispersion compressors achieved to date. A number of new models of dispersion compressors were considered, each of which has a certain set of unique characteristics such as operating range, spectral bandwidth, compression ratio, mass and size parameters, and so on.

**Keywords:** initial-boundary value problem, the method of the exact absorbing conditions, the finite-difference method, the wave-front reversal method, passive compression of electromagnetic pulses, guide structures, group velocity dispersion of electromagnetic waves.

### Список публікацій здобувача за темою дисертації

1. Pazynin V. L., Maiboroda M. V. Electromagnetic pulse compression in sections of helically coiled waveguides // *Telecommunications and Radio Engineering*. – 2017. – Vol. 76, iss.3. – P.209–225.
2. Pazynin V. L., Maiboroda M. V. Compression of electromagnetic pulses with piecewise linear laws of amplitude and frequency modulation // *Telecommunications and Radio Engineering*. – 2017. – Vol.76, iss.4. – P.277–284.
3. Pazynin V. L., Maiboroda M. V. Compression of electromagnetic pulses in dielectric waveguides of a finite length // *Telecommunications and Radio Engineering*. – 2017. – Vol. 76, iss.14. – P.1219–1230.
4. Pazynin V. L., Maiboroda M. V. Modeling of the compression of wave packets induced by a current filament in a plane-parallel waveguide //

- Telecommunications and Radio Engineering*. – 2017. – Vol.76, iss.16. – P.1391–1404.
5. Maiboroda M. V., Pazynin V. L. Compression of optical and infrared pulses in quartz crystals: a rigorous simulation // *Telecommunications and Radio Engineering*. – 2019. – Vol.78, iss.1. – P.11–18.
  6. Pazynin V. L., Maiboroda M. V. Compression of electromagnetic pulses in an asymmetric dielectric waveguide // *Telecommunications and Radio Engineering*. – 2019. – Vol.78, iss.2. – P.97–107.
  7. Pazynin V. L., Maiboroda M. V., Shmat'ko A. A. The model of pulse radiator with output signal compression in helically coiled dielectric waveguide // *Telecommunications and Radio Engineering*. – 2019. – Vol.78, iss.17. – P.1509–1520.
  8. Maiboroda M. V., Pazynin V. L., Sliusarenko H. O. Electromagnetic Pulses Compression in Helically Coiled Dielectric Waveguide // *Proc. of the 22-nd International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory, Lviv-Dnipro (Ukraine)*. – 2017. – P.104–107.
  9. Maiboroda M. V., Pazynin V. L., Sliusarenko H. O. Passive Compression of Optical Pulses in Uniform Isotropic and Dispersive Medium // *Proc. of the IEEE International Young Scientists Forum on Applied Physics and Engineering, Lviv (Ukraine)*. – 2017. – P.228–230.

## ЗМІСТ

<b>ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ І СКОРОЧЕНЬ. . . . .</b>	<b>10</b>
<b>ВСТУП . . . . .</b>	<b>11</b>
<b>РОЗДІЛ 1 ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ . . . . .</b>	<b>18</b>
1.1 Дисперсійне стиснення. . . . .	18
1.2 Моделювання методом кінцевих різниць. . . . .	24
Висновки до розділу 1. . . . .	30
<b>РОЗДІЛ 2 ПОЧАТКОВО-КРАЙОВІ ЗАДАЧІ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ ДИСПЕРСІЙНОЇ КОМПРЕСІЇ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ІМПУЛЬСІВ . . . . .</b>	<b>32</b>
2.1 Задачі в декартовій системі координат. . . . .	32
2.2 Задачі для хвильового рівняння в області, що обмежена стінками вигнутого хвилеводу. . . . .	38
2.3 Деякі питання реалізації чисельних алгоритмів розв'язання початково-крайових задач . . . . .	43
Висновки до розділу 2 . . . . .	48
<b>РОЗДІЛ 3 СТИСНЕННЯ ІМПУЛЬСІВ У ВИГНУТИХ ПОРОЖНИСТИХ ХВИЛЕВОДАХ. . . . .</b>	<b>50</b>
3.1 Стиснення власної хвилі хвилеводу. . . . .	51
3.2 Стиснення хвиль, що індуковані ниткою зі струмом. . . . .	65
Висновки до розділу 3. . . . .	75
<b>РОЗДІЛ 4 СТИСНЕННЯ ІМПУЛЬСІВ У ДІЕЛЕКТРИЧНИХ ХВИЛЕВОДАХ І СЕРЕДОВИЩАХ. . . . .</b>	<b>76</b>
4.1 Стиснення в діелектричному хвилеводі, що зігнутий у спіраль. . . . .	78
4.2 Модель імпульсного випромінювача з компресією сигналу в діелектричному хвилеводі. . . . .	84



4.3	Компресія імпульсів у несиметричному діелектричному хвилеводі. . . . .	94
4.4	Компресія оптичних імпульсів у середовищах з дисперсією діелектричної проникності. . . . .	105
	Висновки до розділу 4 . . . . .	116
	<b>ВИСНОВКИ.</b> . . . . .	118
	<b>СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.</b> . . . . .	120
	<b>ДОДАТОК А СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ.</b> .	130

## ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ І СКОРОЧЕНЬ

$\beta$	– ступінь компресії або коефіцієнт стиснення (відношення тривалості вхідного і стисненого імпульсів)
$\tilde{G}$	– коефіцієнт посилення пікової потужності
$v_p, v_g$	– фазова і групова швидкості
$\lambda$	– довжина хвилі у вільному просторі
$f$	– лінійна частота
$\omega = 2\pi f$	– кругова частота
$k = 2\pi/\lambda$	– хвильове число (частотний параметр)
$\varepsilon, \mu$	– відносна діелектрична і магнітна проникності середовища
$\sigma$	– питома електрична провідність середовища
$W$	– ширина (плоскопаралельного) хвилеводу
$\tilde{k}_n$	– критичні частоти власних мод хвилеводу
$A(t), k(t)$	– закони амплітудної і частотної модуляції
$\{x, y, z\}, \{\rho, \phi, x\}$	– декартові і циліндричні координати
$L, L_i$	– віртуальні межі області аналізу
$Q_L$	– область аналізу або обчислювальна область
ЕМІ	– електромагнітний імпульс
ТПУ	– точні поглинаючі умови
ОХФ	– обернення хвильового фронту

## ВСТУП

**Актуальність теми дисертації.** Техніка, що базується на роботі з електромагнітними імпульсами (ЕМІ), стає все більш запитаною у сучасній радіо- та оптоелектроніці, в електроніці великих потужностей, в системах радіо- та геолокації, в системах зв'язку у сильно поглинаючих середовищах, тощо. Ця техніка дає нові можливості для вирішення багатьох фундаментальних і прикладних проблем, але потребує для забезпечення ефективної та результативної роботи нових знань щодо генерації, поширення та просторово-часових трансформацій ЕМІ. У багатьох випадках актуальною та дуже непростою для вирішення проблемою є формування та випромінювання потужних коротких імпульсів, що охоплюють заданий спектральний діапазон.

Одним із можливих засобів отримання таких ЕМІ з унікальними параметрами є так звана компресія, зокрема, компресія дисперсійна – пасивна компресія. Вона полягає у використанні ефекту деформації ЕМІ під час їх поширення у середовищах або хвилеводах із дисперсією групової швидкості. Якщо параметри відповідної траси та параметри ЕМІ, що подаються на її вхід, узгоджено між собою, то на виході можна отримати ЕМІ меншої тривалості та більшої потужності. Ефект давно відомий і вже давно реалізується в імпульсній техніці різноманітного призначення. Але, як показує практика, подальший ефективний та збалансований за витратами розвиток такої техніки можливий лише за умови використання на перших кроках її проектування сучасної методології отримання нових знань – методології, що базується на побудові адекватних і строгих моделей досліджуваних процесів, на надійній (за результатами) реалізації цих моделей при чисельному розв'язку відповідних задач аналізу та синтезу. У першу чергу це стосується конструювання компресорів ЕМІ з шириною частотної смуги більшою, ніж октава. Внаслідок довготривалого поширення відповідних ЕМІ вздовж дисперсійної траси навіть невеликі похибки, що зроблено на етапі моделювання досліджуваних процесів,

або на етапі чисельної реалізації відповідних моделей, призводять до непропорційно більш суттєвого погіршення головних характеристик створюваних пристроїв.

Зважаючи на вищесказане, можна прийти до висновку, що тема дисертації, яка присвячена розробці, розвитку та практичній реалізації строгих математичних методів моделювання пасивної компресії ЕМІ, є *актуальною*. Це підтверджується також змістом і результатами розв'язку низки конкретних модельних задач, що були розглянуті, та зробленими за результатами такого розв'язку висновками, важливими як для теорії, так і для практики.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Дисертація узагальнює результати досліджень, що були виконані автором у лабораторії математичної фізики відділу статистичної радіофізики Інституту радіофізики та електроніки ім. О.Я. Усикова НАН України в рамках таких держбюджетних тем: *«Розробка та впровадження нових методів обчислювальної радіофізики; теоретичне та експериментальне дослідження трансформації електромагнітних полів гіга-, терагерцевого та оптичного діапазонів в об'єктах і середовищах антропогенного та природного походження; аналіз та синтез нових вузлів і пристроїв резонансної квазіоптики, твердотільної електроніки, імпульсної та антенної техніки; розробка і тестування нових вимірювальних схем рефлекто- і діелектрометрії»* (шифр «БУКСИР 4», номер держреєстрації 0112U000210); *«Теоретичне та експериментальне дослідження взаємодії електромагнітних хвиль гіга-, терагерцевого та оптичного діапазонів у природних та штучних структурах з метою розробки перспективних функціональних пристроїв антенної техніки, квазіоптики, мікрохвильової електроніки та нових радіофізичних технологій у біології та медицині»* (шифр «БУКСИР 5», номер держреєстрації 0117U004033).

**Мета і завдання дослідження.** Метою дисертаційної роботи є строгий електродинамічний аналіз перехідних процесів, що пов'язані зі стисненням електромагнітних імпульсів дисперсійними хвилевідними елементами та

модельний синтез нових прототипів таких елементів із цікавими для застосування характеристиками.

Для досягнення поставленої мети було вирішено наступні ключові задачі:

1) виконано строгу постановку та алгоритмізацію початково-крайових задач, що описують просторово-часові трансформації електромагнітних хвиль у відкритих двовимірних областях аналізу та дозволяють проводити весь комплекс досліджень, запланованих у дисертаційній роботі;

2) створено та надійно апробовано пакет програм, що реалізують розв'язання широкого кола початково-крайових задач, пов'язаних з аналізом і синтезом дисперсійних компресорів, та дозволяють отримувати всі потрібні для подальшого розгляду електродинамічні характеристики у зручному для користувача форматі;

3) проведено проблемно-орієнтовані обчислювальні експерименти, їх результати опрацьовано, зроблено обґрунтовані висновки щодо найважливіших питань, поставлених у дисертаційній роботі.

*Об'єкт дослідження* – перехідні процеси при поширенні електромагнітних хвиль у середовищах і хвилеводах із дисперсією групової швидкості.

*Предмет дослідження* – просторово-часові та просторово-частотні трансформації електромагнітних хвиль у процесі їх дисперсійного стиснення.

**Методи дослідження.** Всі результати дисертаційної роботи отримано в рамках сучасної методології, що базується на математичному моделюванні та обчислювальних експериментах. При реалізації цієї методології було використано наступні строги числові та аналітичні методи: метод неповного розподілу змінних, метод інтегральних перетворень, метод точних поглинаючих умов, метод кінцевих різниць в часовій області, метод обернення хвильового фронту.

**Наукова новизна одержаних результатів** полягає в тому, що для вирішення ключових задач дисертації (моделювання, аналіз і синтез хвилевідних елементів дисперсійних компресорів) було запропоновано та

досить акуратно (зі всіма необхідними перевірками) реалізовано два відносно нових підходи. Вони базуються на раніш розвинутих (у тому числі і за участю автора роботи) методах точних поглинаючих умов і обернення хвильового фронту (ОХФ), та дозволяють розглядати двовимірні початково-крайові задачі для  $E$ -поляризованих хвиль, що поширюються у «відкритих» областях декартового простору  $R^2$  та у вигнутих у  $H$ -площині відрізках плоско-паралельних металевих і планарних діелектричних хвилеводів. Це дозволило, зокрема, переконливо довести можливість ефективної компресії електромагнітних імпульсів із шириною частотної смуги в декілька октав звернутими в спіраль хвилеводами, і, таким чином, дати досить обґрунтовані рекомендації щодо зменшення габаритів дисперсійних компресорів.

Серед інших нових результатів дисертації слід відзначити наступне.

1) Доведено, що лінійна апроксимація законів модуляції вхідних сигналів по амплітуді та частоті не призводить до радикальної зміни форми стиснутого імпульсу на виході.

2) Вперше строго розглянуто стиснення імпульсу, що наводиться ниткою зі струмом, в кільцеподібному хвилеводі. Отримано закони модуляції стороннього струму, для якого дві імпульсні хвилі, що симетрично відходять від нитки зі струмом, приходять до протилежної точки хвилеводу з заданим часовим профілем та інтерферують між собою, що приводить до додаткового подвоєння електричного поля в цій точці.

3) За допомогою методу обернення хвильового фронту розв'язано задачу стиснення надширокосмугового (з шириною спектральної смуги в одну октаву) ЕМІ у планарному діелектричному хвилеводі, що був звернутий у досить густу спіраль.

4) Вигнутий в спіраль діелектричний хвилевід використано в синтезованому прототипі імпульсної антени, яка спочатку стискає ЕМІ, а потім вже його випромінює. Для такої антени методом ОХФ знайдено точний часовий профіль збуджуючого стороннього струму по заданому профілю ЕМІ, що випромінюється. Отримано коефіцієнт стиснення, що дорівнює 8,6 при

тривалості стиснутого імпульсу в 2 нс і ширині спектральної смуги приблизно в дві октави (діапазон  $1,4 \div 5,7$  ГГц).

5) Отримано 7-кратне стиснення *E*-поляризованого імпульсу в спектральній смuzі  $7,2 \div 31$  ГГц і 16-кратне стиснення *H*-поляризованого імпульсу у смuzі  $21,5 \div 35,8$  ГГц у несиметричному діелектричному хвилеводі довжиною 1,0 м, який розміщено на металевій підкладці.

6) Вперше строго проаналізовано стиснення оптичних і інфрачервоних ЕМІ в безмежному об'ємі, який заповнено полістиролом або кварцовим склом. Показано можливість стиснення ЕМІ в таких оптичних матеріалах з шириною спектральної смуги до 2-х октав і збільшення пікової потужності ЕМІ до 20 дБ на одному метрі оптичного шляху.

**Практичне значення одержаних результатів** полягає в розроблених і реалізованих програмних підходах, які дозволяють удосконалити та покращити характеристики електродинамічних дисперсійних компресорів, досягнутих на сьогодні.

В дисертаційній роботі розглянуто низку нових моделей дисперсійних стискаючих пристроїв, кожен з яких має певний набір унікальних характеристик (робочий діапазон, ширина спектральної смуги, коефіцієнт компресії, масогабаритні параметри, тощо) і може слугувати прототипом при створенні компресорів і компресорів-випромінювачів ЕМІ різного призначення. Використання відповідних результатів роботи у різноманітних радіофізичних застосуваннях (радіолокація, системи передачі даних, прискорювачі заряджених частинок) може привести до суттєвого розширення можливостей техніки, що тут працює. Важливо також і те, що розвинений в дисертації строгий підхід до математичного моделювання перехідних хвильових процесів у досить складних електродинамічних структурах дозволяє проводити подальшу оптимізацію вже відомих і синтез принципово нових пристроїв геолокації, медичної фізики та електромагнітної безпеки, розробляти нові системи зв'язку у сильно поглинаючому середовищі та системи, що

забезпечують охорону територій від несанкціонованого проникнення безпілотних апаратів.

**Особистий внесок здобувача.** У дисертації узагальнено результати досліджень, що опубліковані в наукових статтях [1–7] і тезах конференцій [8, 9]. Особистий внесок здобувача в згаданих роботах полягав в участі у побудові й алгоритмізації електродинамічних моделей, у написанні комп'ютерних програм та їх тестуванні, у проведенні обчислювальних експериментів, а також в участі в обробці й аналізі отриманих результатів і формулюванні узагальнюючих висновків. Зокрема, особисто здобувачем було виконано дискретизацію початково-крайових задач у областях, що обмежені стінками вигнутих хвилеводів (підрозділ 2.2), програмну реалізацію отриманих розрахункових формул і обчислювальних процедур, що дозволяють розраховувати часові профілі ЕМІ в середовищах із дисперсією діелектричної проникності (підрозділ 4.4). Особисто здобувачем у повному обсязі виконано експерименти, в яких моделювалось стиснення ЕМІ у вигнутих порожнистих [1, 2, 4] і діелектричних [7, 8] хвилеводах, в дисперсійних середовищах [5, 9] та у прямолінійних відрізках діелектричних хвилеводів [3, 6].

Частково матеріали публікацій [1–6, 8, 9] було використано у дисертації наукового керівника здобувача [1\*]:

**Апробація результатів дисертації.** Матеріали, які представлено в дисертаційній роботі, доповідалися й обговорювалися на науковому семінарі «Теорія дифракції та дифракційна електроніка» ІРЕ ім. О.Я. Усикова НАН України, а також на таких міжнародних конференціях:

- 1) 22-nd International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory (Lviv-Dnipro, Ukraine, 2017);
- 2) IEEE International Young Scientists Forum on Applied Physics and Engineering (Lviv, Ukraine, 2017).

**Публікації.** Основні результати дисертаційної роботи опубліковано в 9 наукових працях [1–9]: у 7 статтях у профільних наукових журналах [1–7], і в 2 тезах доповідей на міжнародних конференціях [8, 9].



**Структура та обсяг дисертації.** Дисертація складається з анотації, вступу, чотирьох розділів основного тексту з рисунками і таблицями, висновків, списку використаних літературних джерел і одного додатка. Обсяг дисертації становить 130 сторінок. Вона містить 51 рисунок (з них 4 розміщено на 3 окремих сторінках), 1 таблицю та 123 бібліографічних посилань.

## РОЗДІЛ 1

### ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ

#### 1.1 Дисперсійне стиснення

Дисертаційну роботу присвячено побудові точних математичних моделей дисперсійних компресорів ЕМІ та дослідженню фізики хвильових процесів, що лежать в основі функціонування таких пристроїв. Під дисперсійним стисненням ЕМІ будемо мати на увазі стиснення імпульсу, що відбувається внаслідок дисперсії групової швидкості в деякому середовищі або хвилевідному тракті. Таке стиснення є в певному сенсі узагальненням техніки оптимальної фільтрації [10–12] у випадку систем з розподіленими параметрами. У цьому разі роль фільтра вхідного сигналу виконує лінія затримки з дисперсією групової швидкості  $v_g(\omega)$  [12]. Як і для систем із зосередженими параметрами, передавальна характеристика дисперсійної лінії затримки має бути узгоджена зі спектром вхідного імпульсного сигналу так, щоб на виході він стиснувся в короткий та потужний імпульс. Основна проблема, яка тут виникає – це визначення форми (часового профілю) вхідного ЕМІ. Останній, при достатньо протяжному в повздовжньому напрямі дисперсійному елементі, модульований за частотою (і амплітудою).

Найбільш популярним способом вирішення цієї проблеми є використання так званого кінематичного наближення [13–17]. Воно засноване на зображенні імпульсу у вигляді суперпозиції деяких частинок, швидкість розповсюдження  $v_g$  яких уздовж дисперсійного елемента визначається за законом дисперсії  $v_g = v_g(\omega)$ . Знаючи довжину дисперсійного елемента і швидкість  $v_g(\omega)$ , можна через відношення першої величини до другої знайти час запізнювання, з яким

кожна така «частинка» повинна влетіти в дисперсійний елемент, або, що те ж саме, визначити закон частотної модуляції вхідного сигналу.

Такий підхід є явно наближеним. По-перше, визначення групової швидкості  $v_g = (dk/d\omega)^{-1}$ , яке використовується для знаходження закону модуляції, є точним тільки для імпульсів з нескінченно вузькою спектральною смугою [18].

На практиці таких сигналів не існує, що призводить до похибок у кінематичних формулах, які використовують. По-друге, поняття «частинка» ніколи не набуває строгого математичного визначення, його неявно змінює поняття «фур'є-компонента». Це призводить до протиріч, що пов'язані зі швидкістю розповсюдження: фур'є-компоненти імпульсу, як впливає з інтегрального перетворення Фур'є, поширюються з фазовою швидкістю  $v_p = v_p(\omega)$  [19], а компресія всього імпульсу в цілому визначається груповою швидкістю  $v_g = v_g(\omega)$  [20].

Коли йдеться про стиснення вузькосмугових сигналів (ширина спектральної смуги – одиниці відсотків від несучої частоти), названі фактори не є визначальними, це дозволяє конструювати компресори з передбачуваними характеристиками [13–17, 21–23].

У випадку застосування широкосмугових імпульсів (ширина спектральної смуги – одна і більше октав) кінематичне наближення призводить вже до недопустимо великої похибки. У [24] це продемонстровано на прикладі найпростішого дисперсійного елемента – порожнистого металевого хвилеводу, для якого відомо точне аналітичне зображення за умови  $v_g = v_g(\omega)$ .

Через це спроби конструювання пасивних компресорів ЕМІ призвели до досить скромних енергетичних показників: як правило, коефіцієнт збільшення імпульсної потужності  $G$  не перевищує приблизно 15 дБ. При цьому, в якості дисперсійних елементів у таких компресорах використовують:

- відрізки порожнистих металевих хвилеводів [25, 26];

- відрізки періодичних хвилеводів [27];
- хвилевід з діелектричними вставками [28, 29];
- гофрований хвилевід [13–17, 21–23, 30];
- хвилеводи, що заповнені плазмою [31, 32];
- ланцюжки відкритих резонаторів [33];
- пов'язані хвилеводи [34];
- середовища з дисперсією [35–38] (зокрема, плазма [38–41]).

Аналіз цих робіт приводить до такого висновку. Необмежено збільшуючи довжину дисперсійного елемента теоретично, за відсутності втрат, можливо досягнути скільки завгодно великих значень коефіцієнта підсилення імпульсної потужності  $G$ . Однак подальший прогрес у бік збільшення значення  $G$  можливий тільки за умови ретельного визначення профілю вхідних імпульсів.

Можливе вирішення цієї проблеми полягає у використанні методу обернення хвильового фронту (ОХФ) [42]. Суть цього методу, як впливає з назви, полягає в оберненні в часі динамічної картини електромагнітного поля. Або, іншими словами, заміні у рівняннях, що описують трансформацію ЕМІ, змінної часу  $t$  на  $-t$ . У найпростішому випадку, коли втрати в дисперсійному елементі відсутні, така заміна приводить до того, що вхідний і вихідний імпульси компресора міняються місцями. Відповідно, якщо відомо часовий профіль імпульсу, який необхідно отримати в результаті компресії, то після проходження дисперсійного елемента він трансформується в імпульс, який після заміни  $t$  на  $-t$  співпадає з необхідним вхідним сигналом компресора.

Аналіз фахової літератури показує, що метод ОХФ уже широко використовується в різноманітних прикладних задачах електродинаміки (фокусування і виправлення фазових спотворень лазерного випромінювання, голографія, фотографія та ін.) [42, 43], акустики [44–49], медицини (томографія) [50]. Проте для задач власне пасивної компресії імпульсів, як електромагнітних так і акустичних, цей метод почали використовувати

порівняно нещодавно. На цей час він апробований на невеликій кількості дисперсійних елементів (звукові хвилеводи [51, 52], шаруваті акустичні структури [53], ревербераційні камери [54–59]). У [60] наведено узагальнені результати теоретичних досліджень дисперсійної компресії, які виконувались із використанням методу ОХФ. Тут було розглянуто декілька ключових задач, в яких були синтезовані прототипи дисперсійних компресорів з дисперсійними елементами у вигляді прямолінійних і вигнутих відрізків металевих хвилеводів, відрізка планарного діелектричного хвилеводу; був запропонований прототип імпульсного випромінювача, в апертурі якого відбувається стиснення випромінюваного ЕМІ; розглянуто стиснення оптичних імпульсів у середовищах з дисперсією показника заломлення. Також тут було отримане вкрай важливе узагальнення методу ОХФ на випадок дисперсійних елементів компресорів із втратами. Це узагальнення дозволило отримати на виході таких компресорів імпульси строго заданої форми. Основна ідея цього узагальнення полягала в компенсації втрат у дисперсійному елементі енергією первинної хвилі. Якщо  $u^{obj}(t)$  – імпульс, який необхідно отримати в результаті компресії (цільовий імпульс), а  $u^{tran}(t)$  – імпульс, який отримано після проходження  $u^{obj}(t)$  через дисперсійний елемент, то відношення

$$\xi(k) = \frac{|\tilde{u}^{obj}(k)|}{|\tilde{u}^{tran}(k)|} \quad (1.1)$$

визначає втрати в дисперсійному елементі залежно від частотного параметра  $k$  ( $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  – довжина хвилі у вільному просторі), а співвідношення

$$u^{src}(t) = FT^{-1} \left[ \xi^2(k) \cdot FT \left[ u^{tran}(T-t) \right] \right], \quad (1.2)$$

– шуканий вхідний сигнал компресора ( $T$  – ваговий параметр). Тут і надалі  $FT[\dots]$  і  $FT^{-1}[\dots]$  – пряме й обернене перетворення Фур'є:

$$\tilde{f}(k) = FT[f(t)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{ikt} dt, \quad (1.3)$$

$$f(t) = FT^{-1}[\tilde{f}(k)] = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(k) e^{-ikt} dk. \quad (1.4)$$

Ця модифікація методу ОХФ вийшла дуже ефективною для застосування у чисельному моделюванні та синтезі дисперсійних компресорів. Причина – в універсальності такого підходу і відсутності будь-яких спрощувальних припущень щодо структури дисперсійного елемента, ширини робочого діапазону тощо. Вона залишається працездатною навіть у тих випадках, коли вхідний і вихідний імпульси описують різні фізичні величини, які мають різні одиниці виміру. Наприклад, вхідний сигнал компресора може задавати сторонній струм, а в якості вихідного сигналу можна використовувати напруженість електричного чи магнітного поля, яке цей струм випромінить після стиснення в компресорі в задану точку простору.

Разом з тим, нові можливості, які надав дослідникам метод ОХФ, призвели до появи нових проблемних питань, що пов'язані з конструюванням пасивних компресорів.

Ці питання стосуються оптимізації геометрії компресорів за тим чи іншим параметром, синтезу нових дисперсійних елементів з унікальними характеристиками, випромінювання стиснених компресором імпульсів, використання їх у різноманітних прикладних задачах та ін. Наприклад, було виявлено [60], що використовуючи дисперсію групової швидкості робочої моди (з ненульовою частотою відсікання) порожнистого металевго хвилеводу, можна стискати імпульси в таких об'єктах з шириною частотної полоси до 2-х октав (тобто відношення верхньої і нижньої частот діапазону дорівнює 4). Однак для цього необхідні відрізки хвилевідних ліній, довжина яких дорівнює

тисячам і навіть десяткам тисяч їх поперечних розмірів, – тільки в цьому випадку вхідні імпульси таких дисперсійних елементів можна описати достатньо гладкими законами амплітудної і частотної модуляції. У сантиметровому діапазоні ця вимога призводить до хвилевідних відрізків довжиною в десятки-сотні метрів, що не завжди можливо реалізувати на практиці. Очевидне вирішення цієї проблеми – пакування такої хвилевідної лінії передач у більш компактні об'єми шляхом її згинання [60]. Варіантів таких пакувань може бути багато, і всі вони потребують детального і глибокого аналізу: вигин у  $H$ -площині призводять до появи ефекту повного запирання хвилеводу на частотах поблизу частоти відсікання другої моди [61, 62], вигин у  $E$ -площині – до зменшення електричної міцності хвилеводу поблизу стінок з малим радіусом кривизни та ін. У розділах 3 і 4 цієї роботи розглянуто варіанти пакування плоскопаралельного (прямокутного) металевого та діелектричного хвилеводів у вигляді спіралі в  $H$ -площині.

Окремо слід зазначити і нову актуальну проблему, яка виникла у зв'язку з розвитком методу ОХФ. Це проблема генерації широкосмугових імпульсів з точно заданим часовим профілем. Метод ОХФ не встановлює будь-яких обмежень на ширину смуги, яку займає стискуваний імпульс. Немає принципів обмежень і на ширину робочого діапазону дисперсійного елемента – теоретично вона може бути необмежено великою. Однак генерація таких імпульсів, навіть у «простому» випадку, коли вони описані достатньо гладкими законами частотної і амплітудної модуляції, ще не має універсального технічного вирішення.

Наявні на цей час генератори імпульсів довільної форми (Arbitrary Waveform Generator, AWG) можуть впоратися з цим завданням у смузі частот від нуля до декількох гігагерців. Наприклад, мікросхема AD9914, яку виробляє компанія Analog Devices, здатна генерувати імпульси з довільним часовим профілем у смузі від 0 до 1 ГГц [63]. В окремих випадках за допомогою помножувачів частоти такі сигнали можуть бути перенесені в більш високочастотну (наприклад, сантиметрову) частину спектра. Але розширення їх

спектра аж до міліметрового діапазону, особливо до його короткохвильової частини, таким чином уже не є можливим.

Проблема генерації вхідних сигналів, взагалі кажучи, довільної форми виходить за рамки цієї дисертаційної роботи, основну увагу тут буде приділено знаходженню часового профілю таких сигналів за заданим профілем вхідного сигналу компресора і параметрами його дисперсійного елемента.

## **1.2 Моделювання методом кінцевих різниць**

Як уже було зазначено, для отримання суттєвого прогресу в характеристиках пасивних компресорів ЕМІ необхідно використовувати точні алгоритми, що описують трансформацію імпульсних полів у хвилевідних структурах з дисперсією. Крім цього, важливим фактором є також можливість швидкої модифікації модульованих об'єктів: додавання до них нових елементів чи зміна наявних геометричних/електричних параметрів не повинна суттєво позначатися на внутрішній структурі цих елементів і складності проведення чисельних експериментів з їх використанням. Цим вимогам задовольняє числовий метод розв'язання диференційних рівнянь (Максвелла або хвильового рівняння) у часовій області – метод скінченних різниць. Він універсальний, відносно простий у реалізації, не потребує перетворень будь-яких матриць великих розмірів (явні різницеві схеми). До його недоліків можна віднести великі вимоги до оперативної пам'яті комп'ютерів і відносно великий час проведення розрахунків (велика кількість арифметичних операцій, які необхідні для отримання кінцевої характеристики). Сучасний рівень розвитку обчислювальної техніки дещо нівелює ці недоліки і дозволяє повною мірою використовувати його переваги.

Використання «класичних» варіантів різницевих схем, як для хвильового рівняння [64, 65], так і для рівнянь Максвелла [66–68], у відкритих областях



аналізу (тобто в областях, що мають нескінченно віддалену точку) природним чином стикається з проблемою обмеження рахункового простору. Різницєва сітка, що покриває нескінченно велику область аналізу, потребує нескінченно великого об'єму пам'яті комп'ютера, що неможливо взагалі здійснити. Тож для практичної реалізації різницєвих схем обчислювальну область (область аналізу) необхідно виділити деякими фізично не існуючими (віртуальними) межами. На цих віртуальних межах необхідно встановити такі граничні умови для компонент поля, що хвилі, які падають на них, відбивались би назад у розрахункову область. У літературі для таких умов використовують назви «поглинальні» [67], «прозорі» [69] або «невідбивні» [70].

На етапі становлення різницєвих методів, зокрема методу FDTD (Finite-Difference Time-Domain), для обмеження розрахункового простору були використані наближені умови різного ступеня складності і точності [71–74]. Наприклад, умови, які апроксимують оператор Деламбера на прямолінійній віртуальній межі у вільному просторі з другим

$$\left[ \pm \frac{\partial^2}{\partial x \partial t} + \frac{1}{c_\varepsilon} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{c_\varepsilon}{2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right] U(x, y, t) = 0 \quad (1.5)$$

і третім

$$\left[ \pm \frac{\partial^3}{\partial x \partial t^2} \pm \frac{c_\varepsilon^2}{4} \frac{\partial^3}{\partial x \partial y^2} - \frac{\partial^3}{\partial t^3} + \frac{3c_\varepsilon}{4} \frac{\partial^3}{\partial t \partial y^2} \right] U(x, y, t) = 0 \quad (1.6)$$

порядком точності [67]. Тут  $U(x, y, t)$  – одна з компонент поля,  $c_\varepsilon$  – швидкість світла в середовищі, в якому розміщено віртуальну межу (остання задана прямою  $x = const$  – випадок двовимірних задач). Ці та подібні до них наближені умови забезпечують ідеальне поглинання хвиль, що падають на віртуальні межі під деякими фіксованими кутами (зокрема, по нормалі), але для

інших кутів падіння дають достатньо високий рівень відбиття, що суттєво спотворює модельовані процеси.

Пошук умов, які забезпечують низький рівень відбиття хвиль, що падають під будь-яким кутом, привів до винайдення техніки ідеально узгодженого шару (Perfectly Matched Layer, PML) [75–78]. Цей шар являє собою деякий нефізичний об'єкт скінченної товщини, що пов'язаний усередині різницевої схеми з віртуальною межею і завдяки певним математичним прийомам (штучне розщеплення однієї з тангенціальних компонент поля на дві «субкомпоненти» [67]) дозволяє досягти зменшення рівня відбитої хвилі приблизно до  $-60\dots-70$  дБ. Таке суттєве зниження рівня відбиття від віртуальної межі хвилі дозволило моделювати методом FDTD широкий клас електродинамічних об'єктів (як правило, нерезонансних) з прийнятним рівнем похибки і зробило PML найпопулярнішим засобом обмеження розрахункового простору. Однак залишилася і низка невирішених проблем, що пов'язані з PML.

По-перше, рівень відбиття  $-60\dots-70$  дБ, який забезпечує такі віртуальні шари, не завжди є прийнятним для моделювання високодобротних відкритих коливальних систем. У подібних випадках відбиття від віртуальної межі хвилі, навіть такої малої амплітуди, повертається у відкритий резонатор, підсилюється ним, що призводить до спотворення модельованих хвильових процесів. Причина – у тривалій (у масштабі періоду робочого колювання) взаємодії хвилі, що виходить, з PML-шаром. При цьому чим вища добротність досліджуваного колювання, тим більші спотворення вносить віртуальна межа.

По-друге, суттєвим недоліком PML є неможливість точного вбудовування в різницеві схеми первинних імпульсних хвиль, що надходять через віртуальні межі в поперечних перерізах напівнескінчених хвилеводів. Особливо гострою ця проблема є у випадку, коли критична частота робочої моди такого хвилеводу відмінна від нуля, а спектр первинного імпульсу знаходиться поблизу цієї частоти [67]. Причина в тому, що за своєю суттю PML не є граничною умовою, яка пов'язує компоненти поля з його нормальною похідною на віртуальній межі. Це лише деякий абстрактний математичний

об'єкт, який відносно непогано поглинає хвилі, що йдуть з нього, але не створений від початку для роботи з хвилями, які проходять через нього. Можливе вирішення цієї проблеми призводить до доволі складних алгоритмів, точність яких важко, а найчастіше й неможливо гарантувати. До списку таких алгоритмів можна віднести ті, в яких хвилевідні імпульсні хвилі задано розподіленням побічних струмів у поперечному перерізі хвилеводу поблизу віртуальної межі, так званими «жорсткими» або «м'якими» джерелами струму та ін. Крім відсутності коректної фізичної інтерпретації таких джерел, всі вони припускають, що від деякого перерізу хвилеводу в протилежні сторони поширюються дві симетричні хвилі. Одна з них – це власне імпульс збудження, а друга повинна поглинатися PML-шаром. Однак, як вже було зазначено, PML-шар не гарантує ідеального поглинання, і частина енергії цієї хвилі відбивається в розрахункову область, що призводить до додаткових втрат точності модельованих характеристик.

По-третє, принаймні, окремі модифікації PML при великих часах прогонки різницевої схеми можуть призводити до необмеженого збільшення розв'язків відповідних модельних задач [79, 80].

Для виявлення цих проблем і коректного розв'язання задачі обмеження розрахункового простору віртуальними межами необхідно встановити граничні умови, які пов'язували б компоненти поля з їх нормальними похідними. Цього вдалося досягти в точних поглинаючих умовах (ТПУ). Уперше такі умови опубліковані (без виведення) у роботах [81–83] і являють собою згортку у часі «історії» імпульсної хвилі на віртуальній межі з деяким, загально кажучи, слабозагасаючим ядром. Наприклад, для віртуальної межі в поперечному перерізі порожнистого хвилеводу одна з таких ТПУ має вигляд [81]

$$u_n(z, t) \Big|_{z=L} = -c \int_0^t \frac{\partial u_n(z, \tau)}{\partial z} \Big|_{z=L} \cdot J_0(c\lambda_n(t - \tau)) d\tau. \quad (1.7)$$

Тут  $u_n(z, t)$  – просторово-часова амплітуда імпульсної хвилі, яка отримана після відокремлення поперечних змінних,  $J_0(x)$  – функція Бесселя,  $z$  – поздовжня вісь хвилеводу,  $\lambda_n$  – його власні поперечні числа,  $z = L$  – переріз хвилеводу, в якому розміщено віртуальну межу,  $c$  – швидкість світла у вакуумі.

Наявність згорток у ТПУ вигляду (1.7) робить їх нелокальними за часовою змінною і, як наслідок, вимогливими до обчислювальних ресурсів. Цей фактор певною мірою пригальмував розвиток таких ТПУ. Тим не менше, у роботах [85–91] було виявлено, що такі нелокальні ТПУ дійсно можуть бути використані в різницевих схемах для обмеження розрахункового простору і похибка, яку вони вносять у розв’язок, менша за похибку власне різницевої схеми. Ці властивості дозволяють змінювати з їх допомогою відкриті початково-крайові задачі на еквівалентні їм закриті [90].

Наступним кроком у розвитку нелокальних ТПУ стало розроблення оптимізованих алгоритмів, що дозволяють: а) спростити обчислення згорток з  $O(n^2)$  до  $O(n \log n)$ , де  $n$  – номер часового шару, до якого розраховується різницева схема, і б) зменшити вимоги до об’єму оперативної пам’яті комп’ютерів.

Першого вдалось досягти шляхом використання швидкого перетворення Фур’є [92], другого – перенесенням більшої частини «історії» імпульсної хвилі та ядра згортки з оперативної пам’яті на жорсткий диск комп’ютера [93]. Така оптимізація значно розширила можливості нелокальних ТПУ і зробила їх більш привабливими при реалізації різницевих схем, ніж PML. Крім точності і гарантованого поглинання падаючих на віртуальну межу хвиль, умови вигляду (1.7) дозволили також акуратно вбудовувати в різницеві схеми первинні імпульсні хвилі, що приходять в область аналізу з напівнескінчених хвилеводів з ненульовою частотою відсікання робочої моди. Така можливість обумовлена тим, що ці умови зв’язують поле хвилі з його нормальною похідною до межі, а напрямок поширення цієї хвилі визначається тільки напрямком осі  $z$ .

Нарешті, ще одним важливим етапом розвитку ТПУ стало відкриття умов локальних як за просторовими, так і за часовими змінними. Ці умови можуть бути поставлені як на віртуальних межах, що співпадають з поперечними перерізами хвилеводів, так і на віртуальних межах у вільному просторі, що являють собою або прямокутник (2D-задачі), або поверхню паралелепіпеда (3D-задачі). У найпростіших випадках двовимірних задач для межі в поперечному перерізі плоскопаралельного хвилеводу такі ТПУ [91] виражають одну з поперечних компонент поля  $U(y, z, t)$  через інтеграл від деякої допоміжної функції  $W(y, t, \varphi)$ ,

$$U(y, 0, t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{\partial W(y, t, \varphi)}{\partial t} d\varphi, \quad (1.8)$$

що задана на віртуальній межі як розв'язок початково-крайової задачі

$$\begin{cases} \left[ \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \sin^2 \varphi \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right] W(y, t, \varphi) = - \frac{\partial U(y, z, t)}{\partial z} \Big|_{z=0} \\ 0 \leq y \leq a; \quad t \geq 0 \\ W(y, t, \varphi) \Big|_{t=0} = \partial W(y, t, \varphi) / \partial t \Big|_{t=0} = 0 \\ W(y, t, \varphi) \Big|_{y=0, a} = 0 \end{cases} \quad (1.9)$$

(тут  $z$  – поздовжня вісь хвилеводу,  $y=0, a$  – площини металевих стінок хвилеводу,  $z=0$  – площина, в якій лежить віртуальна межа). У загальному випадку, коли віртуальна межа знаходиться у вільному просторі, на кожній її регулярній ділянці необхідно ввести свою допоміжну функцію  $W_n(y, t, \varphi)$ , яка повинна бути узгоджена умовами в кутових точках межі.

Не дивлячись на деяку громіздкість, в обчислювальному плані умови типу (1.8)–(1.9) потребують приблизно таких самих додаткових витрат

оперативної пам'яті та процесорного часу, як і PML. Однак, на відміну від останнього, ці умови гарантують точність отриманих результатів [94].

Більш-менш вичерпний огляд проблематики, пов'язаної з побудовою і використанням поглинаючих умов, наведений у [93]. Приклад їх вбудовування в різницеві схеми, включно з постановкою початково-крайових задач з ТПУ на віртуальних межах, їх дискретизацію, тестування і проведення чисельних експериментів можна знайти в [60]. Аналізуючи ці роботи, можна зробити такі висновки. Скінченно-різницеві методи, які оснащені ТПУ, дозволяють будувати високоефективні алгоритми розрахунків основних характеристик електродинамічних вузлів майже довільної форми. При цьому дані в часовій області, які були отримані з розв'язання відповідних початково-крайових задач, за необхідності можуть бути з легкістю конвертовані в частотну область за допомогою стандартного перетворення Фур'є (1.3). Зокрема, у такий спосіб можуть бути отримані коефіцієнти трансформації хвиль на хвилевідних неоднорідностях, діаграми направленості випромінювачів, спектральні діаграми коливальних систем тощо. [60].

## **Висновки до розділу 1**

1. Фізична теорія не накладає жодних обмежень на енергетичні, часові або частотні параметри компресії ЕМІ в лінійних недисипативних системах з дисперсією групової швидкості. Однак досягнуті на практиці коефіцієнти збільшення імпульсної потужності в системах пасивної компресії обмежені величинами  $20 \div 30$  дБ і шириною спектральної смуги в декілька відсотків. Подолання цих обмежень є актуальною задачею для сучасної електродинаміки.

2. Метод ОХФ, адаптований у [60] для моделювання дисперсійної компресії в хвилевідних трактах з дисперсією, відкриває широкі можливості для пошуку нових конструкцій компресорів імпульсів з унікальними характеристиками: шириною спектра стискуваних імпульсів, меншими втратами, більш компактними розмірами та ін.
3. Продуктивний пошук таких конструкцій можливий лише шляхом ретельного моделювання хвильових процесів, що відбуваються в їх дисперсійних елементах. Ідеалізації, яких припускаються у цьому випадку, мають бути коректно обґрунтованими і не суперечити рівнянням Максвелла.
4. Таке моделювання можливе тільки за умови використання строгих математичних методів (у першу чергу – методів розв’язання крайових задач і/або початково-крайових задач для рівнянь Максвелла) і коректних обчислювальних алгоритмів на їх основі.
5. Одним із методів, які задовольняють ці вимоги, є скінченно-різницевий метод у часовій області. Стосовно до розв’язання рівнянь Максвелла він відомий під англійською аббревіатурою FDTD (Finite-Difference Time-Domain method). Цей метод універсальний, відносно простий у реалізації і не потребує переробки комп’ютерного коду у випадку модифікації геометрії досліджуваних об’єктів.
6. Використання скінченно-різницевих методів для розв’язання задач у відкритих областях аналізу потребує попереднього вирішення проблеми обмеження розрахункового простору (області аналізу) віртуальними межами і постановки на них таких умов, які не призводили б до спотворення хвиль, що проходять через них.
7. Використання точних поглинаючих умов вирішує проблему обмеження розрахункового простору і дозволяє коректно зводити початково-крайові задачі електродинаміки до еквівалентних їм закритих задач.

## РОЗДІЛ 2

### ПОЧАТКОВО-КРАЙОВІ ЗАДАЧІ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ ДИСПЕРСІЙНОЇ КОМПРЕСІЇ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ІМПУЛЬСІВ

У цьому розділі наведено початково-крайові задачі, що лежать в основі обчислювальних алгоритмів, за допомогою яких проведено всі описані в дисертації чисельні експерименти. Було розглянуто два типи таких задач. Перший з них – двовимірні задачі в декартовій системі координат для  $E$ -поляризованих полів. Другий тип – також двовимірні задачі для  $E$ -поляризованих полів, але таких, що поширюються у вигнутих у  $H$ -площині відрізках плоскопаралельних хвилеводів. Через складність поставлених початково-крайових задач їх подальше розв’язання виконуємо скінченно-різницевиими методами в часовій області (див. також розділ 1). Для першого типу задач реалізовані алгоритми методу FDTD [67], що оперують з трьома сітковими функціями – різницевиими аналогами відповідних нетривіальних компонент поля. Для другого типу задач – алгоритмами скінченно-різницевого методу [64, 65], який оперує з однією сітковою функцією для однієї (електричної) компоненти поля. Відповідно, у першому випадку обчислюються початково-крайові задачі для рівнянь Максвелла в декартовій системі координат, а в другому – хвильове рівняння в полярній системі координат. В останньому варіанті область аналізу може складатися з декількох підобластей, що обмежені вигнутими стінками хвилеводу з різними радіусами кривизни.

#### 2.1 Задачі в декартовій системі координат

Геометрію задач, що розглянуті в декартовій системі координат  $\{x, y, z\}$ , показано на рис. 2.1. Хвильовідний вузол відносно довільної форми може мати





що те ж саме,  $TE$ - та  $TM$ -хвиль.  $E$ -поляризовані поля в такому хвилевідному вузлі можна описати початково-крайовою задачею [60]:

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \frac{1}{\eta_0} \cdot \frac{\partial(\varepsilon E_x)}{\partial t} = \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - \sigma E_x - J_{src,x}, \\
 \eta_0 \frac{\partial(\mu H_y)}{\partial t} = -\frac{\partial E_x}{\partial z} - \delta H_y - M_{src,y}, \quad \eta_0 \frac{\partial(\mu H_z)}{\partial t} = \frac{\partial E_x}{\partial y} - \delta H_z - M_{src,z}, \\
 \\
 \{y, z\} \in \mathbf{Q}_L, \quad t \geq 0, \\
 E_x|_{t=0} = 0, \quad H_y|_{t=0} = 0, \quad H_z|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial E_x}{\partial t}|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial H_y}{\partial t}|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial H_z}{\partial t}|_{t=0} = 0, \\
 E_x^{(i)}(y, z, t)|_{y,z \in \mathbf{B}} = E_x^{(j)}(y, z, t)|_{y,z \in \mathbf{B}}, \quad H_y^{(i)}(y, z, t)|_{y,z \in \mathbf{B}} = H_y^{(j)}(y, z, t)|_{y,z \in \mathbf{B}}, \\
 E_x(y, z, t)|_{y,z \in \mathbf{M}} = 0, \\
 \int_{V_C} (\varepsilon E_x^2 + \mu(H_y^2 + H_z^2)) dV < \infty, \\
 \\
 \mathbf{A}_L [E_x^{out}(y, z, t)]_{y,z \in \mathbf{L}} = 0, \\
 \mathbf{A}_{L_p} [u_n^{out,p}(z', t)]_{y',z' \in \mathbf{L}_p} = 0, \quad E_x^{out,p}(y', z', t) = \sum_n u_n^{out,p}(z', t) \mu_n^p(y'), \\
 \mathbf{A}_{L_q} [u_m^{inc,q}(z', t)]_{y',z' \in \mathbf{L}_q} = 0, \quad E_x^{inc,q}(y', z', t) = u_m^{inc,q}(z', t) \mu_m^q(y'), \\
 \\
 \mu_n(y') = \sqrt{2/W_p} \sin(\lambda_{pn} y'), \quad \lambda_{pn} = n\pi/W_p, \quad n = 1, 2, \dots
 \end{array} \right. \quad (2.1)$$

Тут  $E_x$ ,  $H_y$ ,  $H_z$  – декартові компоненти векторів напруженості електричного та магнітного полів;  $J_{src,x}$ ,  $M_{src,y}$ ,  $M_{src,z}$  – компоненти векторів густини стороннього електричного і магнітного струмів;  $\sigma$  – питома електрична провідність середовища;  $\delta$  – магнітні втрати середовища [67];  $\varepsilon$ ,  $\mu$  – відносна діелектрична і магнітна проникності середовища;  $\eta_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0} = 376,730\dots$  Ом – імпеданс вільного простору;  $\varepsilon_0 = 1/\mu_0 c^2$  і  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  – електрична та магнітна

сталі;  $c = 299792458$  м/с – швидкість світла у вакуумі. Усі фізичні величини, які входять у (2.1), за виключенням змінної часу  $t$ , мають розмірності, що визначені системою СІ. Змінна  $t$  у (2.1) – це добуток фізичного часу на швидкість світла у вакуумі і вимірюється у метрах [60, 91, 97].

Перші два рядки в (2.1) – це рівняння Максвелла для обраної поляризації поля. Третій рядок задає область визначення шуканих функцій: вважається, що за умови  $t < 0$  усі компоненти полів і струмів тотожно дорівнюють нулю, а поза областю  $Q_L$  немає ні розсіювачів, ні джерел поля. Четвертий рядок визначає тривіальні умови, а п'ятий та шостий – граничні умови на поверхнях діелектричних і металевих елементів вузла. Сьомий рядок – це умови на ребрі, що потребують кінцевої енергії поля в його околі [95, 96]. Останні рядки – це ТПУ на віртуальних межах області аналізу  $Q_L$ ; відповідні зображення для операторів  $\mathbf{A}$  наведені далі. Локальні системи координат  $\{x', y', z'\}$  пов'язані з кожним хвилевідним плечем і обрані так, щоб вісь  $z'$  була напрямлена вздовж однієї зі стінок хвилеводу, а вісь  $x'$  мала такий самий напрям, що і  $x$ . Крім цього,  $(p, q)$  – номер хвилеводу;  $(n, m)$  – номер власної хвилі, до якої застосовується оператор  $\mathbf{A}$ ;  $\lambda_{pn}$  – власні поперечні числа  $p$ -го хвилеводу ( $\lambda_n \geq \epsilon\mu s^2$ );  $W_p$  – його ширина. Індeksi «*inc*» та «*out*» відповідають первинним та розсіяним хвилям.

Оператор  $\mathbf{A}_{L_p} [u_n^p(z, t)]$  застосовується до просторово-часових амплітуд власних імпульсних хвиль напівнескінченних хвилеводів і являє собою нелокальні ТПУ, які задані інтегрально-диференціальним співвідношенням

$$\frac{\partial u_n(z', t)}{\partial z} = \mp \sqrt{\epsilon\mu} \left[ \frac{\partial u_n(z', t)}{\partial t} + s u_n(z', t) + \eta_n \int_0^t u_n(z', \tau) e^{-s(t-\tau)} \frac{J_1(\eta_n(t-\tau))}{t-\tau} d\tau \right]. \quad (2.2)$$

Тут верхній знак відповідає хвилям, що поширюються в напрямку збільшення  $z'$ , нижній – у напрямку зменшення;  $J_1(\dots)$  – функція Бесселя;  $s = \sigma\eta_0/2\epsilon$ ,

$\eta_n = \sqrt{\lambda_n^2 / \varepsilon \mu - s^2}$ ,  $\varepsilon$ ,  $\mu$ ,  $\sigma$  – електричні параметри середовища, яке заповнює хвилевід.

Оператор  $\mathbf{A}_L[E_x^{out}(y, z, t)]$  застосовується до електричної компоненти поля на прямокутній віртуальній межі  $\mathbf{L}$  (хвилі, що йдуть з області  $\mathbf{Q}_L$ ). На регулярних ділянках  $\mathbf{L}$  (які лежать, для визначеності, на прямих  $y=0$ ,  $y=Y$ ,  $z=0$  і  $z=Z$ ) поле  $E_x^{out}(y, z, t)$  виражається через допоміжні функції  $V_m = V_m(y, z, t, \varphi)$  ( $m=1, 2, 3, 4$  – номер ділянки) таким чином:

$$\left\{ \begin{array}{l} E_x^{out}(y, z_i, t) = -\frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{\partial V_m}{\partial t}(y, z_i, t, \varphi) d\varphi \\ \frac{\partial^2 V_m}{\partial t^2} - \sin^2 \varphi \frac{\partial^2 V_m}{\partial y^2} = \pm \frac{\partial E_x^{out}}{\partial z} \Big|_{\substack{z_i=0 \\ z_i=Z}} \\ V_m \Big|_{t=0} = \frac{\partial V_m}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0 \end{array} \right. , \left\{ \begin{array}{l} E_x^{out}(y_i, z, t) = -\frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{\partial V_m}{\partial t}(y_i, z, t, \varphi) d\varphi \\ \frac{\partial^2 V_m}{\partial t^2} - \sin^2 \varphi \frac{\partial^2 V_m}{\partial z^2} = \pm \frac{\partial E_x^{out}}{\partial y} \Big|_{\substack{y_i=Y \\ y_i=0}} \\ V_m \Big|_{t=0} = \frac{\partial V_m}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0. \end{array} \right. \quad (2.3)$$

У кутових точках  $\mathbf{L}$  функції  $V_m(y, z, t, \varphi)$  мають бути узгодженими між собою.

У точці  $\{y, z\} = \{Y, Z\}$  функції  $V_m$  (межа  $z=Z$ ) і  $V_n$  (межа  $y=Y$ ) пов'язані співвідношенням

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial V_m}{\partial t} + \sin \varphi \frac{\partial V_m}{\partial y} = -\frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} R(\varphi, \varphi') \frac{\partial V_n}{\partial z} d\varphi' \\ \frac{\partial V_n}{\partial t} + \sin \varphi \frac{\partial V_n}{\partial z} = -\frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} R(\varphi, \varphi') \frac{\partial V_m}{\partial y} d\varphi' \end{array} \right. , \quad (2.4)$$

де

$$R(\varphi, \varphi') = \frac{\sin^2 \varphi'}{\sin^2 \varphi + \sin^2 \varphi' \cos^2 \varphi} . \quad (2.5)$$

У решті кутових точок відповідні умови утворюються локальним поворотом системи координат. В області визначення функція  $R(\varphi, \varphi')$  має одну особливу точку ( $\varphi = \varphi' = 0$ ), в якій

$$\lim_{\varphi \rightarrow 0} \lim_{\varphi' \rightarrow 0} R(\varphi, \varphi') \neq \lim_{\varphi' \rightarrow 0} \lim_{\varphi \rightarrow 0} R(\varphi, \varphi'). \quad (2.6)$$

Через це умову (2.4) необхідно доповнити умовами для випадку  $\varphi = 0$ :

$$\frac{\partial^2 V_m}{\partial t^2} = \frac{\partial E_x^{out}}{\partial z}, \quad \frac{\partial^2 V_m}{\partial t^2} = \frac{\partial E_x^{out}}{\partial y}, \quad (2.7)$$

які впливають з (2.3).

Разом формули (2.1)–(2.5) і (2.7) визначають розглянуті початково-крайові задачі для  $E$ -поляризованих хвиль.

Очевидно, що якщо досліджуваний двовимірний хвилевідний вузол (рис. 2.1) додатково обмежити двома ідеально провідними площинами  $x = const$ , то вони не змінять структуру електромагнітного поля і, відповідно, розв'язок початково-крайової задачі. (Через те, що електричні силові лінії завжди перпендикулярні цим площинам.) Тому в подальшому для  $E$ -поляризованих хвиль будемо мати на увазі, що розв'язки початково-крайових задач (2.1), в яких моделювалися характеристики вузлів плоскопаралельних хвилеводів, еквівалентні характеристикам вузлів прямокутних хвилеводів такої ж ширини, за умови, що геометрія останніх не залежить від координати  $x$ .

Задачі для  $H$ -поляризованих полів відрізняються від описаних вище очевидними перестановками типу  $E_x \leftrightarrow H_x$ ,  $\eta_0 \leftrightarrow 1/\eta_0$ ,  $\varepsilon \leftrightarrow \mu$ ,  $\sigma \leftrightarrow \delta$  та ін., а також виглядом власних функцій напівнескінченних плоскопаралельних хвилеводів  $\mu_n(y')$ . Для такої поляризації поля формула (2.1) має такий вигляд [60] (еквіваленти формул (2.3), (2.7) отримуємо очевидним шляхом):

$$\left\{ \begin{array}{l}
\eta_0 \frac{\partial(\mu H_x)}{\partial t} = - \left( \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) - \delta H_x - M_{src,x}, \\
\frac{1}{\eta_0} \cdot \frac{\partial(\varepsilon E_y)}{\partial t} = \frac{\partial H_x}{\partial z} - \sigma E_y - J_{src,y}, \quad \frac{1}{\eta_0} \cdot \frac{\partial(\varepsilon E_z)}{\partial t} = - \frac{\partial H_x}{\partial y} - \sigma E_z - J_{src,z}, \\
\{y, z\} \in \mathbf{Q}_L, \quad t \geq 0, \\
H_x|_{t=0} = 0, \quad E_y|_{t=0} = 0, \quad E_z|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial H_x}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial E_y}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial E_z}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0, \\
H_x^{(i)}(y, z, t) \Big|_{y,z \in \mathbf{B}} = H_x^{(j)}(y, z, t) \Big|_{y,z \in \mathbf{B}}, \quad E_\tau^{(i)}(y, z, t) \Big|_{y,z \in \mathbf{B}} = E_\tau^{(j)}(y, z, t) \Big|_{y,z \in \mathbf{B}}, \\
E_\tau(y, z, t) \Big|_{y,z \in \mathbf{M}} = 0, \\
\int_{V_c} (\varepsilon H_x^2 + \mu(E_y^2 + E_z^2)) dV < \infty, \\
\mathbf{A}_L [H_x^{out}(y, z, t)]_{y,z \in \mathbf{L}} = 0, \\
\mathbf{A}_{L_p} [u_n^{out,p}(z', t)]_{y',z' \in \mathbf{L}_p} = 0, \quad H_x^{out,p}(y', z', t) = \sum_n u_n^{out,p}(z', t) \mu_n^p(y'), \\
\mathbf{A}_{L_q} [u_m^{inc,q}(z', t)]_{y',z' \in \mathbf{L}_q} = 0, \quad H_x^{inc,q}(y', z', t) = u_m^{inc,q}(z', t) \mu_n^q(y'), \quad (2.8) \\
\mu_n(y') = \sqrt{1/W_p}, \quad (n=0), \\
\mu_n(y') = \sqrt{2/W_p} \cos(\lambda_{pn} y'), \quad (n=1, 2, \dots), \quad \lambda_{pn} = n\pi/W_p.
\end{array} \right.$$

## 2.2 Задачі для хвильового рівняння в області, що обмежена стінками вигнутого хвилеводу

Області аналізу  $\mathbf{Q}_L$  початково-крайових задач, що описані в цьому підрозділі, являють собою порожнини плоскопаралельних хвилеводів, вигнутих

у  $H$ -площині. У математичному відношенні розглянуті тут задачі еквівалентні задачам з попереднього підрозділу. Однак в обчислювальному плані використання (2.1) для моделювання хвильових процесів у таких хвилеводах надмірно затратне: для ретельної апроксимації стінок хвилеводу необхідна дуже мала різницева сітка, суттєва частина вузлів якої, у кінцевому підсумку, опиняється розташованою власне поза  $Q_L$ . Більш раціональний підхід – обмежити область аналізу тільки внутрішньою частиною хвилеводу.

Нехай хвилевідна лінія передачі складається з ланцюжків  $M$  послідовно сполучених хвилевідних фрагментів двох типів: прямолінійного хвилевідного відрізка (рис. 2.2(а)) та вигнутого відрізка з радіусом вигину  $R$  і кутом повороту  $\Phi$  (рис. 2.2(б)). Тип кожного окремого фрагмента в ланцюжку може бути, загалом кажучи, довільним. Єдине обмеження, яке тут накладається – перший та останній фрагменти ланцюжка мають бути прямолінійними. Це обмеження пов'язане зі зручністю моделювання і не є суттєвим для дослідження фізики трансформації хвиль. Ширина всіх хвилевідних фрагментів постійна і дорівнює  $W$ . Межі  $L_1$  і  $L_2$  окреслюють обчислювальну область у кожному фрагменті і слугують для сполучення сусідніх елементів ланцюжка:

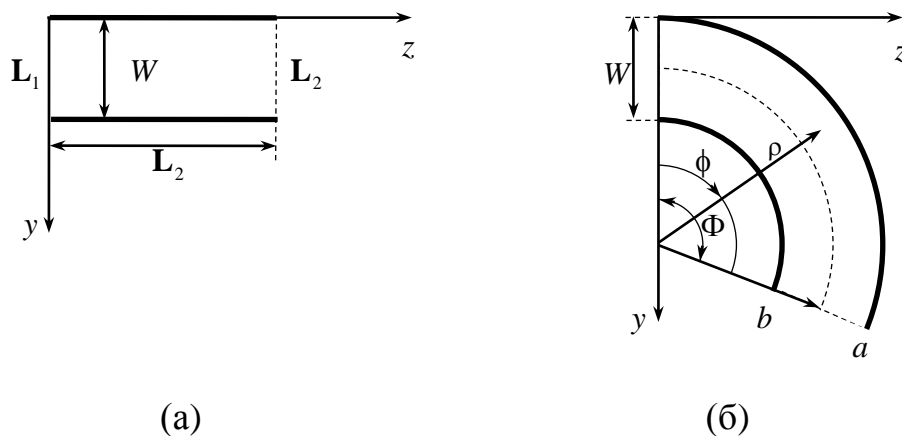


Рисунок 2.2 – Загальний вигляд фрагментів, з яких складається хвилевідна лінія: пряма ділянка довжиною  $L$  (а) і вигнута з радіусом вигину  $R$  та кутом повороту  $\Phi$  (б)

межа  $\mathbf{L}_2$   $m$ -го фрагмента збігається з межею  $\mathbf{L}_1$   $(m+1)$ -го фрагмента, і поле на них безперевне разом зі своєю нормальною похідною.

Введемо супутню систему координат  $\{x, y, z\}$  так, щоб у першому хвилевідному фрагменті вісь  $y$  лежала в перерізі  $\mathbf{L}_1$ , вісь  $z$  співпадала зі стінкою хвилеводу і була напрямлена всередину хвилеводу, а вісь  $x$  була перпендикулярна кресленню і напрямлена на читача. Приклад такої системи координат показано на рис. 2.2. Вважатимемо також, що центр кривизни вигнутих стінок хвилеводу лежить в області від'ємних  $y$  супутньої системи координат, якщо  $\Phi < 0$  (поворот проти годинникової стрілки), і в області додатних  $y$ , якщо  $\Phi > 0$  (поворот за годинниковою стрілкою). Радіус  $R$  будемо відраховувати від центра кривизни до середньої лінії хвилеводу, і  $a = R + W/2$ ,  $b = R - W/2$  (рис. 2.2(б)). Як і раніше, змінна часу  $t$  – це добуток істинного часу на швидкість світла у вакуумі.

Поле в прямолінійних фрагментах ланцюжка (виключаючи межі  $\mathbf{L}_1$  і  $\mathbf{L}_2$ ) будемо знаходити як розв'язок початково-крайових задач у супутній системі координат  $\{x, y, z\}$  для компоненти поля  $E_x$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[ \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] E_x^{(m)}(y, z, t) = \eta_0 \frac{\partial J_{src,x}(y, z, t)}{\partial t}, \\ t > 0, \quad 0 \leq y \leq a, \quad z_1 < z < z_2, \\ E_x^{(m)}(y, z, 0) = \frac{\partial E_x^{(m)}(y, z, 0)}{\partial t} = 0, \quad E_x^{(m)}(0, z, t) = E_x^{(m)}(a, z, t) = 0, \end{array} \right. \quad (2.9)$$

де  $m$  – номер хвилевідного фрагмента ( $1 \leq m \leq M$ );  $z = z_1$  і  $z = z_2$  – координати його меж  $\mathbf{L}_1$  і  $\mathbf{L}_2$ ;  $J_{src,x}$  – густина стороннього струму.

Поле у вигнутих фрагментах ланцюжка (виключаючи межі  $\mathbf{L}_1$  і  $\mathbf{L}_2$ ) будемо знаходити як розв'язок початково-крайових задач в локально-



циліндричній (полярній) системі координат  $\{\rho, \phi, x\}$  для компоненти поля  $E_x$  [91]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[ \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} - \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] E_x^{(m)}(\rho, \phi, t) = 0, \\ t > 0, \quad b < \rho < a, \quad \begin{cases} 0 < \phi < \Phi, & \Phi > 0 \\ \Phi < \phi < 0, & \Phi < 0 \end{cases} \\ E_x^{(m)}(\rho, \phi, 0) = \frac{\partial E_x^{(m)}(\rho, \phi, 0)}{\partial t} = 0, \quad E_x^{(m)}(b, \phi, t) = E_x^{(m)}(a, \phi, t) = 0, \end{array} \right. \quad (2.10)$$

де  $\phi=0$  і  $\phi=\Phi$  – координати меж  $\mathbf{L}_1$  і  $\mathbf{L}_2$  криволінійного фрагмента, що розглядаємо (рис. 2.2 (б));  $m$  – його номер.

На межах, де стикуються дві суміжні секції, накладемо умови неперервності:

$$E_x^{(m)} \Big|_{\mathbf{L}_2^{(m)}} = E_x^{(m+1)} \Big|_{\mathbf{L}_1^{(m+1)}}, \quad \frac{\partial E_x^{(m)}}{\partial n} \Big|_{\mathbf{L}_2^{(m)}} = \frac{\partial E_x^{(m+1)}}{\partial n} \Big|_{\mathbf{L}_1^{(m+1)}}. \quad (2.11)$$

Тут  $\partial/\partial n$  означає похідну по нормалі до меж  $\mathbf{L}_1$  і  $\mathbf{L}_2$  цих секцій. У випадку, коли хвилевідна секція пряма,

$$\frac{\partial E_x^{(m)}}{\partial n} \Big|_{\mathbf{L}_1^{(m)}, \mathbf{L}_2^{(m)}} \equiv \frac{\partial E_x^{(m)}}{\partial z} \Big|_{\mathbf{L}_1^{(m)}, \mathbf{L}_2^{(m)}}. \quad (2.12)$$

У випадку, коли хвилевідна секція вигнута,

$$\frac{\partial E_x^{(m)}}{\partial n} \Big|_{\mathbf{L}_1^{(m)}, \mathbf{L}_2^{(m)}} \equiv \frac{1}{\rho} \frac{\partial E_x^{(m)}}{\partial \phi} \Big|_{\mathbf{L}_1^{(m)}, \mathbf{L}_2^{(m)}}. \quad (2.13)$$

На межі  $\mathbf{L}_1^{(1)}$  першої секції і  $\mathbf{L}_2^{(M)}$  останньої секції використовуємо поглинаючі умови

$$\left. \frac{\partial u_n(z,t)}{\partial z} \right|_{\substack{z \in \mathbf{L}_2^{(M)} \\ z \in \mathbf{L}_1^{(1)}}} = \mp \left. \frac{\partial u_n(z,t)}{\partial t} \right|_{\substack{z \in \mathbf{L}_2^{(M)} \\ z \in \mathbf{L}_1^{(1)}}} + \lambda_n \int_0^t u_n(z,\tau) \Big|_{\substack{z \in \mathbf{L}_2^{(M)} \\ z \in \mathbf{L}_1^{(1)}}} \frac{J_1(\lambda_n(t-\tau))}{t-\tau} d\tau, \quad (2.14)$$

де, як і раніше,  $\lambda_n = n\pi/W$  – поперечне власне число плоскопаралельного хвилеводу,  $n$  – номер власної хвилі,  $J_1(\dots)$  – функція Бесселя, і

$$E_x^{(m)}(y,z,t) = \sum_{n=1}^{\infty} u_n(z,t) \mu_n(y), \quad u_n(z,t) = \int_0^W E_x^{(m)}(y,z,t) \mu_n(y) dy, \quad (2.15)$$

$$\mu_n(y) = \sqrt{\frac{2}{W}} \sin \lambda_n y. \quad (2.16)$$

Збуджувати досліджуваний хвилевід будемо імпульсною  $TE_1$ -хвилею

$$E_x^{(1),inc}(y,z,t) = u_n^{inc}(z,t) \mu_n(y), \quad (2.17)$$

на просторово-часову амплітуду якої на межі  $\mathbf{L}_1^{(1)}$  також встановлюємо умову (2.14) (з відповідним знаком).

Формули (2.9)–(2.17) визначають початково-крайові задачі для моделювання нестационарних полів у вигнутому хвилеводі.

### 2.3 Деякі питання реалізації чисельних алгоритмів розв'язання початково-крайових задач

Дискретизація задач типу (2.1) і (2.8) та подальша їх алгоритмізація методом FDTD [67] виконується таким чином [60]. Для трьох нетривіальних компонент поля в обчислювальній області вводяться три різницеві сітки (рис. 2.3)

$$y_j = j \cdot h_s \quad (0 \leq j \leq J), \quad z_i = i \cdot h_s \quad (0 \leq i \leq I), \quad t_k = k \cdot h_t \quad (k \geq 0) \quad (2.18)$$

з просторовим кроком  $h_s$ , які зміщені одна відносно одної на половину кроку  $h_s$ . Крім того, сітка, що відповідає компоненті  $E_x$ , зміщена відносно інших сіток на половину кроку дискретизації задачі за часом  $h_t$ . (Тобто індекси  $i, j, k$  у (2.18) можуть набувати як цілих, так і напівцілих значень.)

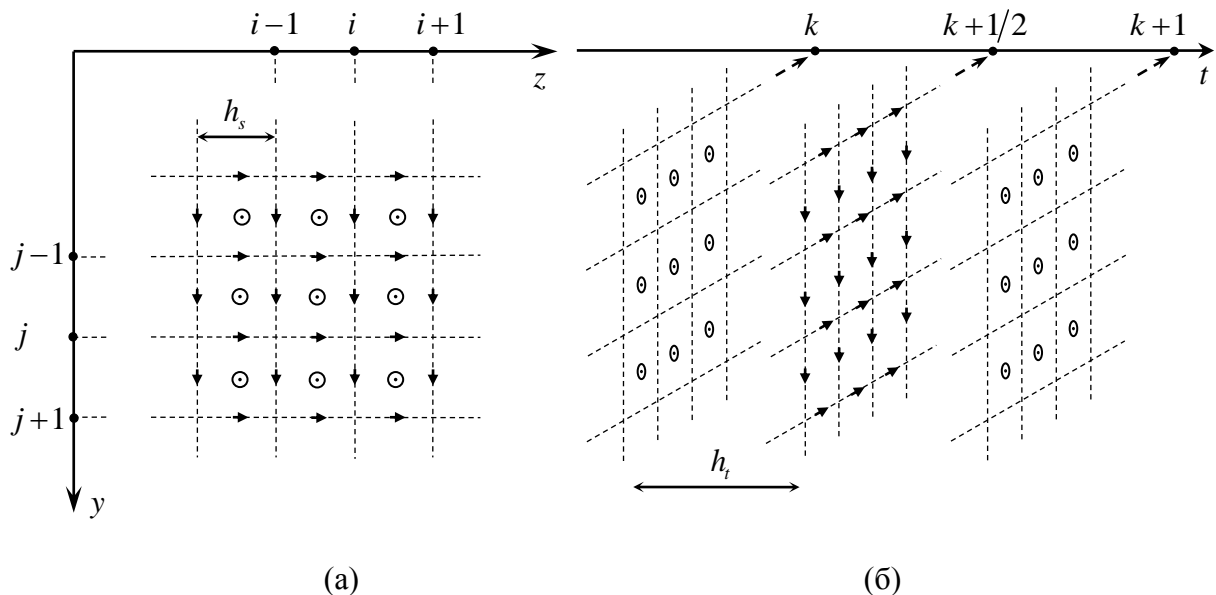


Рисунок 2.3 – Структура різницевої сітки (2.18) у просторі (а) і часі (б).  
Стрілками показані вузли компонент поля в площині креслення, колами –  
перпендикулярні до неї вузли

Таке зміщення дозволяє перейти в (2.1) від диференційних операторів до їх різницевих аналогів

$$\frac{\partial U}{\partial t} \approx \frac{U|_{j,i}^{k+1} - U|_{j,i}^k}{h_t}, \quad \frac{\partial U}{\partial z} \approx \frac{U|_{j,i+1}^k - U|_{j,i}^k}{h_s} \quad (2.19)$$

з похибкою апроксимації  $O(h_s^2)$ . Тут і всюди надалі  $U|_{j,i}^k$  – сіткова функція, що є різницевим аналогом функції  $U(y, z, t)$ . Заміна (2.19) зводить диференційні рівняння (і граничні умови) в (2.1) і (2.8) до алгебричних, які потім розв'язуються методом прогонки, – різницева схема явна і не потребує обернення будь-яких матриць великих розмірів. Використовується критерій стійкості [67]

$$\frac{h_t}{h_s} < \frac{1}{\sqrt{2}}. \quad (2.20)$$

Усі розрахункові формули розробленого чисельного алгоритму наведені в [60]. Зупинимося тут на деяких деталях дискретизації початково-крайових задач, що наведені в підрозділі 2.2.

Уведемо сітки у прямих і у вигнутих хвилевідних фрагментах.

$$\begin{cases} y_i = ih_s : & i = 0, 1, \dots, I-1; & W = y_{I-1}; \\ z_j = jh_s : & j = 0, 1, \dots, J-1; & L = z_{J-1}; \\ t_k = kh_t : & k = 0, 1, \dots \end{cases} \quad (2.21)$$

$$\begin{cases} \rho_i = \begin{cases} b + ih_s \\ a - ih_s \end{cases} : & i = 0, 1, \dots, I-1; & \begin{cases} a = \rho_{I-1}, & b = \rho_0 \\ a = \rho_0, & b = \rho_{I-1} \end{cases} \begin{cases} \Phi < 0 \\ \Phi > 0 \end{cases}; \\ \phi_j = jh_\phi : & j = 0, 1, \dots, J-1; & \Phi = \phi_{J-1}; \\ t_k = kh_t : & k = 0, 1, \dots \end{cases} \quad (2.22)$$

Тут  $h_s$  – крок дискретизації за змінними  $y, z$  і  $\rho$ ,  $h_\phi$  – за змінною  $\phi$ ,  $h_t$  – за часом. Початок відліку індексу  $i$  в (2.22) залежить від знаку кута  $\Phi$  і обраний таким чином, щоб вузли різницевої сітки за умови  $i=0$  лежали на осі  $z$  супутньої системи координат незалежно від напрямку повороту хвилеводу. Такий вибір початку відліку індексу  $i$  зручний при «зшиванні» розв'язків на межі двох суміжних фрагментів. У цьому випадку ідентичні вузли на межах  $\mathbf{L}_2^{(m)}$  і  $\mathbf{L}_1^{(m+1)}$  мають однаковий індекс  $i$ , що значно спрощує комп'ютерну реалізацію розроблюваного алгоритму.

Різницеві аналоги функцій  $E_x(y, z, t)$  і  $E_x(\rho, \phi, t)$  у кожному хвилевідному фрагменті позначимо через  $E_x|_{i,j}^k$ . Побудуємо різницеву схему другого порядку точності. Для цього запишемо різницеві аналоги диференціальних операторів у (2.9) і (2.10).

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} \rightarrow \frac{E_x|_{i+1,j}^k - 2E_x|_{i,j}^k + E_x|_{i-1,j}^k}{h_s^2}, \quad \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} \rightarrow \frac{E_x|_{i,j+1}^k - 2E_x|_{i,j}^k + E_x|_{i,j-1}^k}{h_s^2}, \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} \rightarrow \frac{E_x|_{i,j}^{k+1} - 2E_x|_{i,j}^k + E_x|_{i,j}^{k-1}}{h_t^2}, \quad \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 E_x}{\partial \phi^2} \rightarrow \frac{1}{\rho_i^2} \frac{E_x|_{i,j+1}^k - 2E_x|_{i,j}^k + E_x|_{i,j-1}^k}{h_\phi^2}. \quad (2.24)$$

Оператор диференціювання за  $\rho$

$$D_\rho[E_x] \equiv \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho \frac{\partial}{\partial \rho} E_x = \left[ \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \right] E_x \quad (2.25)$$

матиме більш складне зображення:

$$\begin{aligned}
 D_\rho &\rightarrow \frac{E_x|_{i+1,j}^k - 2E_x|_{i,j}^k + E_x|_{i-1,j}^k}{h_s^2} \pm \frac{1}{\rho_i} \frac{E_x|_{i+1,j}^k - E_x|_{i-1,j}^k}{2h_s} = \\
 &= E_x|_{i+1,j}^k \left( \frac{1}{h_s^2} \pm \frac{1}{2\rho_i h_s} \right) - \frac{2}{h_s^2} E_x|_{i,j}^k + E_x|_{i-1,j}^k \left( \frac{1}{h_s^2} \mp \frac{1}{2\rho_i h_s} \right); \left\{ \begin{array}{l} \Phi < 0 \\ \Phi > 0 \end{array} \right\}.
 \end{aligned} \tag{2.26}$$

Комбінуючи (2.23), (2.24) і (2.26), після нескладних перетворень отримаємо формули для обчислення поля  $E_x|_{i,j}^{k+1}$  на  $(k+1)$ -му часовому шарі за відомими значеннями  $E_x|_{i,j}^k$  і  $E_x|_{i,j}^{k-1}$  на двох попередніх шарах. Для прямого хвилевідного фрагмента

$$E_x|_{i,j}^{k+1} = C_0 E_x|_{i,j}^k + C_1 \left( E_x|_{i+1,j}^k + E_x|_{i-1,j}^k + E_x|_{i,j+1}^k + E_x|_{i,j-1}^k \right) - E_x|_{i,j}^{k-1}, \tag{2.27}$$

де

$$C_0 = 2(1 - 2C_1), \quad C_1 = h_t^2 / h_s^2. \tag{2.28}$$

Для вигнутого хвилевідного фрагмента

$$E_x|_{i,j}^{k+1} = C_{0,i} E_x|_{i,j}^k + C_{1,i} E_x|_{i+1,j}^k + C_{2,i} E_x|_{i-1,j}^k + C_{3,i} \left( E_x|_{i,j+1}^k + E_x|_{i,j-1}^k \right) - E_x|_{i,j}^{k-1}, \tag{2.29}$$

де

$$C_{0,i} = 2 \left( 1 - \frac{h_t^2}{h_s^2} - \frac{1}{\rho_i^2} \frac{h_t^2}{h_\phi^2} \right), \quad C_{1,i} = \frac{h_t^2}{h_s^2} \pm \frac{h_t^2}{2\rho_i h_s}, \quad C_{2,i} = \frac{h_t^2}{h_s^2} \mp \frac{h_t^2}{2\rho_i h_s}, \quad C_{3,i} = \frac{h_t^2}{\rho_i^2 h_\phi^2}. \tag{2.30}$$

Оскільки перший і останній фрагменти, з яких складається вигнутий хвилевідний тракт, вважаються прямолінійними, то процедура дискретизації умов (2.14) ідентична до тієї, яку було використано для дискретизації задач, що описані в підрозділі 2.1. Детально вона описана в [60].

Нарешті, зупинимося коротко на виборі кроків дискретизації різницевої схеми. Кроки за кутовою змінною  $\phi$  у вигнутих секціях зручно прив'язати до кроку  $h_s$ . Це зменшує кількість вхідних параметрів задачі, які має задавати користувач, і спрощує роботу із солвером, який реалізує пошук розв'язку початково-крайової задачі. Поставимо вимогу, щоб у кожній вигнутій секції максимальна відстань між сусідніми вузлами не перевищувала  $h_s$ . Для цього скористаємося співвідношеннями

$$\begin{cases} ah_\phi \leq h_s \\ \Phi = (J-1)h_\phi \end{cases} \quad (2.31)$$

(див. (2.21)), за допомогою яких будемо знаходити максимально можливе значення  $h_\phi$  у кожній вигнутій секції. Ця процедура знаходження  $h_\phi$  виконується автоматично і вже не потребує втручання користувача.

Крок дискретизації за часом  $h_t$  обираємо відповідно з критерієм стійкості різницевої схеми. Для прямих секцій ця умова (2.20). Для вигнутих [98, 99]

$$h_t < h/2, \quad h = \min(h_s, bh_\phi). \quad (2.32)$$

З (2.31) випливає, що  $h = h_s \cdot b/a$ , оскільки  $b/a < 1$ . Остаточна умова стійкості для всієї різницевої схеми матиме вигляд

$$h_t < h_s \beta/2, \quad (2.33)$$

де  $\beta$  – мінімальне значення  $b/a$  у всіх вигнутих секціях.

## Висновки до розділу 2

1. У цьому розділі сформульовано два типи початково-крайових задач, що покладені в основу проведених у дисертаційній роботі чисельних експериментів. Перший тип описує трансформації полів у прямокутних областях аналізу з достатньо довільною геометрією випромінювачів і розсіювачів. Другий тип початково-крайових задач описує трансформації полів у внутрішній частині вигнутого плоскопаралельного хвилеводу і орієнтований на раціональне використання обчислювальних ресурсів під час моделювання різницеvim методом електродинамічних процесів у такому хвилевідному вузлі.
2. Постановка цих початково-крайових задач є коректною – вони містять усі необхідні рівняння, початкові умови, умови на фізичних і віртуальних межах області аналізу, умови на ребрі. Завдяки використанню ТПУ ці задачі у відкритих областях аналізу еквівалентні задачам на закритих областях, тобто областях, що обмежені віртуальними межами і не мають нескінченно віддаленої точки.
3. Побудовані чисельні алгоритми розв'язання цих початково-крайових задач, що основані на кінцево-різницеvim методах у часовій області, були всебічно протестовані на розв'язанні серії канонічних задач (задача випромінювання нескінченної нитки зі струмом, випромінювання диполя, випромінювання відкритого кінця хвилеводу, дифракції хвиль на ступінчастому  $H$ -площинному розширенні хвилеводу тощо) і показали добрий збіг (чотири-п'ять знаків) розрахункових характеристик з тими, що дають аналітичні



зображення або інші чисельні методи. Результати цих тестів наведені в [60]. Алгоритм розв'язання задачі, наведеної в підрозділі 2.2, був протестований шляхом порівняння розрахованих характеристик хвилевідних вигинів з тими, що отримані через розв'язання відповідної задачі (2.1). У всіх тестах отримано збіг характеристик (енергетичні коефіцієнти трансформації, часові профілі розсіяних хвиль) у два-три десятинних знаки. Якщо взяти до уваги складність ретельної апроксимації вигнутих меж квадратної різницевої сітки в (2.1), цей збіг можна вважати задовільним.

### РОЗДІЛ 3

## СТИСНЕННЯ ІМПУЛЬСІВ У ВИГНУТИХ ПОРОЖНИСТИХ ХВИЛЕВОДАХ

У цьому розділі наведені результати чисельних експериментів, в яких було досліджене дисперсійне стиснення імпульсів у порожнистих металевих (плоскопаралельних) хвилеводах, що зігнуті у спіраль для зменшення займаного ними простору. Актуальність такого згинання обумовлена, по-перше, можливістю стиснення в порожнистих хвилеводах імпульсів з шириною спектра в одну-дві октави [60], і, по-друге, більшою протяжністю хвилевідних відрізків (тисячі та десятки тисяч їх поперечних розмірів), яка необхідна для того, щоб вхідні сигнали таких дисперсійних елементів були описані достатньо гладкими законами частотної і амплітудної модуляції. У процесі моделювання компресії імпульсів розв'язувалась початково-крайова задача (2.1) (див. підрозділ 2.2) для  $E$ - поляризованих полів. Техніка проведення чисельних експериментів ґрунтувалася на методі обернення хвильового фронту і складалася з таких основних етапів (див. підрозділ 1.1):

1. Вибір форми імпульсу, який необхідно отримати в результаті компресії.
2. Моделювання його проходження через хвилевідний фрагмент.
3. Обернення в часі імпульсу, що пройшов, і, за необхідності, домноження його спектральних компонент на компенсуючий множник  $\xi^2(k)$  згідно з (1.2).
4. Моделювання проходження сформованого імпульсу через хвилевід.

Для простоти викладення терміном «імпульс» тут будемо мати на увазі просторово-часову амплітуду імпульсної хвилі  $u_n(z, t)$ , що задана в (2.14). При цьому  $n = 1$ , – була промодельована робота хвилеводу на основній моді

Вигин хвилеводу в  $H$ -площині призводить до ефекту його повного запирання на частоті поблизу критичної частоти другої моди. Цей ефект зумовлений збудженням у хвилевідному вигині коливання на замкненій моді

[61, 62] і потребує врахування під час роботи з такими дисперсійними елементами, оскільки є небажаним при компресії ЕМІ, що проходять через них. Його внесок може бути зменшено шляхом збільшення радіуса вигину хвилеводу – у цьому випадку добротність замкненого колювання збільшиться, а смуга замикання, відповідно, зменшиться. Крім цього, збільшення радіуса вигину призводить до зменшення падаючої хвилі від такого хвилевідного фрагмента, особливо на частотах вище критичної частоти другої моди, що робить можливим ефективне стиснення імпульсів зі спектральною смугою, що потрапляє в цей діапазон.

### 3.1 Стиснення власної хвилі хвилеводу

Складемо хвилевідний тракт з 8-ми фрагментів: перший і останній – прямолінійні, з довжинами  $L_1 = L_8 = 2$ ; з 2-го по 7-й – вигнуті з кутом повороту  $\Phi_n = +180^\circ$  (знак «плюс» тут означає поворот хвилевідного тракту за часовою стрілкою) і радіусами кривизни  $R_2 = 15$ ,  $R_3 = 15,75$ ,  $R_4 = 16,50$ ,  $R_5 = 17,25$ ,  $R_6 = 18,00$ ,  $R_7 = 18,75$ . Ширина хвилеводу  $W = 1$ , робоча мода  $TE_1$  (вектор  $\vec{E}$  перпендикулярний до площини креслення, рис. 2.2).

Оберемо імпульс, який необхідно отримати в результаті компресії, з такою часовою залежністю

$$u_1^{obj}(0, t) = A \cdot S(t) \cdot \cos(k_c(t - T)) \cdot \frac{\sin(k_s(t - T))}{t - T}, \quad (3.1)$$

де

$$S(t) = x^2(3 - 2x), \quad x(t) = \begin{cases} (t - t_0)/(T - t_0), & t_0 \leq t \leq T, \\ (t - t_1)/(T - t_1), & T < t \leq t_1, \\ 0, & t < t_0, t > t_1, \end{cases} \quad (3.2)$$

за таких значень параметрів:  $t_0 = 0$ ,  $t_1 = 50$ ,  $T = 25$ ,  $A = 4$ ,  $k_c = 4,7$ ,  $k_s = 1,5$ .  
Графік цієї функції показано на рис. 3.1 (а), її амплітудний спектр (1.3) – на рис. 3.1 (б). Проведемо збудження цим імпульсом хвилевідного тракту, параметри якого наведені вище (рис. 3.2), і розрахуємо часові профілі імпульсів – того, що пройшов,  $u_1^{tran}(t)$ , і того, що відбився,  $u_1^{refl}(t)$  (рис. 3.3).

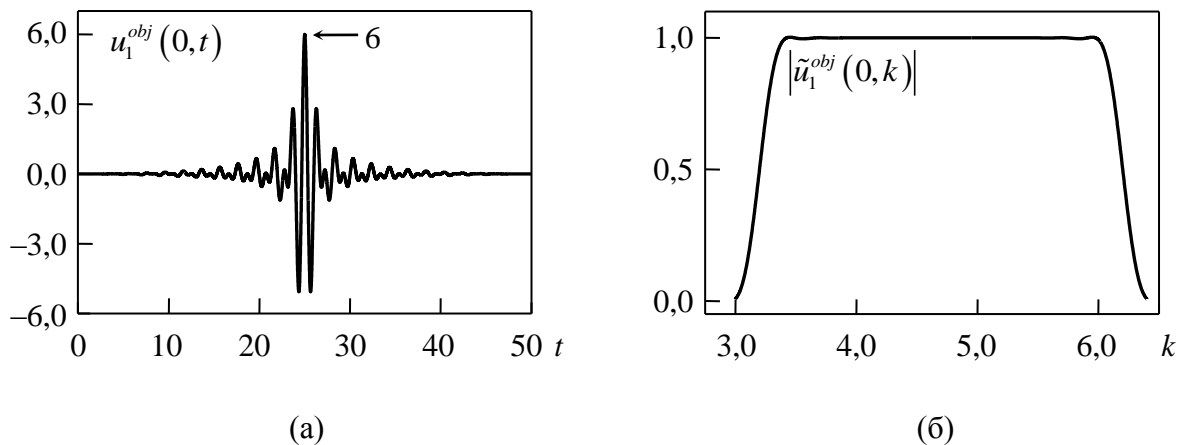


Рисунок 3.1 – Часовий профіль ЕМІ, який необхідно отримати в результаті компресії (а) і його амплітудний спектр (б)

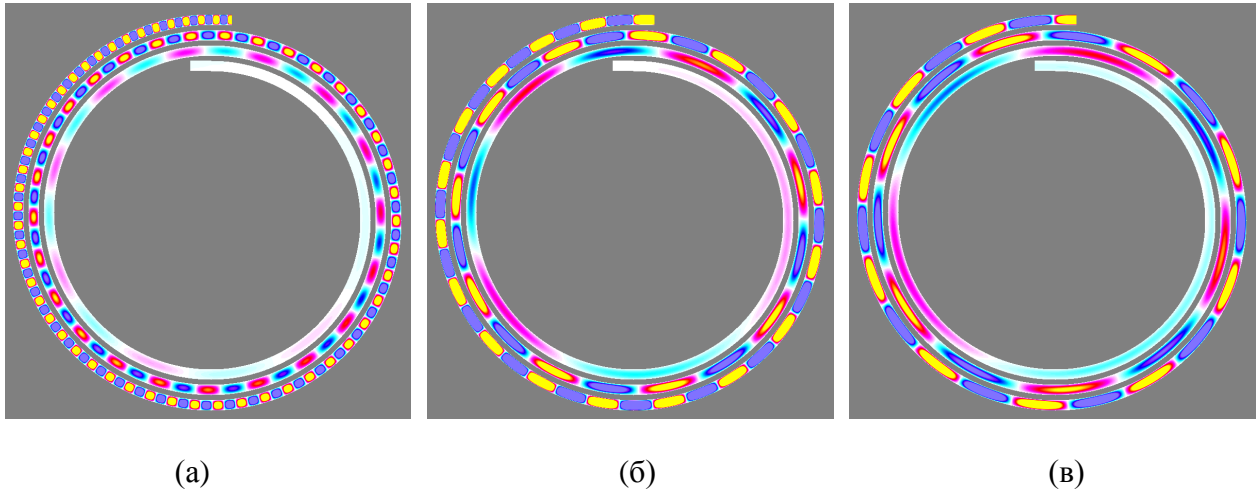


Рисунок 3.2 – Імпульс (3.1) у хвилеводі, що скручений у спіраль: (а) – розподіл компоненти  $E_x$  у розрахунковій області в момент часу  $t = 420$ ; (б) – у момент  $t = 911$ ; (в) – у момент  $t = 1500$

Імпульс, що пройшов,  $u_1^{tran}(t)$  (рис. 3.3 (а)) модульований як за амплітудою, так і за частотою. Його закони модуляції (рис. 3.3 (б)) – достатньо гладкі функції і з графічною точністю збігаються з законами, розрахованими для такого самого імпульсу, що пройшов прямолінійний відрізок хвилеводу довжиною, яка дорівнює довжині середній лінії досліджуваного хвилевідного тракту:

$$\tilde{L} = 4 + \pi \sum_{n=2}^7 R_n = 4 + 101,25\pi \approx 322,1. \quad (3.3)$$

Це означає, що для відносно коротких фрагментів хвилеводу з достатньо великим радіусом вигину (не менш ніж 5 його поперечних розмірів) з гарною точністю можна використовувати формули перерахунку часового профілю хвилі в прямолінійному відрізку хвилеводу [24, 60].

Відбитий імпульс (рис. 3.3 (в)) має амплітуду на 3 десяткових порядків меншу, ніж амплітуда імпульсу, що пройшов, (рис. 3.2 (а)), і ним у подальшому можна нехтувати.

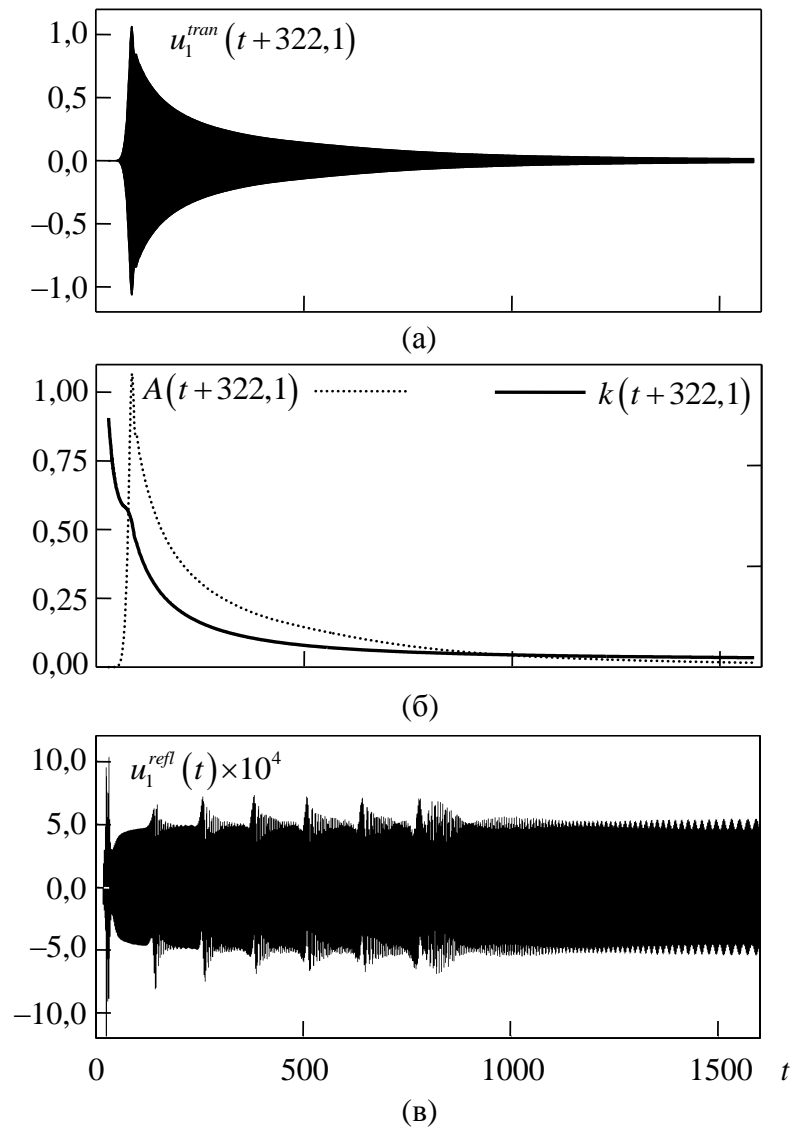


Рисунок 3.3 – Результат чисельного моделювання проходження імпульсу (3.1) у хвилеводі, що скручений у спіраль (рис. 3.2): (а) – амплітуда хвилі, що пройшла; (б) – закон амплітудної і частотної модуляції імпульсу, що пройшов; (в) – амплітуда відбитої хвилі

Використаємо техніку ОХФ: розвернемо імпульс  $u_1^{tran}(t)$  у часі

$$u_1^{src}(t) = u_1^{tran}(\tilde{T} - t), \quad 0 \leq t \leq \Delta, \quad (3.4)$$

і знайдемо для  $u_1^{src}(t)$  закони модуляції  $A(t)$  і  $k(t)$  (рис. 3.4 (а)) (алгоритм розрахунку цих законів описано в [24]). Потім синтезуємо за цими законами сигнал

$$u_1^{src*}(t) = A(t) \sin \left( \varphi_0 + \int_0^t k(\tau) d\tau \right). \quad (3.5)$$

Проведемо збудження досліджуваного хвильоводу імпульсом (3.5). На виході він стиснеться в  $u_1^{compr}$ , часовий профіль якого зображено на рис. 3.4 (б). Заданий

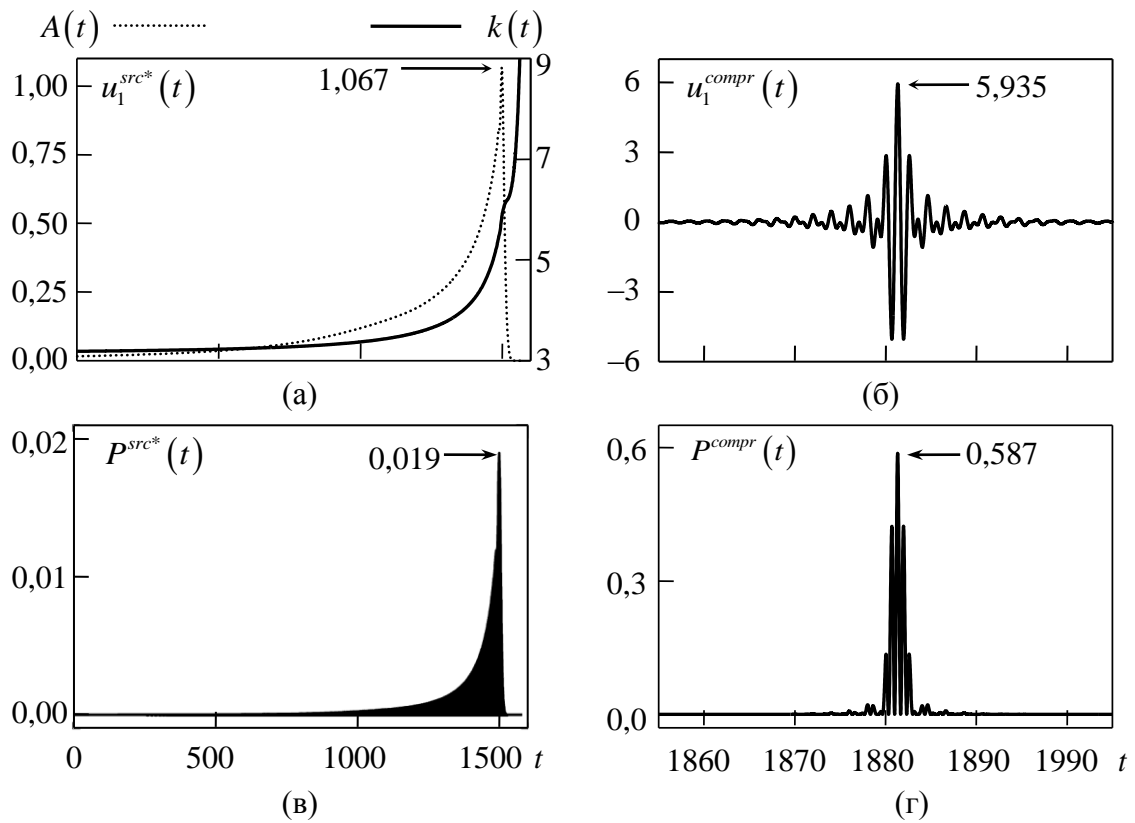


Рисунок 3.4 – Закони амплітудної і частотної модуляції вхідного імпульсу, що розраховані методом ОХФ (а), часовий профіль стисненого імпульсу на виході з хвильоводу (б) і залежності потоку вектора Пойтінга через переріз хвильоводу для падаючого (в) і стисненого (г) імпульсів

сигнал  $u_1^{obj}$  відновлено практично точно. Максимальне значення амплітуди вхідного імпульсу  $u_1^{src^*}(t)$  дорівнює 1,067, вихідного  $u_1^{compr}(t)$  – 5,935. Їх співвідношення, піднесене до квадрата, дає оцінку коефіцієнта підсилення за піковою потужністю  $\tilde{G} \approx 31$ .

Часові залежності потоку вектора Пойтінга через фіксований поперечний переріз хвилеводу для вхідного  $u_1^{src^*}$  і стисненого  $u_1^{compr}$  імпульсів показані на рис. 3.4 (в) і 3.4 (г). Максимальне значення першого з них ( $P^{src^*}(t)$ ) дорівнює 0,019, другого ( $P^{compr}(t)$ ) – 0,587. Відношення цих максимумів дає значення  $\tilde{G} \approx 30,9$ , що близьке до отриманої вище оцінки.

Інтеграл за часом від  $P(t)$  дозволяє знайти енергію, заощаджену в кожному імпульсі. Відношення цих інтегралів для вхідного і вихідного сигналів дає коефіцієнт корисної дії:

$$\gamma = \int_{1855}^{1995} P^{compr}(t) dt \Big/ \int_0^{1580} P^{src^*}(t) dt \approx \frac{0,6036}{0,6042} \approx 0,99. \quad (3.6)$$

(Вважаємо, що втрати в стінках хвилеводу відсутні.) Границі інтегрування в (3.6) обрані так, щоб вони включали в себе всю суттєву частину імпульсів. На рис. 3.4 ці границі обмежують показані фрагменти горизонтальних осей.

Таким чином, метод ОХФ дозволив точно розрахувати для заданої хвилевідної лінії часовий профіль вхідного імпульсу, закони його модуляції, а також отримати енергетичні характеристики процесу компресії.

Промодельюємо тепер стиснення імпульсу в більш протяжній ділянці хвилеводу. Складемо її з 50-ти фрагментів (рис. 3.5): перший і останній, як і раніше, прямі з довжинами  $L_1 = L_{50} = 2$ , з 2-го по 49-й – вигнуті з кутом повороту  $\Phi_n = +60^\circ$  і радіусами кривизни, що зростають відповідно до арифметичної прогресії:  $R_{n+1} = R_n + 0,25$ ,  $R_2 = 15$ .



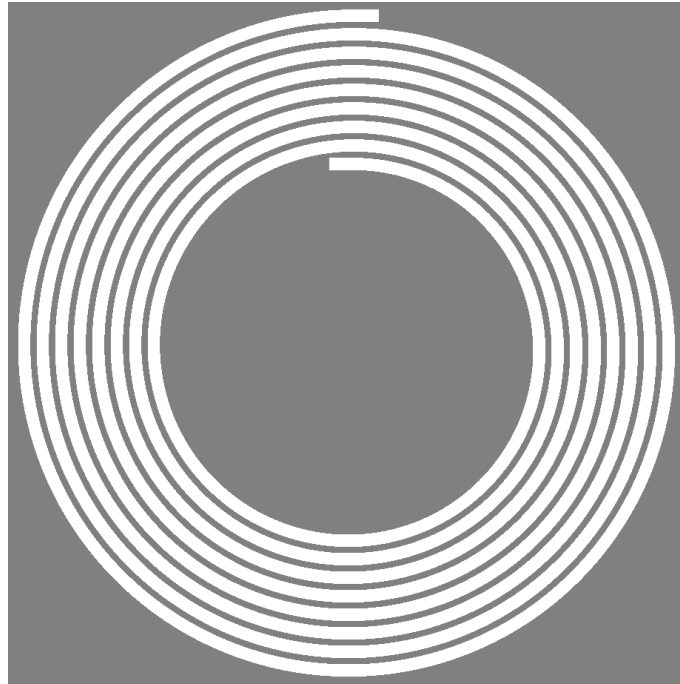


Рисунок 3.5 – Загальний вигляд хвилевідної лінії, що складається з 50-ти вигнутих фрагментів постійної кривизни

Поставимо за мету синтезувати за допомогою такого хвилеводу імпульс (3.1) з параметрами  $t_0 = 0$ ,  $t_1 = 50$ ,  $T = 25$ ,  $A = 4$ ,  $k_c = 6,25$ ,  $k_s = 2,75$ . Його часовий профіль показано на рис. 3.6 (а). Спектр цього імпульсу (рис. 3.6 (б)) займає смугу частот, на якій у хвилеводі поширюються перша і друга власні моди. (Частота відсікання третьої моди  $\tilde{k}_3 = 3\pi$ .) Приблизно в середині цього діапазону знаходиться резонанс повного відбиття [62].

Закони модуляції вхідного імпульсу  $u_1^{src*}(t)$ , що розраховані методом ОХФ, для такого хвилеводу і такого цільового імпульсу показані на рис. 3.7 (а). ( $\tilde{T} = 3110$ , тривалість імпульсу  $\Delta T = 2000$ , початкова фаза в (3.5)  $\varphi_0 = \pi$ .) На рис. 3.7 (б) – часовий профіль стисненого імпульсу. Видно, що форма цільового імпульсу (рис. 3.6 (а)) відновлена. Ефект повного замикання хвилеводу на частоті поблизу  $\tilde{k}_2 = 2\pi$  майже ніяк не позначився на формі стисненого імпульсу. Це стало можливим завдяки вибору хвилевідних фрагментів з відносно великим радіусом кривизни (мінімальний радіус вигину  $R_2 = 15$ ): при

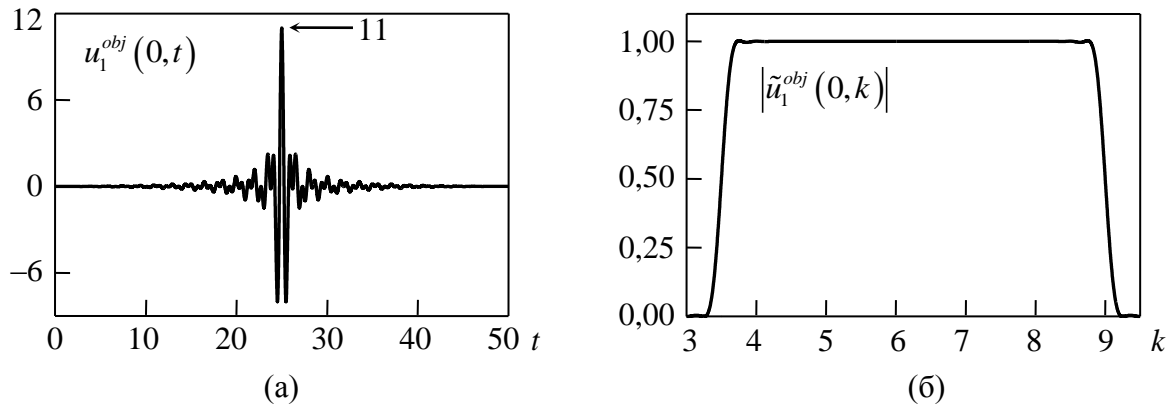


Рисунок 3.6 – Імпульс, який необхідно отримати в результаті компресії (а) і його амплітудний спектр (б)

збільшенні цього радіуса ширина смуги запирання і, відповідно, енергія імпульсу, яка відбивається від спіралеподібного хвилеводу, буде зменшуватися до нуля.

Коефіцієнт підсилення пікової потужності в чисельному експерименті склав  $\tilde{G} = (10,99/1,262)^2 \approx 75$ , коефіцієнт стиснення (відношення тривалостей вхідного і вихідного імпульсів)  $\beta = 2000/50 = 40$ .

На рис. 3.8 показано часові профілі імпульсів, стиснених у спіралеподібному хвилеводі за умови, що їх вхідні профілі розраховані для прямолінійного відрізка хвилеводу, довжина якого дорівнює довжині серединної лінії

$$\tilde{L} = 4 + \frac{\pi}{3} \sum_{n=2}^{49} R_n = 4 + 334\pi \approx 1053,29 \quad (3.7)$$

і довжині короткої стінки вигнутого хвилеводу (на рис. 2.2 (б) ця стінка має радіус вигину  $b$ )

$$\tilde{L}_b = 4 + \frac{\pi}{3} \sum_{n=2}^{49} (R_n - 0,5) = 4 + 326\pi \approx 1028,16. \quad (3.8)$$

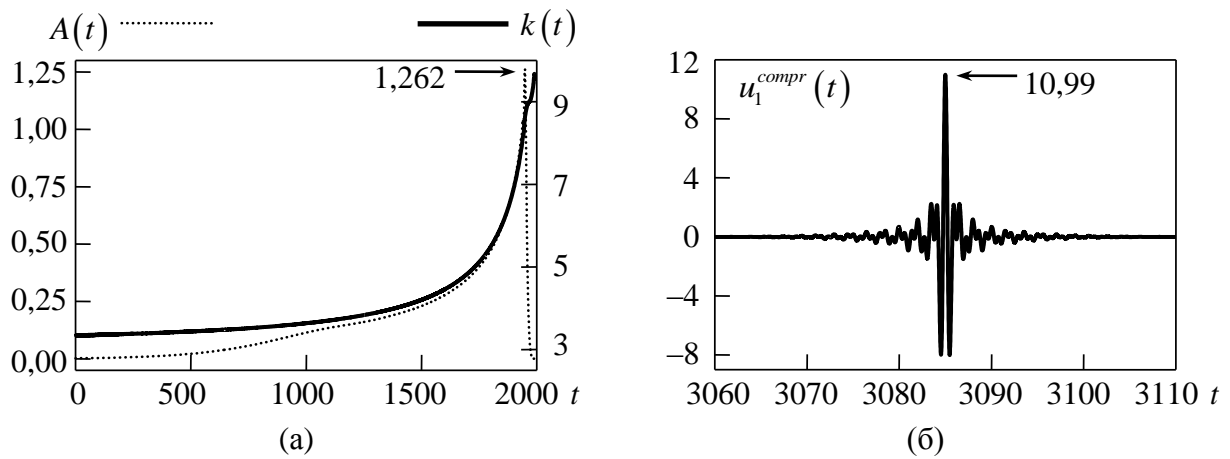


Рисунок 3.7 – Закони модуляції вхідного імпульсу для відрізка хвилеводу, що показаний на рис. 3.5, і стиснений імпульс (б)

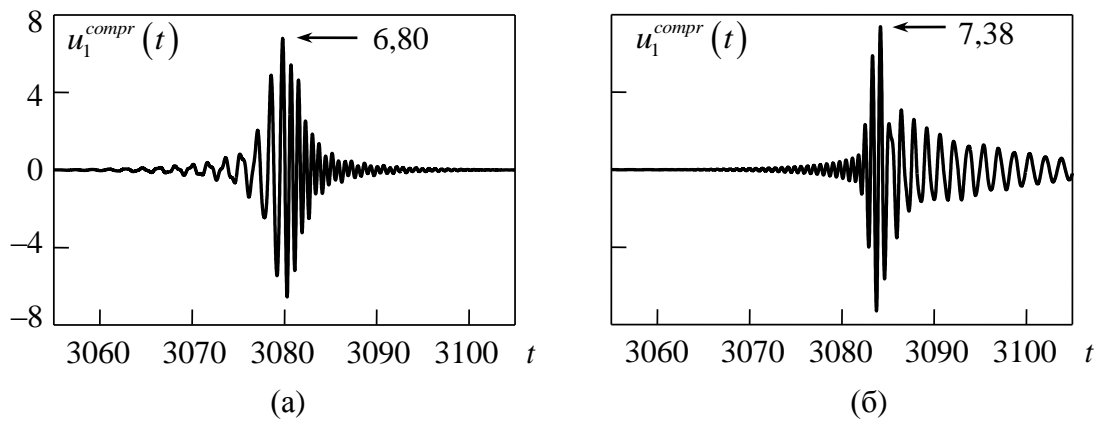


Рисунок 3.8 – Часові профілі стиснених імпульсів, за умови, що вхідний сигнал був розрахований за допомогою транспортних операторів для прямолінійного відрізка хвилеводу довжиною (3.7) (а) і (3.8) (б)

У першому випадку (рис. 3.8 (а)) у сформованому на виході імпульсі низькочастотні складові випереджають за часом високочастотні і для досягнення заданого профілю  $u_1^{obj}$  цьому імпульсу необхідний ще час для взаємодії з дисперсійною лінією. У другому випадку (рис. 3.8 (б)) низькочастотні складові вже відстають за часом від високочастотних; це означає, що імпульс занадто довго взаємодіяв з дисперсійною лінією і, досягнувши заданого профілю  $u_1^{obj}$ , він почав розпливатися в часі та просторі.

Таким чином, збільшення довжини хвилевідного тракту (порівняно з (3.3)) призведе до того, що транспортні оператори прямолінійного відрізка хвилеводу вже не дозволяють коректно розрахувати форму вхідного імпульсу для скрученого хвилеводу, і необхідне строге розв'язання задачі дифракції в такому хвилеводі.

Нарешті, наведемо результати ще одного чисельного експерименту, в якому було досліджено питання апроксимації законів модуляції вхідних імпульсів, що знайдені за допомогою ОХВ, кусково-лінійними функціями. Актуальність такого дослідження обумовлена тим, що швидкість перестроювання несучої частоти в сучасних генераторах коливань обмежена і, як правило, закони модуляції мають бути задані значеннями з кроком, що суттєво перевищує період коливань несучої частоти.

У рамках цього експерименту хвилевідний тракт був складений з 92-х фрагментів (рис. 3.9). Перший і останній – прямі з довжинами  $L_1 = L_{92} = 1$ . З 2-го по 91-й – вигнуті, з кутом повороту  $\Phi_n = +60^\circ$  кожен і радіусами кривизни, які збільшуються в арифметичній прогресії:  $R_{n+1} = R_n + 0,25$ ,  $R_2 = 5$ ,  $R_{91} = 27,25$ . Як і раніше, ширина хвилеводу  $W = 1$ , робоча мода –  $TE_1$ .

Було досліджене стиснення двох імпульсів. Один з них відносно вузькосмуговий, і його можна описати функцією

$$u_1^{obj}(0,t) = A \cdot \exp\left(-\frac{(t-T)^2}{4\alpha^2}\right) \cdot \cos(k_c(t-T)), \quad t_0 \leq t \leq t_1 \quad (3.9)$$

за таких значень параметрів:  $A = 1$ ,  $k_c = 4$ ,  $\alpha = 2$ ,  $T = 10$ ,  $t_0 = 0$ ,  $t_1 = 20$ . Другий імпульс – відносно широкосмуговий (ширина займаної ним смуги частот – приблизно одна октава), описуваний функцією (3.1) при значеннях параметрів  $A = 4$ ,  $t_0 = 0$ ,  $t_1 = 50$ ,  $T = 25$ ,  $k_c = 4,72$ ,  $k_s = 1,57$ . Графіки цих залежностей показані на рис. 3.10 (а) та 3.10 (б), їх амплітудні спектри – на рис. 3.10 (в) і 3.10 (г) (там же пунктирними лініями наведено залежність групової швидкості

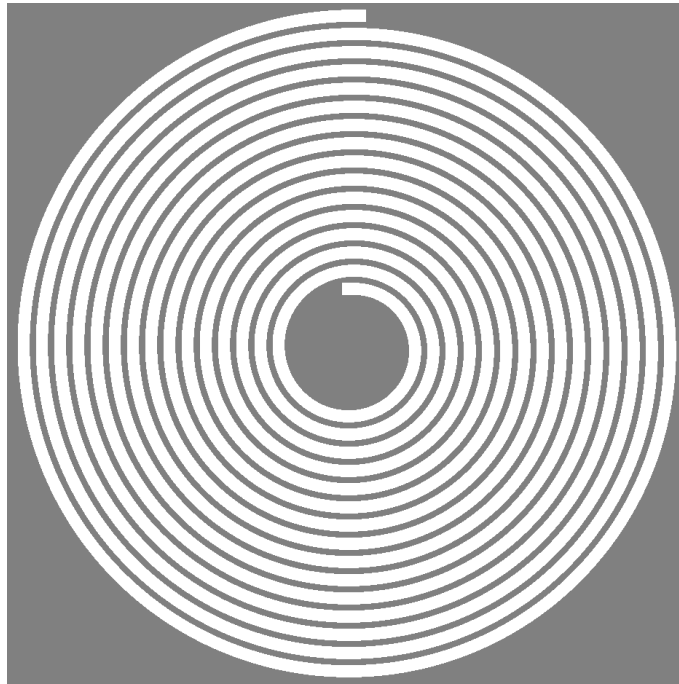


Рисунок 3.9 – Загальний вигляд хвилевідної лінії передачі, яку складено з 92-х вигнутих фрагментів

$v_g(k) = \sqrt{1 - (\pi/k)^2}$  хвилі  $TE_1$  від частоти  $k$ ). Закони амплітудної та частотної модуляції вихідних сигналів, що розраховані методом ОХФ, показані на рис. 3.10 (д) і 3.10 (е). Тривалість цих вхідних імпульсів вибрана  $10^4$ , якої достатньо для ретельного «відновлення» (у результаті компресії) заданих імпульсів  $u_1^{obj}$ . Ця величина значно перевищує довжину серединної лінії хвилеводу.

$$\tilde{L} = 2 + \frac{\pi}{3} \sum_{n=2}^{91} R_n = 2 + \frac{\pi}{3} 1451,25 \approx 1521,75. \quad (3.10)$$

Проте у момент часу  $t = 10^4$ , коли задній фронт вхідних імпульсів заходить у хвилевід, їх передній фронт ще не дійшов до виходу з нього. Стиснені імпульси (їх миттєві максимуми) опиняються на виході з хвилевідного тракту в моменти часу, що дорівнюють приблизно 11840 і 11675.

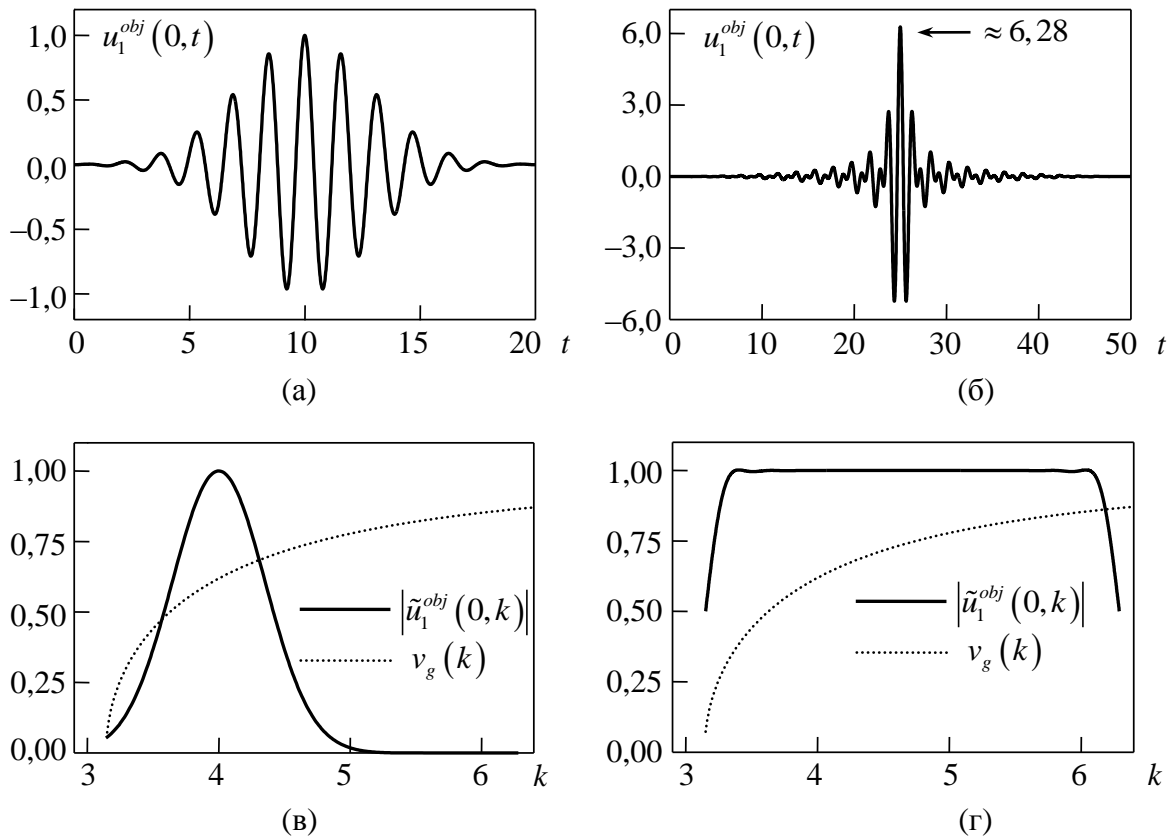


Рисунок 3.10 – Часові профілі вузькосмугового (а) та широкосмугового (б) імпульсів, які необхідно отримати в результаті компресії у хвилевідному тракті, показаному на рис. 3.9; (в), (г) – їх амплітудні спектри (суцільні лінії) і залежність групової швидкості  $v_g(k)$  у хвилеводі від частоти (пунктирні лінії).

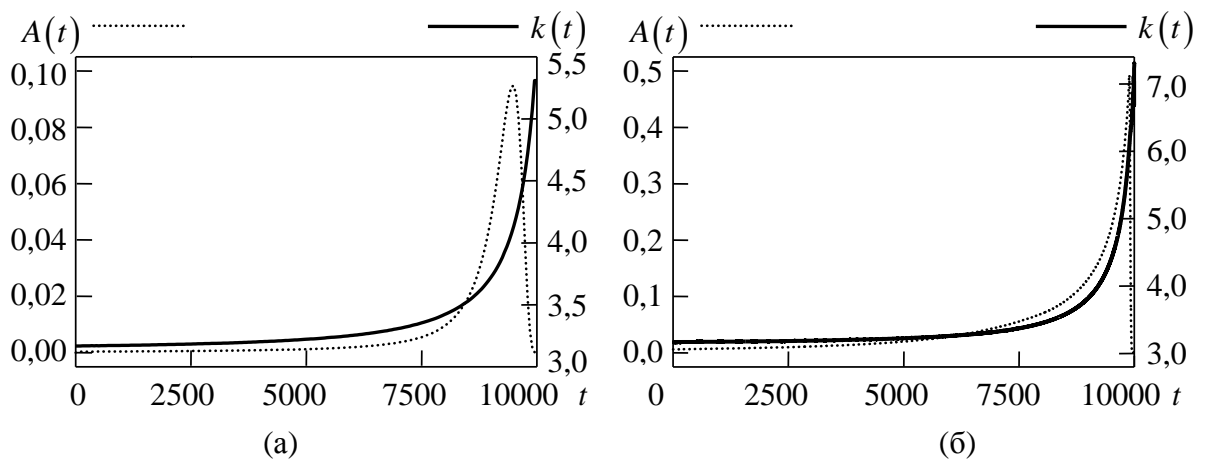


Рисунок 3.11 – Розраховані методом ОХФ закони амплітудної та частотної модуляції вузькосмугового (а) і широкосмугового (б) імпульсів

Ці значення також великою мірою перевищують величину (3.10), що є підтвердженням того, що швидкість поширення імпульсу у хвилеводі, який розглядаємо, значно менша швидкості світла у вакуумі, при чому швидкість поширення вузькосмугового сигналу в цілому менша, ніж широкосмугового (рис. 3.10 (в) і 3.10 (г)).

Для моделювання компресії був синтезований набір вхідних імпульсів  $u_1^{scr*}(t)$  згідно з (3.5) за умови, що їх закони  $A(k)$  і  $k(t)$  (рис. 3.11 (а) і 3.9 (б)) задані значеннями  $A_i$ ,  $k_i$  в еквідистантні моменти часу  $t_i$  з кроком  $\Delta T$ , що значно перевищує період коливання на будь-якій з частот у робочому діапазоні. Миттєві значення амплітуди  $A(t)$  і частоти  $k(t)$  в моменти часу, що не співпадають з  $t_i$ , були знайдені за допомогою лінійної інтерполяції. На рис. 3.12 показані часові профілі отриманих стиснених імпульсів. Крок  $\Delta T$  для вузькосмугового сигналу  $\Delta T = 50, 100$  і  $200$ , для широкосмугового  $\Delta T = 25, 50, 100$ . З цього рисунка видно, що для ретельного «відновлення» (у результаті компресії) широкосмугового імпульсу необхідне більше число точок, що задають закони модуляції вхідного сигналу, ніж для «відновлення» вузькосмугового імпульсу.

Суттєвим фактором є також закон амплітудної модуляції. У розглянутих випадках цей закон має нелінійний характер (має місце залежність від змінної часу). Короткий і сильний сплеск амплітуди поблизу заднього фронту імпульсу вимагає для хорошої апроксимації кроку за часом  $\Delta T$  набагато меншого, ніж той, що необхідний для решти частини імпульсу. Ігнорування цієї вимоги призводить до суттєвої деформації вхідного сигналу. Погана точність «відновлення» сигналів, що показані на рис. 3.12 (г), 3.12 (д) і 3.12 (е), більшою мірою пояснюється поганою апроксимацією закону амплітудної, а не частотної модуляції.

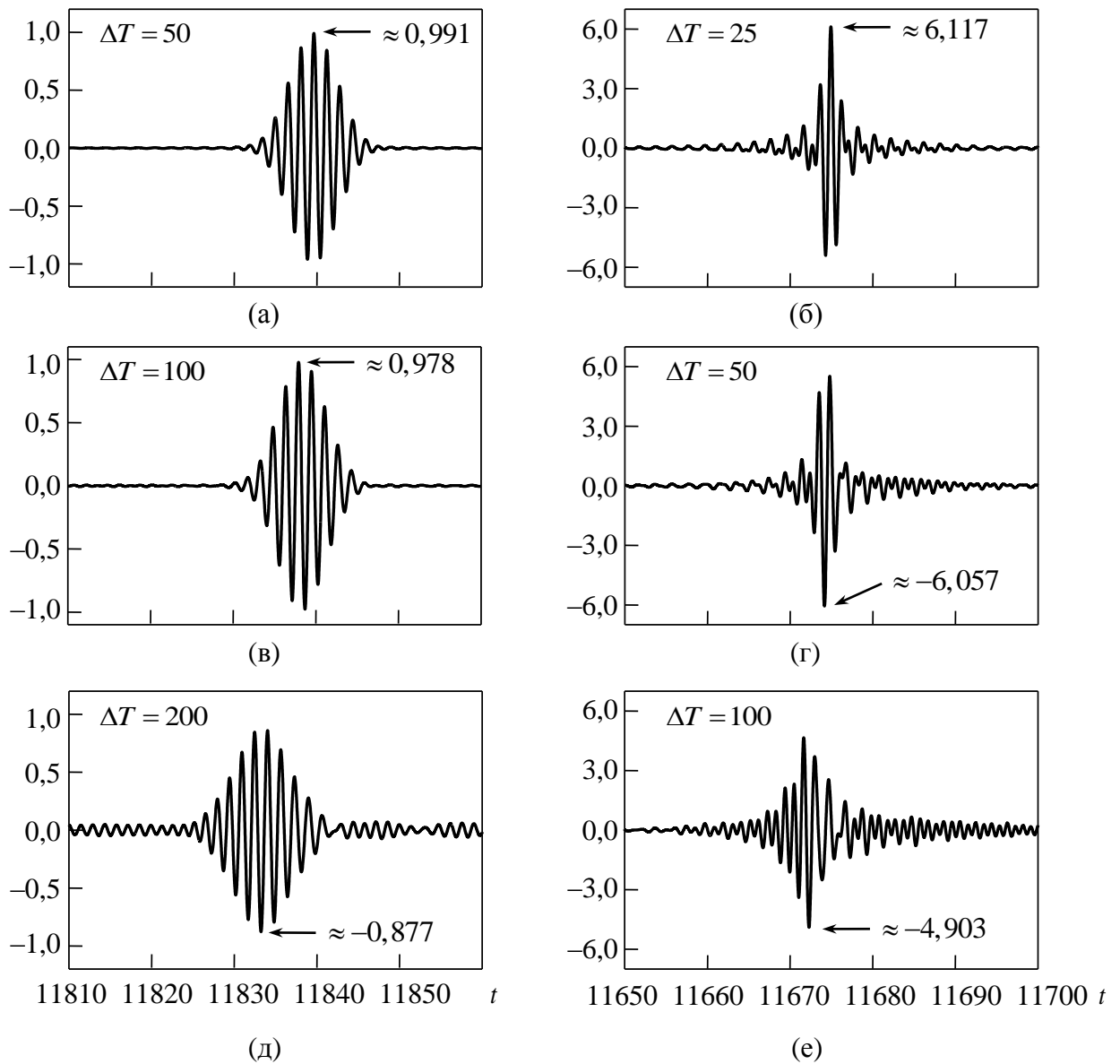


Рисунок 3.12 – Часові профілі імпульсів, що стиснені у хвилевідному тракті, показаному на рис. 3.9. Вузкосмуговий вхідний сигнал задано законами амплітудної та частотної модуляції з кроком  $\Delta T = 50$  (а),  $\Delta T = 100$  (в) і  $\Delta T = 200$  (д). Широкопсмуговий вхідний сигнал – з кроком  $\Delta T = 25$  (б),  $\Delta T = 50$  (г) і  $\Delta T = 100$  (е)

У цілому, дані, що наведені на рис. 3.12, демонструють сталу поведінку форми вихідного сигналу у випадку варіацій часового профілю вхідного сигналу. Невеликі зміни параметра  $\Delta T$  тягнуть за собою невеликі зміни форми вихідного імпульсу. Цей результат не є очевидним, оскільки в (3.5) входить



первісна від миттєвої частоти  $k(t)$  і виконується інтегрування нелінійної неосцилюючої функції за відносно великим інтервалом часу. Цілком природно було б очікувати тут накопичення похибки інтегрування і, як наслідок, істотного відходу від оптимальної форми вхідного сигналу. Як показали результати чисельного моделювання, цей ефект хоч і присутній, але помилка, що обумовлена кусково-лінійною апроксимацією законів модуляції вхідних сигналів, поводить себе передбачувано.

У [100, 101] зберігається декілька відеофайлів, які демонструють динаміку компресії ЕМІ в спіралеподібних хвилевідних трактах, що розглянуті в цьому підрозділі.

### **3.2 Стиснення хвиль, що індуковані ниткою зі струмом**

У [4, 60] методом ОХФ було розв'язано задачу знаходження часового профілю стороннього струму  $I(t)$ , що тече в нескінченно протяжній нитці, яка розміщена в плоскопаралельному хвилеводі, за часовим профілем  $u_1^{obj}(t)$  ЕМІ, що індукований цим струмом у заданому поперечному перерізі хвилеводу. Хоча ця задача має відоме аналітичне розв'язання [102], метод ОХФ дає можливість модифікувати її геометрію без будь-яких суттєвих змін розрахункових алгоритмів. Зокрема, хвилевідний тракт може бути вигнутий або скручений у замкнуте кільце (кільцеподібний хвилевід, рис. 3.13). Якщо при цьому він є симетричним відносно перерізу, в якому знаходиться сторонній струм, то від цього перерізу в протилежних напрямках будуть поширюватися дві симетричні імпульсні хвилі, які можуть бути використані для практичних потреб.

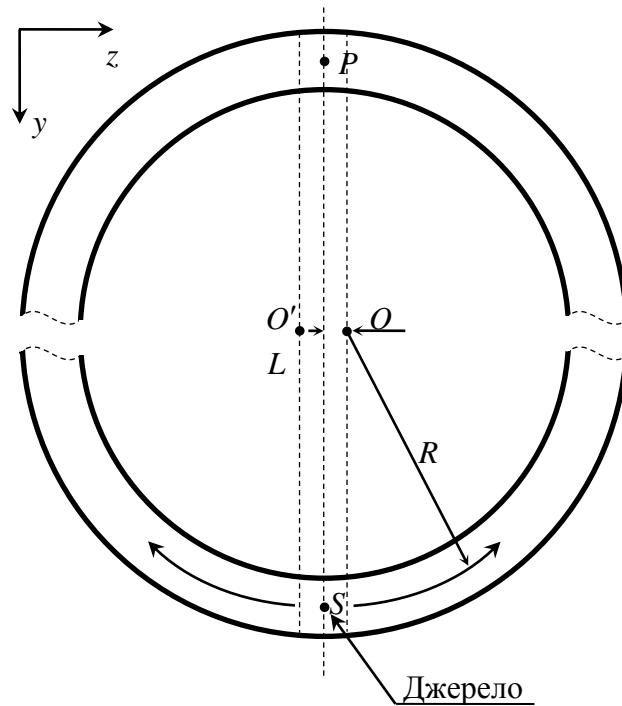


Рисунок 3.13 – Загальний вигляд кільцеподібного хвилеводу, що збуджений нескінченною ниткою зі струмом, яка паралельна його стінкам.  $S$  – проекція нитки зі струмом на площину  $(y, z)$ ,  $P$  – точка спостереження поля,  $SP$  – проекція площини симетрії задачі на площину  $(y, z)$ ,  $O$  і  $O'$  – центри кривизни вигнутих хвилевідних фрагментів. Площини, що проходять через  $O$  і  $O'$  паралельно до площини симетрії, обмежують прямі хвилевідні фрагменти

Наприклад, у випадку кільцеподібного хвилеводу можливо розрахувати форму імпульсу стороннього струму так, щоб дві симетричні компоненти індукованого ним ЕМІ стиснулись у протилежній джерелу точці кільця (точка  $P$  на рис. 3.13) і одночасно додалися одна до одної (проінтерферували). Це подвоєння амплітуди ЕМІ можна використовувати у прискорювальній техніці, синхронізуючи влітання заряджених частинок у хвилевід в околі точки  $P$  з моментом формування в цій точці максимуму електричного поля. Ці і подібні до них застосунки потребують точного математичного моделювання фізичних процесів, що мають перебіг у дисперсійній хвилевідній лінії, і акуратного проведення чисельних ( а в подальшому і натурних) експериментів. Метод

ОХФ разом з розрахунковими алгоритмами, що описані в розділі 2, надають дослідникам «інструмент» для такого моделювання.

Ключова ідея, яка дозволяє ефективно застосовувати цей метод для розв'язання подібних задач, полягає у використанні цільового імпульсу  $u_1^{obj}(t)$  в якості функції, яка задає сторонній струм

$$J_{src,x}(t) = u_1^{obj}(t), \quad (3.11)$$

і подальшому визначенні компенсуючого множника  $\xi^2(k)$  для (1.2) за спектральними залежностями струму  $|\tilde{J}_{src,x}(k)|$  та індукованого ним поля  $|\tilde{E}_x(k)|_P$  в деякій точці простору  $P$ . Оскільки втрат у хвилевідній системі, яку розглядаємо, немає (металеві стінки вважаємо ідеально провідними), то функція  $\xi^2(k)$  описує – з точністю до постійного множника – опір випромінення нитки зі струмом [60]. Подальший розворот у часі сигналу  $E_x(t)|_P$  і помноження його спектральних складових на  $\xi^2(k)$  (1.2) приводить до шуканого вхідного сигналу.

Перейдемо безпосередньо до опису виконаного чисельного експерименту. Хвилевідний тракт (рис. 3.13) складений з двох однакових вигнутих секцій і двох прямих. Довжини прямих секцій дорівнюють 4 ( $L=2$ ). Радіус кривизни вигнутих  $R=250$ , ширина хвилеводу  $W=1$ , нитка стороннього струму знаходиться в точці  $S$ . Довжина половини кільцеподібного хвилеводу по серединній лінії складає

$$\tilde{L} = 4 + 250\pi \approx 789,398. \quad (3.12)$$

Розв'язання початково-крайової задачі (див. підрозділ 2.2) будується в половині кільця, із застосуванням умови симетрії на площині, що проходить через точки  $S$  і  $P$ , паралельно до осі  $x$

$$E_x|_{z+0} = E_x|_{z-0}. \quad (3.13)$$

(Тут  $z$  – координата площини симетрії в супутній системі координат.) У випадку дискретизації задачі ця умова враховується в дискретному аналогу резонансного оператора другого порядку (2.22) на площині симетрії:

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} \rightarrow \frac{E_x|_{i,j+1}^k - 2E_x|_{i,j}^k + E_x|_{i,j-1}^k}{h_s^2} = 2 \frac{E_x|_{i,j+1}^k - E_x|_{i,j}^k}{h_s^2}. \quad (3.14)$$

Часовий профіль  $u_1^{obj}(t)$  ЕМІ, який необхідно отримати в точці спостереження  $P$  (рис. 3.11), задано функцією (3.1) і такими значеннями параметрів:  $t_0 = 0$ ,  $t_1 = 40$ ,  $T = 20$ ,  $A = 4$ ,  $k_c = 4,8$ ,  $k_s = 1,4$ .

Знайдемо спочатку компенсуючий множник  $\xi(k)$  для (1.2). Оскільки радіус кривизни хвилевідної лінії достатньо великий ( $R \gg W$ ), то простіше за все зробити це для плоскопаралельного хвилеводу і використовувати потім отриману залежність  $\xi(k)$  для моделювання компресії вже в кільцеподібному хвилеводі.

На рис. 3.14 наведено результати чисельного моделювання збудження плоскопаралельного (рис. 3.14 (а)) хвилеводу шириною  $W = 1$  імпульсом (3.11) з вказаними параметрами. На рис. 3.14 (б) – часовий профіль імпульсу (3.11); рис. 3.14 (в) – профіль імпульсу  $u_1(t)|_{L_2}$  на віртуальній межі  $L_2$ , що розташована на відстані  $L_2 = 8$  від перерізу хвилеводу з ниткою стороннього струму; рис. 3.14 (г) – спектральні амплітуди  $|\tilde{J}_x(k)|$  і  $|\tilde{u}_1^{norm}(k)|_{L_2}$ ; рис. 3.14 (д) – величина  $\xi(k) = |\tilde{J}_x(k)| / |\tilde{u}_1^{norm}(k)|_{L_2}$ . Остання з точністю до постійного множника визначає опір випромінення нитки зі струмом у плоскопаралельному хвилеводі

$$R(k) \sim 1/\xi^2(k), \quad (3.15)$$

для якого відоме аналітичне зображення [102]

$$R(k) \sim \frac{k^2}{k^2 - \tilde{k}_1^2}, \quad (3.16)$$

де  $\tilde{k}_1$  – критична частота першої власної моди хвилеводу. (Тут і надалі знак « $\sim$ » означає пропорційність величин, що стоять в лівій і правій частинах.)

Розраховане в чисельному експерименті відношення  $k^{-1}\sqrt{k^2 - \tilde{k}_1^2}/\xi(k)$  (рис. 3.14 (д)) добре апроксимується горизонтальною прямою.

Тепер можна перейти до моделювання компресії в кільцеподібному хвилеводі (рис. 3.13). Імпульс струму (3.11) (область, що зайнята струмом, – три суміжні комірки різницевої сітки, рис. 3.15 (а)) збуджує в ньому два симетричних хвилевідних пакети, що поширюються назустріч один одному. Унаслідок дисперсії групової швидкості ці пакети розпливаються в просторі і в часі. На рис. 3.15 (б) представлена часова залежність електричної компоненти поля в точці  $P$ , що згенерована таким імпульсом. Час надходження переднього фронту імпульсу в цю точку дорівнює приблизно 900. Ця величина дещо більша від тієї, яку дає формула (3.12) (для обраної змінної часу  $t$  швидкість світла у вакуумі дорівнює 1), що свідчить про те, що групова швидкість хвилі у хвилеводі менша від швидкості поширення у вільному просторі.

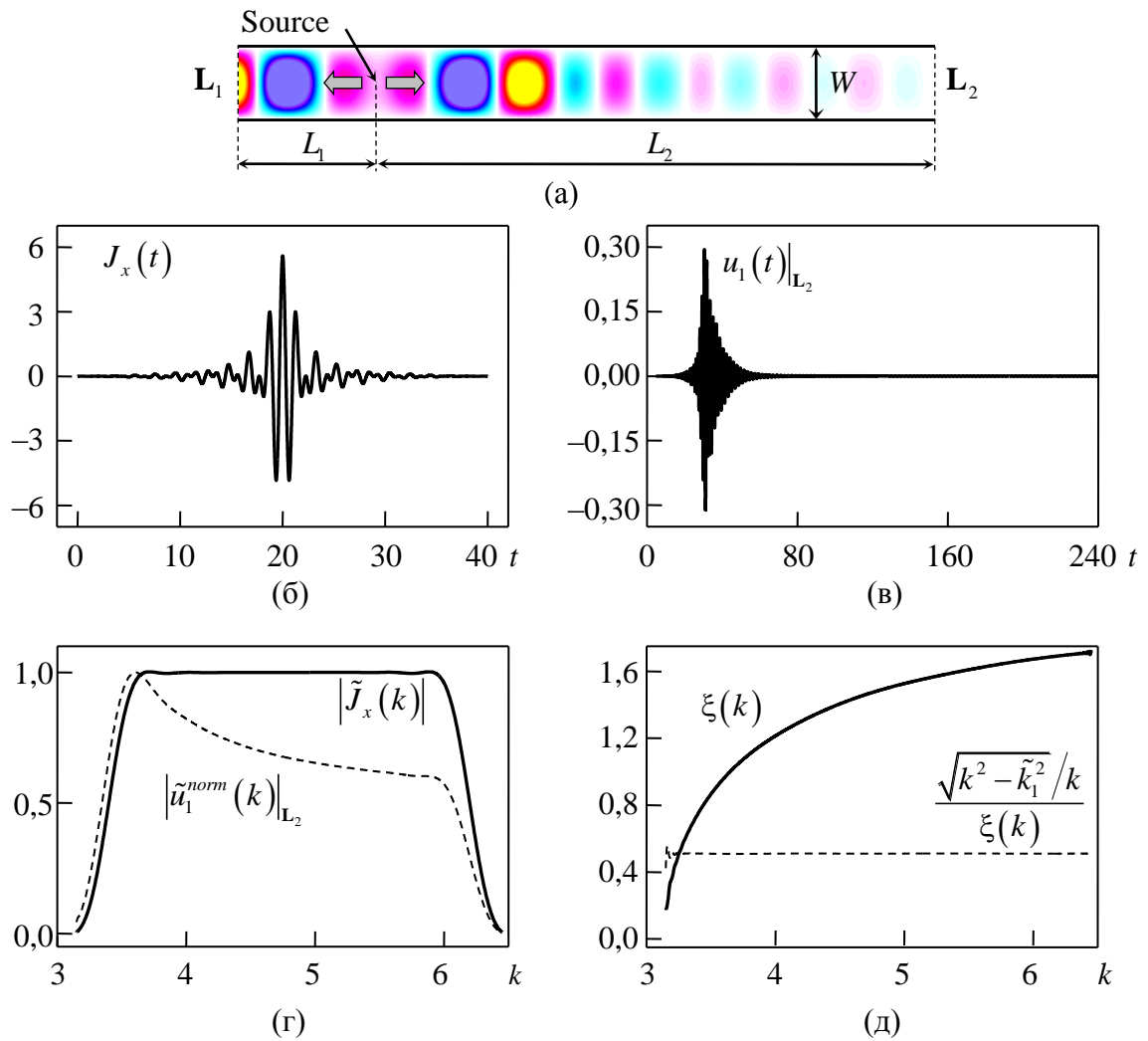


Рисунок 3.14 – До розрахунку опору випромінювача нитки зі струмом у плоскопаралельному хвилеводі: (а) – геометрія задачі; (б) – часовий профіль імпульсу густини стороннього струму(3.11) (область, що зайнята стороннім струмом, – дві суміжні комірки  $Y_{ee}$  розміром  $h_s \times h_s = 0,01 \times 0,01$  кожна); (в) – просторово-часова амплітуда хвилі, що згенерована  $J_x(t)$  на межі обчислювальної області  $L_2$  ( $L_2 = 8$ ); (г) – амплітудний спектр густини стороннього струму  $|\tilde{J}_x(k)|$  і нормований амплітудний спектр хвилі, згенерованої на межі  $L_2$ ; (д) – величина  $\xi(k) = |\tilde{J}_x(k)| / |\tilde{u}_1^{norm}(k)|_{L_2}$  і відношення  $k^{-1} \sqrt{k^2 - \tilde{k}_1^2} / \xi(k)$  за умови  $\tilde{k}_1 = \pi$

$$k^{-1} \sqrt{k^2 - \tilde{k}_1^2} / \xi(k) \text{ за умови } \tilde{k}_1 = \pi$$

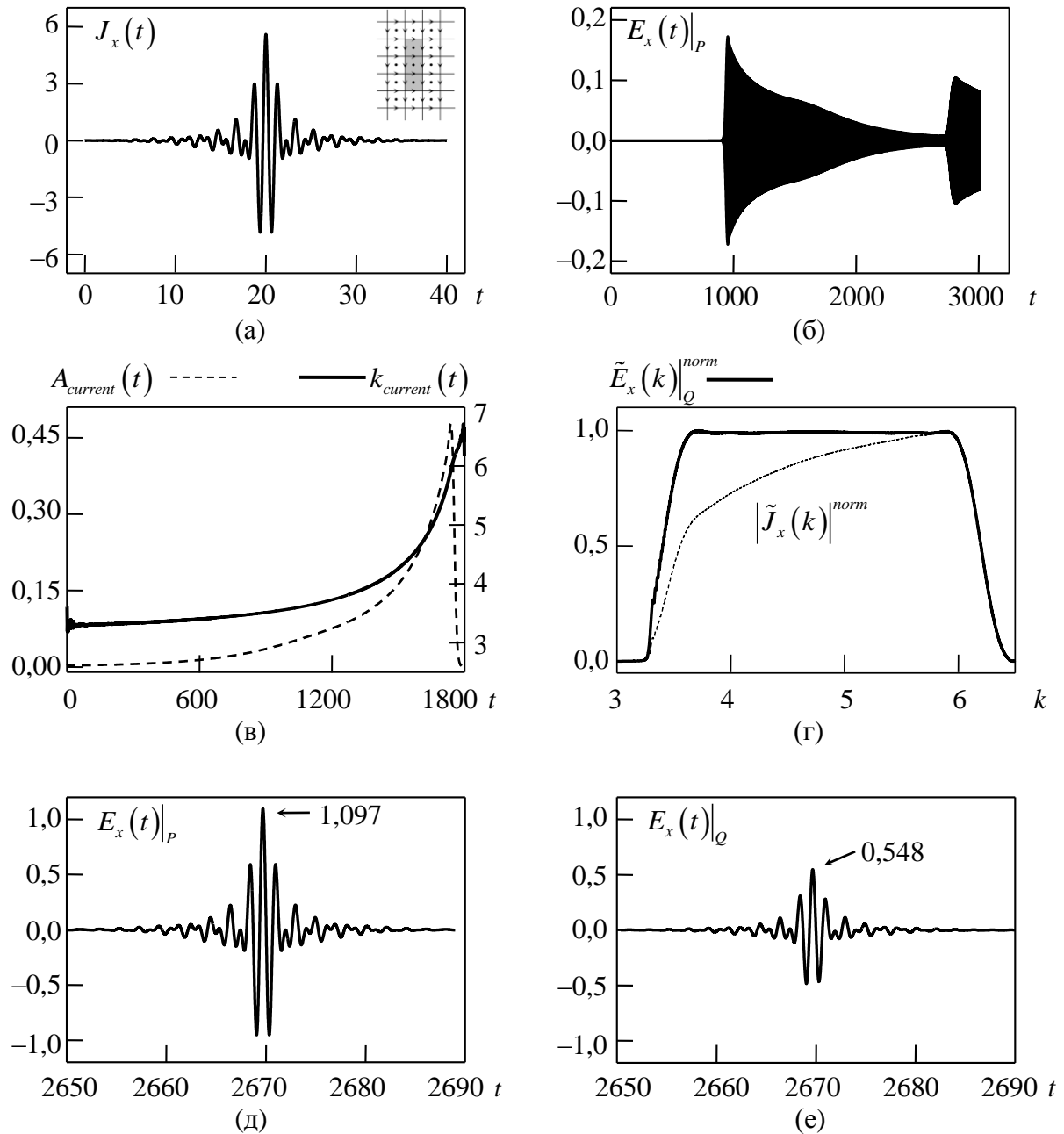


Рисунок 3.15 – Результат чисельного моделювання компресії електромагнітного імпульсу, що збуджений ниткою зі струмом у кільцеподібному хвилеводі (рис. 3.13). Подробиці в тексті

Після проходження точки  $P$  імпульс продовжує поширюватися у хвилеводі і розпливатися у часі. Пройшовши одне коло кільцевим шляхом, він знову прийде в точку  $P$  (час надходження переднього фронту дорівнює

приблизно 2700), що призведе до стрибка амплітуди коливань електричного поля в цій точці (рис. 3.15 (б)).

Візьмемо фрагмент сигналу  $E_x(t)|_P$  на часовому інтервалі  $[890, 2690]$ , розвернемо його в часі:

$$u_1^{src}(t) = \begin{cases} E_x(2690-t)|_P, & t \in [0, 1800] \\ 0, & t \notin [0, 1800] \end{cases} \quad (3.17)$$

і помножимо його частотні складові на  $\xi^2(k)$  згідно з (1.2). Отриману таким чином часову залежність використаємо для генерації імпульсу густини стороннього струму. Його закони амплітудної  $A_{current}(t)$  і частотної  $k_{current}(t)$  модуляції

$$J_x(t) = A_{current}(t) \sin \left( \varphi_0 + \int_0^t k_{current}(\tau) d\tau \right) \quad (3.18)$$

показані на рис. 3.15 (в). Тривалість імпульсу 1800 – приблизний час, що необхідний його найшвидшим частотним складовим для проходження одного кола у хвилеводі. Збудження кільцеподібного хвилеводу таким струмовим джерелом призведе до того, що спостерігач у точці  $P$  зафіксує імпульс, фрагмент якого показаний на рис. 3.15 (д). Його часовий профіль і частотні складові (рис. 3.15 (г)) відповідають (з точністю до постійного множника) тим, що були задані функцією  $u_1^{obj}(t)$ . Час фіксації максимуму стисненого імпульсу в точці  $P$  відповідає часу проходження імпульсом половини кола.

Залишилося переконатися в тому, що відбулося подвоєння амплітуди стисненого імпульсу. Для цього окремо розв'яжемо задачу компресії імпульсу в прямолінійному відрізку регулярного хвилеводу (рис. 3.14 (а)) довжиною  $L_2 = 789,398$  (див. (3.12)). Збудимо такий хвилевід струмовим імпульсом



(рис. 3.15 (в)). У точці спостереження  $Q$ , що знаходиться на відстані  $L_2$  від нитки зі струмом, залежність електричного поля від часу  $E_x(t)|_Q$  матиме вигляд, як показано на рис. 3.15 (е). Тут компресія імпульсу не привела до точного відтворення заданого часового профілю (рис. 3.15 (а)) через те, що в якості джерела був використаний сигнал, який розрахований для кільцеподібного хвилеводу. Однак ступінь допущеної похибки достатньо малий і дозволяє порівняти пікові значення напруженості електричного поля. Для кільцеподібного хвилеводу це значення складало приблизно 1,097, для плоскопаралельного – 0,548. Таким чином, у точці  $P$  кільцеподібного хвилеводу дійсно спостерігається явище інтерференції двох симетричних хвильових пакетів (близьких за формою і амплітудою до зображеного на рис. 3.15 (е)), що поширюються назустріч один одному.

Таким чином, проведений чисельний експеримент демонструє всі основні фізичні явища (генерацію, поширення, компресію та інтерференцію ЕМІ), що відбуваються в такому кільцеподібному хвилеводі, і описує їх у рамках строгої електродинамічної моделі. Це відкриває шлях для подальшої оптимізації всієї структури і, можливо, її застосування на практиці (наприклад, для прискорення заряджених частинок).

Іншим можливим застосунком отриманих тут результатів може стати імпульсна антенна система. Якщо хвилеводу не надавати форму кільця, а вигнути його так, щоб його кінцеві фрагменти лежали в одній площині, правильним розрахунком імпульсу стороннього струму можна досягти того, що на обох кінцях хвилеводу будуть сформовані два однакових (порівняно потужних) імпульси, які будуть випромінені у вільний простір синхронно і в одному напрямі.

На рис. 3.16 схематично зображена подібна система випромінення, яка оснащена двома однаковими рупорами. Струмове джерело лежить у площині симетрії і може бути орієнтоване як в площині креслення, так і перпендикулярно до неї. Відстань  $L$  між рупорами (чи будь-якими іншими

елементами випромінення) може бути зроблена дуже великою порівняно з характерною довжиною хвилі  $\lambda$  в спектрі випромінюваного імпульсу, що автоматично призводить до дуже вузької головної пелюстки діаграми направленості такого випромінювача, ширина якого розраховується співвідношенням  $\lambda/L$ . Якщо для поодиноких рупорних випромінювачів це співвідношення складає величину, як правило,  $\lambda/L \approx 10^0 \div 10^{-1}$ , то для антенної системи, що показана на рис. 3.16, його легко можна зменшити до величин порядку  $10^{-3} \div 10^{-4}$ . У цьому випадку важливо, що напрямок і ширина головної пелюстки діаграми направленості слабо залежатимуть від частоти, оскільки стиснені імпульси після випромінення поширюються у вільному просторі без спотворення форми.

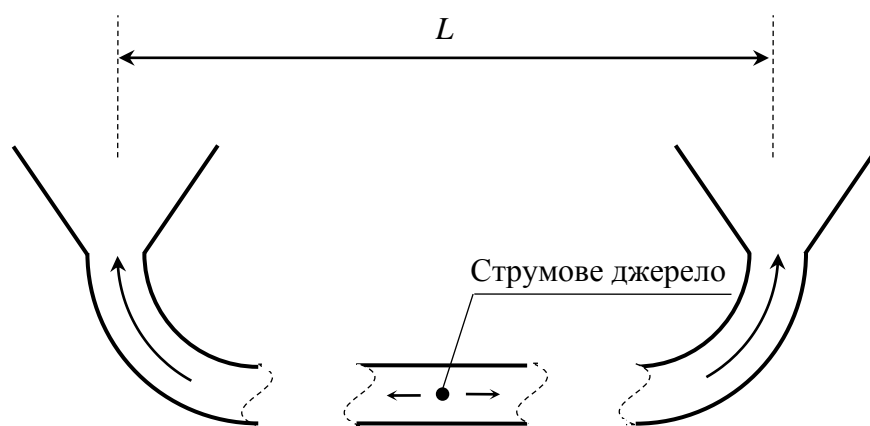


Рисунок 3.16 – Загальний вигляд системи випромінення, яку побудовано на принципі компресії двох симетричних імпульсних хвиль струмового джерела

Представляє також інтерес аналіз більш загального варіанту системи випромінення, яка складається не з двох, як на рис. 3.16, а з більшого числа хвилевідних плечей, рознесених один щодо одного на однаковий кут. Оптимізація подібних конструкцій дозволяє синтезувати випромінювачі з вузькою діаграмою направленості у двох ортогональних площинах.

### Висновки до розділу 3

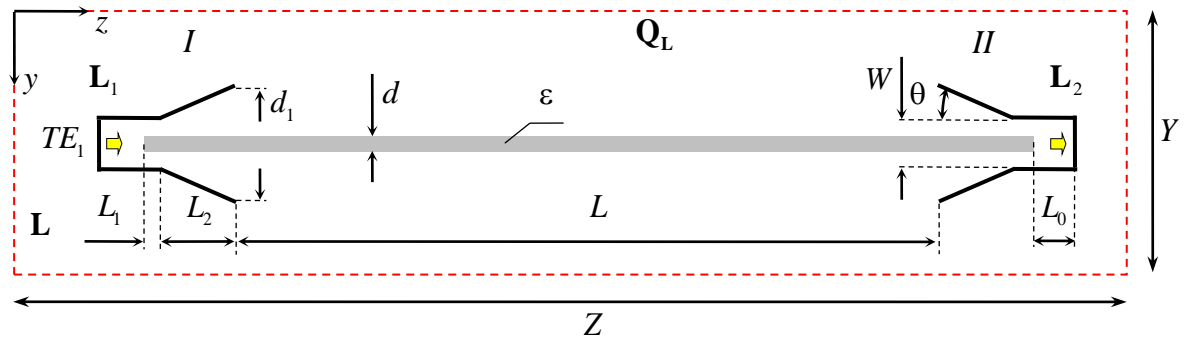
1. У цьому розділі вперше строго промодельовано компресію ЕМІ в хвилевідних трактах, скручених у спіраль у  $H$ -площині. Показано, що
  - а. таке скручування дозволяє отримати більш компактні хвилевідні дисперсійні лінії порівняно з прямолінійними відрізками хвилеводів (наприклад, спіралеподібний хвилевід, який показано на рис. 3.5, має габарити  $54 \times 54$  за довжини 1053,29, а хвилевід на рис. 3.9 –  $55 \times 55$  за довжини 1521,75);
  - б. у таких дисперсійних хвилевідних лініях можливе стиснення імпульсів, спектр яких займає смугу, в якій хвилевід підтримує поширення однієї і двох мод;
  - в. відомий ефект запирання  $H$ -площинного вигину поблизу критичної частоти другої моди може бути скільки завгодно зменшений шляхом збільшення радіуса вигину локальних ділянок хвилеводу (вже при радіусі  $R = 15$  його внесок становиться нехтовно малим, див. рис. 3.5);
  - г. лінійна апроксимація законів модуляції вхідних сигналів за амплітудою і частотою не призводить до радикальної зміни форми стисненого імпульсу на виході.
2. Уперше строго промодельовано стиснення ЕМІ, що індукований ниткою зі струмом у кільцеподібному хвилеводі. Отримані закони модуляції стороннього струму, для якого дві хвилі, що симетрично відходять від нитки зі струмом, стискаються в протилежній точці хвилеводу. У чисельному експерименті спостерігалась інтерференція цих двох імпульсних хвиль.

Результати цього розділу опубліковані в роботах [1, 2, 4].

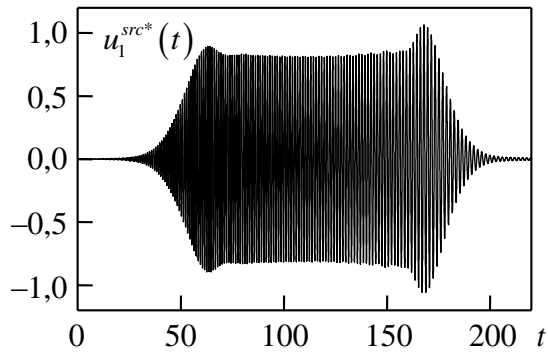
## РОЗДІЛ 4

### СТИСНЕННЯ ІМПУЛЬСІВ У ДІЕЛЕКТРИЧНИХ ХВИЛЕВОДАХ І СЕРЕДОВИЩАХ

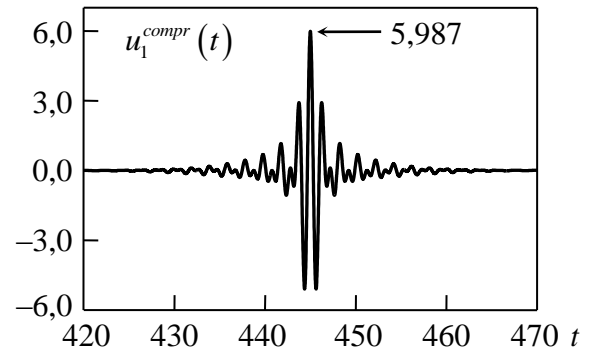
У [3, 60] була розглянута модельна задача стиснення ЕМІ у відрізку планарного діелектричного хвилеводу скінченної довжини (рис. 4.1 (а)). Хвилевід збуджувався частотно-модульованим імпульсом (рис. 4.1 (б)), що приходив з одного хвилевідного рупора, а стиснений імпульс фіксували в заданому поперечному перерізі другого рупора. Передбачалося, що діелектрична проникність матеріалу, з якого виконано хвилевід, не має дисперсії, тобто  $\varepsilon(k) = \text{const}$ , але в системі має місце суто хвилевідна дисперсія: довгохвильові складові ЕМІ поширюються вздовж такої лінії передачі швидше за короткохвильові. У процесі чисельного моделювання компресії в такій системі було отримано узагальнення методу ОХФ, яке дозволяє компенсувати втрати в дисперсійному елементі енергією первинної хвилі (див. формули (1.1), (1.2) у розділі 1). Інакше кажучи, усі спектральні складові вхідного імпульсу (рис. 4.1 (г)) мають деякий запас енергії, який «витрачається» під час проходження через дисперсійний елемент, і в результаті на виході отримуємо стиснений імпульс (рис. 4.1 (в)) з необхідним розподілом енергії за частотами (рис. 4.1 (д)). Це важливе узагальнення методу ОХФ дозволило суттєво розширити коло розв'язуваних (цим методом) модельних задач. Зокрема, це узагальнення дозволило визначати часові профілі імпульсних сторонніх струмів за профілем ЕМІ, згенерованих ними в заданих точках простору, наприклад, усередині хвилеводів (див. розділ 3 та [60]), або знаходити форму вхідних сигналів імпульсних випромінювачів довільної геометрії за формою випромінених ними ЕМІ [103] та ін. Таке розширення функціональних можливостей методу ОХФ дозволяє перейти до вивчення більш складних дисперсійних елементів. Декілька таких задач були розглянуті в цьому розділі.



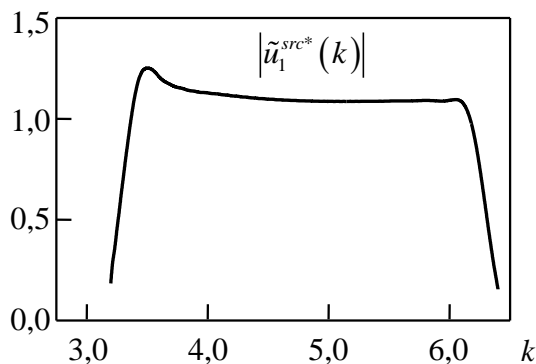
(a)



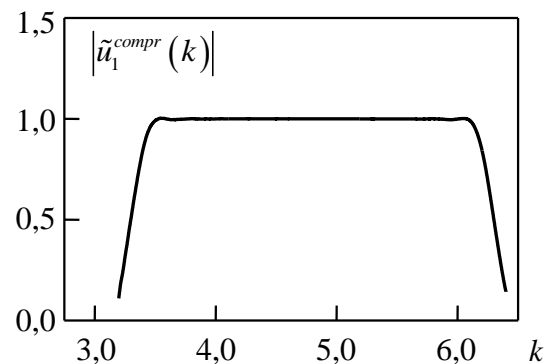
(б)



(в)



(г)



(д)

Рисунок 4.1 – Дисперсійне стиснення ЕМІ у відрізьку планарного діелектричного хвилеводу: (а) – геометрія модельної задачі; (б) – часовий профіль вхідного імпульсу; (в) – профіль стисненого імпульсу; (г) – амплітудний спектр вхідного сигналу (розраховано з урахуванням компенсуючого множника  $\xi^2(k)$  (1.2)); (д) – спектр стисненого імпульсу. Параметри задачі:  $Y = 3,8$ ,  $Z = 165,8$ ,  $W = 1$ ,  $d = 0,04$ ,  $L = 150$ ,  $L_0 = L_1 = 1$ ,  $L_2 = 5,68$ ,  $d_1 = 2,96$ ,  $\theta = \arctg(d_1 - W)/2L_2 \approx 10^\circ$ ,  $\varepsilon = 11,5$ . Параметри цільового імпульсу (3.1):  $t_0 = 0$ ,  $t_1 = 50$ ,  $T = 25$ ,  $A = 4$ ,  $k_c = 4,7$ ,  $k_s = 1,5$  (див. рис. 3.1)

#### 4.1 Стиснення в діелектричному хвилеводі, що зігнутий у спіраль

У цьому підрозділі наведено результати чисельного моделювання компресії ЕМІ у відрізку діелектричного хвилеводу, що зігнутий для зменшення своїх габаритів у спіраль. Загальний вигляд задачі наведено на рис. 4.2. Два рупори, що ідентичні до розглянутих у системі на рис. 4.1, заповнені діелектриком з відносною проникністю  $\epsilon_1 = 2,0$  (фторопласт FF-4 [104]). Зовні металевого хвилеводу діелектрик вигнуто в  $H$ -площині. Для підсилення ефекту дисперсії всередині цього хвилеводу поміщено шар іншого діелектрика завтовшки  $d = 0,04$  з відносною проникністю  $\epsilon_2 = 11,5$  (кремній). Спиралеподібний хвилевідний тракт складений з 4-х вигнутих на кут  $\Phi = 180^\circ$  фрагментів з радіусами кривизни  $R_1 = 30$ ,

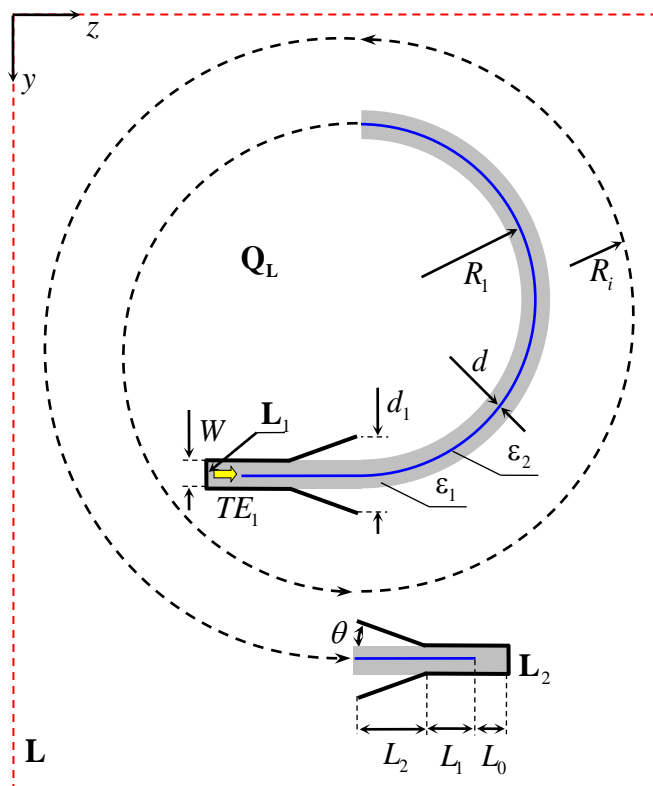


Рисунок 4.2 – Загальний вигляд досліджуваної структури

$R_2 = 32,5$ ,  $R_3 = 35$  і  $R_4 = 37,5$ . Загальна довжина такого хвилеводу, що розрахована за серединною лінією, складає  $L = \pi(R_1 + R_2 + R_3 + R_4) \approx 424,12$ ; його приблизні габарити –  $37 \times 39$ . У процесі чисельного моделювання було розв’язано початково-крайову задачу, що описана в підрозділі 2.1 (крок дискретизації у просторі  $h_s = 0,02$ , у часі –  $h_t = 0,01$ ).

Ширина металевих хвилеводів  $W = 1$ , критичні частоти їх  $TE_n$ -хвиль дорівнюють

$$\tilde{k}_n = n\pi/W\sqrt{\varepsilon} \quad (\tilde{k}_1 \approx 2,221, \tilde{k}_2 \approx 4,443). \quad (4.1).$$

Цільовий імпульс  $u_1^{obj}(t)$ , який необхідно отримати в результаті компресії на віртуальній межі  $L_2$ , задано функцією (3.1) з параметрами  $t_0 = 0$ ,  $t_1 = 50$ ,  $T = 25$ ,  $A = 4$ ,  $k_c = 3,332$ ,  $k_s = 1,111$ . Графік цієї залежності показано на рис. 4.3 (а), її амплітудний спектр  $|\tilde{u}_1^{obj}(k)|$  – на рис. 4.3 (б).

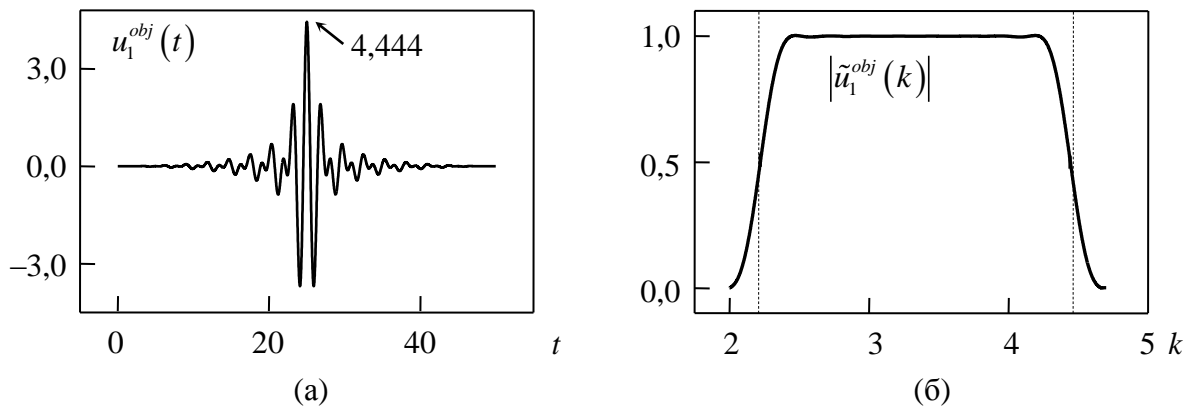


Рисунок 4.3 – Часовий профіль  $u_1^{obj}(t)$  імпульсу, який необхідно отримати в результаті компресії, (а), і його амплітудний спектр (б). Пунктирними лініями позначено частоти відсікання (4.1) підвідного хвилеводу

Збудимо досліджуваний хвилевід імпульсом  $u_1^{obj}(t)$ . Отримаємо на його виході імпульс  $u_1^{tran}(t)$  з часовим профілем, який показано на рис. 4.4 (а). Його амплітудний спектр  $|\tilde{u}_1^{tran}(k)|$  (рис. 4.4 (б)) зазнає сильних нерегулярних осциляцій, що є наслідком процесів обміну енергією між витками спіралі у процесі поширення вздовж неї ЕМІ. Цей ефект також може бути скомпенсований множником  $\xi^2(k)$  (1.1) при знаходженні часового профілю вхідного імпульсу. Однак фізичне сприйняття отриманих результатів стає більш складним.

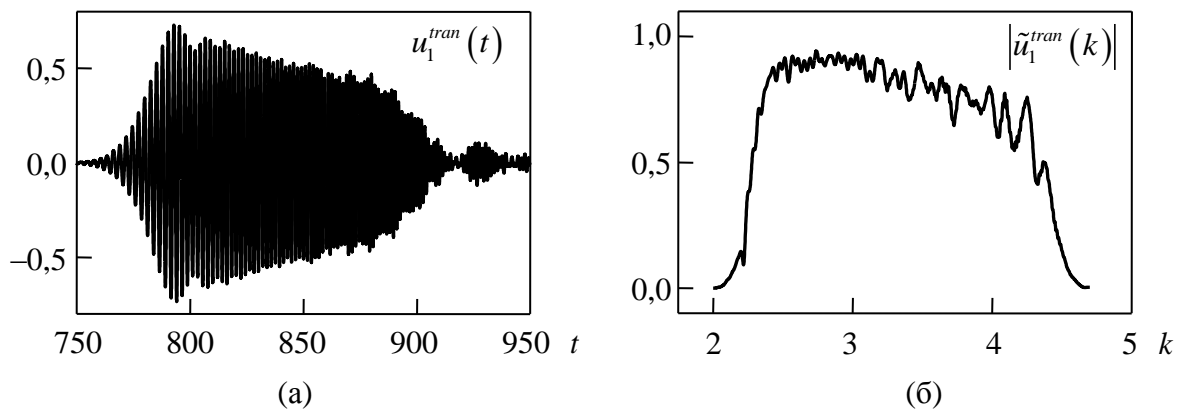


Рисунок 4.4 – Часовий профіль  $u_1^{tran}(t)$  імпульсу  $u_1^{obj}(t)$  після проходження ним дисперсійного елемента (а) і його амплітудний спектр (б)

Розвернемо сигнал  $u_1^{tran}(t)$  в часі

$$u_1^{src}(t) = u_1^{tran}(\tilde{T} - t), \quad 0 \leq t \leq \Delta, \quad (4.2)$$

( $\tilde{T} = 920$ ,  $\Delta = 170$  – параметри, що обмежують фрагмент, який містить у собі суттєву частину імпульсу  $u_1^{tran}(t)$ ) і помножимо його спектральні складові у (1.2) на компенсуючий множник



$$u_1^{src*}(t) = FT^{-1} \left[ \xi^2(k) \cdot FT \left[ u_1^{src}(t) \right] \right], \quad \xi(k) = \left| \tilde{u}_1^{obj}(k) \right| / \left| \tilde{u}_1^{tran}(k) \right|. \quad (4.3)$$

Отримаємо шуканий профіль вхідного ЕМІ (рис. 4.5 (а)). Його амплітудний спектр – на рис. 4.5 (б).

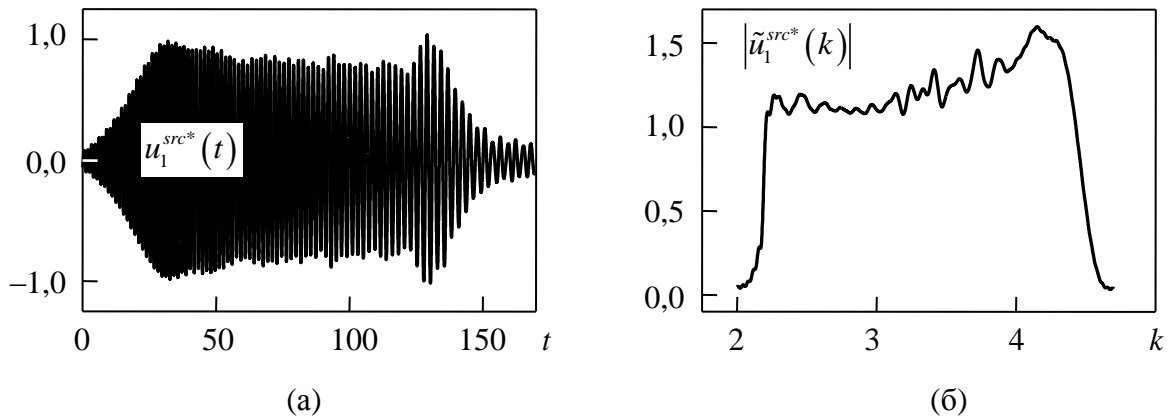


Рисунок 4.5 – Часовий профіль  $u_1^{tran}(t)$  імпульсу  $u_1^{obj}(t)$  після проходження ним дисперсійного елемента (а) і його амплітудний спектр (б)

Після проходження всього хвилевідного тракту ЕМІ стискається в  $u_1^{compr}(t)$  (рис. 4.6). Фрагмент цього сигналу тривалістю  $\Delta T = 50$  (симетричний відносно глобального максимуму) порівняно точно відтворює задану залежність  $u_1^{obj}(t)$  та її спектр (рис. 4.6 (а) і (б)). Збільшення часу спостереження стисненого імпульсу до  $\Delta T = 180$  призводить до помітних спотворень його часових та частотних характеристик (рис. 4.6 (в) і (г)). (Спектри на рис. 4.6 розраховано в припущенні, що за межами інтервалу  $\Delta T$  функція  $u_1^{compr}(t) = 0$ .) Більш протяжний фрагмент  $u_1^{compr}(t)$  містить сплески як до надходження основної частини імпульсу (тривалістю 50), так і після неї. Ці сплески обумовлені згаданим вище ефектом обміну енергією між витками спіралі і є небажаними у процесі конструювання компресорів ЕМІ. З ними можливо боротися шляхом оптимізації геометрії хвилевідного тракту.

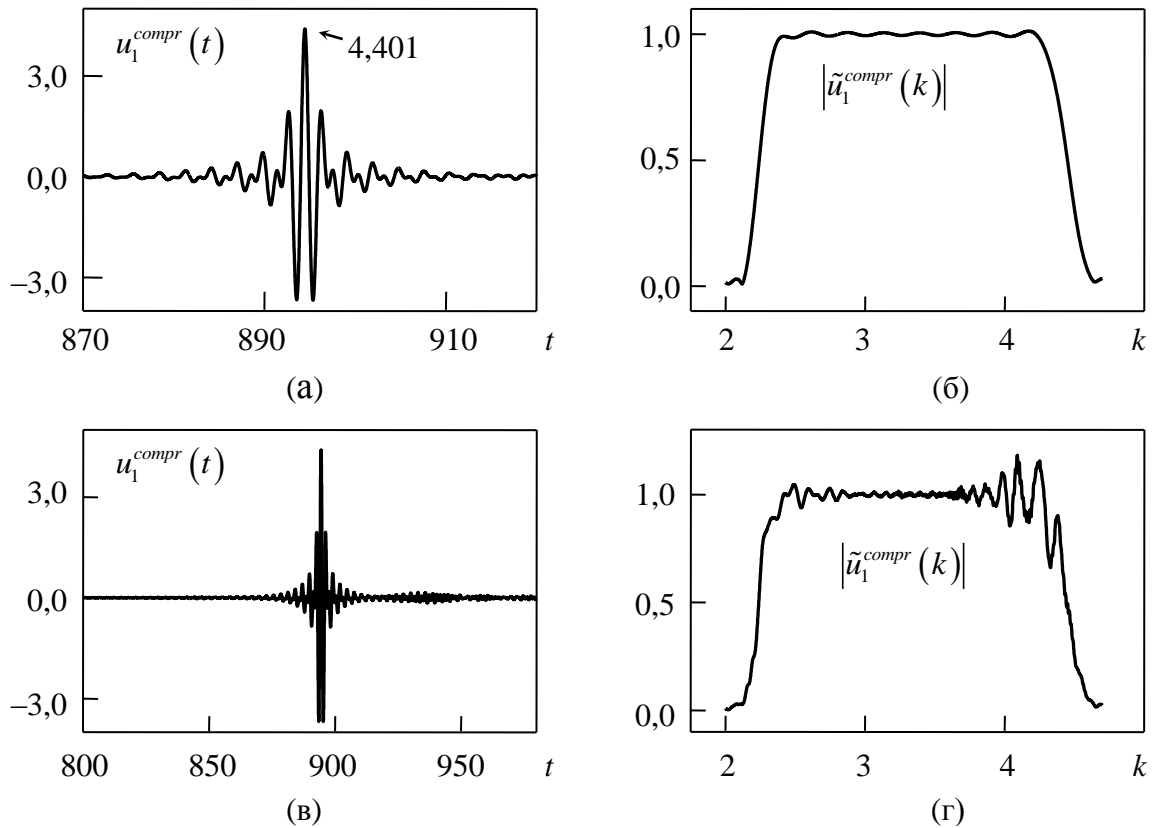


Рисунок 4.6 – Фрагменти стиснених імпульсів різної тривалості  $\Delta T$  (а), (в) та їх спектри (б), (г), які розраховані з припущенням, що за межами  $\Delta T$

$$u_1^{compr}(t) = 0$$

Розміщуючи поглиначі між витками спіралі (див. наступний підрозділ), можна мінімізувати обмін енергією між ними. Збільшуючи радіуси вигинів діелектричного хвилеводу, можна зменшити частку випромінюваної ними енергії.

Рисунок 4.7 демонструє динаміку стиснення імпульсу в процесі його руху вздовж спіралі. Тут представлені розподіли електричної компоненти поля в обчислювальній області в моменти часу  $t = 270, 470, 670$  і  $870$ . Більш детально дослідити цю динаміку можна за допомогою відеофайла, що зберігається у відкритому доступі [105].

Таким чином, у цьому підрозділі вперше строго промодельоване стиснення частотно-модульованого ЕМІ у фрагменті діелектричного (багатошарового) хвилеводу, що зігнутий у спіраль. За допомогою методу ОХФ

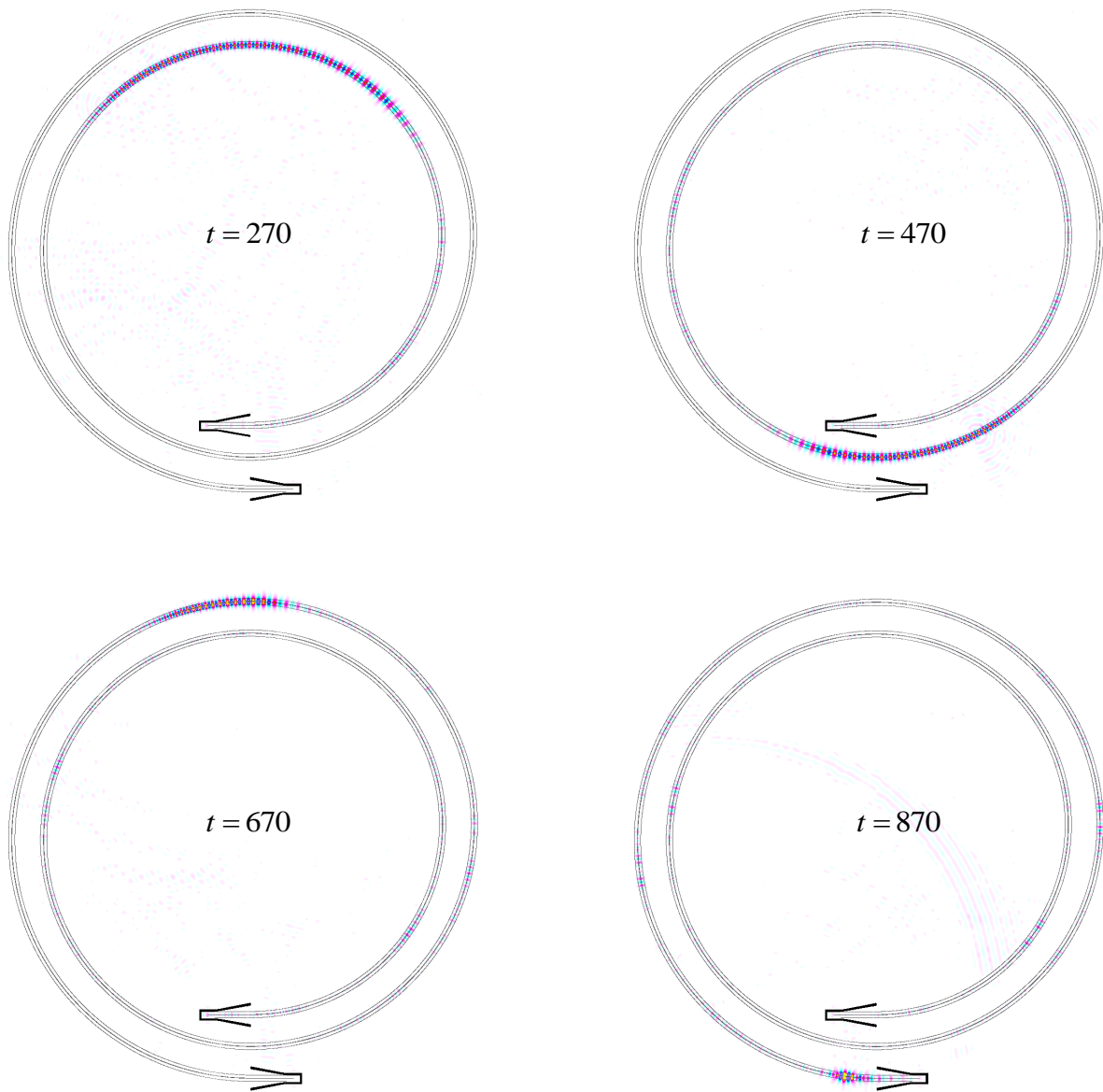


Рисунок 4.7 – Розподіл електричної компоненти імпульсу, що стискається, в послідовні моменти часу

розраховано часовий профіль вхідного імпульсу. Показано, що вихідний сигнал, окрім фрагмента потрібної форми, має в собі сплески, які обумовлені перевідбиттям хвиль між витками спіралі. Ці сплески можна усунути мінімізувати шляхом подальшої оптимізації геометрії хвилеводу. У цілому такий хвилевід має більш компактні розміри, ніж еквівалентний йому прямолінійний відрізок діелектричного хвилеводу.

## 4.2 Модель імпульсного випромінювача з компресією сигналу в діелектричному хвилеводі

Ідею мінімізації розмірів дисперсійного елемента у вигляді діелектричної хвилевідної лінії передачі шляхом згинання її в спіраль (див. попередній підрозділ) легко узагальнити на випадок випромінювальних систем. У цьому підрозділі розглянуто модель імпульсного випромінювача, вихідний сигнал якого стискається у відрізок діелектричного хвилеводу. Геометрію задачі (див. підрозділ 2.1) показано на рис. 4.8.

Діелектричний хвилевід шириною  $W = 5$  мм складається з 12-ти вигнутих (у  $H$ -площині) на кут  $\Phi = 90^\circ$  фрагментів, однієї прямолінійної ділянки довжиною  $L_1 = 250$  мм і симетричного клиноподібного звуження (узгоджувача) довжиною  $L_2 = 75$  мм. Радіуси кривизни вигнутих фрагментів  $R_i$  – члени арифметичної прогресії:  $R_1 = 50$  мм,  $R_i = R_{i-1} + 12,5$  мм ( $1 \leq i \leq 12$ ). Повна довжина діелектричної хвилевідної лінії складає

$$L = \frac{\pi}{2} \sum_{i=1}^{12} R_i + L_1 + L_2 = \frac{\pi}{2} \frac{50 + 187,5}{2} 12 + 250 + 75 \approx 2563,4 \text{ мм.} \quad (4.4)$$

У точці  $g_1$ , в середині торцевої стінки діелектричного хвилеводу розміщена нитка стороннього струму  $I_x(t)$ . З цією точкою суміщено центр підковоподібної діелектричної вставки, що утворена двома концентричними колами діаметрами 30 мм і 18 мм з кутом розкриву  $90^\circ$ . Ця вставка виконує роль поглинач, який вбирає більшу частину енергії циліндричної хвилі, індукованої струмовим джерелом, яка виходить від хвилевідного каналу. У центрі спіралі, яку утворює діелектричний хвилевід, розміщено ще один поглинач циліндричної форми діаметром  $D = 50$  мм. Його призначення – загасити коливання, які можуть бути збуджені в центральній частині спіральної лінії передачі. Зовнішній поглинач прямокутної форми

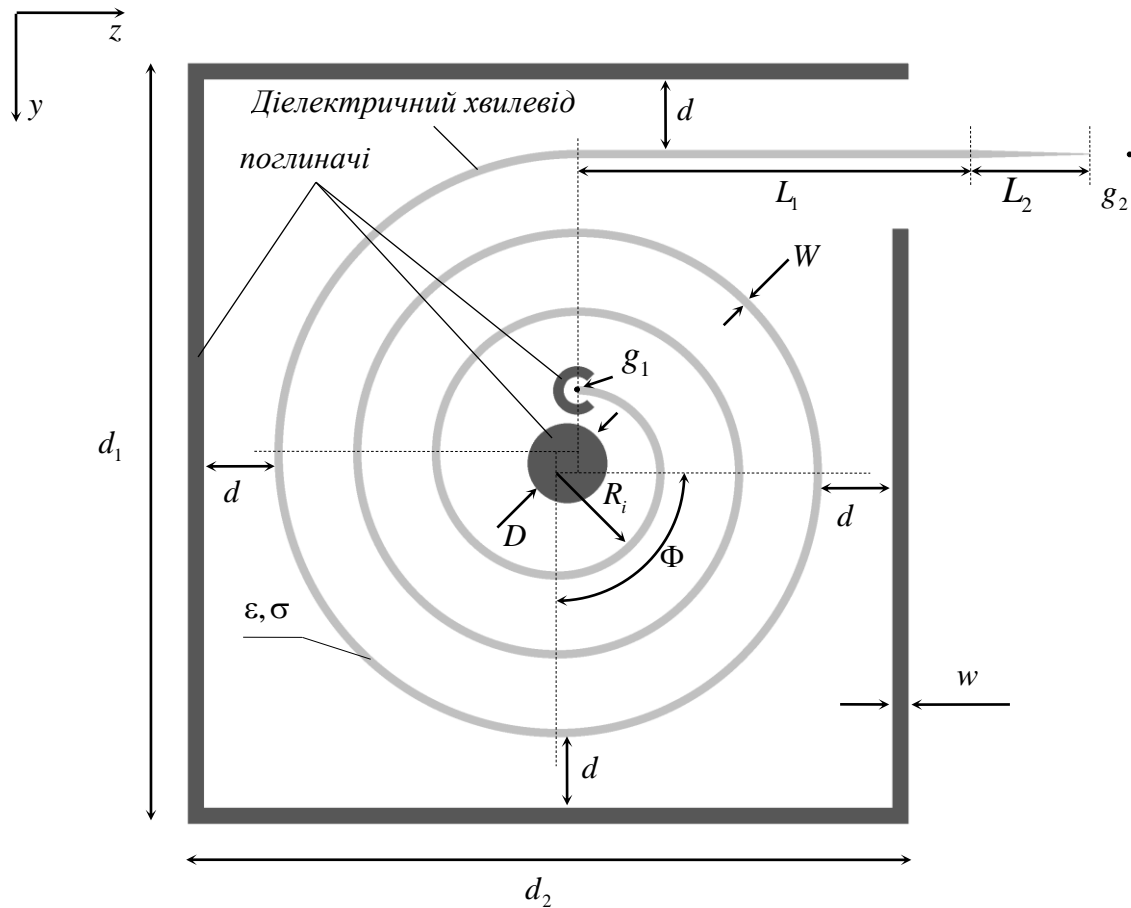


Рисунок 4.8 – Загальний вигляд імпульсного випромінювача

розміром  $d_1 \times d_2 = 482,25 \times 457,5$  та завтовшки  $w = 10$  мм утворює корпус випромінювача і призначений для гасіння паразитних хвиль, що випромінюються у вільний простір вигнутими елементами хвилеводу. Мінімальна відстань від його стінок до витків діелектричного хвилеводу  $d = 45$  мм. Усі поглиначі мають відносну діелектричну проникність  $\epsilon = 1$  і питому електричну провідність  $\sigma = 10$  См/м.

Значення критичних частот  $E$ -поляризованих хвиль досліджуваного діелектричного хвилеводу знаходимо за співвідношенням [106, 107]

$$\tilde{f}_m = \frac{c}{2\pi W \sqrt{\epsilon}} \left[ \tan^{-1} \sqrt{\frac{1}{\epsilon - 1}} + m\pi \right], \quad m = 0, 1, \dots \quad (4.5)$$

( $c = 299792458 \text{ м/с}$  – швидкість світла у вакуумі), а відповідні до них значення хвильових чисел

$$\tilde{k}_m = \frac{1}{W\sqrt{\varepsilon}} \left[ \tan^{-1} \sqrt{\frac{1}{\varepsilon-1}} + m\pi \right], \quad m = 0, 1, \dots \quad (4.6)$$

Відносну діелектричну проникність матеріалу хвилеводу обрали  $\varepsilon = 25$  (діелектрик ГМ-25 [104]). Його питома провідність  $\sigma = 2,65 \cdot 10^{-3} \text{ См/м}$ . Це значення для середини робочого діапазону  $k = 80 \text{ м}^{-1}$  (див. нижче) відповідає тангенсу діелектричних втрат  $\tan \delta = \sigma / ck\varepsilon_0\varepsilon \approx 5 \cdot 10^{-4}$  [104] ( $\varepsilon_0 = 8,854187 \cdot 10^{12} \text{ Ф/м}$  – електрична стала). Значення перших двох критичних частот  $\tilde{f}_0 \approx 0,384 \text{ ГГц}$  та  $\tilde{f}_1 \approx 6,380 \text{ ГГц}$  або  $\tilde{k}_0 \approx 8,054 \text{ м}^{-1}$  та  $\tilde{k}_1 \approx 133,718 \text{ м}^{-1}$ .

Кроки дискретизації задачі (2.1) дорівнювали  $h_s = 2h_t = 0,25 \text{ мм}$ .

Часовий профіль імпульсу  $u^{obj}(t)$  ( $u$  – будь-яка з компонент поля), який такий випромінювач повинен випромінити у відкритий простір, заданий функцією (3.1) з параметрами  $t_0 = 0$ ,  $t_1 = 0,6$ ,  $T = 0,3$ ,  $A = 4$ ,  $k_c = 80$ ,  $k_s = 40$ . Графік цієї залежності показано на рис. 4.9 (а), її амплітудний спектр  $|\tilde{u}^{obj}(k)|$  – на рис. 4.9 (б). Ширина частотної смуги, яку займає цей спектр, дорівнює приблизно двом октавам – від 1,4 до 5,7 ГГц.

Припустимо спочатку, що густина стороннього струму нитки дорівнює

$$J_x(t) = u^{obj}(t) \quad (4.7)$$

(див. також (3.11) і [60]). Сам сторонній струм дорівнює добутку густини  $J_x$  на площу поперечного перерізу нитки, який в розглянутій моделі являє собою квадрат зі сторонами в 2 комірки різницевої сітки, тобто  $I_x(t) = 4h_s^2 J_x(t) = 2,5 \cdot 10^{-7} J_x(t)$ .

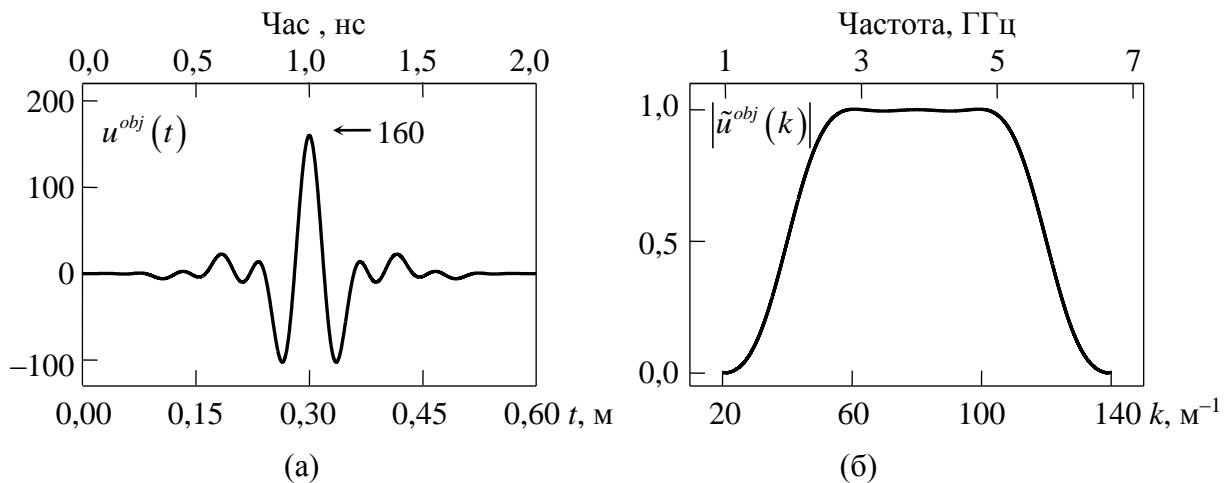


Рисунок 4.9 – Часовий профіль імпульсу, який має бути випромінений у відкритий простір після компресії, (а), і його амплітудний спектр (б)

Задамо точку спостереження поля  $g_2$  (рис. 4.8) на відстані 25 мм від вершини клиноподібного звуження хвилеводу. Розв’язання задачі збудження випромінювача таким імпульсом приводить до часової залежності електричного поля в точці  $g_2$ , показаної на рис. 4.10 (а). Його амплітудній спектр, нормований на своє максимальне значення, показано на рис. 4.10 (б) суцільною чорною лінією. Функція

$$\xi(k) = \frac{|\tilde{u}^{obj}(k)|}{|\tilde{E}_x^{norm}(g_2, k)|} \quad (4.8)$$

визначає компенсуючий множник у (1.1) і характеризує ефективність передачі енергії первинного імпульсу струму в точку  $g_2$  залежно від частоти. Нерівномірний (неконстантний) характер цієї функції обумовлений нерівномірністю частотних залежностей радіаційних втрат енергії у вигнутих фрагментах хвилеводу та опору випромінення нитки [60].

Використовуючи метод ОХФ, отримаємо часовий профіль стороннього струму, збудження яким досліджуваного випромінювача приведе до випромінення у вільний простір імпульсу заданої форми (рис. 4.9 (а)). Для

цього виділимо в залежності  $E_x(g_2, t)$  фрагмент з основною частиною (в якій зосереджено більшу частину енергії) імпульсу, і виконаємо для неї заміну змінної часу  $t \rightarrow \tilde{T} - t$

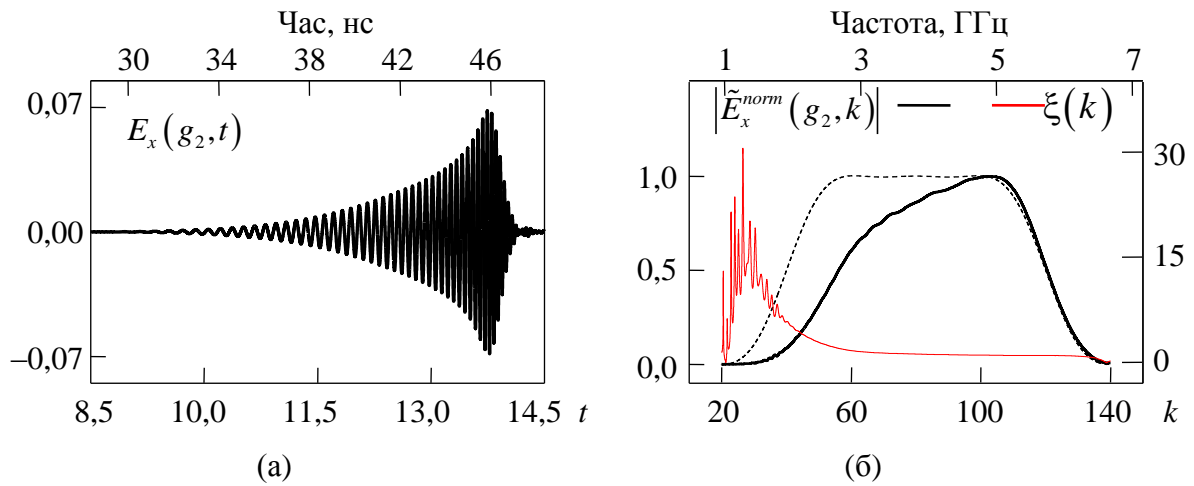


Рисунок 4.10 – Електричне поле в точці спостереження  $g_2$  на відстані 25 мм від вістря клиноподібного звуження при збудженні випромінювача імпульсом струму  $I_x(t) = 2,5 \cdot 10^{-7} u^{obj}(t)$  (а) і його спектральні амплітуди, нормовані на своє максимальне значення (б). Пунктирною лінією показано спектр цільового імпульсу  $|\tilde{u}^{obj}(k)|$ . Величину  $\xi(k)$  задано відношенням (4.8)

$$u(t) = E_x(g_2, \tilde{T} - t), \quad \tilde{T} = 14,178\ 375, \quad 0 \leq t \leq 5,183125. \quad (4.9)$$

Потім помножимо спектральні складові сигналу  $u(t)$  на множник  $\xi^2(k)$ , який компенсує втрати (1.2):

$$J_x^{src}(t) = FFT^{-1} \left[ \xi^2(k) \cdot FFT[u(t)] \right]. \quad (4.10)$$



Графік отриманої функції  $J_x^{src}(t)$  показано на рис. 4.11 (а). Ця залежність описана гладкими законами модуляції як за амплітудою  $A(t)$ , так і за частотою  $k(t)$ :

$$J_x^{src}(t) = A(t) \sin \left( \varphi_0 + \int_0^t k(\tau) d\tau \right). \quad (4.11)$$

Закон частотної модуляції сигналу (4.10) показано на рис. 4.11 (а) червоною лінією. Монотонне спадання частоти  $k(t)$  в часі відображає той факт, що в діелектричному хвилеводі має місце нормальна дисперсія групової швидкості, тобто низькочастотні складові імпульсу поширюються в ньому швидше за високочастотні. На рис. 4.11 (б) показано амплітудний спектр імпульсу (4.10).

Якщо тепер збудити випромінювач імпульсом з густиною струму  $J_x^{src}(t)$  (сам сторонній струм, як і раніше,  $I_x(t) = 4h_s^2 J_x(t) = 2.5 \cdot 10^{-7} J_x(t)$ ), то індуковане ним електричне поле в точці спостереження матиме часову залежність, яку зображено на рис. 4.12 (а). Задана форма цільового імпульсу

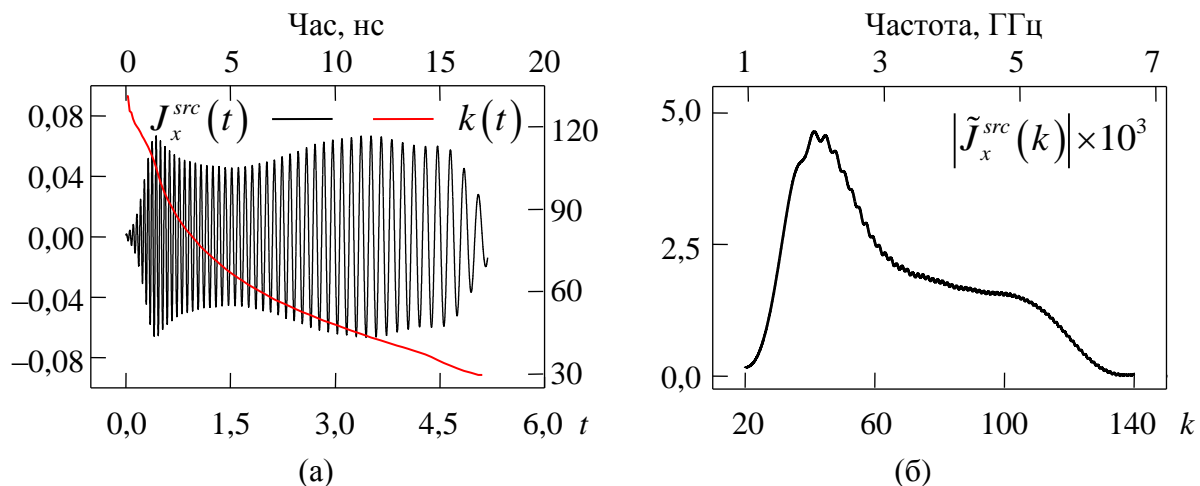


Рисунок 4.11 – Часовий профіль імпульсу стороннього струму для випромінювача з рис. 4.8, що розрахований методом ОХФ, (а) і його амплітудний спектр (б). Червона лінія – закон частотної модуляції  $k(t)$   $u^{obj}(t)$  відтворена з точністю до постійного множника.

за межами часового інтервалу  $[13,5; 14,2]$ , який зображено на рис. 4.12 (а), імпульс  $E_x(g_2, t)$  зазнає невеликих коливань, що обумовлені

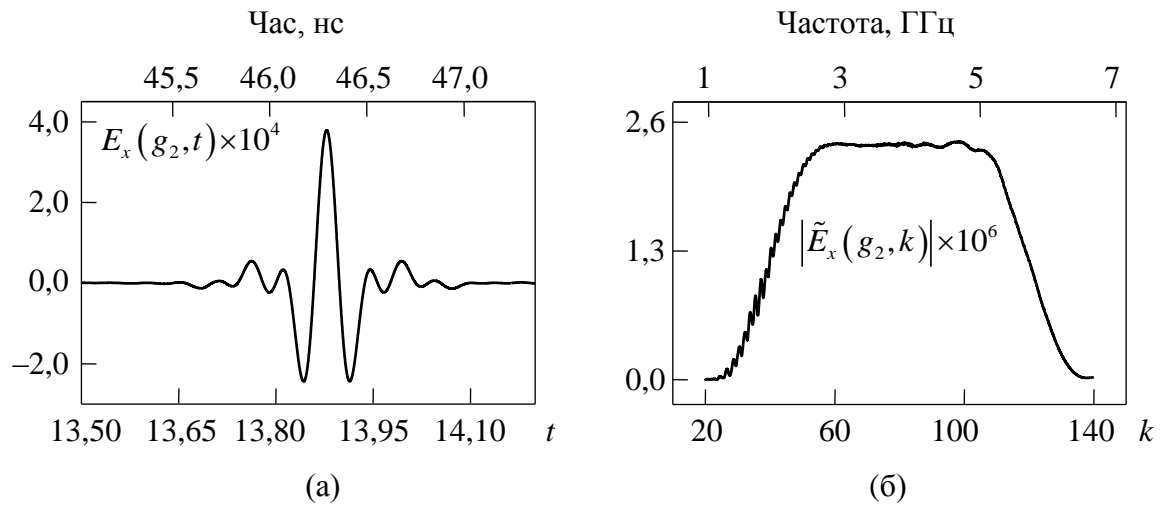


Рисунок 4.12 – Електричне поле  $E_x(g_2, t)$ , що згенероване випромінювачем у точці  $g_2$ , (а) і його амплітудний спектр (б). Імпульс струму збудження на рис. 4.11 (а)

нехвилевідним обміном енергії між витками діелектричної спіралі (див. попередній підрозділ). Ці осциляції призводять до спотворення спектра  $|\tilde{E}_x(g_2, k)|$  (рис. 4.12 (б)). У цьому можна упевнитися, встановивши значення  $E_x(g_2, t)$  поза інтервалом  $[13,5, 14,2]$  рівними нулю. У цьому випадку спектральна характеристика, яку наведено на рис. 4.12 (б), збігається з  $|\tilde{u}^{obj}(k)|$  з точністю до постійного множника. Таким чином, часова залежність на рис. 4.11 (а) є шуканим часовим профілем імпульсу для випромінювача, що розглядаємо.

На рис. 4.13 (а) показано часову залежність потоку вектора Пойтінга,

$$P(t) = \oint_C [\vec{E}(t) \times \vec{H}(t)] d\vec{s}, \quad (4.12)$$

який випромінено у вільний простір імпульсу через прямокутний контур  $C$  розміром  $49,6 \times 62,1$  мм (рис. 4.13 (б), вектор нормалі  $\vec{s}$  напрямлений у вільний простір у будь-якій точці контура  $C$ ). Інтеграл від цієї функції за змінною часу дорівнює

$$W_{rad} = \int_0^T P(\tau) d\tau \approx 9,55 \cdot 10^{-13} \quad (4.13)$$

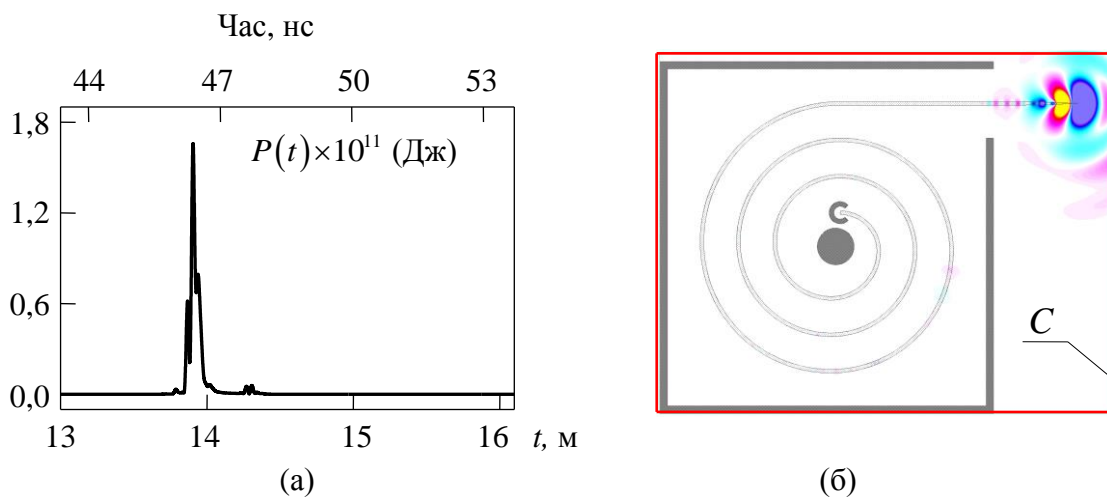


Рисунок 4.13 – Потік вектора Пойнтінга (а) через контур  $C$  (б) як функція часу

і визначає величину енергії у джоулях, яка міститься у випроміненому імпульсі ( $T = 16$  м – час, до якого імпульс практично повністю випромінений у відкритий простір). Для такої ж нитки зі струмом (4.10), але розміщеної у відкритому просторі, інтеграл (4.13) від потоку  $P(t)$  по контуру  $C'$  ( $C'$  – квадрат зі сторонами 50 мм) дає величину  $W_0 \approx 2,587 \cdot 10^{-12}$  (Дж). Це повна енергія електромагнітного поля, що індуковане ниткою. Відношення  $\gamma \approx W_{rad}/W_0 \approx 0,369$  – це коефіцієнт корисної дії досліджуваного випромінювача. Його діаграму направленості  $D(\phi, k)$  показано на рис. 4.14 (методику розрахунку наведено в [60].) Вона має головну пелюстку, ширина якої сильно варіюється зі зміною частоти. Це не дозволяє досягти спрямованого

випромінення сформованого імпульсу у вузькому секторі кутів  $\phi$ . Подальша оптимізація геометрії випромінювача дозволить отримати кращі спрямовані властивості такої антени.

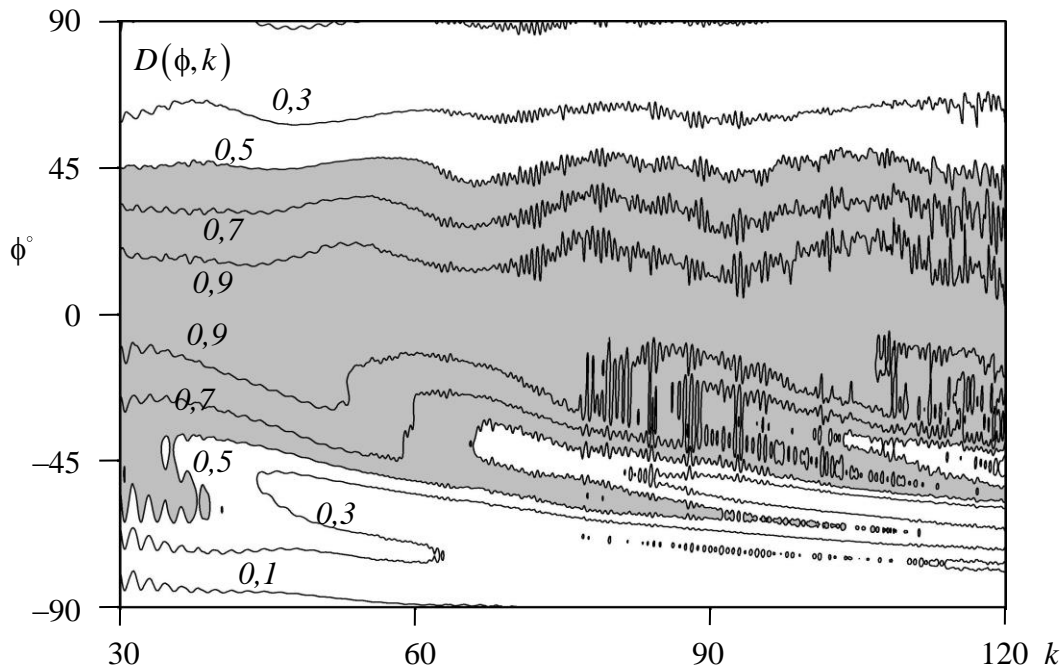


Рисунок 4.14 – Діаграма направленості випромінювача на рис. 4.8. Кут  $\phi$  відраховано от додатного напрямку вісі  $z$ . Сірим кольором виділено область, де

$$D(\phi, k) > 0,5$$

Рисунок 4.15 ілюструє динаміку стиснення імпульсу під час його поширення вздовж діелектричного хвилеводу. Тут представлений розподіл електричної компоненти поля в обчислювальній області для декількох послідовних моментів часу. У [108] зберігається відеофайл, в якому ця динаміка поля зафіксована з дрібнішим кроком у часі.

Таким чином, подані в цьому підрозділі результати чисельних експериментів показали можливість ефективного стиснення електромагнітних імпульсів з шириною спектральної смуги, що дорівнює приблизно двом октавам (діапазон від 1,4 до 5,7 ГГц), у порівняно компактному дисперсійному елементі, що являє собою зігнутий у спіраль відрізок діелектричного

хвилеводу. Джерелом поля слугує нитка стороннього струму, часовий профіль

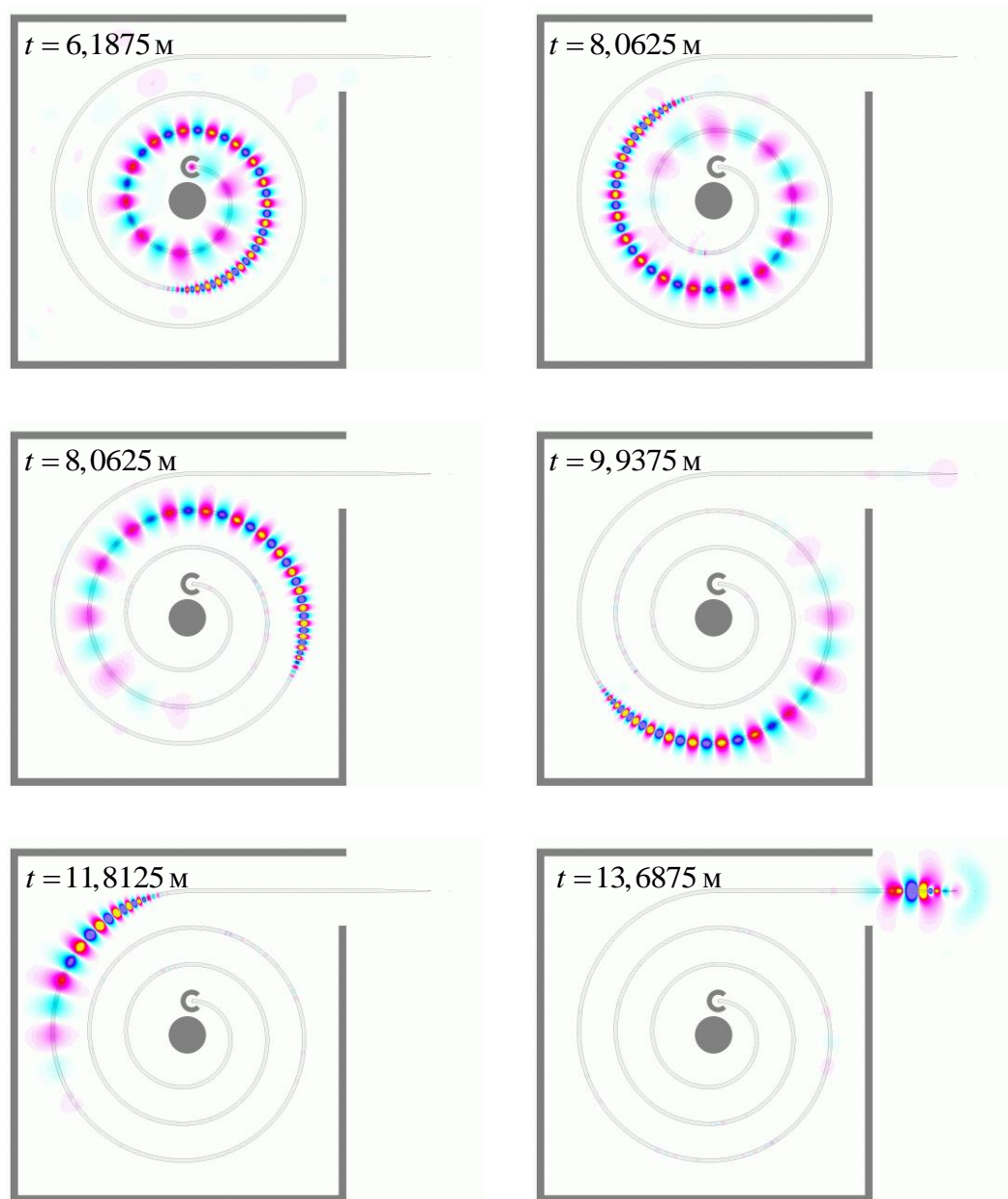


Рисунок 4.15 – Розподіл електричної компоненти поля в обчислювальній області в послідовні моменти часу

якого розраховано строго за електричними і геометричними параметрами хвилеводу і заданим профілем випроміненого імпульсу в точці вільного простору. Отримано коефіцієнт стиснення (відношення тривалостей вхідного і вихідного імпульсів), який дорівнює  $\beta \approx 5,183/0,6 \approx 8,6$  за тривалості вихідного

імпульсу 2 нс. Розглянута модель може слугувати прототипом під час конструювання пасивних мікрохвильових компресорів і випромінювачів.

### 4.3 Компресія імпульсів у несиметричному діелектричному хвилеводі

Задача, яка буде розглянута в цьому підрозділі, є логічним продовженням задачі, що показана на рис. 4.1, і в деякому наближенні адаптована для моделювання передачі та компресії ЕМІ в сантиметровому діапазоні (і, частково, у довгохвильовій частині міліметрового діапазону) довжин хвиль. Сам хвилевід у такому діапазоні стає порівняно тонким (товщина діелектрика складає одиниці або частки міліметра) і його необхідно розміщувати на більш тонкій підкладці, яку, у свою чергу, зручно розміщувати на металевій основі. Така аргументація приводить до геометрії, що показана на рис. 4.16.

Сірим кольором тут виділено основний хвилевідний шар, в якому відбувається поширення ЕМІ. Його діелектрична проникність  $\varepsilon_1 = \varepsilon_9 = \varepsilon_{10} = \dots = \varepsilon_{13} = 20$  набагато перевищує проникність інших елементів конструкції  $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = \dots = \varepsilon_8 = 2$ , що дозволяє ефективно концентрувати енергію, яку переносимо, у власних модах цього шару. Діелектричні елементи з номерами 1, 2 і 3 утворюють власне хвилевідну лінію передачі, діелектрики з номерами 4, 5, ..., 13 – узгоджені хвилевідні навантаження. Діелектричний шар 3 введено для поглинання хвилевідних мод шару 2, які в даній конструкції є паразитними. Його питома провідність  $\sigma_3 \gg \sigma_2$ . У діелектриків, які тут розглядаються, дисперсія відсутня, тобто  $\varepsilon(k) = const$ , але в системі має місце дисперсія хвилевідної лінії передачі, обумовлена тим, що хвилі різної довжини різною мірою пов'язані з напрямною лінією. Чим менша довжина хвилі, тим більша її частина сконцентрована всередині діелектрика і тим менша її групова швидкість. Таким чином, хвилевідна дисперсія має нормальний характер: групова швидкість поширення

довгохвильових складових більша, ніж швидкість короткохвильових. Ця дисперсія обумовлює просторово-часове розпливання ЕМІ, що поширюються вздовж хвилеводу, і в процесі передавання цифрової інформації призводить до обмеження: а) максимальної відстані між джерелом та приймачем; б) частоти проходження ЕМІ.

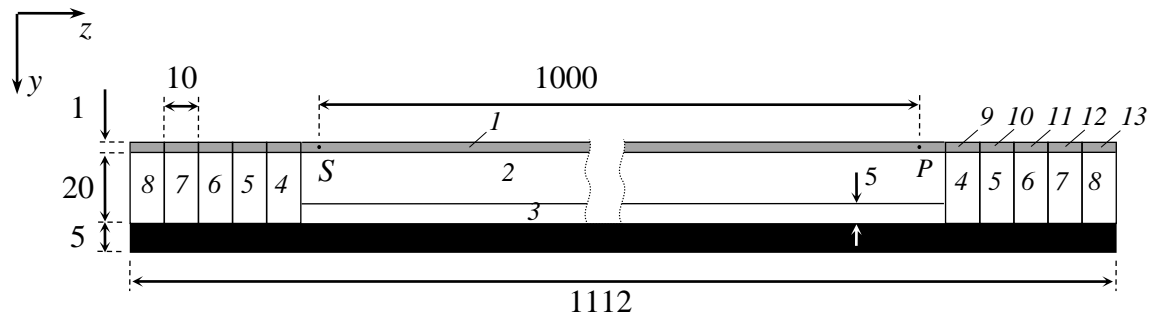


Рисунок 4.16 – Схема діелектричного хвилеводу на підложці, яку розміщено на ідеально провідній основі (виділена чорним кольором): 1, 2, 3 – діелектричні елементи, що утворюють хвилевідну лінію передачі; 4, 5, ..., 13 – діелектрики, що утворюють узгоджені навантаження хвилеводу. Усі розміри вказані в міліметрах

Разом із тим, явище дисперсії може бути використане і для стиснення протяжних імпульсів (т. зв. просторово-часове фокусування енергії [20, 26]), що дозволяє сподіватися подолати вказані обмеження. Ключовою проблемою тут є точне знаходження часового профілю стиснутого імпульсу. Промодельємо компресію ЕМІ в такому хвилеводі, використовуючи, як і в попередніх підрозділах, метод ОХФ.

Будемо збуджувати хвилевід нескінченно протяжною вздовж декартової осі  $x$  ниткою стороннього струму з вектором густини  $\vec{j}(t)$ , що паралельний до осі  $x$  або до осі  $y$ . У першому випадку нитка генерує  $E$ -поляризоване поле ( $E_x, H_y, H_z \neq 0$ ), у другому –  $H$ -поляризоване ( $H_x, E_y, E_z \neq 0$ ). Нитку розміщено в точці  $S$ , а в точці  $P$  – приймач електромагнітного поля, який фіксує або значення електричної компоненти поля  $E_x(t)$  у випадку  $TE$ -хвиль, або компоненти  $E_z(t)$  у

випадку  $TM$ -хвиль. Відстань між точками  $S$  і  $P$  дорівнює 1 м. Відстані від цих точок до поверхні діелектричного шару 1 дорівнює 0,5 мм (товщина самого шару 1 мм).

Питомі провідності  $\sigma$  усіх діелектриків досліджуваної хвилевідної системи наведені в таблиці 4.1 ( $m$  – номер діелектрика на рис. 4.16). Там же подані відповідні значення тангенса діелектричних втрат  $\text{tg}\delta = \sigma / (ck\varepsilon_0\varepsilon)$  ( $c$  – швидкість світла у вакуумі,  $\varepsilon_0$  – електрична стала), розраховані для  $k = 500 \text{ м}^{-1}$  (частота  $f \approx 23,857 \text{ ГГц}$ ).

Таблиця 4.1 – Дисипативні параметри діелектриків у системі на рис. 4.16

$m$	$\sigma$ , См/м	$\text{tg}\delta$	$m$	$\sigma$ , См/м	$\text{tg}\delta$
1	1,327e-2	5e-4	8	5	1,9e-0
2	7,963e-4	3e-4	9	0.1	3,7e-3
3	1	3.8e-1	10	0.5	1,9e-2
4	0.1	3.8e-2	11	1	3,7e-2
5	0.5	1.9e-1	12	2	7,5e-2
6	1	3.8e-1	13	5	1,9e-1
7	2	7.5e-1			

Частоти відсікання  $TE_n$ - і  $TM_n$ -хвиль досліджуваного хвилеводу можна приблизно оцінити за допомогою формул для критичних частот хвилеводу з нескінченно протяжною в додатному напрямі у області 2 [106, 107]

$$f_n^{cut,E} = \frac{c}{2\pi d} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}} \left[ \arctan \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}} + n\pi \right], \quad n = 0, 1, \dots, \quad (4.14)$$

$$f_n^{cut,H} = \frac{c}{2\pi d} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}} \left[ \arctan \varepsilon_1 \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}} + n\pi \right], \quad n = 0, 1, \dots, \quad (4.15)$$



де  $d=1$  мм – товщина діелектричного шару 1, а індекс  $n$  відповідає числу вузлів хвилі в поперечному перерізі хвилеводу. Для перших двох мод кожної поляризації поля отримаємо

$$f_0^{cut,E} \approx 3,618 \text{ ГГц}, \quad f_1^{cut,E} \approx 38,949 \text{ ГГц}, \quad (4.16)$$

$$f_0^{cut,H} \approx 15,991 \text{ ГГц}, \quad f_1^{cut,H} \approx 51,322 \text{ ГГц}. \quad (4.17)$$

Поставимо за мету, щоб у точці спостереження  $P$  часові профілі ЕМІ були описані цільовими функціями  $U^{obj,E}(t)$  і  $U^{obj,H}(t)$ , заданими (3.1) з такими значеннями параметрів:

для  $TE$ -хвиль –

$$A = 4, \quad T = 0,15/c, \quad t_0 = 0, \quad t_1 = 0,3/c, \quad k_c = 400, \quad k_s = 200 \text{ м}^{-1}; \quad (4.18)$$

для  $TM$ -хвиль –

$$A = 4, \quad T = 0,15/c, \quad t_0 = 0, \quad t_1 = 0,3/c, \quad k_c = 600, \quad k_s = 100 \text{ м}^{-1}. \quad (4.19)$$

Графіки цих функцій показані на рис. 4.17 (а) і (в). Їх амплітудні спектри  $|\tilde{U}^{obj,E}(f)|$  і  $|\tilde{U}^{obj,H}(f)|$  (рис. 4.17 (б), (г)) лежать в одномодовому діапазоні хвилеводу і займають смуги шириною у дві октави – для  $TE$ -хвиль і трохи менше однієї – для  $TM$ -хвиль.

Визначимо часові профілі сторонніх струмів  $j_x(t)$  та  $j_z(t)$  за заданими  $U^{obj,E}(t)$  і  $U^{obj,H}(t)$ . Збудимо досліджуваний хвилевід імпульсами струму з густиною  $j_x(t) = U^{obj,E}(t)$  і  $j_z(t) = U^{obj,H}(t)$ . (Просторова область у площині  $(y, z)$ , що зайнята стороннім струмом, – одна комірка різницевої сітки розміром  $h_s \times h_s$ . Сам сторонній струм –  $I(t) = h_s^2 \cdot j(t)$ , кроки дискретизації задачі –

$h_s = 2h_t = 2 \cdot 10^{-4}$  м.) Потім, відповідно до методу ОХФ, розраховані залежності однієї з компонент поля  $U(t)|_P$ , що індуковане такими джерелами, у точці спостереження  $P$ , розвернемо в часі

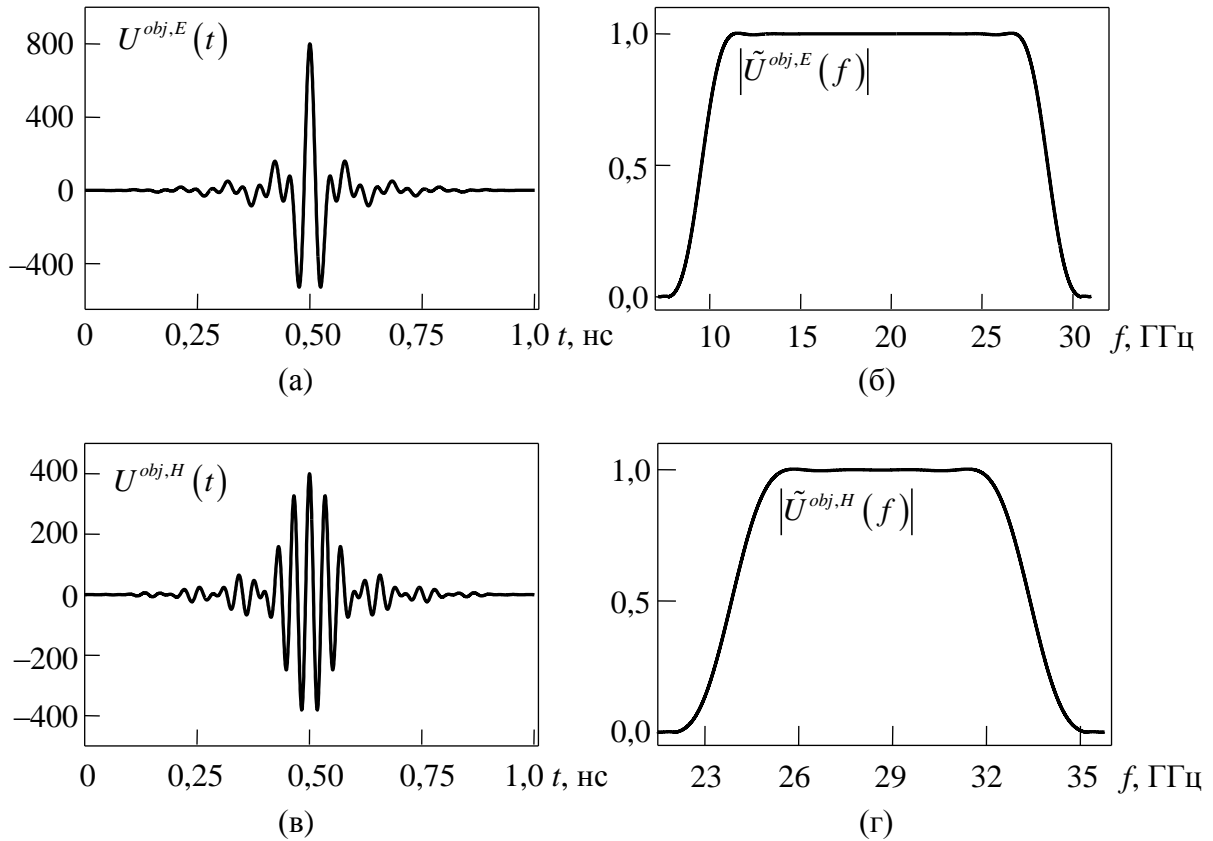


Рисунок 4.17 – Цільові імпульси  $U^{obj,E}(t)$  і  $U^{obj,H}(t)$  для двох поляризацій поля та їх спектри

$$u^{rev}(t) = U(\tilde{T} - t)|_P \quad (4.20)$$

( $\tilde{T}$  – деякий параметр, що залежить від поставленої задачі) і помножимо на компенсуючий множник  $\xi^2(f)$  (див. (1.2))

$$\xi(f) = \frac{|\tilde{U}^{obj}(f)|}{|\tilde{u}^{rev}(f)|^{norm}} \quad (4.21)$$

$(|\tilde{u}^{rev}(f)|)^{norm}$  – нормований амплітудний спектр функції  $u^{rev}(t)$ ). Отримані часові профілі вхідних сигналів, а також закони їх частотної модуляції  $k(t)$

$$j_{x(z)}^{E(H)}(t) = A(t) \sin \left( \varphi_0 + c \int_0^t k(\tau) d\tau \right) \quad (4.22)$$

показані на рис. 4.18 (а) і 4.19 (а). (Тут  $\varphi_0$  – початкова фаза сигналу  $j(t)$ ,  $ck(t)$  – його миттєва кругова частота [109]).

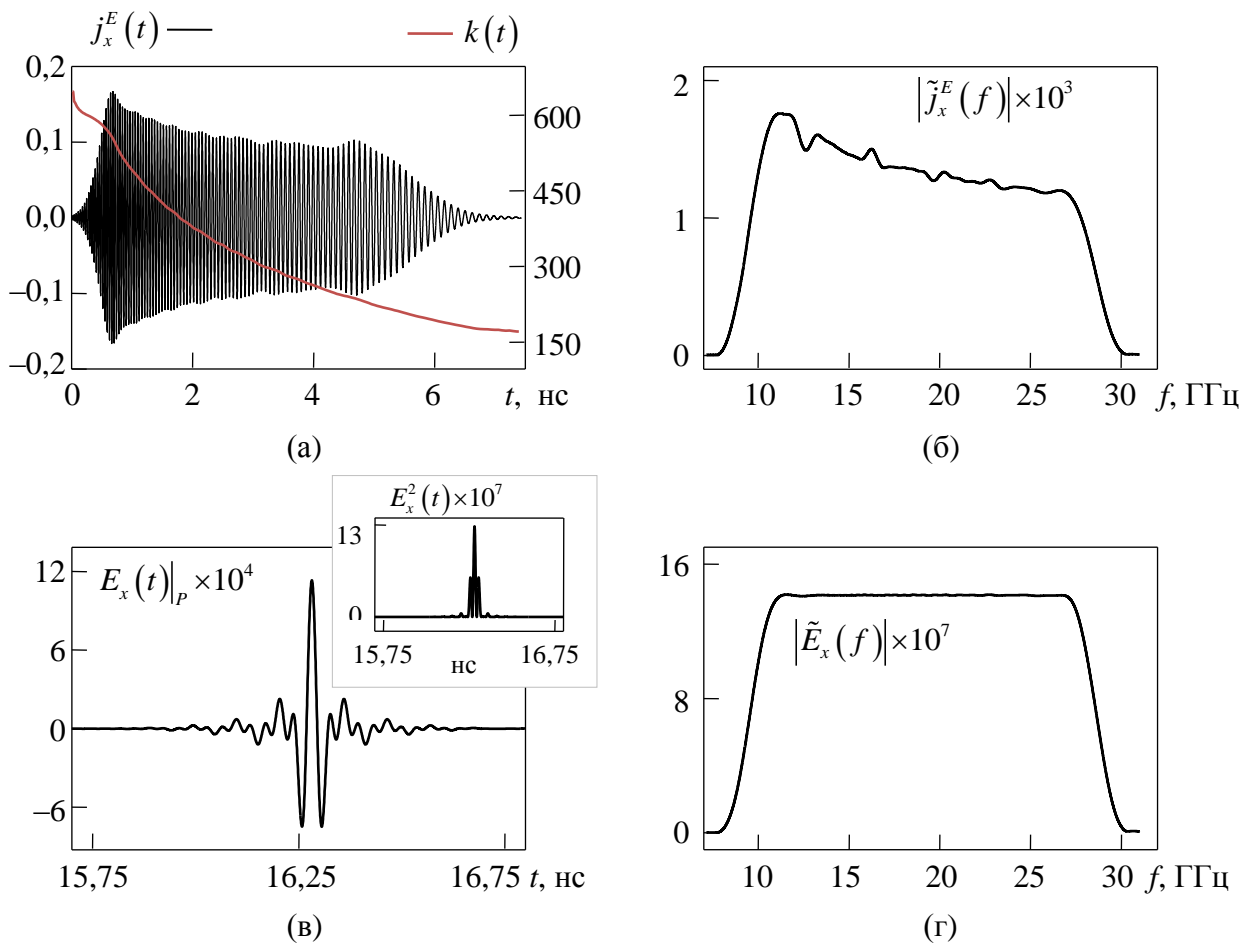


Рисунок 4.18 – Часовий профіль  $E$ -поляризованого імпульсу густини стороннього струму, що розрахований методом ОХФ, (а), його амплітудний спектр (б), електричне поле, що індуковане цим імпульсом у точці спостереження, (в) і амплітудний спектр цього поля (г)

В обох випадках закони модуляції знайдених сторонніх струмів  $j_x^E(t)$  та  $j_z^H(t)$  описані достатньо гладкими кривими  $A(t)$  і  $k(t)$ , що деякою мірою спрощує їх генерацію технічними засобами.

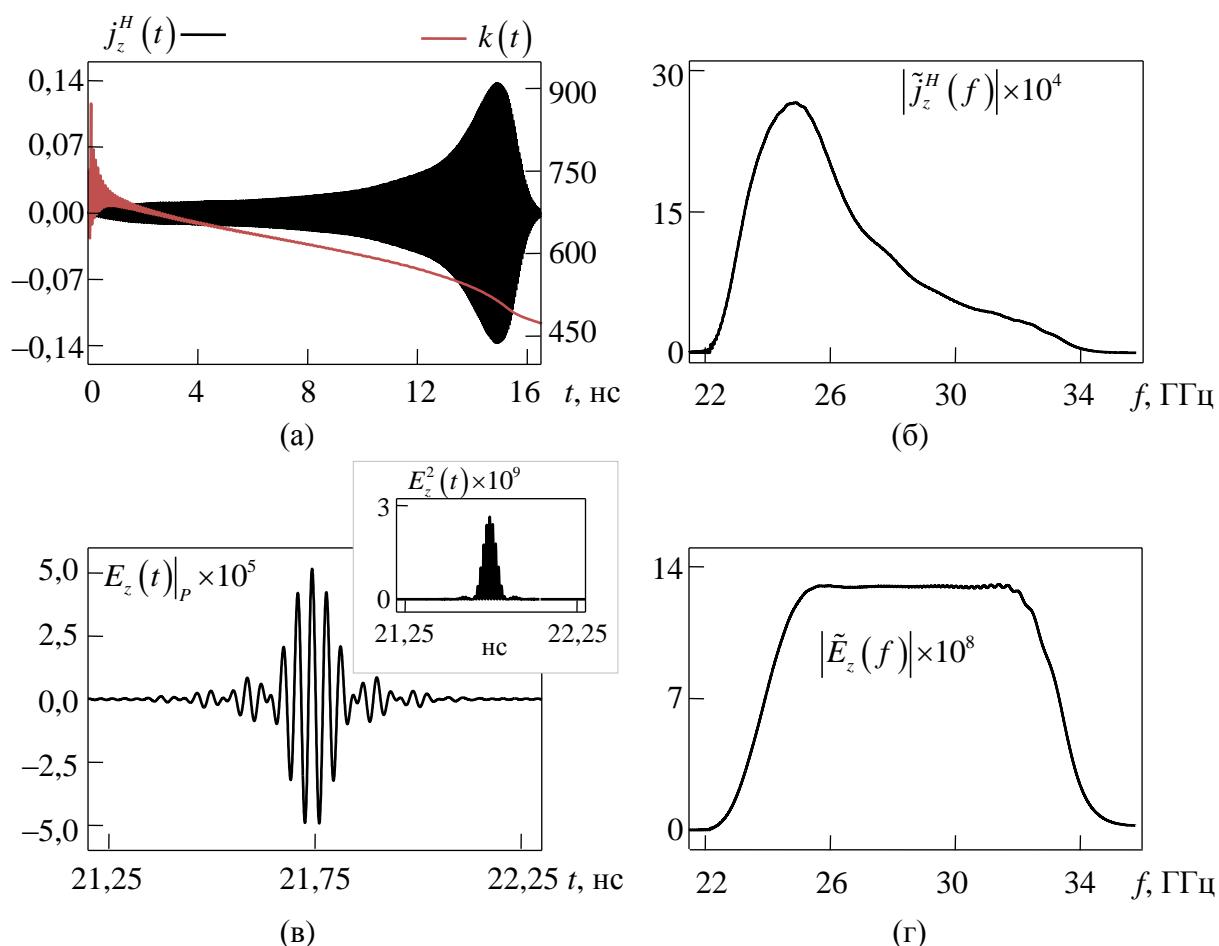


Рисунок 4.19 – Те ж саме, що і на рис. 4.18, тільки для  $H$ -поляризованого імпульсу

Монотонне спадання  $k(t)$  підтверджує нормальний характер дисперсії групової швидкості: високочастотні складові імпульсу, маючи меншу швидкість поширення, потрапляють у хвилевід раніше за низькочастотні і надходять у точку спостереження «одночасно» з ними, що призводить у результаті інтерференції до збільшення пікової потужності та скорочення тривалості імпульсу.

На рис. 4.18 (в) та 4.19 (в) показано розраховані часові профілі імпульсів поля  $E_x(t)|_P$  і  $E_z(t)|_P$ , індукованих у точці  $P$  сигналами, що представлені на рис. 4.18 (а) і 4.19 (а). З точністю до постійного множника і часового зсуву ці залежності відтворюють задані  $U^{obj,E}(t)$  та  $U^{obj,H}(t)$ .

Амплітудні спектри сторонніх струмів  $|\tilde{j}_x^E(f)|$  та  $|\tilde{j}_z^H(f)|$  (рис. 4.18 (б) та 4.19 (б)) описано нерівномірними і, в цілому, монотонними частотними залежностями. Це відображає той факт, що на низьких частотах у робочому діапазоні хвилевідна лінія, яку розглядаємо, має більші втрати, ніж на високих. Виконана точна компенсація цих втрат енергії первинного джерела дозволила отримати в заданій точці  $P$  імпульси з заданим спектральними розподілами (рис. 4.18 (г) і 4.19 (г)).

Рисунки 4.20 і 4.21 демонструють стиснення модельованих імпульсів при їх поширенні вздовж діелектричного хвилеводу. Тут подані розподіли електричної компоненти поля у обчислювальній області в послідовні моменти часу. Більш детально дослідити динаміку цього процесу можна в [119], де зберігаються відеофайли, що створені з таких кадрів, але з дрібнішим кроком у часі.

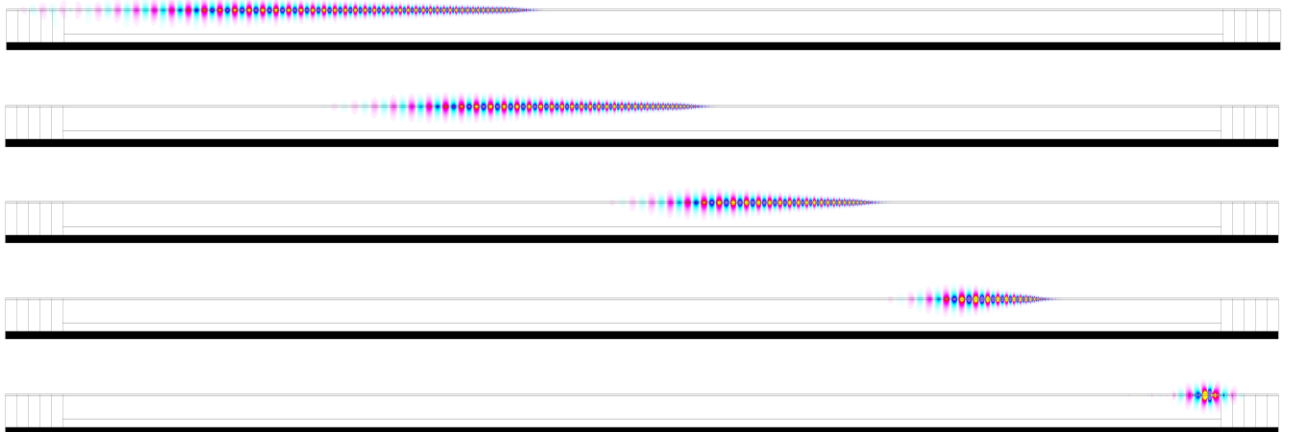


Рисунок 4.20 –  $E$ -поляризований імпульс: розподіл компоненти  $E_x$  в обчислювальній області в послідовні моменти часу з кроком 2,4 нс

Діелектричний хвилевід, модель якого була розглянуто вище, може бути використана як елемент системи передачі даних. Якщо імпульси  $U^{obj,E}(t)$  і  $U^{obj,H}(t)$  інтерпретувати в приймачі як двійкові 0 та 1, то відмінність між цими двома станами буде забезпечено як поляризацією, так і їх частотним вмістом. Такий вибір не найкращий, оскільки швидкості поширення  $E$ - і  $H$ -поляризованих імпульсів

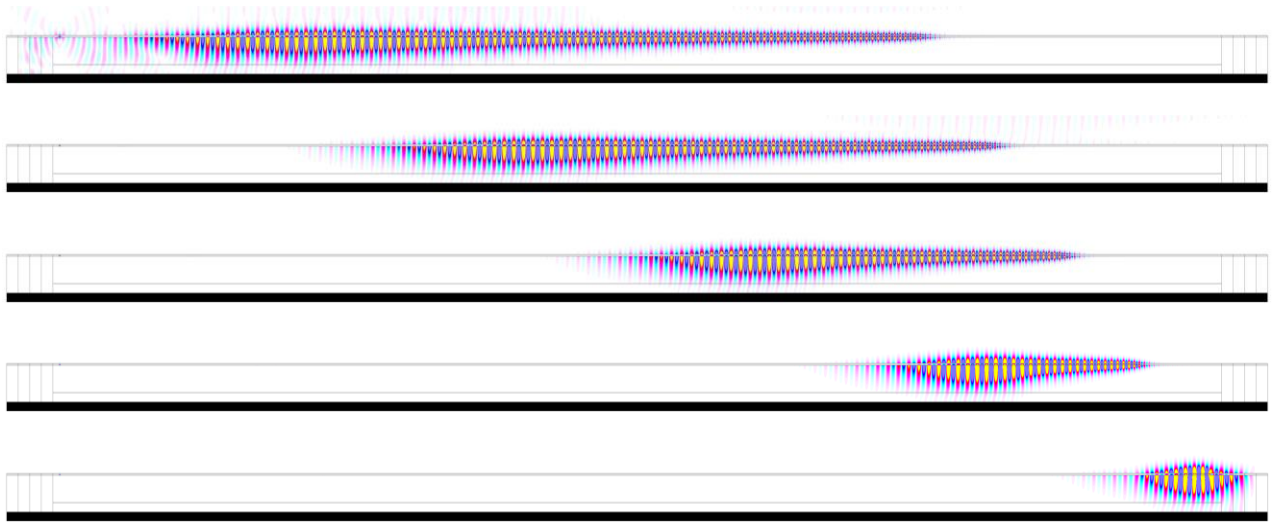


Рисунок 4.21 –  $H$ -поляризований імпульс: розподіл компоненти  $E_y$  в обчислювальній області в послідовні моменти часу з кроком 1,3 нс

суттєво відрізняються (див. час надходження імпульсів на рис. 4.18 (в) і 4.19 (в)). Інший шлях – передача даних двома незалежними каналами зв'язку, кожному з яких відповідає своя поляризація поля. Ступінь компресії (тобто відношення тривалостей вхідного і стисненого імпульсів), що отримана в описаних вище чисельних експериментах, склала приблизно 7 і 16. Це означає, що якщо стороннє джерело струму здатне генерувати кожен наступний імпульс тільки після закінчення попереднього, то швидкість передачі даних за допомогою такої технології становитиме  $1/7 \cdot 10^{-9} \approx 142 \times 10^6$  імп./с та  $1/16 \cdot 10^{-9} \approx 62,5 \times 10^6$  імп./с відповідно для  $E$ - і  $H$ -хвиль. У найпростішому випадку, коли наявність імпульсу в точці спостереження відповідає двійковій 1, а його відсутність – 0, ці величини еквівалентні 16,93 МБ/с і 7,45 МБ/с.

У випадку збільшення довжини хвилевідної лінії ступінь компресії збільшиться, що у свою чергу призведе до зменшення швидкості передачі інформації. Збільшити її можна шляхом ускладнення часового профілю цільових імпульсів  $U^{obj}(t)$ . Наприклад, на рис. 4.22 подані результати чисельних експериментів, метою яких було отримання в системі, показаній на

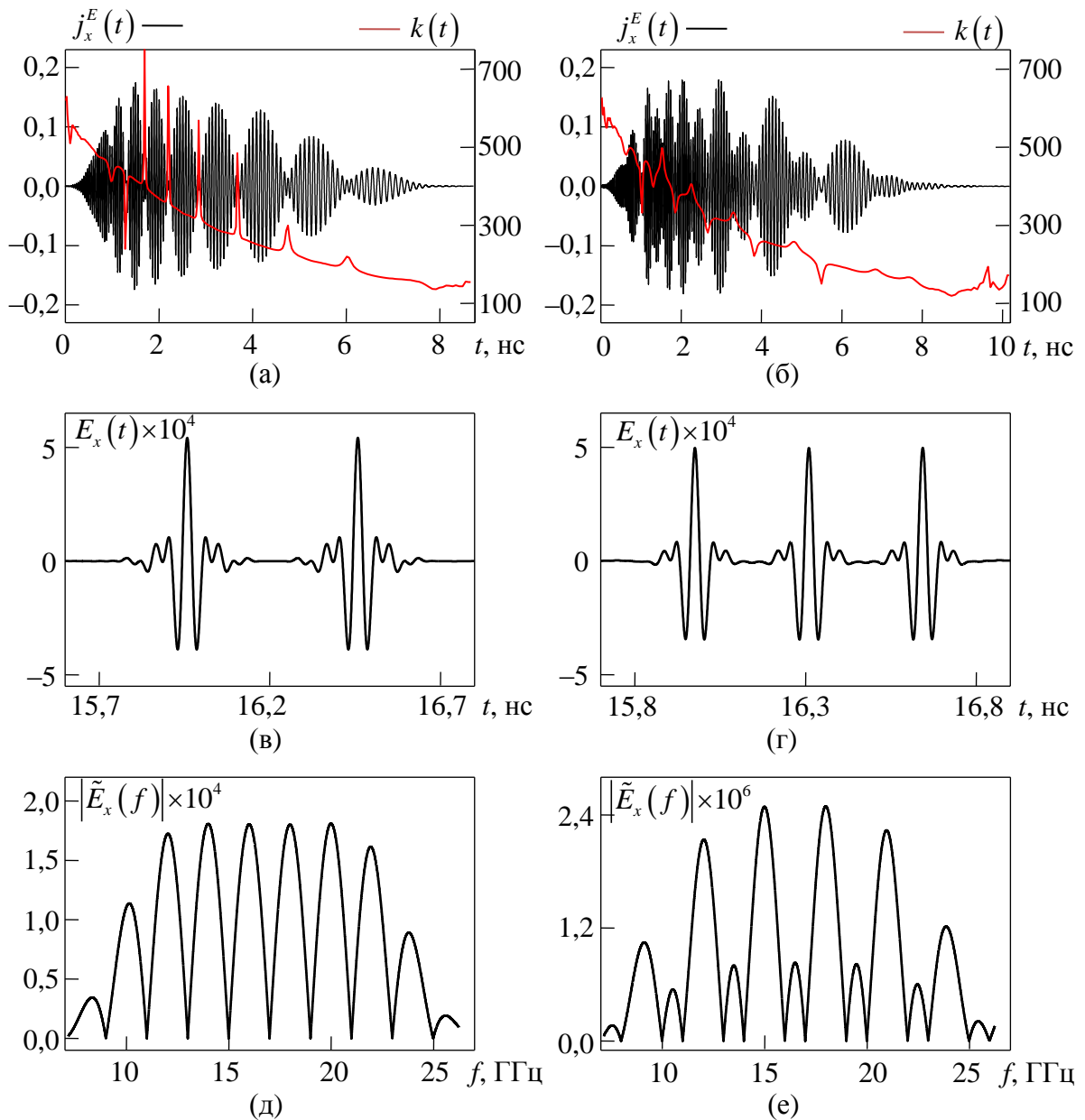


Рисунок 4.22 – Імпульси густини стороннього струму (а) і (б) в точці  $S$  (рис. 4.16), індуковане ним поле в точці спостереження  $P$  (в), (г) і амплітудний спектр поля в точці спостереження (д), (е). Червоним кольором виділені закони частотної модуляції імпульсів збудження

рис. 4.16, стиснених імпульсів у вигляді суперпозиції однакових сигналів (3.1), які зміщені один щодо одного у часі на величину, яка дорівнює їх тривалості (розглядалися тільки  $TE$ -хвилі). Параметри цільових функцій були обрані такими, щоб їх повна тривалість також дорівнювала 1 нс.

Отримані тут коефіцієнти компресії дорівнюють 8 і 10, що дозволяє оцінити швидкість передачі даних з використанням таких сигналів величиною  $1/10 \cdot 10^{-9} = 10^8$  імп/с. При цьому в кожному передаваному імпульсі можна закодувати вже послідовність з двох бітів. Такий перехід до четвіркової системи числення збільшує швидкість передачі даних за допомогою  $TE$ -хвиль до 23,8 МБ/с (проти 16,93 МБ/с за використання двійкової системи, див. вище).

Зробимо попередній висновок. У цьому підрозділі наведено результати чисельного моделювання стиснення амплітудно- і частотно-модульованих електромагнітних імпульсів, що поширюються вздовж діелектричного шару, розміщеного на діелектричній підкладці. Джерелом поля слугувала нитка стороннього електричного струму. Для знаходження точної форми імпульсу цього струму був застосований метод ОХФ. У рамках чисельних експериментів у хвилевідній лінії довжиною 1 м отримане 7-кратне стиснення  $E$ -поляризованого імпульсу в спектральній смузі від 7,2 ГГц до 31 ГГц (ширина смуги – приблизно дві октави) і 16-кратне стиснення  $H$ -поляризованого імпульсу в смузі від 21,5 ГГц до 35,8 ГГц (менше однієї октави). Отримані результати можуть бути використані у проектуванні систем передачі даних, до складу яких входять хвилевідні лінії передачі з дисперсією групової швидкості



#### 4.4 Компресія оптичних імпульсів у середовищах з дисперсією діелектричної проникності

У цьому підрозділі наведено результати чисельного моделювання стиснення ЕМІ оптичного та інфрачервоного діапазонів у необмеженому об'ємі, що заповнений середовищем з дисперсією діелектричної проникності. Така ідеалізація дозволить обмежитися одновимірною моделлю, що гранично спрощує всі розрахункові формули, і, разом з тим, проаналізувати всі ключові фізичні закономірності, які супроводжують процес компресії.

Геометрію задачі схематично показано на рис. 4.23. Плоска імпульсна хвиля поширюється вздовж осі декартової  $z$  в середовищі з  $\varepsilon = \varepsilon(\omega)$ . Унаслідок дисперсії  $\varepsilon$  вона постійно змінює свою форму і тривалість. Очікуємо, що в площині  $z = z_1$  ця хвиля має набути заданого (наприклад, формулою (3.1)) хвильового профілю. Необхідно знайти її профіль у площині  $z = z_0$ . Як і раніше, скористаємося для цього методом ОХФ.

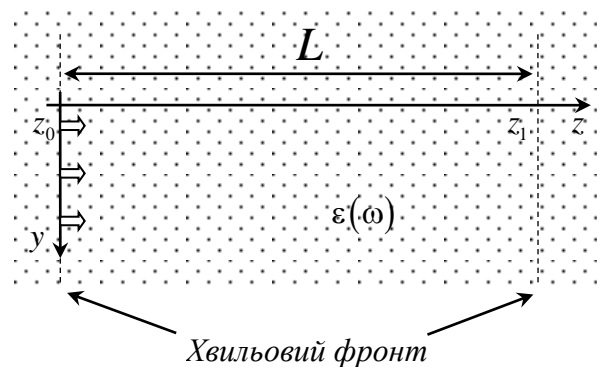


Рисунок 4.23 – Плоска хвиля в середовищі з дисперсією діелектричної проникності

Нехай  $U(z, t)$  – одна з компонент поля. Для моделювання стиснення ЕМІ скористаємося відомим співвідношенням у частотній області [19]

$$\tilde{U}(z_1, k) = \tilde{U}(z_0, k) e^{i\sqrt{\varepsilon}k(z_1 - z_0)} = \tilde{U}(z_0, k) e^{inLk}, \quad \varepsilon = \varepsilon(k), \quad (4.23)$$

де  $n = \sqrt{\varepsilon(k)}$  – показник відбиття середовища;  $L = z_1 - z_0$  – відстань між площинами  $z = z_1$  і  $z = z_0$ ;  $\tilde{U}(z, k)$  – фур'є-образ функції  $U(z, t)$  (1.3)–(1.4).

Розглянемо два варіанти заповнення простору – полістиролом і кварцом. (Два популярних матеріали, які використовують для створення оптичних систем передачі інформації.)

*Полістирол.* Закон дисперсії цього матеріалу в діапазоні  $0,437 < \lambda < 1,05$  мкм визначено формулою Селмеєра [111]:

$$\varepsilon(k) = \varepsilon(k(\lambda)) = n^2(\lambda) = 1 + \frac{1,4435\lambda^2}{\lambda^2 - 0,020216}, \quad (4.24)$$

де  $\lambda = 2\pi/k$  – довжина хвилі у вільному просторі, що відповідає частоті  $k$ . Наближену оцінку для групової швидкості, як функції довжини хвилі  $\lambda$ , можна отримати за такою формулою [20]:

$$v_g(\lambda) = \frac{c}{n - \lambda \frac{dn}{d\lambda}}. \quad (4.25)$$

Для (4.24) маємо

$$v_g(\lambda) = c \frac{1,4435n}{1,4435 + (n^2 - 1)^2}. \quad (4.26)$$

Ця залежність (рис. 4.24) має монотонний характер і відповідає випадку нормальної дисперсії групової швидкості: довгохвильові складові імпульсу поширюються швидше за короткохвильові.

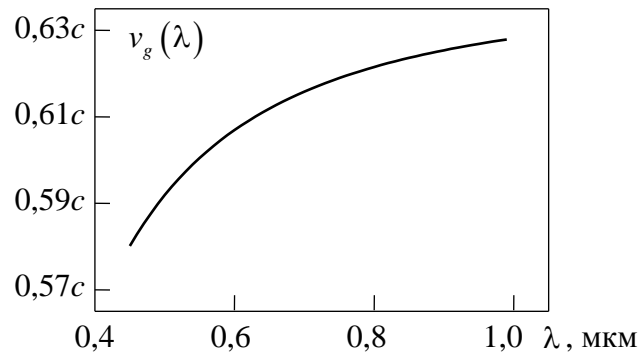


Рисунок 4.24 – Залежність групової швидкості хвилі в полістиролі від  $\lambda$

Задамо часовий профіль цільового імпульсу функцією (3.1) з параметрами  $t_0 = 0$  мкм,  $t_1 = 50$  мкм,  $T = 25$  мкм,  $A = 4$ ,  $k_c = 10,35$  мкм $^{-1}$  і  $k_s = 3,45$  мкм $^{-1}$ . (Тут і надалі в цьому підрозділі час для зручності вимірюється в частках метра.) Графік цієї функції показано на рис. 4.25 (а), її амплітудний спектр (рис. 4.25 (б)) займає смугу шириною, що дорівнює приблизно одній октаві. Там же наведено залежність  $\varepsilon(\lambda)$  для полістиролу (пунктирна лінія) у досліджуваному діапазоні  $\lambda$ .

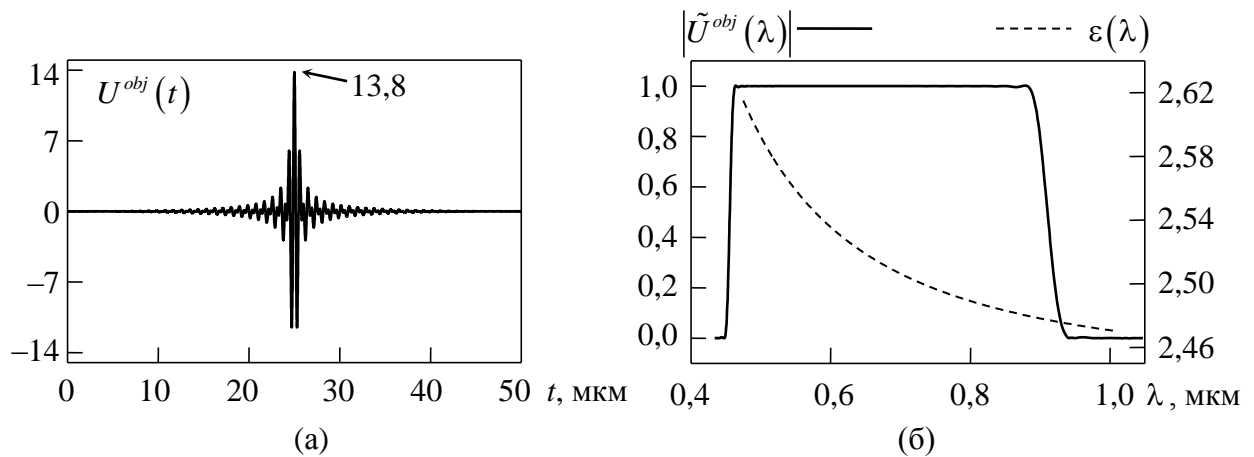


Рисунок 4.25 – Часовий профіль імпульсу, який необхідно отримати в результаті компресії (а); його амплітудний спектр (суцільна лінія) і залежність  $\varepsilon(\lambda)$  для полістиролу (пунктирна лінія), що розрахована за (4.24) (б)

Моделюючи поширення такої хвилі на відстані  $L = 10^4$  мкм і  $L = 10^5$  мкм (1 та 10 см відповідно) у полістиролі, отримуємо імпульси  $U^{tran}(10^4, t)$  і  $U^{tran}(10^5, t)$ , профіль яких показано на рис. 4.26. Детальне вивчення цих графіків показує, що залежності  $U^{tran}(10^4, t)$  та  $U^{tran}(10^5, t)$  описані достатньо монотонними законами амплітудної і частотної модуляції, причому залежність  $k(t)$  монотонно зростає зі збільшенням  $t$ , що узгоджується із наведеним вище висновком про нормальний характер дисперсії групової швидкості (рис. 4.24).

Оскільки в розглянутому середовищі втрати нехтовно малі [111], то, опускаючи процедуру множення на компенсуючий множник  $\xi^2(k)$  (1.2),

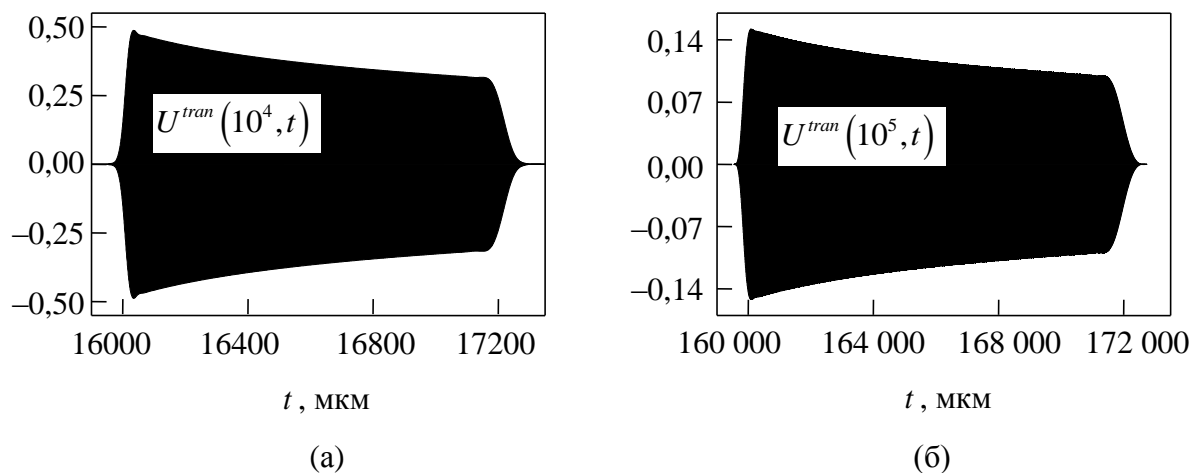


Рисунок 4.26 – Цільовий імпульс (рис. 4.25 (а)) після проходження у полістиролі відстані  $L = 10^4$  мкм (а) і  $L = 10^5$  мкм (б)

приходимо до вхідного сигналу  $U^{src}(t)$ :

$$U^{src}(t) = U^{tran}(\tilde{T} - t), \quad 0 \leq t \leq \Delta. \quad (4.27)$$

Оберемо фрагменти імпульсів  $U^{tran}(L, t)$  тривалістю  $\Delta = 1350$  мкм для  $L = 10^4$  мкм і  $\Delta = 13500$  мкм для  $L = 10^5$  мкм відповідно. Отримаємо два шуканих профілі «вхідних» імпульсів. Їх закони модуляції

$$U^{src}(t) = A(t) \sin \left( \varphi_0 + \int_0^t k(\tau) d\tau \right) \quad (4.28)$$

показані на рис. 4.27.

Нарешті, моделювання поширення цих імпульсів відповідно на відстані 1 см і 10 см в полістиролі приводить до практично повного «відтворення» заданого часового профілю ЕМІ  $U^{obj}(t)$  (рис. 4.28) та його спектральних амплітуд  $|\tilde{U}^{obj}(\lambda)|$ . Досягнуті при цьому коефіцієнти компресії ЕМІ складають  $\beta = 27$  (для  $L = 1$  см) і  $\beta = 270$  (для  $L = 10$  см).

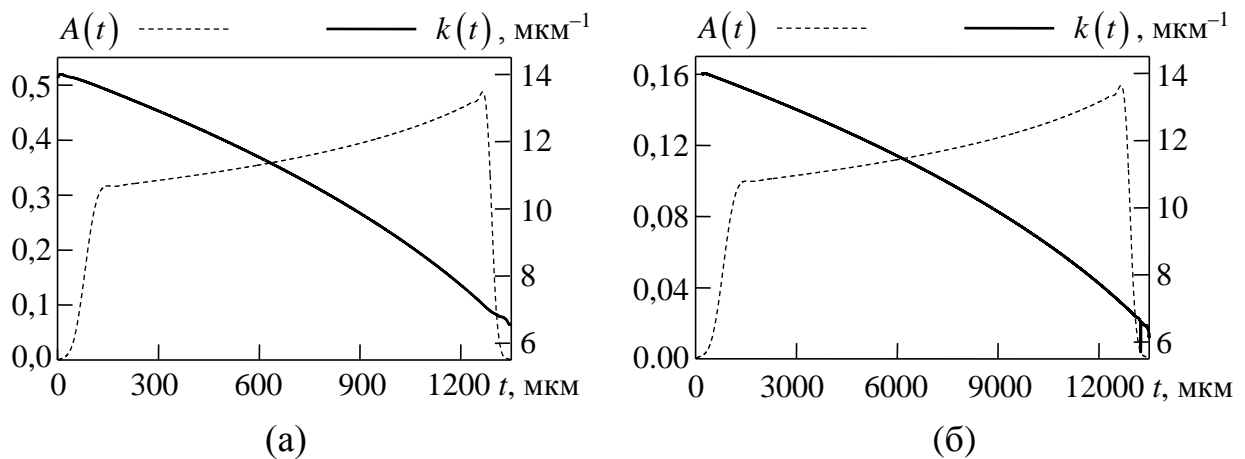


Рисунок 4.27 – Закони амплітудної  $A(t)$  і частотної  $k(t)$  модуляції «вхідних» імпульсів для  $L = 10^4$  мкм (а) та  $L = 10^5$  мкм (б)

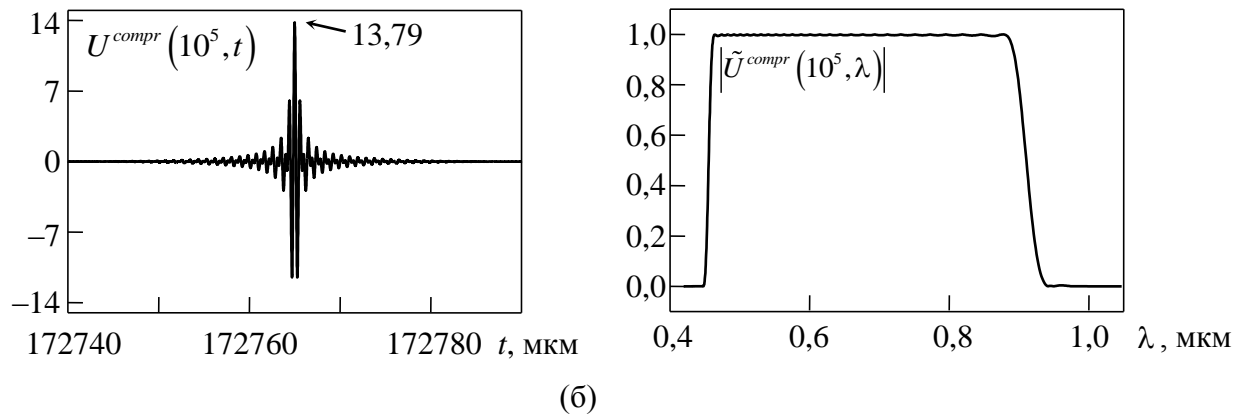
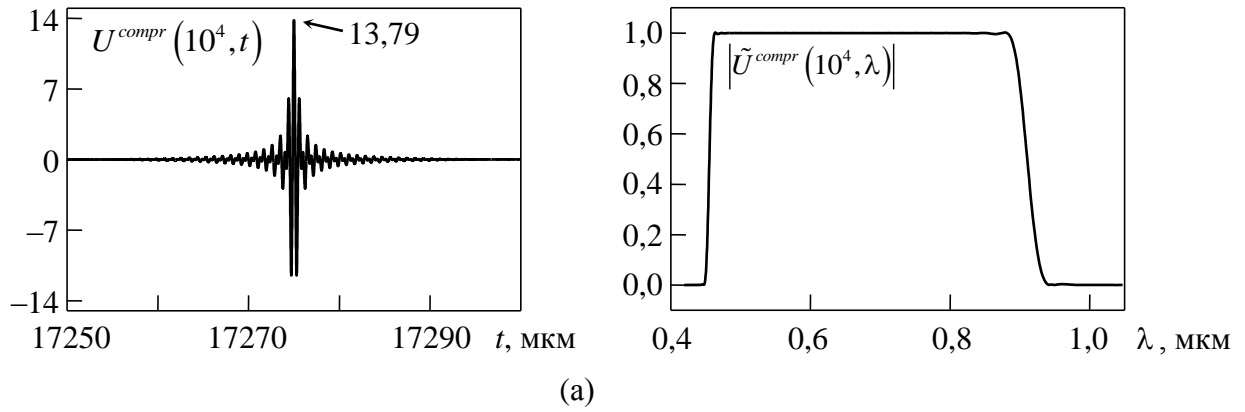


Рисунок 4.28 – Часові профілі стиснених імпульсів  $U^{compr}(L, t)$  та їх амплітудні спектри  $|\tilde{U}^{compr}(L, \lambda)|$  для  $L = 10^4$  мкм (а) і  $L = 10^5$  мкм (б)

*Кварц.* Закон дисперсії для кварцового скла в діапазоні  $0,21 \leq \lambda \leq 6,7$  мкм визначається такою формулою Селмеєра [112–114]:

$$n^2 = \varepsilon(\lambda) = 1 + \frac{0,6961663\lambda^2}{\lambda^2 - 0,0684043^2} + \frac{0,4079426\lambda^2}{\lambda^2 - 0,1162414^2} + \frac{0,8974794\lambda^2}{\lambda^2 - 9,896161^2}. \quad (4.29)$$

Графік цієї залежності показано на рис. 4.29 (а). Графік групової швидкості, що розрахований згідно з (4.25), – на рис. 4.29 (б). Він має дві монотонні ділянки. Перша знаходиться в короткохвильовій (оптичній) частині спектра і відповідає нормальній дисперсії групової швидкості (довгохвильові складові імпульсу

поширюються швидше за короткохвильові). Друга ділянка знаходиться в довгохвильовій (інфрачервоній) області і відповідає аномальній дисперсії.

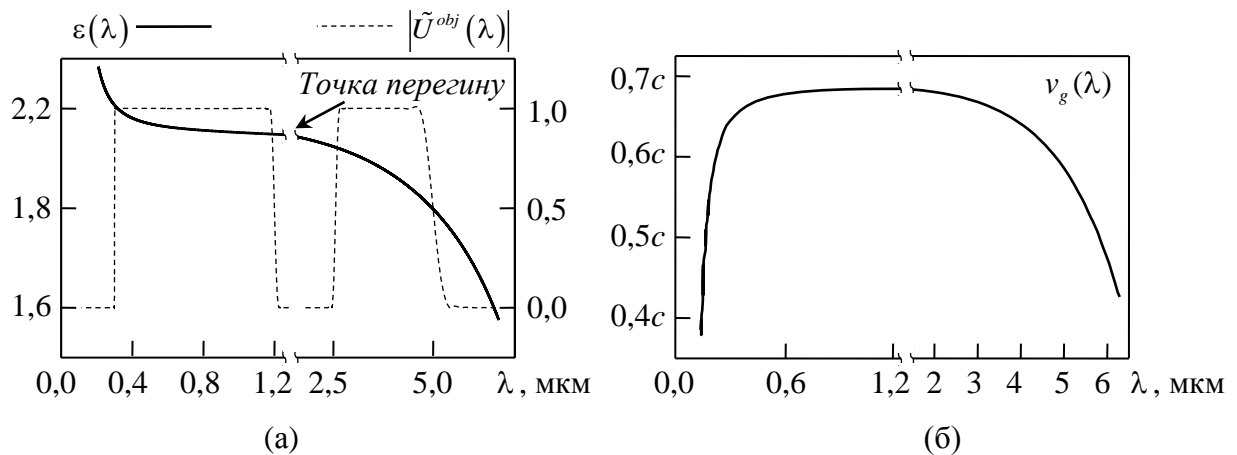


Рисунок 4.29 – Діапазонні характеристики кварцового скла: (а) – залежність діелектричної проникності від довжини хвилі (суцільна лінія); (б) – залежність групової швидкості від довжини хвилі. Пунктирні лінії – амплітудні спектри цільових імпульсів.

Межа між цими дисперсійними режимами визначається точкою перегину кривої  $n(\lambda)$ :

$$d^2n(\tilde{\lambda}_0)/d\lambda^2 = 0, \quad \tilde{\lambda}_0 \approx 1,27653 \text{ мкм.} \quad (4.30)$$

Імпульс, спектр якого зосереджено поблизу цієї довжини хвилі, поширюється в середовищі з мінімальною деформацією.

Виберемо тепер два цільових імпульси  $U_1^{obj}(t)$  і  $U_2^{obj}(t)$  зі спектральними складовими в діапазонах з нормальною та аномальною дисперсією. Як і раніше, задамо їх функцією (3.1). Для імпульсу  $U_1^{obj}(t)$  параметри  $k_c = 2\pi/\lambda_c$  і  $k_s = 2\pi/\lambda_s$  задамо значеннями

$$\lambda_c = 0,75 \text{ мкм,} \quad \lambda_s = 0,45 \text{ мкм.} \quad (4.31)$$

Для імпульсу  $U_2^{obj}(t)$  –

$$\lambda_c = 3,75 \text{ мкм}, \quad \lambda_s = 1,25 \text{ мкм}. \quad (4.32)$$

Інші параметри ( $t_0 = 0$  мкм,  $t_1 = 100$  мкм,  $T = 50$  мкм,  $A = 4$ ) однакові для  $U_1^{obj}(t)$  і  $U_2^{obj}(t)$ . Графіки цих залежностей та їх спектральні амплітуди  $|\tilde{U}_1^{obj}(k)|$  і  $|\tilde{U}_2^{obj}(k)|$  показані на рис. 4.30. Ширина смуги, яку займає  $|\tilde{U}_1^{obj}(k)|$ , дорівнює приблизно двом октавам,  $|\tilde{U}_2^{obj}(k)|$  – одній октаві.

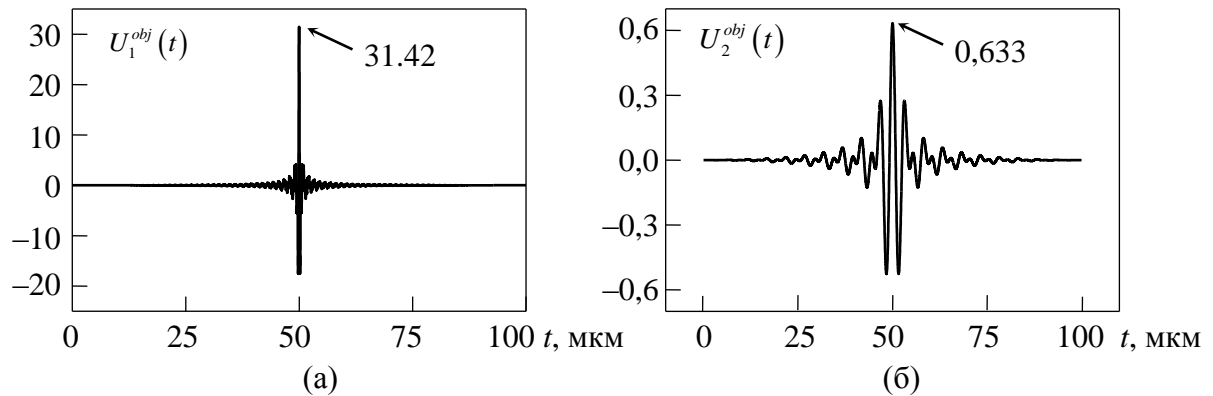


Рисунок 4.30 – Часові профілі імпульсів, які необхідно отримати в результаті компресії: (а) – у смузі  $0,3 \leq \lambda \leq 1,2$  мкм; (б) – у смузі  $2,5 \leq \lambda \leq 5$  мкм.

Розрахуємо методом ОХФ для заданих  $U_1^{obj}(t)$  та  $U_2^{obj}(t)$  часові профілі «вхідних» імпульсів для трьох значень  $L$ : 1 см, 10 см і 1 м. Закони модуляції цих сигналів показані на рис. 4.31 (а) та 4.32 (а). Як і очікували, у випадку нормальної дисперсії групової швидкості (рис. 4.31) залежність  $k(t)$  монотонно спадає зі збільшенням  $t$ , а у випадку аномальної дисперсії (рис. 4.32) – зростає.

Моделювання поширення цих імпульсів на відповідну їм відстань  $L$  приводить до практично повного «відновлення» заданого часового профілю  $U_1^{obj}(t)$  та  $U_2^{obj}(t)$  (рис. 4.31 (б) і 4.32 (б), для зручності на верхніх горизонтальних осях побудовані часові шкали (у пікосекундах)).



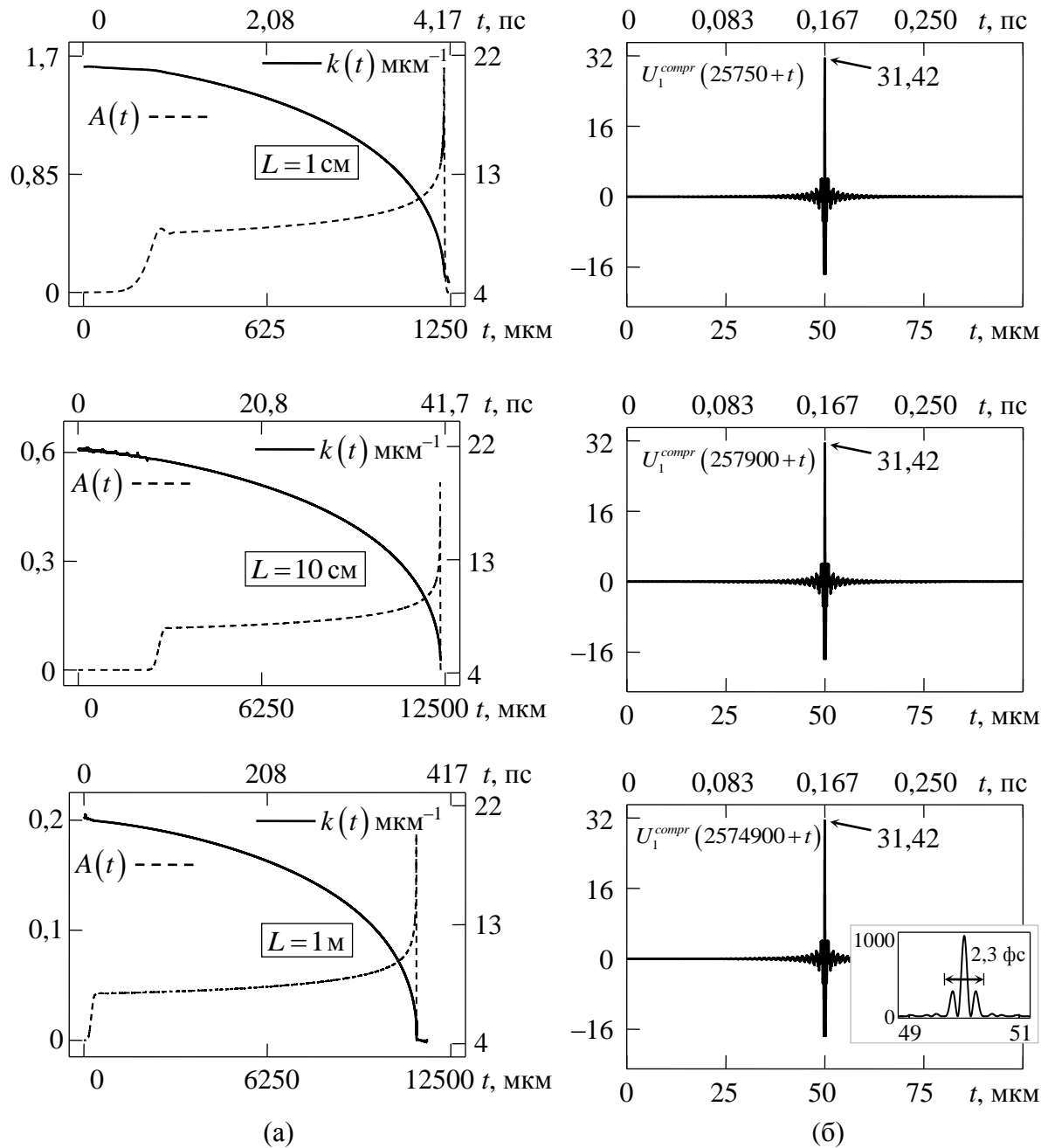


Рисунок 4.31 – Закони модуляції  $A(t)$  і  $k(t)$  ЕМІ, які стискаються в кварцовому склі в області нормальної дисперсії групової швидкості, для різних  $L$  (а), та профілі стиснених імпульсів (б). На вставках показані квадрати поля

«вхідного»  $(U_i^{src}(t))^2$  і стисненого  $(U_i^{compr}(t))^2$  імпульсів

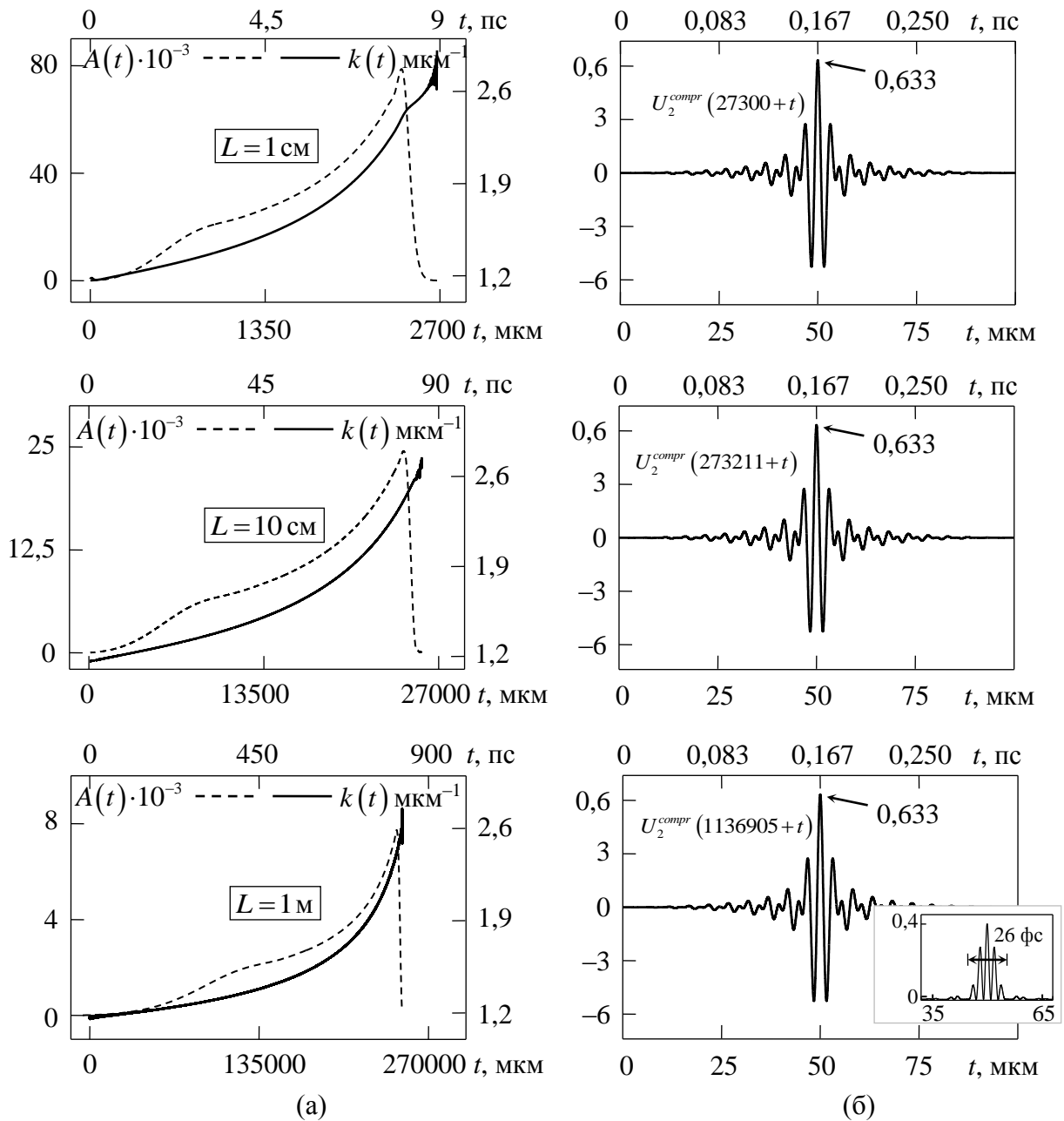


Рисунок 4.32 – Те ж саме, що на рис. 4.31, але для області аномальної дисперсії групової швидкості

Отримані коефіцієнти компресії (відношення тривалостей вхідного і стисненого імпульсів) для розглянутих трьох значень  $L$  імпульсу  $U_1^{obj}(t)$  дорівнюють  $\beta = 12, 100$  і  $1125$ . Коефіцієнти збільшення пікової потужності  $\tilde{G} \approx 13,2, 17$  і  $21,9$  дБ. Для імпульсу  $U_2^{obj}(t)$  коефіцієнти компресії дорівнюють  $\beta = 28, 250$  і  $2700$ . Коефіцієнт збільшення пікової потужності  $\tilde{G} \approx 8,9, 14$  і

18,9 дБ. На вставках рис. 4.31 і 4.32 показані квадрати компонент поля «вхідного»  $(U_i^{src}(t))^2$  і стисненого  $(U_i^{compr}(t))^2$  ЕМІ. Ці величини з точністю до постійного множника збігаються з потоком вектора Пойнтінга досліджуваної хвилі через одиничну поверхню, що перпендикулярна до хвильового вектора.

Зробимо попередній висновок. Чисельні експерименти, результати яких наведені в цьому підрозділі, показали, що в таких поширених і порівняно недорогих оптичних матеріалах, як полістирол і кварцове скло, можна стискати ЕМІ оптичного та інфрачервоного діапазонів з шириною спектральної смуги до однієї-двох октав. При цьому можливе збільшення пікової потужності ЕМІ до 20 дБ на одному метрі оптичної траси. Результати моделювання компресії в кварцовому склі показали, що в області з нормальною дисперсією групової швидкості ( $\lambda < 1,276$  мкм) було досягнуто більший коефіцієнт збільшення пікової потужності ЕМІ, ніж в області з аномальною дисперсією.

Показник відбиття розглянутих середовищ у робочому діапазоні змінюється на декілька процентів. Отримані закони модуляції «вхідних» сигналів за амплітудою  $A(t)$  і частотою  $k(t)$  змінюються достатньо плавно за час, що приблизно дорівнює періоду несучого колювання. Це означає, що вони можуть бути ефективно апроксимовані лінійними ділянками (див. підрозділ 3.1), а сам «вхідний» імпульс – згенерований відносно простими технічними засобами. Усі основні етапи проведених чисельних експериментів можуть бути легко перенесені на будь-яке інше оптично прозоре середовище, що має дисперсію і втрати.

Отримані тут результати можуть становити інтерес як при конструюванні пасивних компресорів потужності, так і для передачі інформації волоконно-оптичними лініями зв'язку.

## Висновки до розділу 4

У цьому підрозділі проаналізовано низку задач, в яких моделювалося стиснення ЕМІ в діелектричних хвилеводах і середовищах з дисперсією групової швидкості. Отримано такі результати.

1. Уперше за допомогою методу ОХФ промодельоване стиснення широкопasmового (з шириною спектральної смуги в одну октаву) ЕМІ в діелектричному хвилеводі, що зігнутий у спіраль. Показано, що таке згинання дозволяє зменшити розміри такої дисперсійної лінії передачі при конструюванні пасивних компресорів. Наприклад, хвилевід, що показаний на рис. 4.2, має такі геометричні параметри: довжина – 424, ширина – 1, габарити спіралі –  $37 \times 39$ .
2. Уперше зігнутий у спіраль діелектричний хвилевід використано в прототипі імпульсної антени для стиснення випромінюваних ЕМІ. Для такої антени методом ОХФ знайдено точний часовий профіль стороннього струму збудження за заданим профілем випромінюваного ЕМІ. Отримано коефіцієнт стиснення, що дорівнює 8,6, за довжини стисненого імпульсу 2 нс і ширини спектральної смуги, яка дорівнює приблизно двом октавам (діапазон від 1,4 ГГц до 5,7 ГГц).
3. Уперше строго промодельовано стиснення ЕМІ в несиметричному діелектричному хвилеводі, що розміщений на металевій підкладці. Для такої хвилевідної лінії завдовжки 1 м отримане 7-кратне стиснення  $E$ -поляризованого імпульсу в спектральній смугі від 7,2 ГГц до 31 ГГц (ширина – приблизно дві октави) і 16-кратне стиснення  $H$ -поляризованого імпульсу в смугі від 21,5 ГГц до 35,8 ГГц (менше однієї октави).
4. Уперше строго промодельовано стиснення оптичних та інфрачервоних ЕМІ в необмеженому об'ємі, що заповнений: а) полістиролом; б) кварцовим

склом. Показано, що в таких поширених і порівняно недорогих оптичних матеріалах можна стискувати ЕМІ з шириною спектральної смуги до двох октав і збільшувати пікову потужність ЕМІ до 20 дБ на одному метрі оптичної траси.

Результати цього розділу опубліковані в роботах [3, 5, 6, 8, 9].

## ВИСНОВКИ

В дисертації розв'язано важливу науково-практичну задачу, що пов'язана з пошуком ефективних шляхів підвищення досягнутих на сьогодні електродинамічних характеристик дисперсійних (пасивних) компресорів ЕМІ. Конкретно, роботу присвячено розвитку та практичній реалізації (на рівні алгоритмів, програм, нових знань про фізику процесів стискання імпульсів, прототипів пристроїв з унікальними характеристиками) строго обґрунтованих підходів до розгляду широкого кола модельних початково-крайових задач, пов'язаних: (а) з аналізом і синтезом дисперсійних елементів із шириною робочого діапазону в декілька октав, елементів із мінімальними втратами енергії, що передається, та елементів із мінімальними масогабаритними параметрами; (б) з організацією (поки що на рівні моделей) імпульсних систем радіолокації та передачі даних, що поєднують процеси випромінювання та компресії або просторово-часового фокусування ЕМІ.

Основні, найбільш важливі результати роботи та висновки, що з них випливають, перераховано нижче.

1) Вперше строго розглянуто стиснення імпульсу, що збуджується ниткою зі струмом в кільцеподібному хвилеводі. Отримано закони модуляції стороннього струму, для яких дві хвилі, що симетрично відходять від нитки зі струмом, ефективно стискаються в протилежній точці хвилеводу, а їх сумарна потужність подвоюється.

2) Доведено, що лінійна апроксимація законів модуляції вхідних ЕМІ по амплітуді та частоті не призводить до радикальної зміни форми стиснутого імпульсу.

3) Синтезовано прототип імпульсної антени, яка спочатку стискає ЕМІ у вигнутому у спіраль діелектричному хвилеводі, а потім його випромінює. Для такої антени методом ОХФ знайдено точний часовий профіль стороннього струму по заданому профілю ЕМІ, що випромінюється. Отримано коефіцієнт

стиснення, що дорівнює 8,6 при тривалості стиснутого імпульсу в 2 нс і ширині спектральної смуги приблизно в дві октави (діапазон  $1,4 \div 5,7$  ГГц).

4) Розглянуто особливості процесу стиснення надширокосмугових імпульсів у несиметричному діелектричному хвилеводі, який розміщено на металевій підкладці. Для такої лінії довжиною 1,0 м отримано 7-кратне стиснення *E*-поляризованого імпульсу в спектральній смугі  $7,2 \div 31$  ГГц і 16-кратне стиснення *H*-поляризованого імпульсу у смугі  $21,5 \div 35,8$  ГГц.

5) Вперше строго проаналізовано стиснення оптичних і інфрачервоних ЕМІ в безмежному об'ємі, який заповнено полістиролом або кварцовим склом. Показано, що в таких поширених і порівняно недорогих оптичних матеріалах можливо стиснення ЕМІ з шириною спектральної смуги до 2-х октав і збільшення пікової потужності ЕМІ до 20 дБ на одному метрі оптичного шляху.

**СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ**

10. Pazynin V. L., Maiboroda M. V. Electromagnetic pulse compression in sections of helically coiled waveguides // *Telecommunications and Radio Engineering*. – 2017. – Vol. 76, iss.3. – P.209–225.
11. Pazynin V. L., Maiboroda M. V. Compression of electromagnetic pulses with piecewise linear laws of amplitude and frequency modulation // *Telecommunications and Radio Engineering*. – 2017. – Vol.76, iss.4. – P.277–284.
12. Pazynin V. L., Maiboroda M. V. Compression of electromagnetic pulses in dielectric waveguides of a finite length // *Telecommunications and Radio Engineering*. – 2017. – Vol. 76, iss.14. – P.1219–1230.
13. Pazynin V. L., Maiboroda M. V. Modeling of the compression of wave packets induced by a current filament in a plane-parallel waveguide // *Telecommunications and Radio Engineering*. – 2017. – Vol.76, iss.16. – P.1391–1404.
14. Maiboroda M. V., Pazynin V. L. Compression of optical and infrared pulses in quartz crystals: a rigorous simulation // *Telecommunications and Radio Engineering*. – 2019. – Vol.78, iss.1. – P.11–18.
15. Pazynin V. L., Maiboroda M. V. Compression of electromagnetic pulses in an asymmetric dielectric waveguide // *Telecommunications and Radio Engineering*. – 2019. – Vol.78, iss.2. – P.97–107.
16. Pazynin V. L., Maiboroda M. V., Shmat'ko A. A. The model of pulse radiator with output signal compression in helically coiled dielectric waveguide // *Telecommunications and Radio Engineering*. – 2019. – Vol.78, iss.17. – P.1509–1520.
17. Maiboroda M. V., Pazynin V. L., Sliusarenko H. O. Electromagnetic Pulses Compression in Helically Coiled Dielectric Waveguide // *Proc. of the 22-nd International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory, Lviv-Dnipro (Ukraine)*. – 2017. – P.104–107.
18. Maiboroda M. V., Pazynin V. L., Sliusarenko H. O. Passive Compression of Optical Pulses in Uniform Isotropic and Dispersive Medium // *Proc. of the IEEE International Young Scientists Forum on Applied Physics and Engineering, Lviv (Ukraine)*. – 2017. – P.228–230.
19. Вакман Д. Е. Сложные сигналы и принцип неопределенности в радиолокации – М.: Советское радио, 1965. – 304 с.



20. Сколник М. Введение в технику радиолокационных систем. – М.: Мир, 1965. – 747 с.
21. Ширман Я. Д. Теоретические основы радиолокации. – М.: Советское радио, 1970. – 560 с.
22. Samsonov S. V., Phelps A. D. R., Bratman V. L., Burt G., Denisov G. G., Cross A. W., Ronald K., He W., Yin H. Compression of frequency-modulated pulses using helically corrugated waveguides and its potential for generating multigigawatt rf radiation // *Physical review letters*. – 2004. – Vol.92, iss.11. – P.118301-1–118301-4.
23. Burt G., Samsonov S. V., Phelps A. D. R., Bratman V. L., Ronald K., Denisov G. G., He W., Young A. R., Cross A. W., Konoplev I. V. Microwave pulse compression using a helically corrugated waveguide // *IEEE Transactions on plasma science*. – 2005. – Vol. 33, iss. 2. – P. 661–667.
24. Братман В. Л., Денисов Г. Г., Самсонов С. В., Кросс А. У., Рональд К., Фелпс А. Д. Р. Метод достижения мультигигаваттной пиковой мощности путём компрессии импульсов СВЧ излучения релятивистской лампы обратной волны в винтовом волноводе // *Изв. ВУЗов. Радиофизика*. – 2007. – Т. 50, №1. – С.40–53.
25. Мишакин С. В., Самсонов С. В. Оптимизация компрессии частотно-модулированных импульсов в секционированном волноводе с винтовой гофрировкой поверхности // *Журнал технической физики*. – 2009. – Т.79, вып.11. – С. 93–101.
26. Zhang L., Mishakin S. V., He W., Samsonov S. V., McStravick M., Denisov G. G., Cross A. W., Bratman V. L., Whyte C. G., Robertson C. W., Young A. R., Ronald K., Phelps A. D. R. Experimental study of microwave pulse compression using a five-fold helically corrugated waveguide // *IEEE transactions on microwave theory and techniques*. – 2015. – Vol.63, iss.3. – P.1090–1096.
27. Стрэттон Д. А. Теория электромагнетизма. – М.: Гостехиздат, 1948. – 540 с.
28. Вайнштейн Л. А. Распространение импульсов // *Успехи физических наук*. – 1976. – Т. 118, вып. 2. – С.339–367.
29. Ахманов С. А., Выслоух В. А., Чиркин А. С. Оптика фемтосекундных лазерных импульсов. – М.: Наука, 1988. – 312 с.
30. McStravick M., Samsonov S. V., Ronald K., Mishakin S. V., He W., Denisov G. G., Whyte C. G., Bratman V. L., Cross A. W., Young A. R., MacInnes P., Robertson C. W., Phelps A. D. R. Experimental results on

- microwave pulse compression using helically corrugated waveguide // *Journal of applied physics*. – 2010. – Vol.108, iss.5. – P.054908-1–054908-4.
31. Bratman V.L., Denisov G. G., Kolganov N. G., Mishakin S. V., Samsonov S. V., Cross A. W., He W., Zhang L., McStravick M., Whyte C. G., Young A. R., Ronald K., Robertson C. W., Phelps A. D. R. Generation of 3 GW microwave pulses in X-band from a combination of a relativistic backward-wave oscillator and a helical-waveguide compressor // *Physics of Plasmas*. – 2010. – Vol.17, iss.11. – P.110703-1–110703-3.
  32. Братман В. Л., Денисов Г. Г., Колганов Н. Г., Мишакин С. В., Самсонов С. В., Соболев Д. И. Микроволновый источник мультигигаваттной пиковой мощности на основе комбинации релятивистской лампы обратной волны и компрессора // *Журнал технической физики*. – 2011. – Т.81, вып.2. – С. 113–117.
  33. Pazyinin V. L. Compression of frequency-modulated electromagnetic pulses in sections of regular waveguides // *Telecommunication and Radio Engineering*. – 2012. – Vol.71, iss.20. – P.1833–1857.
  34. Бромлей Р., Коллэн Б. Применение волноводной дисперсионной линии в системе сжатия частотно-модулированных импульсов // *Зарубежная радиоэлектроника*. – 1969. – №2. – С.35–45.
  35. Laflen J. B., Talavage T. M. A method for delivering spatio-temporally focused energy to a dynamically adjustable target along a waveguiding structure // *IEEE transactions on signal processing*. – 2010. – Vol.58, iss.3. – P.1416–1426.
  36. Gökgör H. S., Minakovic B. Circular  $TE_{01}$  periodic waveguide as delay line for pulse compression // *Electronics letters*. – 1971. – Vol.7, iss.20. – P.607–608.
  37. Thirios E. C., Kaklamani D. I., Uzunoglu N. K. Pulse compression using a periodically dielectric loaded dispersive waveguide // *Progress in electromagnetics research*. – 2004. – Vol.48. – P.301–333.
  38. Thirios E. C., Kaklamani D. I., Uzunoglu N. K. Microwave pulse compression using a periodically dielectric loaded dispersive waveguide section // *Electromagnetics*. – 2006. – Vol.26, iss.5. – P.345–358.
  39. Самсонов С. В. Гирорезонансные приборы и СВЧ компрессоры на основе волноводов с винтовой гофрировкой поверхности // Дисс. д.ф.-м.н., 01.04.04 – физическая электроника, – Нижний Новгород. – 2007.
  40. Manheimer W. M., Ripin B. H. Highpower microwave plasma pulse compression // *Physics of fluids*. – 1986. – Vol.29, iss.7. – P.2283–2291.

41. Ripin B. H., Manheimer W., “Microwave pulse compression in dispersive plasmas”, United States Patent 4758795, 1988.
42. Kuzikov S. V. Optimization and synthesis of passive pulse compressors based on reflectionless cavities // *International journal of infrared and millimeter waves*. – 1998. – Vol.19, iss.5. – P.771–784.
43. Lee Y. Pulse compression using coupled-waveguide structures as highly dispersive elements // *Applied physical letters*. – 1998. – Vol.73, iss.19. – P.2715–2717.
44. Felsen L. B. Asymptotic theory of pulse compression in dispersive media // *IEEE Transactions on antennas and propagation*. – 1971. – Vol.AP-19, iss.3. – P.424–432.
45. Connor K. A., Felsen L. B. Complex space-time rays and their application to pulse propagation in lossy dispersive media // *Proceedings of the IEEE*. – 1974. – Vol.62, iss.11. – P.1586–1598.
46. El-Khamy S. E. On pulse compression in dispersive media // *IEEE Transactions on antennas and propagation*. – 1979. – Vol.AP-27, iss.3. – P.420–422.
47. Блюх П. В. Сжатие импульса излучения в диспергирующей среде со случайными неоднородностями // *Изв. ВУЗов. Радиофизика*. – 1964. – Т.7, №3. – С.460–470.
48. McIntosh R. E., El-Khamy S. E. Compression of transmitted pulses in plasma // *IEEE Transactions on antennas and propagation*. – 1970. – Vol.AP-18, N.2. – P.236–241.
49. Avitzour Y., Shvets G. Manipulating electromagnetic waves in magnetized plasmas: compression, frequency shifting, and release // *Physical review letters*. – 2008. – Vol.100, iss.6. – P.065006-1–065006.
50. Whitman G. M., Felsen L. B. FM pulses in stratified isotropic plasma // *IEEE Transactions on antennas and propagation*. – 1980. – Vol.28, iss.3. – P.342–359.
51. Зельдович Б. Я. Обращение волнового фронта при вынужденном рассеянии света // *Успехи физических наук*. – 1982. – Т.138, вып.2. – С.249–288.
52. Зельдович Б. Я., Пилипецкий Н. Ф., Шкунов В. В. Обращение волнового фронта. – М.: Наука, 1985. – 240 с.
53. Брысев А. П., Крутянский Л. М., Преображенский В. Л. Обращение волнового фронта ультразвуковых пучков // *Успехи физических наук*. – 1998. – Т.168, №8. – С.877–890.

54. Fink M Time reversed acoustics // *Physics today*. – 1997. – Vol.50, iss.3. – P.34–40.
55. Fink M, Cassereau D, Derode A, Prada C, Roux P, Tanter M, Thomas J.-L., Wu F Time-reversed acoustics // *Reports on progress in physics*. – 2000. – Vol.63, iss.12. – P.1933–1995.
56. Nguyen H. T., Andersen J. B., Pedersen G. F. The potential use of time reversal techniques in multiple element antenna systems // *IEEE communications letters*. – 2005. – Vol.9, iss.1. – P.40–42.
57. Edelmann G. F., Akal T., Hodgkiss W. S., Kim S., Kuperman W. A., Song H. C. An initial demonstration of underwater acoustic communication using time reversal // *IEEE journal of oceanic engineering*. – 2002. – Vol.27, iss.3. – P.602–609.
58. Blomgren P. Super-resolution in time-reversal acoustics // *The journal of the acoustical society of America*. – 2002. – Vol.111, iss.1. – P.230–248.
59. Ammari H. Mathematical modeling in biomedical imaging I: electrical and ultrasound tomographies, anomaly detection, and brain imaging – Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2009. – 228 p.
60. Roux P., Fink M. Time reversal in a waveguide: study of the temporal and spatial focusing // *The journal of the acoustical society of America*. – 2000. – Vol.107, iss.5. – P.2418–2429.
61. Draeger C., Fink M. One-channel time reversal of elastic waves in a chaotic 2D-silicon cavity // *Physical review letters*. – Vol.79, iss.3. – P.407–410.
62. Пономарев А. Е., Булатицкий С. И., Сапожников О. А. Компрессия и усиление ультразвукового импульса, отраженного от одномерной слоистой структуры // *Акустический журнал*. – 2007. – Т.53, №2. – С.157–167.
63. Lerosey G., de Rosny J., Tourin A., Derode A., Montaldo G., Fink M. Time reversal of electromagnetic waves // *Physical review letters*. – 2004. – Vol.92, iss.19. – P.193904-1–193904-3.
64. Lerosey G., de Rosny J., Tourin A., Derode A., Montaldo G., Fink M. Time reversal of electromagnetic waves and telecommunication // *Radio science*. – 2005. – Vol.40, iss.06. – RS6S12.
65. Lerosey G., de Rosny J., Tourin A., Derode A., Fink M Time reversal of wideband microwaves // *Applied physics letters*. – 2006. – Vol.88, iss.15. – P.154101-1–154101-3.
66. Davy M., de Rosny J., Fink M. Focusing and amplification of electromagnetic waves by time-reversal in an leaky reverberation chamber // *Antennas and*

- Propagation Society International Symposium, Charleston (USA).* – 2009. – P.37–43.
67. Hong S. K., Lathrop E., Mendez V. M., Kim J. Ultrashort microwave pulse generation by passive pulse compression in a compact reverberant cavity // *Progress in electromagnetics research.* – 2015. – Vol. 153. – P. 113–121.
  68. Mendez V. M., Hong S. K., Kim J. T. “Ultrashort high power pulse generator”, United States Patent US2017/0257084A1, 2017.
  69. Пазинін В. Л. Моделювання і аналіз процесів пасивної та активної компресії електромагнітних імпульсів мікрохвильового і оптичного діапазонів // Дис. ... д.ф.-м.н., 01.04.03 – радіофізика. – Харків. – 2019.
  70. Лозяной В. И., Петрусенко И. В., Прохода И. Г., Прудкий В. П. Дифракция электромагнитных волн в изогнутом многомодовом прямоугольном волноводе. // *Тез. докл. науч. семинара «Решение внутренних краевых задач электродинамики», Ростов-на-Дону (СССР).* – 1984. – С.23.
  71. Пазынин В. Л. Эффект запираения изгиба волновода вблизи критической частоты второй моды // *Радиофизика и электроника.* – 2017. – Т.22, №2. – С.3–10.
  72. 3.5 GSPS Direct Digital Synthesizer with 12-Bit DAC. Data Sheet AD9914 // Analog Devices, Inc. – 2012 – 43 p.
  73. Самарский А. А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1977. – 656 с.
  74. Волков Е. А. Численные методы: Уч. пособие для вузов. – М.: Наука, 1987. – 248 с.
  75. Rao S. M. Time Domain Electromagnetics. – San Diego, San Francisco, New York: Academic Press, 1999. – 372 p.
  76. Taflove A., Hagness S.C. Computational Electrodynamics: the Finite-Difference Time-Domain method. – Boston, London: Artech House, 2000. – 872 p.
  77. Yu. W., Yang X., Liu Y., Mittra R. Electromagnetic simulation techniques based on the FDTD method. – Hoboken: John Wiley&Sons, Inc, 2009. – 206 p.
  78. Софронов И. Л., Довгилович Л. Е., Краснов Н. А. Об аппроксимации прозрачных граничных условий с высоким порядком точности для волнового уравнения // *Компьютерные исследования и моделирование.* – 2014. – Т.6, №1. – С. 45–56.
  79. Ильгамов М. А., Гильманов А. Н. Неотражающие условия на границах расчетной области. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 240 с.

80. Engquist B., Majda A. Absorbing boundary conditions for the numerical simulation of waves // *Mathematics of computation*. – 1977. – Vol.31, N.139 – P.629–651.
81. Mur G. Absorbing boundary conditions for the finite difference approximation of the time-domain electromagnetic field equations // *IEEE Transactions on electromagnetic compatibility*. – 1981. – Vol.23, iss.4. – P.377–382.
82. Tirkas P. A., Balanis C. A., Renaut R. A. Higher order absorbing boundary conditions for the finite-difference time-domain method // *IEEE Transactions on antennas and propagation*. – 1992. – Vol.40, iss.10. – P.1215–1222.
83. Mei K. K., Fang J. Superabsorption – a method to improve absorbing boundary conditions method // *IEEE Transactions on antennas and propagation*. – 1992. – Vol.40, iss.9. – P.1001–1010.
84. Berenger J.-P. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves // *Journal of computational physics*. – 1994. – Vol.114, iss.1. – P.185–200.
85. Berenger J.-P. Three-dimensional perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves // *Journal of computational physics*. – 1996. – Vol.127, iss.2. – P.363–379.
86. Reuter C. E., Joseph R. M., Thiele E. T., Katz D. S., Taflove A. Ultrawideband absorbing boundary condition for termination of waveguiding structures in FD-TD simulations // *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*. – 1994. – Vol.4, iss.10. – P.344–346.
87. Sacks Z. S., Kingsland D. M., Lee R., Lee J. F. A perfectly matched anisotropic absorber for use as an absorbing boundary condition // *IEEE Transactions on antennas and propagation*. – 1995. – Vol.43, iss.12. – P.1460–1463.
88. Becache E., Petropoulos P. G., Gedney S. D. On the long-time behavior of unsplit perfectly matched layers // *IEEE Transactions on antennas and propagation*. – 2004. – Vol.52, iss.5. – P.1335–1342.
89. Abarbanel S., Qasimov H., Tsynkov S. Long-time performance of unsplit PMLs with explicit second order schemes // *Journal of scientific computing*. – 2009. – Vol.41, iss.1. – P.1–12.
90. Майков А. Р., Свешников А. Г., Якунин С. А. Разностная схема для нестационарных уравнений Максвелла в волноводных системах // *Журнал вычислительной математики и математической физики*. – 1986. – Т.26, №6. – С.851–863.
91. Поезд А. Д., Якунин С. А. Нестационарные нелокальные по времени граничные условия для полукрытых волноводных систем // *Вестник*.

- МГУ. Серия 15. Вычислительная математика и кибернетика.* – 1988. – №3. – С.15–21.
92. Майков А. Р., Поезд А. Д., Свешников А. Г., Якунин С. А. Разностные схемы начально-краевых задач для уравнений Максвелла в неограниченной области // *Журнал вычислительной математики и математической физики.* – 1989. – Т.29, №2. – С.239–250.
93. Перов А.О. Точные «поглощающие» условия для FDTD-алгоритмов в неклассических областях // *Радиофизика и электроника: Сб. трудов ИРЭ НАН Украины.* – 1998. – Т.3, №1. – С.36–44.
94. Perov A., Sirenko Y., Yashina N. Explicit conditions for virtual boundaries in initial boundary value problems in the theory of wave scattering // *Journal of electromagnetic waves and applications.* – 1999. – Vol.13, iss.10. – P.1343–1371.
95. Перов А. О., Сиренко Ю. К. Точные условия для виртуальных границ в начально-краевых задачах теории рассеяния волн // *Электромагнитные волны и электронные системы.* – 2000. – Т.5, №3. – С.25–40.
96. Sirenko Yu. K. Exact ‘absorbing’ conditions in outer initial boundary-value problems of the electrodynamics of nonsinusoidal waves. Part 2: waveguide units and periodic structures // *Telecommunications and Radio Engineering.* – 2002. – Vol.57, iss.12. – P.1–30.
97. Sirenko Yu. K. Exact ‘absorbing’ conditions in outer initial boundary-value problems of the electrodynamics of nonsinusoidal waves. Part 3: compact inhomogeneities in free space // *Telecommunications and Radio Engineering.* – 2003. – Vol.59, iss.1&2. – P.1–31.
98. Сиренко К. Ю., Сиренко Ю. К. Точные «поглощающие» условия в начально-краевых задачах теории открытых волноводных резонаторов // *Журнал вычислительной математики и математической физики.* – 2005. – Т.45, №3. – С.509–525.
99. Shafalyuk O., Smith P., Velychko L. Rigorous substantiation of the method of exact absorbing conditions in time-domain analysis of open electrodynamic structures // *Progress in electromagnetics research B.* – 2012. – Vol. 41. – P.231–249.
100. Кравченко В. Ф., Сиренко Ю. К., Сиренко К. Ю. Преобразование и излучение электромагнитных волн открытыми резонансными структурами. Моделирование и анализ переходных и установившихся процессов. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. – 350 с.

101. Sirenko K., Pazynin V., Sirenko Y., Bagci H. An FFT-accelerated FDTD scheme with exact absorbing conditions for characterizing axially symmetric resonant structures // *Progress in electromagnetics research*. – 2011. – Vol.111. – P.331–364.
102. Пазынин В. Л., Сиренко К. Ю., Сиренко Ю. К., Яшина Н. П. Точные поглощающие условия в начально-краевых задачах вычислительной электродинамики. Обзор // *Физические основы приборостроения*. – 2017. – Т.6, №4(26). – С.2–33.
103. Pazynin V. L., Sautbekov S. S., Sirenko K. Yu., Sirenko Yu. K., Vertiy A. A., Yashina N. P. Comparison of exact and approximate absorbing conditions for initial boundary value problems of the electromagnetic theory of gratings // *Telecommunications and Radio Engineering*. – 2018. – Vol.77, iss.18. – P.1581–1595.
104. Фелсен Л., Маркувиц Н. Излучение и рассеяние волн. Т.1. – М.: МИР, 1978. – 547 с.
105. Миттра Р., Ли С. Аналитические методы теории волноводов. – М.: МИР, 1974. – 327 с.
106. Electromagnetic waves in complex systems. Selected theoretical and applied problems / Y. Sirenko, L. Velychko eds. – Springer, 2016. – 446 p.
107. Ladyzhenskaya, O. A., (1985) *The Boundary Value Problems of Mathematical Physics*, New York.
108. Sirenko Y. K., Strom S. and Yashina N.P., (2007), *Modeling and Analysis of Transient Processes in Open Resonant Structures. New Methods and Techniques*, New York.
109. <https://drive.google.com/drive/folders/0B6bExjyOkJGHWmlFMW1sTmVqY2M>
110. <https://drive.google.com/drive/folders/0B6bExjyOkJGHZHFhcHNIUWZMWU>
111. Ширман Я. Д. Радиоволноводы и объёмные резонаторы. – М.: «Связьиздат», 1959. – 380 с.
112. Pazynin V. L. Microwave pulse radiator with passive compression of input signal // *Telecommunications and Radio Engineering*. – 2018. – Vol.77, iss.1. – P.13–25.
113. Справочник по расчету и конструированию СВЧ полосковых устройств / Ред. В. И. Вольман. – М.: Радио и связь, 1982. – 328 с.



114. <https://drive.google.com/drive/folders/0B6bExjyOkJGHc3BObGtRU3BEcE0?usp=sharing>.
115. Унгер Х.-Г. Планарные и волоконные оптические волноводы. – М.: Мир, 1980. – 656 с.
116. Адамс М. Введение в теорию оптических волноводов. – М.: Мир, 1984. – 512 с.
117. <https://drive.google.com/open?id=15tdh3gIdRRL0c-xar0XwpXvxvvC0Yizj>
118. Саусворт Дж. К. Принципы и применения волноводной передачи. – М.: Советское радио, 1955. – 700 с.
119. <https://drive.google.com/open?id=1sui1XNboq26ZkvD87g7lUmeNvV5SicUc>
120. Sultanova N., Kasarova S., Nikolov I. “Dispersion properties of optical polymers” Proceedings of the International School and Conference on Photonics, PHOTONICA09, Vol. 116, 2009.
121. <https://refractiveindex.info>
122. Malitson I. H., (1965), Interspecimen Comparison of the Refractive Index of Fused Silica, *Journal of the Optical Society of America*. **55**(10): 1205–1209.
123. Handbook of optical constants of solids. Volume 1. / Palik E.D. ed. – 1998 – 999 p.

## ДОДАТОК А

## СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Pazynin V. L., Maiboroda M. V. Electromagnetic pulse compression in sections of helically coiled waveguides // *Telecommunications and Radio Engineering*. – 2017. – Vol. 76, iss.3. – P.209–225.
2. Pazynin V. L., Maiboroda M. V. Compression of electromagnetic pulses with piecewise linear laws of amplitude and frequency modulation // *Telecommunications and Radio Engineering*. – 2017. – Vol.76, iss.4. – P.277–284.
3. Pazynin V. L., Maiboroda M. V. Compression of electromagnetic pulses in dielectric waveguides of a finite length // *Telecommunications and Radio Engineering*. – 2017. – Vol. 76, iss.14. – P.1219–1230.
4. Pazynin V. L., Maiboroda M. V. Modeling of the compression of wave packets induced by a current filament in a plane-parallel waveguide // *Telecommunications and Radio Engineering*. – 2017. – Vol.76, iss.16. – P.1391–1404.
5. Maiboroda M. V., Pazynin V. L. Compression of optical and infrared pulses in quartz crystals: a rigorous simulation // *Telecommunications and Radio Engineering*. – 2019. – Vol.78, iss.1. – P.11–18.
6. Pazynin V. L., Maiboroda M. V. Compression of electromagnetic pulses in an asymmetric dielectric waveguide // *Telecommunications and Radio Engineering*. – 2019. – Vol.78, iss.2. – P.97–107.
7. Pazynin V. L., Maiboroda M. V., Shmat'ko A. A. The model of pulse radiator with output signal compression in helically coiled dielectric waveguide // *Telecommunications and Radio Engineering*. – 2019. – Vol.78, iss.17. – P.1509–1520.
8. Maiboroda M. V., Pazynin V. L., Sliusarenko H. O. Electromagnetic Pulses Compression in Helically Coiled Dielectric Waveguide // *Proc. of the 22-nd International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory, Lviv-Dnipro (Ukraine)*. – 2017. – P.104–107.
9. Maiboroda M. V., Pazynin V. L., Sliusarenko H. O. Passive Compression of Optical Pulses in Uniform Isotropic and Dispersive Medium // *Proc. of the IEEE International Young Scientists Forum on Applied Physics and Engineering, Lviv (Ukraine)*. – 2017. – P.228–230.