Радіоастрономічний Інститут
Національна академія наук України

Інститут радіофізики та електроніки ім. О. Я. Усикова
Національна академія наук України

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

КОЧЕТОВА ЛЮДМИЛА АНАТОЛІЇВНА

УДК 537.86

**ДИСЕРТАЦІЯ**

ЧАСТОТНО-СЕЛЕКТИВНІ ВЛАСТИВОСТІ НЕЛІНІЙНИХ СТРУКТУР ІЗ СИЛЬНОЮ ЛОКАЛІЗАЦІЄЮ ПОЛЯ

01.04.03 – радіофізика

Подається на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

_______________ Л. А. Кочетова

Науковий керівник: Просвірнін Сергій Леонідович,
доктор фізико-математичних наук, професор

Харків – 2020

## АНОТАЦІЯ

*Кочетова Л. А.* Частотно-селективні властивості нелінійних структур із сильною локалізацією поля. - Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.03 – радіофізика. – Інститут радіофізики та електроніки ім. О. Я. Усикова НАН України, Харків, 2020.

В дисертаційній роботі досліджено бістабільні характеристики періодичних структур, які містять діелектрик з нелінійністю керровського типу. В роботі розглянуто решітку з асиметрично-розірваних металевих кілець та подвійну решітку з провідних елементів типу fish-scale, які розташовані на нелінійній діелектричній підкладці. Такі планарні структури підтримують режим замкнених мод. У нелінійному режимі графічний вигляд характеристик резонансів на замкнених модах має профіль закручених ліній, які вказують на бістабільний режим роботи решіток. Також розглянуто об'ємну решітку з металевих брусів. Прототипом взаємодії такої структури з електромагнітною хвилею є розсіяння плоскої електромагнітної хвилі на металевому екрані зі щілиною, яка заповнена нелінійним діелектриком. Досліджено бістабільний і мультистабільний режими роботи решітки з срібних брусів із нелінійним однорідним заповненням щілин арсенідом галію в довгохвильовому наближенні. Вивчено властивості решітки з ідеально провідних металевих брусів із кусково-однорідним діелектричним заповненням щілин. Показано бістабільний режим роботи решітки з ідеально провідних металевих брусів із дефектним шаром з нелінійного діелектрика керровського типу нелінійності в багатошаровому заповненні щілин решітки. В роботі коротко представлено спосіб збудження дисипативного солітону в нелінійному магнітооптичному плоскому хвилеводі.

Далі перелічено **основні результати дисертації**, які отримано вперше:

1. Отримано бістабільні залежності коефіцієнтів проходження на замкнених модах планарної решітки з асиметрично-розірваних кілець та подвійної планарної решітки типу fish-scale, коли обидва типи решіток розташовано на підкладці з нелінійного діелектрика керровського типу в інфрачервоному діапазоні. Досліджено планарну магнітооптичну хвилевідну систему у якої є ефективний спосіб магнітооптичного керування поширенням дисипативних солітонів в системі.

2. Розв'язано задачу розсіяння плоскої електромагнітної хвилі на решітці з ідеально провідних прямокутних брусів із багатошаровим діелектричним заповненням щілин у багатомодовому режимі та отримано ІЧ частотні спектри резонансів решітки у лінійному випадку. Отримано ІЧ частотні спектри резонансів на дефектних модах решітки, коли щілини заповнено $N$-шарами, що попарно чергуються, а середній шар є дефектний діелектричний шар з меншою/більшою діелектричною проникністю, ніж у регулярному заповнені щілин.

3. Отримано мультистабільні залежності коефіцієнтів проходження від інтенсивності поля, що падає, через щілину в ідеально провідному металевому екрані з заповненням нелінійним однорідним діелектриком керровського типу та через решітку з металевих брусів із заповненням щілин нелінійним діелектриком керровського типу, яка розміщена на тонкій діелектричній підкладці у випадку H-поляризованої хвилі в довгохвильовому наближенні в інфрачервоному діапазоні.

4. Отримано бістабільні залежності коефіцієнтів проходження на дефектній моді від інтенсивності поля, що падає, через решітки з ідеально провідних брусів коли щілини заповнено $N$-шарами, що попарно чергуються, а середній шар є нелінійний діелектричний дефектний шар керровського типу нелінійності з меншою діелектричною проникністю ніж у регулярному заповнені щілин в багатомодовому режимі в інфрачервоному діапазоні.

**Практичне значення одержаних результатів полягає** в можливості використання досліджених у роботі нелінійних решіток, що підтримують режим замкнених мод або дефектні моди, у якості логічних елементів для створення оптичної пам'яті та для проектування малогабаритних оптичних перемикачів.

**Ключові слова:** планарні смужкові та об'ємні решітки, замкнені моди, нелінійний діелектрик, нелінійність керровського типу, бістабільність і мультистабільність, зони замикання та проходження, дефектні моди, концентратор електромагнітного поля.

## ANNOTATION

*Kochetova L. A.* Frequency-selective properties of nonlinear structures with a strong localization of the field. - Qualification research work as a manuscript.

Thesis for scientific degree of candidate of science in physics and mathematics on specialty 01.04.03 – radiophysics. – O. Ya. Usikov Institute for Radiophysics and Electronics of NAS of Ukraine, Kharkiv, 2020.

In the thesis, the bistable characteristics of periodic structures that contain a dielectric with the Kerr-type nonlinearity are studied. A planar array made of asymmetrically split rings placed on a substrate of nonlinear material and a bilayer fish-scale array that also located on a nonlinear dielectric substrate were presented. The planar structures support the trapped-mode regime. In the nonlinear regime, the graphical image of the characteristics of the resonances at the trapped modes has a profile with twisted loops that indicate the bistable operating regime of the gratings. A periodic grating which consists of metallic bars was considered in the thesis. The prototype of the interaction of such structure with an electromagnetic wave is the scattering of a plane electromagnetic wave by a metal screen with a slit, which is filled with a nonlinear dielectric. The bistable

and multistable operating regimes of the grating made of silver bars with a nonlinear homogeneous filling of the slits by gallium arsenide were investigated in the long-wave approximation. The properties of the grating of perfectly conducting metal bars with a piecewise homogeneous dielectric filling of the slits were studied in the thesis. A bistable operating regime of the grating of perfectly conducting metal bars with a nonlinear dielectric defect layer in a multilayer filling of the grating slits was shown. Dissipative soliton excitation method in the nonlinear magneto-optical planar waveguide briefly presented in the thesis.

**The main outcomes of the thesis** were obtained for the first time:

1. The bistable dependences of the transmission coefficients at trapped modes of a planar array of asymmetrically split rings and a bilayer fish-scale array, when both types of arrays located on a substrate made of a nonlinear Kerr-type dielectric were obtained in the infrared range. A planar magneto-optical waveguide system that has an effective method of magneto-optical control of the propagation of dissipative solitons in the system was investigated.

2. The problem of scattering a plane electromagnetic wave by a grating of perfectly conducting rectangular bars with multilayer dielectric filling of the slits was solved in a multimode mode regime; the IR frequency spectra of the grating resonances were obtained in the linear case. The IR frequency spectra of grating resonances at defect modes were obtained when the slits filled with *N*-layers that are periodically paired, and the middle layer is a defect dielectric layer with less/greater permittivity than in regularly filled slits.

3. Multistable dependences of transmission coefficients on the incident field intensity through a slit in a perfectly conductive metal screen filled with a nonlinear Kerr-type dielectric and through a grating of metal bars with slits filled by nonlinear Kerr-type dielectric, which is placed on a thin dielectric substrate in the case of H-polarized waves in the long-wavelength approximation were obtained in the infrared range.

4. The bistable dependences of the grating transmission coefficients at the defect mode on the incident field intensity were obtained; the grating is made of perfectly conducting bars when the slits are filled with *N*-layers that are periodically paired, and the middle layer is a nonlinear dielectric defect layer of Kerr-type nonlinearity with less permittivity than in regularly filled slits in multimode regime in the infrared range.

**The practical significance of the obtained results** is the possibility of using the nonlinear arrays and gratings which support the trapped modes or defect modes as logical elements for creating optical memory and for the design of small-sized optical switches.

**Key words:** plane arrays and gratings, trapped mode, nonlinear dielectric, Kerr-type nonlinearity, bistability and multistability, stopband and passband, defect mode, electromagnetic field concentrator.

**Список публікацій за темою дисертації:**

Основні результати дисертації висвітлено в **6 статтях** у профільних журналах:

1 Kochetova, L. A., Prosvirnin, S. L., & Tuz, V. R. (2010). Bistable wave transmission through a metal screen with single slit filled nonlinear dielectric. *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, *24*(16), 2249-2257.

2 Tuz, V. R., Prosvirnin, S. L., & Kochetova, L. A. (2010). Optical bistability involving planar metamaterials with broken structural symmetry. *Physical Review B*, *82*(23), 233402.

3 Kochetova, L. A., Prosvirnin, S. L., & Tuz, V. R. (2014). Optical bistability in a grating with slits filled nonlinear media. *Progress In Electromagnetics Research*, *35*, 133-139.

4 Tuz, V. R., Kochetov, B. A., Kochetova, L. A., Mladyonov, P. L., & Prosvirnin, S. L. (2015). Two-oscillator model of trapped-modes interaction in a nonlinear bilayer fish-scale metamaterial. *Physica Scripta*, *90*(2), 025504.

5 Kochetov, B. A., Vasylieva, I., Kochetova, L. A., Sun, H. B., & Tuz, V. R. (2017). Control of dissipative solitons in a magneto-optic planar waveguide. *Optics letters*, *42*(3), 531-534.

6 Kochetova, L. A., & Prosvirnin, S. L. (2018). Diffraction of electromagnetic waves by a metallic bar grating with a defect in dielectric filling of the slits. *Optics Communications*, *412*, 214-218.

та в **11 тезах**, опублікованих у збірниках доповідей на міжнародних і українських конференціях, серед яких:

7 Kochetova, L. A., Prosvirnin, S. L., & Tuz, V. R. (2010, September). Bistable wave transmission through a metal screen with a slit filled nonlinear dielectric. In *Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory (DIPED), 2010 Xvth International Seminar/Workshop on* (pp. 110-113). IEEE.

8 Kochetova, L. A., Prosvirnin, S. L., & Tuz, V. R. (2011, May). Bistable wave transmission through a grating of nonlinear dielectric bars. In *Days on Diffraction (DD), 2011* (pp. 54-55).

9 Kochetova, L. A., & Prosvirnin, S. L. (2016, June). Scattering of electromagnetic waves by a PEC bars grating with a broken periodicity of piecewise homogeneous dielectric filling of its slits. In *Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter and Submillimeter Waves (MSMW), 2016 9th International Kharkiv Symposium on* (pp. 1-3). IEEE.

10 Kochetova, L. A. (2016, July). Scattering of electromagnetic waves by a PEC bar grating with a nonlinear dielectric filling of its slits. In *Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET), 2016 IEEE International Conference on* (pp. 216-217). IEEE.

11 Kochetova, L. A. (2019, September). Bistable Transmission of a Metal Dielectric Grating for Controlling Filter Application. In *2019 URSI-Germany Kleinheubach Conference* (pp. 1-3). IEEE.

## ЗМІСТ

## ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ

| | |
|---|---|
| $A$ | амплітуда поля, що падає |
| $I_{inc}$ | інтенсивність поля, що падає |
| $E_{in}$ | амплітуда внутрішнього електричного поля |
| $I_{in}$ | внутрішня інтенсивність електричного поля |
| $\varepsilon_l$ | постійна діелектрична проникність |
| $\varepsilon_n$ | коефіцієнт нелінійності діелектрика |
| $\varepsilon_d$ | діелектрична проникність дефектного шару |
| $I_{in}^d$ | внутрішня інтенсивність поля в дефектному шарі |
| $\kappa = d/\lambda$ | нормована частота |
| PEC | ідеальний провідник |
| ІЧ | інфрачервоний |

# ВСТУП

**Актуальність теми.** В даний час проводяться глобальні дослідження з мініатюризації оптичних пристроїв, властивості яких змінюються за допомогою зміни інтенсивності поля, що падає, або прикладеної напруги [1-3]. Такі мініатюрні прилади можуть бути реалізовані на базі нелінійних періодичних структур (решіток). Властивості нелінійних решіток в цьому випадку можуть залежати від інтенсивності поля, що падає. Це новий сучасний науковий напрямок, який часто називають «Керування світлом за допомогою світла» [4]. Для такого застосування необхідно, щоб решітка містила, наприклад, елементи з нелінійним діелектриком типу Керра [5-7]. В цьому випадку діелектрична проникність нелінійного діелектрика залежить від значення квадрату модуля електричного поля всередині решітки. Таким чином, решітка може характеризуватися двома значеннями коефіцієнта проходження або відбиття для одного і того ж значення інтенсивності поля, що падає. Одне зі значень коефіцієнта проходження (відбиття) буде відповідати випадку, коли інтенсивність поля, що падає, збільшується, інше значення коефіцієнта проходження (відбиття) відповідає випадку, коли інтенсивність поля, що падає, зменшується. Таким чином, буде відбуватися перемикання режимів. Слід зазначити, що важливою умовою для прояву властивостей нелінійного діелектрика в структурах є наявність сильного електричного поля всередині діелектрика. Тому є необхідність проєктувати такі нелінійні решітки, які здатні концентрувати електромагнітне поле. Наприклад, це планарні решітки на нелінійній діелектричній підкладці, що підтримують режим замкнених мод.

Для застосування нелінійних решіток для створення оптичних пристроїв нового покоління необхідно чітко розуміти механізми отримання бістабільного режиму роботи решіток. Потрібно знати при яких значеннях інтенсивності поля, що падає, будуть здійснюватися перемикання. Необхідна оцінка значень інтенсивності поля всередині решіток, а так само необхідне розуміння які нелінійні матеріали найбільш прийнятні для використання в решітках. Побудова розв’язання задачі дифракції плоских електромагнітних хвиль на нелінійних решітках дозволяє опрацювати такі питання. Дослідження властивостей нелінійних решіток проводиться на основі вивчення їх властивостей в лінійному випадку, коли на решітку падає хвиля з невеликою інтенсивністю. Для цього моделюються різні геометрії таких решіток. Було побудовано алгоритми розв’язання у наступних задачах і проведено аналіз отриманих високодобротних резонансів структур, а саме: розсіювання електромагнітних хвиль на решітці з асиметричних півкілець [8-9], яка розташована на тонкій діелектричній підкладці; розсіювання електромагнітних хвиль на подвійній решітці типу fish-scale, яка розташована на тонкій діелектричній підкладці [10-11]; розсіювання електромагнітних хвиль на металевому екрані зі щілиною, яка заповнена діелектриком [12]. Ці структури є перспективними для дослідження їх властивостей з використанням нелінійного діелектрика керровського типу.

В даний час досліджується питання про отримання бістабільного відгуку періодичної решітки на дефектних модах. Такі структури можуть концентрувати поле в дефекті. В роботі [13] було вивчено дифракцію на решітці з металевих брусів з однорідним діелектричним заповненням щілин. Такий тип решітки викликає особливий інтерес, якщо заповнення щілин виконано з кусково-однорідних діелектриків. Це дозволить комбінувати різні типи матеріалів для заповнення, тим самим покращуючи характеристики структури, а також дасть можливість використовувати дефект в заповненні щілин, при наявності якого збільшується поле всередині структури. Таким чином, розробка алгоритму розв'язання лінійної задачі дифракції плоскої електромагнітної хвилі на решітці із брусів з кусково-однорідним заповненням є основою для розв'язання такої задачі в нелінійному режимі.

Отже, дослідження бістабільних властивостей нелінійних періодичних структур є багатообіцяючими завданнями, які увійдуть в основу зі створення малогабаритних оптичних перемикачів і оптичних транзисторів [14-16].

**Мета і завдання досліджень.** *Мета роботи* – виявлення та дослідження нових резонансних властивостей і бістабільної взаємодії електромагнітних хвиль з нелінійними планарними одиночними та періодичними структурами складної форми інфрачервоного (ІЧ) діапазону.

***Об'єктом дослідження*** дисертації є процеси взаємодії електромагнітного поля зі складними структурами, які містять нелінійні включення.

***Предметом дослідження*** є бістабільні або мультистабільні властивості складних нелінійних структур.

У дисертації розв'язані наступні задачі:

1. Отримати та дослідити бістабільні частотно-селективні властивості решітки з асиметричною формою елементів періодичної комірки на нелінійній діелектричній підкладці.

2. Отримати та дослідити бістабільні характеристики подвійної решітки типу fish-scale, яка розташована на нелінійній діелектричній підкладці.

3. Розробити спосіб збудження та керування властивостями дисипативного солітону в нелінійному магнітооптичному плоскому хвилеводі.

4. Розв'язати задачу багатомодової дифракції плоскої монохроматичної хвилі на періодичній решітці з ідеально провідних брусів із кусково-однорідним діелектричним заповненням щілин.

5. Отримати та дослідити бістабільні частотно-селективні властивості ідеально провідного металевого екрану з заповненням щілин нелінійним однорідним діелектриком керровського типу.

6. Розв'язати задачу розсіяння плоскої монохроматичної хвилі на періодичній решітці з металевих брусів із заповненням щілин нелінійним однорідним діелектриком керровського типу.

7. Отримати та дослідити бістабільні характеристики решітки з ідеально провідних брусів із нелінійним діелектричним дефектом в кусково-однорідному діелектричному заповненні щілин.

**Методи дослідження.** Для розв'язання поставлених завдань у дисертації було використано наступні методи:

- Метод комплексних амплітуд;
- Метод часткових областей;
- Метод матриць передачі;
- Метод інтегральних рівнянь.

**Наукова новизна одержаних результатів**

Наукова новизна визначається наступними оригінальними теоретичними результатами, які отримано вперше:

5. Отримано бістабільні залежності коефіцієнтів проходження на замкнених модах планарної решітки з асиметрично-розірваних кілець та подвійної планарної решітки типу fish-scale, коли обидва типи решіток розташовано на підкладці з нелінійного діелектрика керровського типу в інфрачервоному діапазоні. Досліджено планарну магнітооптичну хвилевідну систему та продемонстровано ефективний спосіб магнітооптичного керування поширенням дисипативних солітонів в такій системі.

6. Розв’язано задачу розсіяння плоскої електромагнітної хвилі на решітці з ідеально провідних прямокутних брусів із багатошаровим діелектричним заповненням щілин у багатомодовому режимі та отримано ІЧ частотні спектри резонансів решітки у лінійному випадку. Отримано ІЧ частотні спектри резонансів на дефектних модах решітки, коли щілини заповнено $N$-

шарами, що попарно чергуються, а середній шар є дефектний діелектричний шар з меншою/більшою діелектричною проникністю, ніж у регулярному заповнені щілин, та показано збільшення добротності резонансу на досліджуваній дефектній моді.

7. Отримано мультистабільні залежності коефіцієнтів проходження від інтенсивності поля, що падає, через щілину в ідеально провідному металевому екрані з заповненням нелінійним однорідним діелектриком керровського типу та через решітку з металевих брусів із заповненням щілин нелінійним діелектриком керровського типу, яка розміщена на тонкій діелектричній підкладці у випадку H-поляризованої хвилі в довгохвильовому наближенні в інфрачервоному діапазоні.

8. Отримано бістабільні залежності коефіцієнтів проходження на дефектній моді від інтенсивності поля, що падає, через решітки з ідеально провідних брусів коли щілини заповнено $N$-шарами, що попарно чергуються, а середній шар є нелінійний діелектричний дефектний шар керровського типу нелінійності з меншою діелектричною проникністю ніж у регулярному заповнені щілин в багатомодовому режимі в інфрачервоному діапазоні.

**Практичне значення одержаних результатів**

Нелінійні періодичні структури керровського типу нелінійності є основою цілого класу ультракомпактних приладів оптики й інтегральної фотоніки. Результати, що отримані в рамках дисертаційної роботи, поглиблюють розуміння фізичних явищ при взаємодії електромагнітних хвиль з нелінійними періодичними структурами складної форми. Запропоновані геометрії планарних нелінійних решіток у даній роботі дозволяють значно збільшити концентрацію електромагнітного поля всередині решіток. Ефективний спосіб для розв'язання задачі розсіювання електромагнітних хвиль на нелінійних решітках дозволяє оцінити необхідні величини інтенсивностей поля, що падає, при яких виявляються бістабільні частотно-селективні властивості решіток. Розроблені комп'ютерні програми дають можливість отримати характеристики розсіяння хвиль на розглянутих решітках при їх моделюванні з використанням різних геометричних параметрів і нелінійних матеріалів. За допомогою розробленого алгоритму розв'язання задачі багатомодової дифракції хвиль на решітці з ідеально провідних брусів з багатошаровим діелектричним заповненням щілин було отримано та вивчено бістабільні характеристики решітки з ідеально провідних брусів з дефектним шаром в періодичному заповненні щілин. Особливістю таких бістабільних резонансів на дефектних модах є їх прояв при дуже низьких величинах інтенсивностей поля, що падає. Так, нелінійні решітки, що підтримують режим замкнених мод або дефектні моди, можуть бути використані як логічні елементи для створення оптичної пам'яті та для проектування малогабаритних оптичних перемикачів.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами**

Дисертаційна робота виконана відповідно до планів науково-дослідних робіт у відділі квазіоптики Інституту радіофізики та електроніки ім. О. Я. Усикова НАН України у рамках держбюджетних тем: «Розвинення методів і засобів оптики і квазіоптики для встановлення закономірностей та особливостей взаємодії терагерцевого випромінювання з фізичними і біологічними об’єктами» (0111U010479), «Розвиток та застосування оптичних і квазіоптичних методів для дослідження процесів генерації і перетворення електромагнітних хвиль терагерцевого, інфрачервоного і видимого діапазонів» (0117U004036).

**Особистий внесок здобувача**

У роботах, опублікованих у співавторстві, особистий внесок здобувача полягає в участі при формулюванні постановки завдань, проведенні чисельних експериментів, обговоренні отриманих результатів і підготовки наукових матеріалів до публікацій. У роботах [17, 19, 23, 24, 26, 27] автором самостійно були розроблені комп'ютерні програми для обчислення залежностей інтенсивності електричного поля всередині нелінійних періодичних структур і коефіцієнтів проходження від інтенсивності поля, що падає, на фіксованій частоті, а також обчислення залежностей інтенсивності електричного поля всередині нелінійних решіток і коефіцієнтів проходження від частоти при фіксованому значенні інтенсивності поля, що падає. У роботах [18, 20, 21] автор брала активну участь в оптимізації параметрів обраних структур і аналізі отриманих результатів. Отримані результати продемонстрували бістабільний режим роботи наступних нелінійних структур: решітка з асиметрично-розірваних кілець; подвійна решітка типу fish-scale; екран із PEC металу зі щілиною, яка заповнена нелінійним діелектриком; решітка із металевих брусів з нелінійним діелектричним заповненням щілин і решітка із PEC брусів з нелінійним дефектним шаром в шаруватому періодичному заповненні щілин. У роботах [22, 25] автором було побудовано алгоритм для розв’язання задачі багатомодової дифракції електромагнітної хвилі на решітці із PEC брусів з багатошаровим діелектричним заповненням щілин, було розроблено комп'ютерну програму для обчислення розподілу електричного поля всередині щілин і побудови частотного спектру решітки. Результати було отримано у випадках періодичного шаруватого заповнення щілин і наявності дефектного шару в їх заповненні. Автором було проведено дослідження про вплив дефекту в решітці на її електродинамічні характеристики.

**Публікації.** Результати дисертації опубліковано в 17 наукових роботах, у тому числі в 6 статтях [17-22] у профільних закордонних наукових журналах з імпакт-фактором, які входять до наукометричної бази SCOPUS, і в 11 збірниках доповідей на українських і міжнародних конференціях, основні з них [23-27].

**Апробація результатів дисертації.** Результати досліджень за темою дисертації доповідались на наукових семінарах Інституту радіофізики та електроніки ім. О. Я. Усикова НАН України, а також на міжнародних і українських конференціях:

- The International Conference on Laser and Fiber-Optical Network Modeling “LFNM” (Sevastopol 2010);
- The International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic Theory “DIPED” (Tbilisi 2010);
- The International Conference of Days on Diffraction “DD” (Saint Petersburg 2011);
- The 11th International Congress on Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science “TCSET” (Lviv-Slavske 2012);
- The Kharkiv Young Scientists Conference on Radiophysics, Electronics, Photonics and Biophysics “YSC” (Kharkiv 2013, 2014);
- The International Symposium Physics and Engineering of MM and Sub-MM Waves “MSMW” (Kharkiv 2016);
- The International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory “MMET” (Lviv 2016);
- The International Young Scientists Forum on Applied Physics and Engineering “YSF” (Kharkiv 2016, Lviv 2017);
- URSI-Germany Kleinheubach Conference 2019 (Miltenberg 2019).

**Структура і обсяг дисертації.** Дисертація складається з анотації, переліку умовних скорочень, вступу, 4-х розділів, висновків, списку використаних джерел та додатку А. Обсяг дисертації становить 135 сторінок. Вона містить 35 рисунків і 163 бібліографічних посилань.

# РОЗДІЛ 1
# ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ

Періодичні метало-діелектричні структури використовуються в багатьох областях сучасної радіотехніки, електроніки, фотоніки, оптики [28-32]. Прогрес у розвитку цілого ряду прикладних наук, таких як антенна техніка, радіолокація, техніка надвисоких частот, електроніка міліметрового діапазону та радіозв'язок найтіснішим чином пов'язаний з успіхами в дослідженні дифракції та поширення хвиль в періодичних структурах.

В останні роки зусилля великих колективів фахівців в області мікрохвильової фізики й оптики спрямовані на дослідження складних метало-діелектричних періодичних структур з метою створення метаматеріалів - штучних середовищ для мікрохвильової техніки й інфрачервоної оптики з унікальними електромагнітними властивостями, які не знайдені у природних середовищ. При конструюванні металевих решіток, розташованих на діелектричних підкладках, можна отримати штучні матеріали, котрі володіють такими властивостями. Наприклад, метаматеріали, які мають одночасно негативну діелектричну та магнітну проникності в певній смузі частот. Метод створення метаматеріалів полягає у побудові періодичних структур з металевих і діелектричних резонансних елементів складної форми, розташованих на діелектричній підкладці, з різним поєднанням характерних просторових масштабів. Особливий інтерес викликають періодичні структури, у яких може забезпечуватися режим замкнених мод [8, 9], в результаті якого в структурах локалізується сильне електромагнітне поле й як наслідок, відповідні резонанси решітки мають високу добротність.

Дослідження висококодобротних планарних періодичних структур з резонансних елементів на нелінійній діелектричній підкладці лягло в основу нового напряму в електродинаміці - дослідження взаємодії електромагнітних хвиль з нелінійними періодичними структурами. У разі об'ємних решіток, нелінійний діелектрик може використовуватися в якості матеріалу елементів структури. Нелінійні структури мають бістабільні (мультистабільні) характеристики електромагнітного відгуку на збудження хвилею з різною інтенсивністю поля. Такі властивості решіток дозволяють використовувати їх для створення малорозмірних оптичних перемикачів і оптоелектронних приладів для «керування світлом за допомогою світла» [4]. Тому виникає необхідність дослідження характеристик планарних і об'ємних нелінійних решіток. Це вимагає побудови теорії для опису властивостей електромагнітного поля всередині решіток і розсіяного поля (поле, що пройшло і відбите поле), а також підходів і методів детального аналізу властивостей нелінійних решіток з метою розробки структур, які можна застосувати для приладів.

## 1.1 Дифракційні періодичні структури

Дифракційні періодичні структури характеризуються коефіцієнтами проходження, відбиття та збудженням дифракційних просторових гармонік. Вперше дифракційну решітку було винайдено Ріттенхаузером у 1785 році, але на той момент його відкриття не викликало інтерес і тому періодичну структуру було заново створено Фраунгофером у 1819 році [33]. У наш час періодичні структури в мікрохвильовому діапазоні активно використовуються в різних застосуваннях, наприклад, в таких пристроях як лінійні прискорювачі, уповільнюючі структури, фільтри, штучні діелектрики, фазовані антенні решітки, частотно-селективні поверхні. В оптичному діапазоні періодичні решітки використовуються в оптоелектроніці та інтегральній оптики, наприклад, як дифракційні решітки для розщепу пучка та структури на основі витічних хвиль [34, 35].

Для успішного математичного моделювання фотонних кристалів і метаматеріалів, які зараз активно досліджуються вченими в усьому світі, застосовуються методи, які було розроблено з появою перших чисельно-аналітичних робіт з теорії дифракції хвиль на решітках [36, 37].

Важливо відзначити, що великий внесок в теорію дифракції електромагнітних хвиль на періодичних структурах внесли вчені всесвітньовідомої харківської школи теорії дифракції. Ними було розроблено нові ефективні математично строгі методи розв'язання крайових задач теорії дифракції, зокрема, різні варіанти методу часткового обернення оператора задачі. Ці методи та результати досліджень представлені в серії монографій [13, 38, 39]. Харківськими науковцями було побудовано розв’язання задач про дифракцію хвиль на решітках різних типів, а саме на стрічкових решітках (плоских і ножових решітках), решітках із брусів круглого та прямокутного поперечного перерізу, відбивних решітках (відбивна решітка пилкоподібного профілю).

Розрізняють одноперіодичні та двоперіодичні структури. Структури можуть бути об'ємними та плоскими (планарними), коли елементи решітки лежать на плоскості.

Прикладом одноперіодичної структури є плоска стрічкова решітка. Така решітка утворена нескінченно тонкими ідеально провідними стрічками. М-елементна стрічкова решітка - це решітка, на періоді якої довільним чином розміщено кілька (М) стрічок, різної ширини. Багатошарова стрічкова решітка утворена декількома плоскими решітками, розташованими так, що плоскості стрічок паралельні.

Одним із загальних властивостей розв’язання задач про дифракцію плоскої електромагнітної хвилі на стрічкових решітках описаних типів, є можливість подання поля поза решітки у вигляді суми падаючої хвилі й одновимірного спектра просторових гармонік - плоских хвиль (однорідних і неоднорідних).

Ножова решітка - це решітка із ідеально провідних нескінченно тонких стрічок заданої ширини, розташованих під деяким довільним кутом до плоскості решітки [40].

До двоперіодичних структур, які активно було досліджувано харківськими вченими, належать плоска періодична решітка з безперервних криволінійних стрічок [41], плоска решітка з кіральних смужкових елементів [42], мікросмужкова решітка з елементів складної форми [43].

Що стосується аналізу електромагнітного поля в періодичних структурах (наприклад, таких як, періодичні структури для мікрохвильового діапазону, оптичні решітки, фотонні кристали та метаматеріали), в літературі було представлено математичні методи обчисленої електродинаміки. У 1995 році Смітом було використано скінченно-різницевий метод для вивчення дефектної моди в резонансної порожнині у двовимірній металевій фотонній решітці [44]. Розкладання поля по плоским хвилям зазвичай використовується для розрахунку зонної структури у нескінченній решітці [45]. Однак збіжність методу різко погіршується при збільшенні контрасту діелектричної проникності, особливо для металевої системи. У роботах [46, 47] було використано функції Гріна, яку було засновано на решіточних сумах, для розрахунку характеристик розсіяння двомірних фотонних кристалів, які складаються з решіток круглих металевих циліндрів. Автори використовували циліндричні гармоніки, які за своєю природою задовольняють граничним умовам на кордонах розділу, щоб представити поля в періодичній структурі. Таким чином, завдяки цьому методу, використовуючи мінімальні ресурси для рахунку, досягалися результати. У 2001 році було розраховано проходження та поглинання електромагнітних хвиль в двовимірних і тривимірних металевих зонних структурах з використанням методу матриці передачі [48]. Крім того, чисельно-аналітичні обчислювальні методи, які було використовувано при моделюванні розсіяння та поширення хвиль в фотонних кристалах, складають в собі методи матриці розсіяння, мультипольну теорію, метод узгодження мод, різницеві методи в частотній області та скінченно-різницеві методи в тимчасовій області, які було представлено Ясумото [49].

В останні роки увагу вчених привертає нова тема досліджень - вивчення та розробка плоских і об'ємних метаматеріалів [50-53]. Метаматеріали є штучно структуровані матеріали з електромагнітними властивостями, які не зустрічаються в природі. Наприклад, такі структури можуть мати одночасно негативні діелектричну та магнітну проникності в певній смузі частот. Метаматеріал отримує свої особливі електромагнітні властивості завдяки складної геометрії структури, а не за рахунок хімічних складів використовуваних матеріалів.

До недавнього часу метаматериал було визначено як лівобічний (left-handed) матеріал з негативним показником заломлення, назва якого пов'язана з лівою трійкою векторів електричного, магнітного полів і хвильового вектора, коли в матеріалі розповсюджується електромагнітна хвиля. Його також було називано матеріалом зворотної хвилі, а також подвійним негативним матеріалом. Теоретичні основи прояву властивостей лівостороннього матеріалу було викладено Веселаго В. Г. у 1968 році [54], який описав незвичайні електромагнітні властивості, такі як негативне заломлення та зворотне випромінювання Черенкова. У 2000-х роках розвиток теорії метаматеріалів з негативним показником заломлення було продовжено англійським професором Джон Пендрі [55]. Експериментальне підтвердження такої теорії було виконано Девідом Смітом [56]. За внесок в дослідженні метаматеріалів Дж. Пендрі та Д. Сміт отримали приз імені Декарта в 2005 році [57]. Експериментальні перевірки зворотного випромінювання Черенкова було виконано в 2009 році [58, 59].

З швидким розвитком технологій метаматеріалів термін «метаматеріал» вийшов далеко за межі «лівосторонніх» матеріалів або матеріалів з негативним показником заломлення. В даний час широко визнано, що до метаматеріалів також відносяться штучні композиційні матеріали, які періодично- або аперіодично-структуровані та які володіють унікальними електромагнітними властивостями. Наприклад, матеріал з градієнтним показником заломлення [60], матеріал з близьким до нуля показником заломлення [61-63], перестроювальні електромагнітні матеріали [64], штучні магнетики [65] та т. д. До метаматеріалів в широкому сенсі також належать добре відомі штучні структури, такі як фотонні кристали [66-68], частотно-селективні поверхні [28] та нелінійні періодичні структури [69].

В даний час дослідження зосереджені переважно на вивченні характеристик метаповерхонь або планарних метаматеріалів [70]. Метаповерхня складається з періодичного набору резонансних елементів, розташованих на підкладці. Ці структури є двомірний еквівалент тривимірних метаматеріалів. Метаповерхні легше виготовляються в порівнянні з об'ємними метаматеріалами, вони більш компактні, мають меншу вартість і характеризуються меншими омічними втратами. Ці переваги зробили можливим подальше застосування метаповерхонь як перестроювальні поверхні, хвилеводні структури, поглинаючі або екранувальні структури т.д.

Особливий інтерес викликають такі метаповерхні, які можуть підтримувати режим замкнених мод [71, 72], завдяки якому вони мають високу добротність резонансів. Така метаповерхня є плоскою решіткою з резонансних провідних металевих елементів, яка розташована на тонкому діелектричному шарі (товщина шару менше довжини падаючої хвилі). Решітка характеризується елементарною коміркою, як правило, квадратної форми, в якій розміщені два або декілька елементів. Варіації конструкцій елементів в періодичній елементарній комірці можуть бути різними, наприклад, два або три металевих концентричних кільця різних діаметрів [73, 74] або асиметрично розірване кільце [75]. При резонансі струми протікають в протилежних напрямках по двом елементам в кожній комірці. Мета вибору такої геометрії елементів - збудження коливань протифазних струмів на елементах структури. Такі планарні періодичні структури, завдяки невеликій асиметрії елементів, характеризуються низькими втратами на випромінювання за рахунок слабкого електродинамічного зв'язку металевих елементів з вільним простором, що призводить до високої добротності коливань, які називаються коливаннями на замкнених модах. Режим замкнених мод в теорії дифракції хвиль на решітках вперше було досліджено Просвірніним С. Л. в серії наукових робіт [8, 76-78]. Режим замкнених мод характеризується сильними интенсивностями струму на провідних елементах і гострим асиметричним резонансом, який називають резонансом Фано [79]. Резонанс Фано характеризується тим, що його максимум і мінімум проявляються в безпосередній близькості один від одного. Так, було показано збудження високодобротних резонансів на замкнених модах в плоских двовимірних структурах з порушеною симетрією теоретично в [8, 80] і експериментально [9] в мікрохвильовому діапазоні. Також було показано резонанси на замкнених модах в аналогічних планарних структурах в ближньому інфрачервоному діапазоні. Інший приклад прояву Фано резонансів на замкнених модах було продемонстровано у структури з двох нескінченних решіток типу fish-scale з лінійним діелектричним шаром між ними [81].

Класичним прикладом об'ємних решіток є періодичні структури з металевих брусів. Бруси можуть бути довільного поперечного перерізу. Коли решітка виконана з брусів прямокутного поперечного перерізу, то між ними є щілини, які можуть бути заповнені діелектричним матеріалом. Кожна щілина являє собою хвилеводний канал, в якому поширюються хвилеводні моди. Таке періодичне поєднання металу та діелектрика створює сприятливі умови для локалізації електромагнітного поля всередині решітки. У книзі «Дифракція хвиль на решітках» Шестопалова В. П. та ін. було вивчено випадок однорідного діелектричного заповнення щілин між брусами. Такий вид решітки й її частотно-селективні властивості актуальні в наш час і пропонуються нові методи вирішення даної лінійної задачі [82]. У розділі 3 розглядається та ж решітка з металевих прямокутних брусів і вивчений випадок, коли щілини мають неоднорідне (кусково-однорідне) діелектричне заповнення. Якщо заповнення в кожній щілині решітки представлено періодичним набором шарів з різних діелектричних матеріалів, то решітка буде мати зони пропускання та замикання. Така частотна характеристика періодичної структури розширює область її технічних застосувань, наприклад, в якості просторово-частотних фільтрів [83]. Існує можливість керування шириною зони замикання та зони проходження решітки шляхом зміни характеристик однієї з її елементарних комірок, що призводить до порушення періодичності структури. Так, в останні десятиліття було присвячено велику кількість наукових робіт вивченню періодичних структур з «дефектом» [84, 85]. Прикладами таких робіт є дослідження фотонних кристалів з дефектами [86, 87]. Дефект в періодичній структурі може бути введено різними способами, наприклад, в одновимірну періодичну багатошарову структуру можна додати додатковий діелектричний шар іншої товщини та показником заломлення [88, 89]. Щоб зберегти геометричні параметри періодичної системи, можна замінити шар на дефектний шар з інших матеріалів [90, 91]. У цьому випадку наявність дефекту в періодичній структурі забезпечується тим, що діелектрична проникність дефектного елемента відрізняється від діелектричної проникності початкового елемента. Мета використання дефекту в решітці полягає в наступному, припустимо, що є дві решітки, одна з них - періодична, інша структура - дуже схожа з першою, але з дефектом. Спектр проходження решітки володіє зоною проходження та зоною замикання. Решітка з дефектом також матиме такі зони. Головною особливістю структури з дефектом є збудження високодобротного резонансу в зоні замикання періодичної решітки. Це обумовлено наявністю сильного електромагнітного поля в дефекті структури. Такі ефекти дозволяють використовувати решітку з дефектом в якості вузькосмугового фільтра [97].

## 1.2 Нелінійні дифракційні структури

В даний час з'являється все більше робіт, присвячених вивченню фізичних явищ, в результаті взаємодії падаючої електромагнітної хвилі з нелінійним середовищем або структурою з нелінійного матеріалу, тобто коли вектор поляризації в середовищі/матеріалі складним чином залежить від вектора напруженості електричного поля, зокрема, від інтенсивності поля. До таких фізичних явищ належить зміна частоти, наприклад, генерація другої гармоніки або подвоєння частоти падаючої хвилі, генерація n-ої гармоніки. Також нелінійність середовища може призводити до ефекту самофокусіровкі, до оптичних солітонів та інших ефектів нелінійної оптики [98].

Наш інтерес в більшій мірі було зосереджено на дослідженні ефекту Керра в нелінійних структурах. Останнім часом викликають великий інтерес нелінійні резонансні періодичні структури, які можуть підтримувати бістабільний або мультістабільний режим роботи (багатозначність проходження/відбиття), викликаний нелінійністю матеріалу в структурі.

У нелінійній оптиці оптичний відгук часто можна описати, висловлюючи поляризацію $\vec{P}$ у вигляді степеневого ряду в напруженості поля $\vec{E}$ як

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \left[ \chi^{(1)} \vec{E} + \chi^{(2)} \vec{E}^2 + \chi^{(3)} \vec{E}^3 + \ldots \right] \equiv \vec{P}^{(1)} + \vec{P}^{(2)} + \vec{P}^{(3)} + \ldots,$$

де $\varepsilon_0$ - діелектрична проникність вакууму, $\chi^{(1)}$ - лінійна сприйнятливість середовища, $\chi^{(i)}$, $i = 2,...,n$ нелінійна сприйнятливість відповідного порядку [94-96]. Величини $\chi^{(2)}$ і $\chi^{(3)}$ відомі як нелінійні оптичні сприйнятливості другого та третього порядку відповідно. Для простоти розглядаються поля $\vec{P}$ і $\vec{E}$ як скалярні величини. Проведемо оцінку порядку цих величин для загального випадку. Можна очікувати, що поправковий член нижчого порядку $\vec{P}^{(2)}$ буде порівнянний з лінійним відгуком $\vec{P}^{(1)}$, коли амплітуда прикладеного поля $\vec{E}$ має порядок характерної напруженості атомного електричного поля $E_{at} = e / 4\pi\varepsilon_0 a_0^2$, де $e$ - заряд електрона, $a_0 = 4\pi\varepsilon_0 \hbar^2 / me^2$ - радіус Бора атома водню ($\hbar$ - постійна Планка, яка ділиться на $2\pi$, $m$ - маса електрона). Чисельно ми знаходимо, що атомне електричне поле $E_{at} = 5{,}14 \times 10^{11}$ $В/м$. Таким чином, ми очікуємо, що в умовах нерезонансного збудження сприйнятливість другого порядку $\chi^{(2)}$ буде порядку $\chi^{(1)} / E_{at}$. Для конденсованих середовищ $\chi^{(1)}$ має порядок одиниці, та тому ми очікуємо, що $\chi^{(2)}$ буде порядку $1/E_{at}$, тобто $\chi^{(2)} \simeq 1{,}94 \times 10^{-12}$ $m/V$. Аналогічним чином, ми очікуємо, що $\chi^{(3)}$ буде порядку $\chi^{(1)} / E_{at}^2$, що для конденсованої речовини має порядок $\chi^{(3)} \simeq 3{,}78 \times 10^{-24}$ $m^2/V^2$.

Найбільш часто спостерігається та розглядається в дослідженнях керровський тип нелінійності діелектриків, який було виявлено Джоном Керром в 1875 році [97, 98], що відповідає кубічній нелінійності:

$$\vec{P} = \chi \vec{E} + \chi^{(3)} \vec{E}^3 = \left( \chi + \chi^{(3)} \vec{E}^2 \right) \vec{E} = \varepsilon \vec{E}.$$

У разі керровського типу нелінійності, діелектрична проникність діелектричного матеріалу лінійно залежить від квадрату модуля електричного поля:

$$\varepsilon\left(\vec{E}\right) = \varepsilon_l + \varepsilon_n \left|\vec{E}\right|^2 ,$$

де $\varepsilon_l$ - постійна діелектрична проникність і $\varepsilon_n$ - коефіцієнт нелінійності діелектрика. У якості нелінійних матеріалів в таких системах зазвичай використовуються двокомпонентні напівпровідникові сполуки груп AIII BV періодичної таблиці елементів: антимонід індію (InSb), арсенід індію (InAs), фосфід індію InP, антимонід галію (GaSb) і арсенід галію (GaAs) [99]. Також використовуються багатокомпонентні матеріали, наприклад, InGaAsP [100] і комбінації напівпровідникових діелектриків з металом, наприклад, AlGaAs [101]. Ці матеріали мають відносно сильну нелінійність і прийнятний час перемикання (час релаксації) нелінійного відгуку, що необхідно для здійснення високошвидкісного перемикання.

Бістабільна система характеризується бістабільною перепускністю - явищем, при якому система змінює свій коефіцієнт проходження від одного значення до іншого у відповідь на властивості прохідного світла [102, 103]. Так, при збільшенні/зменшенні інтенсивності падаючого світла відбувається стрибкоподібне перемикання між двома стабільними станами проходження та відбиття, формуючи, таким чином, гістерезис [5]. Даний ефект також проявляється в процесі перетворення поляризації хвилі.

Ефект бістабільності використовується для реалізації оптичних перемикачів [104], обмежувачів, в цифровій електроніці як логічні елементи для зберігання двійкових даних, де стан «ввімкнути» представлено логічною «1», а стан «вимкнути» представлено логічним «0». Системи, керовані інтенсивністю світла, повинні мати власну нелінійну сприйнятливість і зворотній зв'язок для забезпечення бістабільного режиму роботи системи [105, 106].

Класичним прикладом бістабільного пристрою є інтерферометр Фабрі-Перо, заповнений нелінійним середовищем керровського типу [107]. В цьому випадку резонатор забезпечує зворотний зв'язок, який необхіден для отримання багатозначної інтенсивності на виході структури. Резонатор Фабрі-Перо складається з двох плоских дзеркал, які паралельно розташовані на певній відстані один від одного та забезпечує інтерференцію падаючого світла. Також форма дзеркал може бути увігнутою всередину або опуклою назовні, а між дзеркалами є заповнення з нелінійного діелектрика [108].

Основними недоліками більшості таких пристроїв є обмеження їх мінімального розміру, необхідного для забезпечення проходження світла, достатнього для досягнення помітного нелінійного відгуку та відносно високої інтенсивності світла. Актуальна проблема на сьогоднішній день виражена в зменшенні розмірів таких оптичних пристроїв, зменшенні їх часу перемикання та необхідної інтенсивності падаючого світла.

Системи без резонатора Фабрі-Перо також можуть бути використовувані в якості бістабільних пристроїв. Малогабаритні оптичні комутаційні пристрої можуть бути створені на основі ефекту екстраординарної оптичної передачі через субхвильові апертури, перфоровані на металевій плівці, в разі, коли ці отвори заповнені нелінійним матеріалом. Прикладом таких систем є нелінійні фотонно-кристалічні мікрорезонатори [109-111] та структури з квантовими ямами [112]. За допомогою поверхневих плазмон-поляритонів здійснюються локалізація та посилення напруженості електричного поля та продемонстрована оптична бістабільность в різних періодичних металевих наноструктурах [113-116]. Вони представляють унікальний механізм для локалізації світла, що призводить до поєднання високої добротності в невеликих резонансних обсягах, що сприяє виявленню більш сильних нелінійних ефектів і зменшення розмірів оптичних пристроїв. У таких структурах спостерігається значне посилення поля поблизу поверхні металу в частотному діапазоні поверхнево-плазмонних резонансів.

При вивченні таких плазмонних пристроїв основне завдання полягає в тому, щоб обчислити проходження/відбиття електромагнітної хвилі через субхвильову металеву періодичну структуру (одномірні або двовимірні апертури), а в найпростішому випадку - через одиночну щілину в металевій плівці [117]. Існує ряд досліджень в області електромагнітних технологій, яки було опубліковано у другій половині минулого століття [118-121], де було досліджено оптичний відгук одиночної апертури, заповненої лінійним ізотропним матеріалом [122, 123]. Поява резонансів проходження в щілинних резонаторах було передбачено з використанням різних математичних підходів (перетворення Фур'є, метод матриці передачі, метод моментів і ін.) [124-128]. Однак, коли щілина заповнена нелінійним діелектричним матеріалом, задачу дифракції зазвичай треба розв’язувати чисельно з використанням скінченно-різницевих схем [115, 129]. Рішення, отримане таким способом, часто важко піддається аналізу.

Для прояву нелінійних властивостей діелектрика необхідною умовою полягає наявність сильного електромагнітного поля всередині нелінійної системи. Отже, періодичні структури, в яких можлива локалізація поля великих інтенсивностей на резонансних частотах (приблизне значення $I = 10 - 100$ *кВт/см*$^2$), ідеальні для випадку, коли вони містять нелінійний матеріал.

Крім структур з поверхневими плазмонами існує перспективний спосіб розробки малогабаритних оптичних комутаційних пристроїв, на основі періодичних структур, період яких містить діелектричний матеріал з керровським типом нелінійності. Це можуть бути одноперіодичні, двоперіодичні об'ємні субхвильові решітки, що містять нелінійний діелектрик в якості включень [130], періодичні структури з дефектом з нелінійного матеріалу [131, 132] та планарні решітки з резонансних провідних елементів, що розташовані на нелінійній діелектричній підкладці [133], які також називаються метаповерхнями [134, 135].

Що стосується планарних нелінійних решіток з активними складовими, які можуть бути планарними метаматеріалами, то, як правило, ці системи є структурами, які складаються з металевих або діелектричних резонансних елементів, розташованих у вигляді періодичної матриці на тонкому шарі, товщина якого менше довжини падаючої хвилі. Одним із способів отримання нелінійного відгуку планарного метаматериала є введення в структуру деяких нелінійних індивідуальних резонансних елементів. Таким чином, в [136], елементи виконані нелінійними та підлаштовуються за допомогою введення діодів з керованою ємністю. Однак в оптичному діапазоні виготовлення таких структур пов'язано зі значними технологічними труднощами. Іншим, більш простим способом, є розташування резонансних елементів на нелінійній підкладці. Головною особливістю планарних метаматеріалів, необхідних для застосувань оптичного перемикання, є резонансний характер їх спектрів проходження та відбиття. Зазвичай посилення резонансного поля всередині планарного метаматеріалу може бути отримано за рахунок використання структур, які підтримують режим замкнених мод.

Особливий вибір геометричних параметрів структури дозволяє в кілька разів збільшити добротність резонансу на замкнених модах у порівнянні зі звичайним плазмон-поляритоним резонансом. Такі структури з високодобротними властивостями перспективні для підтримки бістабільного режиму роботи в ближньому інфрачервоному діапазоні, коли решітки містять нелінійний діелектрик, наприклад, нелінійну підкладку.

Таким чином, на сьогоднішній день дослідження нелінійних систем, що мають бістабільні характеристики, є вкрай актуальними та перспективними для подальшого вивчення, оскільки такі нелінійні системи відіграють важливу роль при створенні ультракомпактних оптичних перемикачів, ефективних обмежувачів потужності, елементів пам'яті, оптоелектронних систем і оптичних транзисторів (трансфазорів ) [137, 138].

Слід зазначити, що нелінійний діелектричний матеріал використовується не тільки в якості включень або підкладки для періодичних решіток, та як нелінійний шар, що входить до складу нелінійної планарної магнітооптичної хвилеводної системи, яка здатна підтримувати та здійснювати керування дисипативними солітонами. Солітоном називають стійку відокремлену хвилю, яка поширюється в нелінійному середовищі. Дисипативні солітони є стійкими одиночними локалізованими структурами, що виникають в нелінійних розподілених дисипативних системах за рахунок механізмів самоорганізації. У таких дисипативних системах повинен існувати баланс припливу та відтоку енергії.

Дисипативні солітони було визнано цінним ресурсом для опису та вивчення локалізованих станів у відкритих складних динамічних системах, що вимагають безперервного потоку енергії в системі для підтримки їх стабільних станів [139]. Існування таких стійких локалізованих станів можливо тільки через нетривіальні внутрішні потокі енергії або матерії, як всередині системи, так і через її кордони. Будучи повністю динамічними об'єктами, дисипативні солітони можуть еволюціонувати як стаціонарні об'єкти, періодично змінюючи форму, формуючи пульсуючі солітони з простою або більш складною поведінкою та становляться хаотичними або вибухонебезпечними солітонами, періодично проявляють вибухові нестійкості, і повертаються до вихідних сигналів після кожного вибуху [140, 141]. Незалежно від типу еволюції дисипативні солітони існують нескінченно в часі, поки параметри системи залишаються стабільними. Однак вони руйнуються, як тільки параметри системи виходять за межі допустимого діапазону існування солітонів або якщо джерело енергії відключено. В останні десятиліття зберігається інтерес до вивчення дисипативних солітонів і розробляються нові парадигми для опису природи складних нелінійних явищ, що включають стійкі локалізовані структури в оптичних і біологічних системах [142].

Серед усіх солітонів, виявлених в оптичних системах, вельми цікаві магнітооптичні солітони [143]. По-перше, магнітооптична активність дає додатковий ступінь свободи для керування хвильовими процесами, які в даний час використовуються в оптиці [144, 145]. Зокрема, проектування багатьох пристроїв, таких як фазообертачі та оптичні циркулятори, можливо завдяки ефекту невзаємністі. По-друге, використання магнітооптичних інтегрованих блоків дає більше переваг в порівнянні з технологіями GaAs або LiNbO3 й є перспективним для виконання повної оптичної обробки.

Різні типи солітонів в оптичних хвилеводах з магнітооптичним шаром було вивчено групою Бордмана [146-151]. Зокрема, теоретично в роботі [146] розглянуто еволюцію просторових солітонів у тришаровій магнітооптичній плоскій хвилеводній системі, що складається з нелінійного ядра, спеціальної магнітооптичної оболонки та немагнітної підкладки. В роботі [147] було використано підхід для вивчення поширення просторових солітонів в шаруватому магнітооптичному хвилеводі. Поверхневі солітони, які локалізовано на межі поділу між лінійним магнітооптичним півпростором і нелінійним оптичним середовищем, було вивчено в [148]. Нарешті, вплив просторово неоднорідного зовнішнього магнітного поля на поширення світлодисипативних солітонів у магнітооптичній плоскій хвилеводній системі вивчено в [139, 149]. Система складається з нелінійного направляючого шару, розміщеного на магнітооптичній підкладці, яка намагнічується струмом, що протікає по одному прямому дроту. Щоб описати еволюцію дисипативних солітонів в системі, зовнішнє просторово-неоднорідне магнітне поле розглядається в геометрії Войта, а рівняння Гінзбурга-Ландау адаптовано шляхом включення додаткового лінійного члена. В цьому члені вводиться коефіцієнт, який відповідає поперечному розподілу статичного магнітного поля. В роботі [149] показано, що різні класи просторових дисипативних солітонів, які існують в такій магнітооптичній хвилеводній системі, можливо описати як розв’язання рівняння Гінзбурга-Ландау щодо обвідної електричного поля, та вони обумовлюють ефект невзаємного поширення.

**Висновки до розділу 1**

- Актуальною проблемою радіофізики є вивчення та розробка нових планарних і об'ємних нелінійних періодичних структур для інфрачервоного діапазону довжин хвиль. Бістабільні характеристики нелінійних структур для застосування в цьому діапазоні хвиль на даний момент вивчено недостатньо.
- Актуальним завданням є проектування відкритих періодичних структур, здатних концентрувати електромагнітне поле всередині структур. До них відносяться планарні решітки, що підтримують режим замкнених мод і решітки, які підтримують режим дефектних мод.
- Дослідження нелінійних решіток може бути засноване на алгоритмі розв’язання лінійних задач дифракції, коли забезпечується висока концентрація електромагнітної енергії в області розташування нелінійного діелектрика в решітці.

- Дослідження бістабільностого режиму роботи нелінійних структур і пошук структур з найбільш вираженими бістабільними характеристиками є перспективні для проектування приладів в інтегральній оптиці й оптоелектроніці.
- Режим збудження солітону відіграє значиму роль у створенні приладів, що генерують випромінювання в мікрохвильовому та терагерцевому діапазонах довжин хвиль.

# РОЗДІЛ 2
# ДОСЛІДЖЕННЯ БІСТАБІЛЬНИХ ЧАСТОТНО-СЕЛЕКТИВНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ПЛАНАРНИХ ПОЛОСКОВИХ НЕЛІНІЙНИХ РЕШІТОК

Планарні решітки, що складаються з резонансних елементів довільної форми в елементарній комірці, також відомі як частотно-селективні структури [28]. В якості підкладки, на якій періодично розташовані елементи, використовується тонкий діелектричний шар (товщина шару менше довжини падаючої хвилі). Такі структури активно використовуються в якості фільтрів (поляризаційних, просторових і частотних) в мікрохвильовому, інфрачервоному й оптичному діапазонах. Планарні структури можуть бути спроектовано таким чином, щоб в них існував режим замкнених мод [8], в якому структури мають високу добротність. Наприклад, коли відбувається збудження протифазних коливань між двома асиметричними металевими елементами в елементарній комірці періодичної структури, то в такому випадку в решітці створюється режим замкнених мод. Такі моди не випромінюються у вільний простір, їх поле концентрується уздовж поверхні решітки й експоненціально загасає в напрямку нормалі до неї. По суті, замкнена мода - це власне коливання струму на елементах. Резонанс на замкненій моді має асиметричний вузький профіль, а його максимум і мінімум проявляються в безпосередній близькості один від одного. Резонанс такого профілю називають резонансом Фано [79]. Планарні решітки, що підтримують режим замкнених мод, характеризуються високодобротними резонансами, завдяки здатності локалізувати сильне внутрішнє електромагнітне поле. Тому подальше вивчення характеристик таких решіток є перспективним і багатообіцяючим для створення приладів нанофотоніки.

В даний час виникає необхідність керування властивостями періодичних структур за допомогою зміни інтенсивності поля, що падає з метою створення мініатюрних оптичних перемикачів [5, 115]. При такому застосуванні решіток необхідно, щоб структура містила нелінійний діелектричний матеріал, наприклад, з керровським типом нелінійності [97], коли діелектрична проникність лінійно залежить від квадрата модуля електричного поля. Принцип роботи структури з бістабільним режимом роботи визначається тим, що при посиленні поля, що падає решітка володіє одним стійким станом з певним значенням коефіцієнта відбиття/проходження, а при ослабленні поля, що падає - іншим значенням. Таким чином, відбувається перемикання режимів роботи решітки. Але щоб проявити нелінійні властивості діелектрика необхідно сильне внутрішнє електричне поле структури. В основі досліджень нелінійних періодичних решіток може лежати вивчення задач розсіяння плоских електромагнітних хвиль на решітках в лінійному випадку [82].

Умови для прояву нелінійних ефектів в структурах, це: залежність діелектричної проникності діелектрика від внутрішнього електричного поля та посилення напруженості поля в резонансах структури.

Так, планарні решітки з нелінійними включеннями, в яких є можливим режим замкнених мод, актуальні для вивчення їх бістабільностого режиму роботи. Прикладом такої структури може бути решітка, резонансні елементи якої періодично розташовані на тонкому нелінійному діелектричному шарі.

У нелінійному режимі при взаємодії поля падаючої електромагнітної хвилі з нелінійним середовищем, поляризація середовища є функцією електричного поля:

$$\vec{P} = \chi\vec{E} + \chi^{(2)}\vec{E}^2 + \chi^{(3)}\vec{E}^3 + \ldots + \chi^{(n)}\vec{E}^n,$$

де $\chi$ - лінійна сприйнятливість середовища, $\chi^{(i)}, i = 2,...,n$ нелінійна сприйнятливість відповідного порядку [95]. Більшість нелінійних матеріалів не мають квадратичної залежності поляризації по полю, а вклади членів вищих порядків, починаючи з $i = 4$ вельми незначні. Кубічний член в розкладанні за ступенями електричного поля падаючої електромагнітної хвилі відповідає керровському типу нелінійності. Діелектрики з керровським типом нелінійності, найбільш часто використовуються для створення нелінійних періодичних структур. Таким чином, в розділах 2 і 4 ми розглядаємо нелінійні задачі дифракції з діелектриком, що включає лінійну та кубічну залежності поляризації від електричного поля.

Слід зазначити, що нелінійний діелектричний матеріал використовується не тільки в якості включень або підкладки для періодичних решіток, та як нелінійний шар, що входить до складу нелінійної планарної магнітооптичної хвилеводної системи, здатний підтримувати та керувати дисипативними солітонами. Дисипативні солітони - це стійкі поодинокі локалізовані стани електромагнітних коливань, що виникають в нелінійних дисипативних системах із зовнішнім підживленням через механізми самоорганізації. В даний час актуальним напрямком в оптиці є дослідження керування хвильовими процесами в системі за допомогою просторово-неоднорідного зовнішнього магнітного поля, яке може бути просто реалізовано в нелінійних планарних магнітооптичних хвилеводах. Існують роботи з вивчення еволюції дисипативних солітонів у нелінійній магнітооптичній хвилеводній системі [149]. Така система складається з нелінійного шару, на якому розташовано тільки один прямий провідний дріт. Шар розташовано на магнітооптичній підкладці. Підкладка намагнічується струмом, який протікає по дроту. Розв’язання такого завдання лягло в основу нашого дослідження нелінійної магнітооптичної системи з декількома провідними дротами.

В цьому розділі було вивчено бістабільні частотні характеристики планарної решітки з металевих асиметрично-розірваних кілець, періодично розташованих на нелінійному діелектричному шарі та періодичної структури, що складається з двох нескінченних решіток типу fish-scale, розташованих з двох сторін нелінійного діелектричного шару. Було показано бістабільні режими роботи таких решіток. А також продемонстровано простий і надійний механізм для керування поширенням дисипативних солітонів в нелінійному магнітооптичному плоскому хвилеводі. Керування було реалізовано за допомогою просторово-неоднорідного зовнішнього магнітного поля, яке індукується набором прямих провідних дротів, розташованих на шарі.

## 2.1 Бістабільні характеристики планарної решітки з асиметричною формою елементів періодичної комірки

В даному розділі було розглянуто нормальне падіння плоскої електромагнітної хвилі на двоперіодичну решітку. Решітка є тонкий шар з нелінійного діелектричного матеріалу з товщиною $h$, на якому періодично вздовж осей $Ox$ і $Oy$ розташовано елементарні квадратні комірки решітки зі сторонами $d_x = d_y = d$ (Рис. 2.1). Елементарна комірка складається з двох металевих дуг у вигляді асиметрично розірваного кільця з однаковою шириною $2w$ та радіусом $a$ (Рис. 2.2). Ці елементи розташовані один навпроти одного так, що праворуч і ліворуч є зазори між ними. Правий зазор $\varphi_1$ трохи менше лівого $\varphi_2$, так, що елементарна комірка асиметрична щодо осі $Oy$. Така асиметрія необхідна для збудження протифазного коливання струмів на елементах.

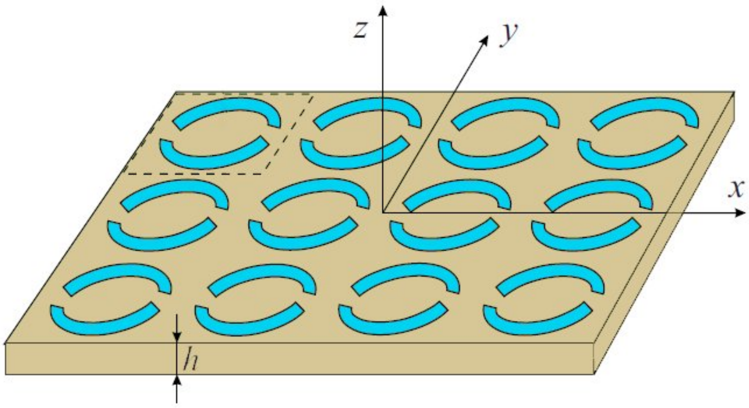



***Рисунок 2.1** – Геометрія періодичної решітки з асиметрично-розірваних кілець*

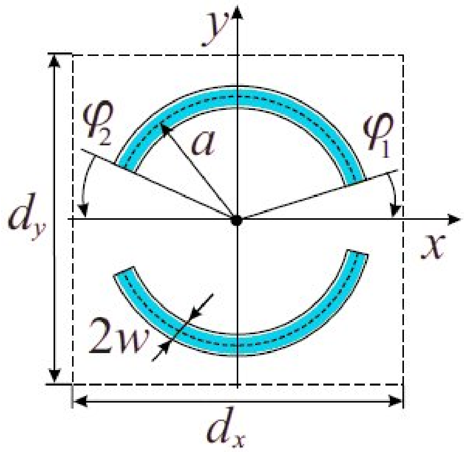



***Рисунок 2.2** – Геометрія елементарної комірки решітки*

Плоска монохроматична хвиля з амплітудою $A$ та частотою $\omega$. При $E$-полярізації поля, що падає в напрямку осі $y$, в решітці можуть збуджуватися резонансні коливання струму на замкненій моді, так що струми течуть по елементам у комірці в протифазі.

Мета рішення нелінійної задачі полягає в знаходженні бістабільних частотних спектрів досліджуваної структури. Для цього було застосовано розв’язання лінійної задачі дифракції плоскої електромагнітної хвилі з одиничною амплітудою $A=1 \ [B/cm]$ на решітці, коли структура виконана з асиметрично-розірваних металевих кілець, які розташовані на діелектричному шарі [8, 9]. Лінійну задачу було розв’язано з використанням методу моментів [150] з метою розв’язання інтегрального рівняння щодо поверхневих струмів на металевих елементах решітки, які були наведені полем, що падає. Розсіяне поле, утворене струмами на елементах, представлено у вигляді набору просторових гармонік.

В цьому розділі було досліджено розсіяння електромагнітної хвилі на періодичній структурі, яка розташована на діелектричній підкладці з керровською нелінійністю. У цьому випадку значення діелектричної проникності нелінійного діелектрика залежить від квадрата модуля електричного поля всередині нього $\left|E_{in}\right|^2$ або прямо пропорційна внутрішньої інтенсивності поля $I_{in}$

$$\varepsilon = \varepsilon_l + \varepsilon_n \left|I_{in}\right|,$$

де $\left|I_{in}\right| \sim \left|E_{in}\right|^2$, $\varepsilon_l$ - діелектрична проникність нелінійного матеріалу, $\varepsilon_n$ - коефіцієнт нелінійності. На елементах в кожній комірці течуть струми приблизно з однаковою амплітудою, а на резонансній частоті вони рівні. Так як розмір елементарної комірки решітки менше довжини хвилі $\left(d < \lambda\right)$, то було введено такі припущення: в якості амплітуди струму на елементах бралося середнє значення амплітуди струму $\bar{J}$. Вважалося, що внутрішня інтенсивність поля в підкладці прямо пропорційна квадрату усередненої амплітуди струму на елементах решітки. Таким чином, внутрішня інтенсивність електричного поля є функцією усередненої амплітуди струму $I_{in} = I_{in}\left(\bar{J}\right)$. Усереднене значення амплітуди струму $\bar{J}$ обчислюється чисельно. Нелінійну підкладку було розглянуто, як однорідний діелектричний шар не залежно від того, наскільки сильне поле, що падає. Ми враховували втрати в діелектрику, тобто $\varepsilon_l = \varepsilon_l' + i\varepsilon_l''$, де $\varepsilon_l'$ - дійсна частина і $\varepsilon_l''$ - уявна частина діелектричної проникності шару. Таким чином, діелектрична проникність підкладки залежить від середнього значення струму на елементі:

$$\varepsilon = \varepsilon_l' + i\varepsilon_l'' + \varepsilon_n I_{in}\left(\overline{J}\right). \tag{2.1}$$

Фактично, вираз (2.1) є залежністю діелектричної проникності підкладки від значення амплітуди струму на металевих елементах. Отже, при виконанні резонансних умов амплітуди струмів на дугах в кожній комірці структури характеризуються максимальними значеннями, що призводить до сильного прояву нелінійності діелектрика.

Для проявів нелінійних властивостей решітки необхідно, щоб амплітуда поля, що падає значно перевищувала 1 $\left[B/cm\right]$. Тоді, амплітуда струму на елементах визначається наступним нелінійним рівнянням:

$$\overline{J} = AQ_{\overline{J}}\left(\omega, \varepsilon\left(I_{in}\left(\overline{J}\right)\right)\right), \tag{2.2}$$

де $A$ - амплітуда поля, що падає $\left[B/cm\right]$. Розв’язання нелінійного рівняння (2.2) щодо амплітуди струму при фіксованій частоті $\omega$ дозволяє визначити середню амплітуду струму, що залежить від поля, що падає $\overline{J}\left(A\right)$. За допомогою знайденого значення струму на елементах $\overline{J}$ визначається діелектрична проникність підкладки як функція усередненого струму $\varepsilon = \varepsilon_l' + i\varepsilon_l'' + \varepsilon_n I_{in}\left(\overline{J}\left(A\right)\right)$. Знаючи діелектричну проникність підкладки можна визначити коефіцієнти відбиття та проходження як функції амплітуди поля, що падає:

$$R = R\left(\omega, \varepsilon_l' + i\varepsilon_l'' + \varepsilon_n I_{in}\left(\overline{J}\left(A\right)\right)\right) \tag{2.3}$$

$$T = T\left(\omega, \varepsilon_l' + i\varepsilon_l'' + \varepsilon_n I_{in}\left(\overline{J}\left(A\right)\right)\right) \tag{2.4}$$

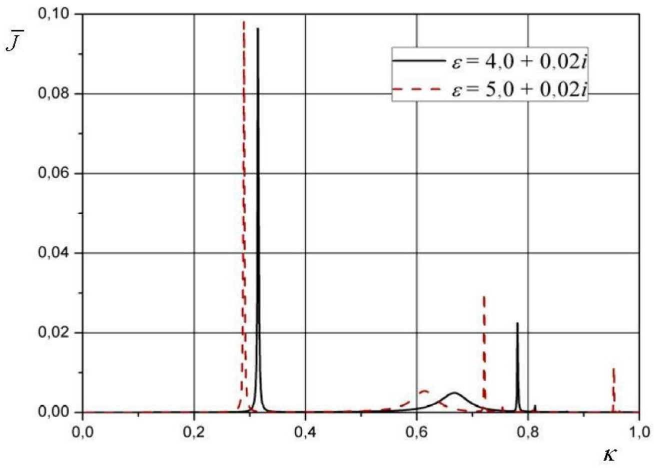



***Рисунок 2.3*** *– Залежність амплітуди усередненого струму* $\overline{J}$ *на елементах решітки від частоти* $\kappa$ *коли* $\varepsilon_n = 0$*, (*$\varepsilon_l = 4{,}0 + i0{,}02$ *- суцільна лінія,* $\varepsilon_l = 5{,}0 + i0{,}02$ *- штрихова лінія)*

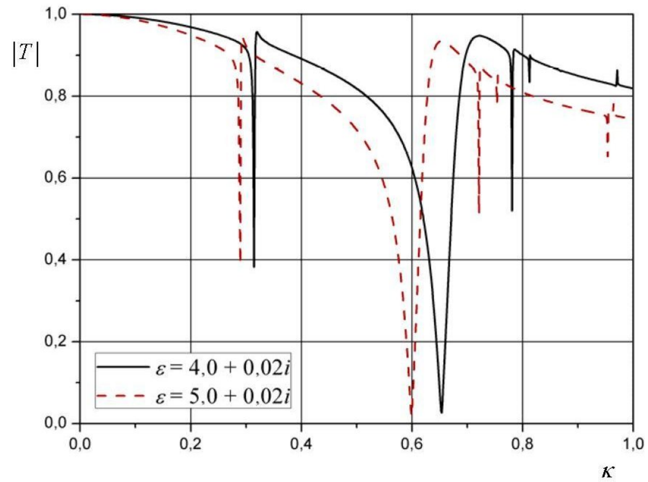



***Рисунок 2.4*** *– Частотна залежність коефіцієнта проходження* $|T|$ *решітки коли* $\varepsilon_n = 0$*, (*$\varepsilon_l = 4{,}0 + i0{,}02$ *- суцільна лінія,* $\varepsilon_l = 5{,}0 + i0{,}02$ *- штрихова лінія)*

Спочатку надаються частотні характеристики решітки в лінійному випадку, коли амплітуда поля, що падає дорівнює $A = 1 \;\; B/cm$ та коефіцієнт нелінійності $\varepsilon_n = 0$. Параметри структури було обрано наступними: $d = 900$ нм ,

$h = 0{,}1d$, $a = 0{,}4d$, $2w = 0{,}06d$, $\varphi_1 = 15^0$ і $\varphi_2 = 25^0$. На Рис. 2.3 показана залежність амплітуди струму $\bar{J}$ усередненого на елементах решітки від нормованої частоти $\kappa = d/\lambda$ коли реальна частина діелектричної проникності підкладки дорівнює $\varepsilon_l' = 4{,}0$ (суцільна лінія) і $\varepsilon_l' = 5{,}0$ (штрихова лінія), уявна частина в обох випадках однакова і становить $\varepsilon_l'' = 0{,}02$. Так як струми на асиметрично-розірваних кільцях в кожній комірці решітки мають протифазний напрямок, то збудження таких протифазних струмових коливань між елементами призводить до виникнення високодобротного резонансу при $\kappa \sim 0{,}3$. Струмові коливання відповідають режиму замкнених мод, оскільки вони слабо випромінюють поле у вільний простір, і отже, амплітуда струму на елементах характеризується максимальним значенням на резонансній частоті. При збільшенні діелектричної проникності підкладки, відбувається зміщення резонансів в довгохвильову область, а при зменшенні - в короткохвильову область.

На Рис.2.4. показана частотна залежність коефіцієнта проходження $|T|$ решітки для двох значень діелектричної проникності підкладки, як і на Рис. 2.3. ($\varepsilon_l' = 4{,}0$ - суцільна лінія, $\varepsilon_l' = 5{,}0$ - штрихова лінія). Резонанси на частотах $\kappa \sim 0{,}3$ і $\kappa \sim 0{,}6$ є Фано резонансами.

Далі структуру було досліджено в нелінійному режимі, коли коефіцієнт нелінійності дорівнює $\varepsilon_n = 0{,}005$ $см^2/кВт$ та діелектричну проникність підкладки обрано $\varepsilon_l = 4{,}0 + i0{,}02$.

На Рис. 2.5 показано залежності амплітуди усередненого струму $\bar{J}$ на елементах решітки від амплітуди поля, що падає $A$ в нелінійному випадку на фіксованих частотах: $\kappa = 0{,}301$ (суцільна лінія), $\kappa = 0{,}302$ (штрихова лінія) та $\kappa = 0{,}303$ (крапкова лінія). Профіль характеристики амплітуди струму має вигляд гістерезису при $\kappa = 0{,}301$ і $\kappa = 0{,}302$. Як приклад, розглянуто випадок, коли частота поля, що падає $\kappa = 0{,}301$. По мірі збільшення амплітуди поля, що падає, амплітуда усередненого струму та пропорційна інтенсивність внутрішнього електричного поля поступово зростають уздовж нижньої гілки кривої до тих пір, поки вона не досягне близько $\overline{J} \approx 2,2$. У цей момент величина струму стрибком наближується до $\overline{J} \approx 5,5$ через нестабільність системи на внутрішній гілки кривої. Цей перехід показано на малюнку прямою зі стрілкою, яка спрямована вгору. Зменшення амплітуди поля, що падає призводить до зміни струму уздовж верхньої гілки кривої до $\overline{J} \approx 4,5$, де потім амплітуда усередненого струму падає до значення близько $\overline{J} \approx 0,5$. Цей перехід позначений стрілкою, спрямованою вниз. Слід зазначити, що при $\kappa = 0,301$ проявляється найбільш широкий гістерезис, коли амплітуда поля, що падає змінюється з $60 \quad B/см$ по $150 \quad B/см$. При $\kappa = 0,302$ гістерезис вузький на інтервалі $A = 49 - 70 \quad B/см$. При $\kappa = 0,303$ гістерезисна петля амплітуди усередненого струму не утворюється, внаслідок слабкого струму на елементах.

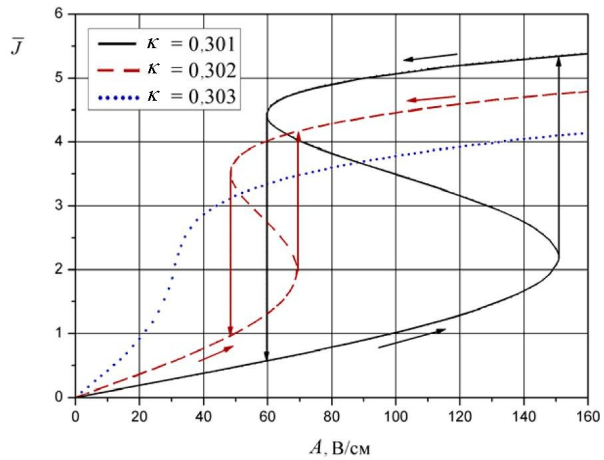



***Рисунок 2.5** – Залежність усередненої амплітуди струму $\overline{J}$ на елементах решітки від амплітуди поля, що падає $A$ при $\kappa = 0,301$ (суцільна лінія), $\kappa = 0,302$ (штрихова лінія) і $\kappa = 0,303$ (крапкова лінія)*

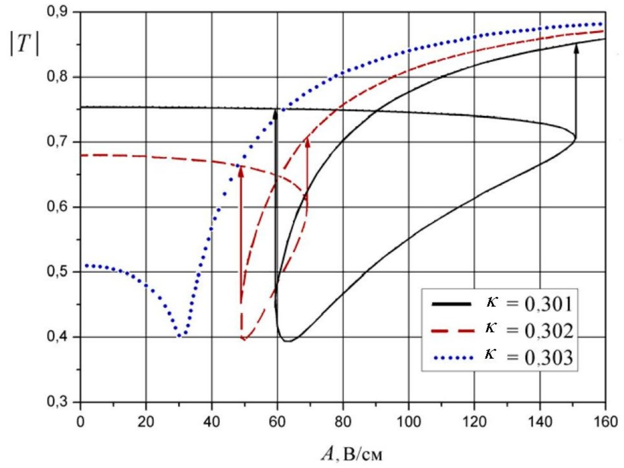



***Рисунок 2.6** – Залежність коефіцієнта проходження* $|T|$ *решітки від амплітуди поля, що падає* $A$ *при* $\kappa = 0{,}301$ *(чорна суцільна лінія),* $\kappa = 0{,}302$ *(червона штрихова лінія) і* $\kappa = 0{,}303$ *(синя крапкова лінія)*

На Рис. 2.6 представлено залежність коефіцієнта проходження $|T|$ структури від зміни амплітуди поля, що падає $A$. Так як значення коефіцієнта проходження решітки залежить від амплітуди усередненого струму на її елементах, то зміна амплітуди струму від високого до низького значення призводить до стрибкоподібної зміни перепускності решітки. Профіль побудованих кривих для коефіцієнтів проходження також має гістерезисну петлю при $\kappa = 0{,}301$ і $\kappa = 0{,}302$. Стрілки на графіках вказують на стрибкоподібну зміну коефіцієнта проходження при циклічній поведінці амплітуди поля, що падає, яка відповідає бістабільному режиму роботи решітки.

Було отримано частотні залежності амплітуди усередненого струму на елементах решітки (Рис. 2.7) при фіксованих значеннях амплітуди поля, що падає: $A = 1$, $В/см$ (суцільна лінія), $A = 50$, $В/см$ (штрихова лінія), $A = 100$, $В/см$ (штрихпунктирна лінія), $A = 150$, $В/см$ (крапкова лінія).

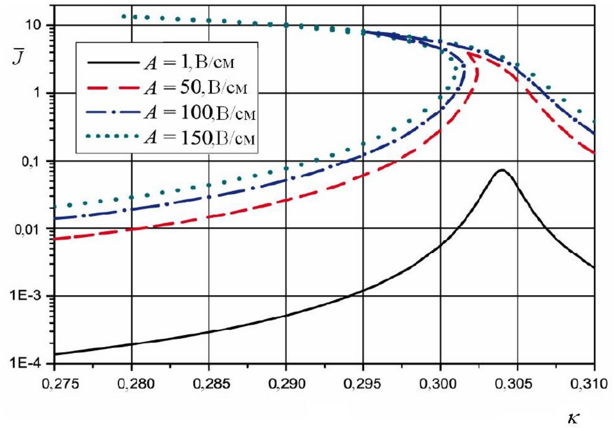



***Рисунок 2.7*** *– Частотна залежність амплітуди усередненого струму* $\overline{J}$ *на елементах решітки при* $A=1$ $B/см$ *(чорна суцільна лінія),* $A=50$ $B/см$ *(червона штрихова лінія),* $A=100$ $B/см$ *(синя штрихпунктирна лінія),* $A=150$ $B/см$ *(блакитна крапкова лінія)*

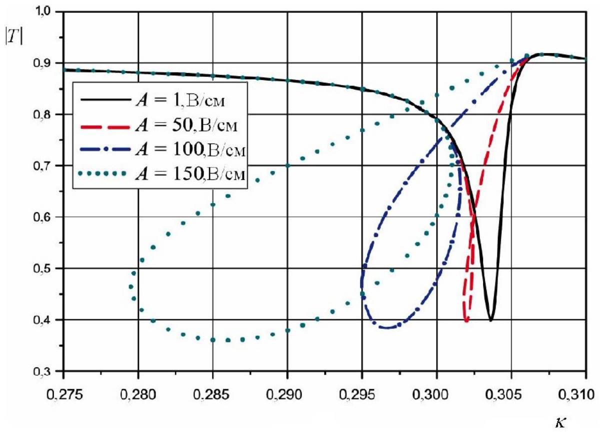



***Рисунок 2.8*** *– Частотна залежність коефіцієнта проходження* $|T|$ *решітки при* $A=1$ $B/см$ *(чорна суцільна лінія),* $A=50$ $B/см$ *(червона штрихова лінія),* $A=100$ $B/см$ *(синя штрихпунктирна лінія),* $A=150$ $B/см$ *(блакитна крапкова лінія)*

При великих амплітудах поля, що падає ($100-150$, $B/см$) відбувається деформація профілю піку резонансу так, що частотна залежність амплітуди усередненого струму стає багатозначною, внаслідок збудження режиму замкнених мод в решітці.

Частотна залежність величини коефіцієнта проходження $|T|$ також демонструє стрибкоподібні перемикання на різні значення при збільшенні та зменшенні частоти в резонансному діапазоні, коли амплітуда поля, що падає досить велика (Рис. 2.8). У нелінійному режимі крива резонансу проходження на замкненій моді має циклічний вид і закручується у петлю при $A = 100 - 150, В/см$.

## 2.2 Бістабільні характеристики планарної решітки типу fish-scale

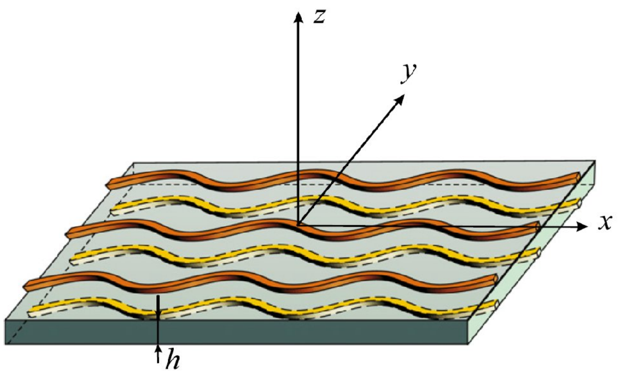



***Рисунок 2.9*** *– Геометрія планарної решітки типу fish-scale*

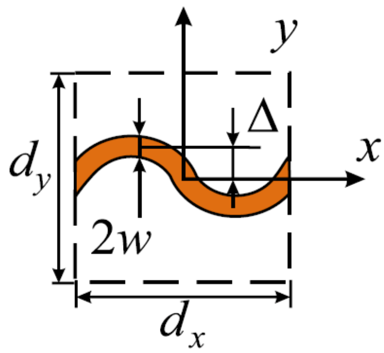



***Рисунок 2.10*** *– Геометрія елементарної комірки решітки типу fish-scale*

У цьому розділі було досліджено задачу нормального падіння плоскої монохроматичної електромагнітної хвилі на періодичну структуру, яка складається з двох нескінченних решіток розташованих з двох сторін нелінійного діелектричного шару з товщиною $h$. Передбачається, що товщина шару $h$ набагато менше довжини падаючої хвилі $\lambda$. Кожна решітка складається з ідеально провідних металевих хвилястих стрічок (Рис. 2.9).

Елементарна комірка решітки є квадрат зі сторонами $d = d_x = d_y$, які менше довжини падаючої хвилі $d < \lambda$ (Рис. 2.10). Довжину стрічки в комірці позначено через $S$, ширина металевих стрічок - $2w$ і їх відхилення від прямої - $\Delta$. Падаюча хвиля поляризована вздовж осі x. Амплітуда первинного поля дорівнює $A$.

Для розв'язання цієї задачі було застосовано метод моментів [10, 11]. Він передбачає розв'язання інтегрального рівняння, пов'язаного з поверхневими струмами, індукованими в металевих стрічках полем падаючої хвилі [77, 81]. В рамках методу моментів металеві елементи розглядаються як ідеальні провідники, а підкладка є діелектрик з втратами $\varepsilon_l = \varepsilon_l' + i\varepsilon_l''$, де $\varepsilon_l'$ – дійсна частина і $\varepsilon_l''$ - уявна частина діелектричної проникності шару. У такій конфігурації метод рішення строго враховує електромагнітний зв'язок між двома сусідніми решітками через затухаючі просторові хвилі. Відгук структури може бути виражений через індуковані струми $J_1$ і $J_2$, які протікають вздовж стрічок відповідної решітки, а коефіцієнти відбиття $R$ та проходження $T$ визначаються як функції нормованої частоти $(\kappa = d/\lambda)$, діелектричної проникності $(\varepsilon)$ та інших параметрів структури.

Слід зазначити, що через наявність двох решіток в досліджуваній структурі існує два можливих розподілу струму, які пов'язані з резонансами на замкнених модах. Перший розподіл - це протифазні струмові коливання в дугах кожної стрічки (Рис. 2.11 (а)). Токи протікають однаковим чином на обох решітках з двох сторін шару, резонанс існує внаслідок криволінійної форми стрічок. Резонансну частоту було позначено буквою $\kappa_1$. Цей резонанс притаманний як однієї решітці, так і структурі з двох решіток [10, 11]. Другий розподіл є протифазні струмові коливання, збуджувані між двома сусідніми решітками (Рис. 2.11 (б)). Токи протікають в протилежних напрямках на верхній і нижній решітках, отже, такий резонанс може збуджуватися лише у структури з двома решітками. Резонансна частота позначена буквою $\kappa_2$.

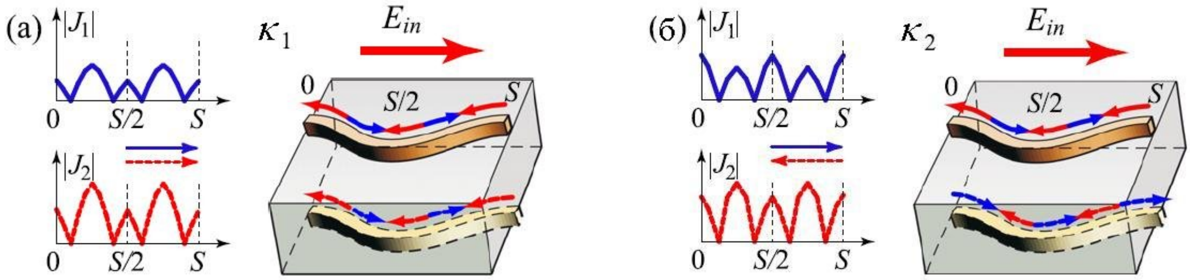



***Рисунок 2.11** – Розподіл поверхневого струму уздовж стрічок, розміщених на верхній (а) і нижній (б) сторонах підкладки в структурі типу fish-scale*

Було обрано наступні параметри структури для розрахунків її характеристик: $2w/d = 0{,}05$, $h/d = 0{,}2$ і $\Delta/d = 0{,}25$. Коливання струму на верхній і нижній решітках характеризуються двома резонансними станами, амплітуди яких представлені на Рис. 2.12. Для нижній решітки резонанс має профіль Лоренца (штрихова лінія), який є типовим відгуком резонансної структури. Для верхньої решітки - профіль Фано (суцільна лінія), який проявляється як антирезонансний стан, тобто коли відбувається подавлення реакції структури в певних резонансних умовах [79]. Наявність такого профілю обумовлено за рахунок інтерференції падаючої хвилі та відбитої хвилі від нижньої решітки.

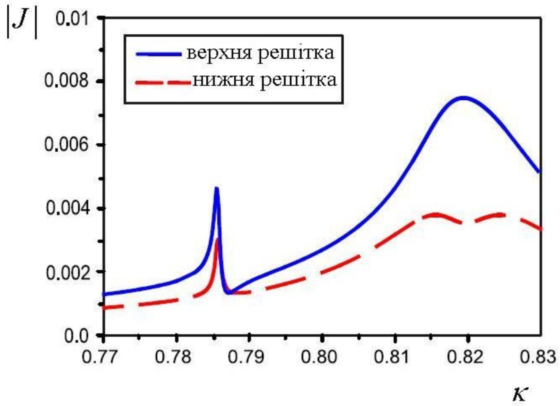



***Рисунок 2.12*** *– Частотні залежності амплітуд струмів, індукованих на верхній (суцільна лінія) і нижній (штрихова лінія) решітках;* $\varepsilon_l' = 3$, $\varepsilon_l'' = 0{,}01$

Для конкретної плоскої структури типу fish-scale, два резонансні стани відповідають двом піках відбиття, тоді як антирезонансний стан відповідає максимуму проходження. У той же час ці два резонансні стани мають різну добротність. Добротність першого резонансу (верхня решітка) залежить від форми стрічок і практично не залежить від діелектричної проникності підкладки $\varepsilon$. Незважаючи на те, що на прямих стрічках обидва резонанси взагалі не збуджуються, для першого резонансу, чим менше форма стрічок відрізняється від прямої лінії, тим він більш добротний. З іншого боку, добротність другого резонансу (нижня решітка) залежить від відстані між рештками і від діелектричної проникності підкладки. Крім того, наявність омічних втрат $\left(\varepsilon_l'' \neq 0\right)$ в підкладці знижує величину добротності обох резонансів і обмежує досягнення повного проходження при антирезонансі через часткове поглинання електромагнітних хвиль усередині структури.

Таким чином, зміна відстані між решітками та величини діелектричної проникності підкладки змінюють резонансні умови на замкнених модах, і ця зміна виявляється в амплітудах струму $J_1$ і $J_2$. Внаслідок таких струмових розподілів поле виявляється локалізованим між решітками, тобто безпосередньо в підкладці, що достатньо підсилює нелінійні ефекти, коли діелектричний шар виготовлено з нелінійного матеріалу, діелектрична проникність якого залежить від внутрішнього електромагнітного поля $\varepsilon = \varepsilon_l + \varepsilon_n |E_{in}|^2$. Для розв’язання такої нелінійної задачі в [18, 134, 135, 151] було запропоновано наближений метод. Як і в розділі 2.1. було передбачено, що квадрат модуля внутрішнього електричного поля прямо пропорційний інтенсивності електричного поля всередині шару $|E_{in}|^2 \sim I_{in}$. Потім, припускалось, що внутрішня інтенсивність поля прямо пропорційна квадрату амплітуди струму, усередненому по металевій стрічці $I_{in} \sim J^2$, де $J = (J_1 + J_2)/2$. Також вважалось, що нелінійна підкладка залишається однорідним діелектричним шаром під дією інтенсивного поля, що падає, так як розмір елементарної комірки решітки менше довжини падаючої хвилі.

При резонансі на замкненій моді, електромагнітна енергія обмежена в дуже малій області між стрічками, що дозволяє застосувати теорію лінії передачі для оцінки інтенсивності внутрішнього поля, локалізованого всередині системи. Відповідно до цієї теорії, провідний дріт форми меандру періодично навантажений короткозамкненими ділянками ліній передачі. Кожна секція є один період. Уздовж цих дротів струми течуть в протилежних напрямках. Таким чином, внутрішнє електричне поле визначається як $E_{in} = V/D$, де $V = Z\bar{J}$ - лінійна напруга, $D$ - відстань між дротами в лінії передачі, $\bar{J}$ - величина струму, усереднена уздовж дроту. Імпеданс визначається на відповідній резонансній частоті $\kappa_j = d/\lambda_j$, $j = 1,2$. Тоді, $Z = i(Z_0/\pi d)\cosh^{-1}(D/2\tau_0)\tan(k\Delta)$, де $Z_0$ - імпеданс вільного простору і $D = d/2$, $D = h$ на частотах $\kappa_1$ і $\kappa_2$, $\tau_0$ - радіус дроту, $\Delta$ - довжина еквівалентної ділянки лінії. Для еквівалентного радіуса дроту є проста оцінка $\tau_0 = w/2$ [152].

Запишемо нелінійне рівняння щодо величини поверхневого струму, усередненого по поверхні металевої стрічки в елементарній комірці решітки:

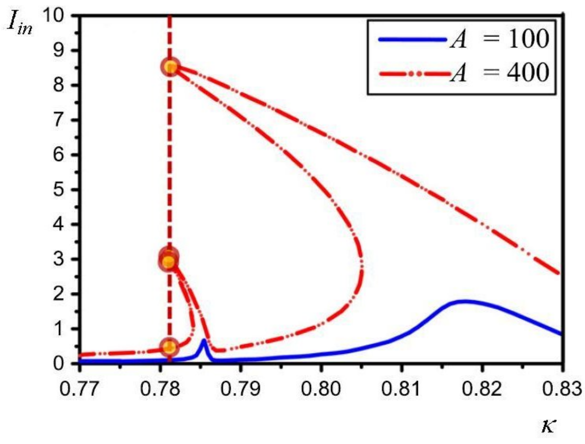
$$\bar{J} = AQ_{\bar{J}}\left[\kappa, \varepsilon_l' + i\varepsilon_l'' + \varepsilon_n\left(I_{in}\left(\bar{J}\right)\right)\right] \tag{2.5}$$

Амплітуда поля, що падає $A$ $\left[B/см\right]$ є параметром цього нелінійного рівняння. Таким чином, при фіксованій частоті $\kappa$ розв'язання рівняння (2.5) дає нам усереднену величину струму $\bar{J}$, яка залежить від величини поля, що падає $A$. Знаючи струм $\bar{J}\left(A\right)$, який було визначено шляхом чисельного розв'язання нелінійного рівняння, можна знайти поточне значення діелектричної проникності $\varepsilon$ нелінійної підкладки, а також розрахувати коефіцієнти відбиття $R$ та проходження $T$ як функції частоти $\kappa$ і величини поля, що падає $A$:

$$R = R\left[\kappa, \varepsilon_l' + i\varepsilon_l'' + \varepsilon_n\left(I_{in}\left(A\right)\right)\right] \tag{2.6}$$

$$T = T\left[\kappa, \varepsilon_l' + i\varepsilon_l'' + \varepsilon_n\left(I_{in}\left(A\right)\right)\right] \tag{2.7}$$

У міру збільшення амплітуди поля, що падає лінії графіка частотної залежності інтенсивності внутрішнього поля набувають форму вигнутих резонансних кривих (Рис. 2.13 (а)). Така форма ліній є результатом нелінійно-індукованого зсуву резонансної частоти [151]. Коли цей зсув наближає збудження до резонансного стану, в системі локалізується більш сильне поле, яке ще більше підсилює зміщення резонансу. Цей позитивний зворотний зв'язок призводить до формування петлі гістерезису в інтенсивності внутрішнього поля щодо амплітуди поля, що падає і, як результат, при деякій амплітуді поля, що падає частотні залежності інтенсивності внутрішнього поля приймають вид вигнутих резонансних кривих. Очевидно, що в деяких смугах частот відбувається явище бістабільності, тобто частотна залежність коефіцієнта проходження є багатозначною функцією.



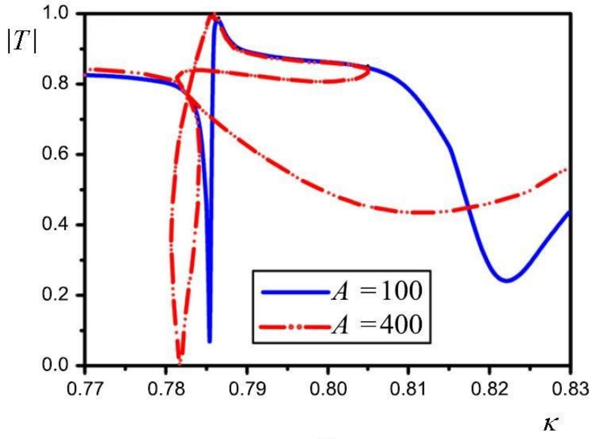




***Рисунок 2.13.*** *– Частотні залежності інтенсивності внутрішнього поля (а) й амплітуди коефіцієнта проходження (б);* $\varepsilon_1' = 3$, $\varepsilon_1'' = 0,01$, $\varepsilon_n = 0,005$ *см²/кВт*

На частоті $\kappa_1 \sim 0,78$ внутрішнє поле, яке утворено протифазними струмовими коливаннями, обмежене поблизу кожної решітки і слабо впливає на діелектричну проникність підкладки. В цьому випадку резонансна лінія стає замкнутою петлею, яка є основною характеристикою гострих нелінійних резонансів типу Фано. Другий резонанс при $\kappa_2 \sim 0,82$ є гладким, але коливання струму створюють сильну концентрацію поля між двома сусідніми решітками безпосередньо всередині діелектричної підкладки. Це призводить до значного викривлення коефіцієнта проходження в широкому діапазоні частот, і при деякій амплітуді поля, що падає другий резонанс досягає першого та прагне перекрити його (Рис. 2.13 (б)). Коефіцієнт проходження набуває більш двох стійких станів, тобто виникає режим мультистабільності.

## 2.3 Управління дисипативними солітонами в планарному магнітооптичному хвилеводі

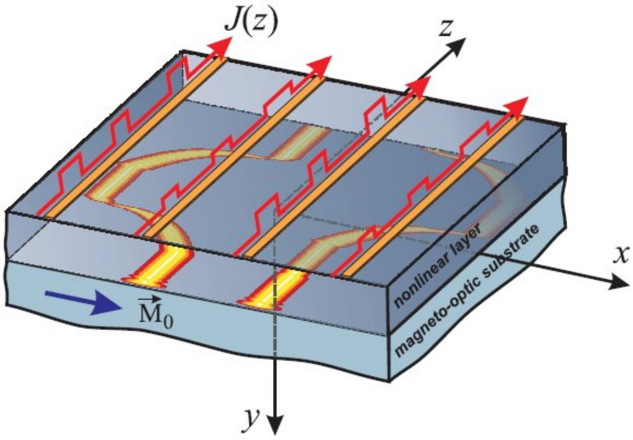



***Рисунок 2.14.*** *– Геометрія планарної хвилеводної системи, яка складається з нелінійного шару з набором тонких провідних дротів і магнітооптичної підкладки*

Розглянуто планарну хвилеводну систему, яка складається з нелінійного хвилеводного шару, розташованого на верхній частині магнітооптичної підкладки (Рис. 2.14). Система вважалася нескінченною в напрямках осей $Ox$ і $Oz$. Оптичні поля задовольняють граничним умовам на кордонах розділу нелінійного шару уздовж осі $Oy$. На нелінійному шарі, на однаковій відстані одна від одної, розташовано $N$ тонких провідних дротів в напрямку осі $Oz$, по яких протікає струм $J(z)$. Передбачалося, що світлові пучки поширюються уздовж осі $Oz$, а керуюче магнітне поле докладено вздовж осі $Ox$, тобто воно перпендикулярно напрямку поширення світлових пучків (геометрія Войта).

У такій геометрії зовнішнє магнітне поле впливає тільки на поперечні магнітні (ТМ) моди діелектричного планарного хвилеводу, вектор електричного поля яких задається через одиничні вектори відповідних осей, розподілу поля, що відповідають лінійному плоскому хвилеводу [153] та повільно змінюючу огинаючу електричного поля, яка визначається рівнянням Гінзбурга-Ландау [147, 149]. Зауважимо, що рівняння Гінзбурга-Ландау без останнього доданку, яке використовується для обліку лінійного магнітооптичного ефекту, тобто служить для опису просторового розподілу зовнішнього магнітного поля (намагніченості) всередині хвилеводної системи, є широко використовуваною математичною моделлю, яка описує великий клас дисипативних солітонів [139].

В [148, 149] функція намагніченості $Q$ в рівнянні Гінзбурга-Ландау вважається залежною тільки від поперечної координати $x$. Вона описує просторово-неоднорідне магнітне поле, яке індукується постійним струмом, що протікає через одиничний тонкий провідний дріт, розташований паралельно осі $Oz$ у верхній частині хвилеводного шару. Результуюче магнітне поле, індуковане таким струмом, має $x$- і $y$-компоненти. Однак $x$-компонента намагніченості вносить вклад тільки в поперечний магнітооптичний ефект, тоді як $y$-компонента призводить до полярного ефекту, який дуже малий в розглянутій геометрії й отже, їм можна знехтувати. Таким чином, вважається, що функція намагніченості $Q$ залежить тільки від поперечної координати $x$. У досліджуваній хвилеводній системі просторово-неоднорідне магнітне поле $\vec{M}_0$ індукується струмами, які протікають через $N$ тонкі провідні дроти. Більш того, передбачається, що кожен конкретний стум має свій власний кусково-постійний профіль, який реалізує операцію перемикання «ввімкнути/вимкнути».

В якості початкової умови рівняння Гінзбурга-Ландау для збудження одного солітону використовувалась функція огинаючої електричного поля $\Psi(x,0)=\operatorname{sech}(x+x_0)$, а для збудження групи з двох невзаємодіючих солітонів узята функція $\Psi(x,0)=\operatorname{sech}(x-x_0)+\operatorname{sech}(x+x_0)$, де $x_0$ визначає положення піку конкретного солітону на осі $x$. Щоб вивчити еволюцію дисипативних солітонів в досліджуваній хвилеводній системі, рівняння Гінзбурга-Ландау, в яке входить намагніченість, розв’язувалося чисельно, використовуючи комбінацію Exponential Time Differencing Method другого порядку точності [154] і метод швидкого дискретного перетворення Фур'є (Fast Fourier Transform). У всіх численних розрахунках використано типовий набір параметрів, який характеризує систему, здатну підтримувати дисипативні солітони [21].

На Рис. 2.15 наведені результати моделювання для різної кількості провідних дротів, розташованих на верхній частині хвилеводної системи в разі збудження одного та двох світлових пучків. Як вже було сказано, магнітооптичний ефект в досліджуваній системі досягається шляхом включення електричних струмів $J_i(z)$, коли кожен з цих струмів протікає через відповідний дріт володіючи певним кусково-постійним профілем (профіль струму описується ступеневою функцією Хевісайда). Також передбачається, що включений струм може набувати два різних значення: або низьке значення $I_l = 30$, або високе $I_h = 300$ з відповідним розподілом вздовж осі $Oz$. Попередньо зазначимо, що струм малої величини використовується для утримання та фокусування світлового пучка на шляху його поширення, тоді як струм великої величини використовується для здійснення бокового зміщення пучка.

Набір електричних струмів $J_i(z)$ індукує розподіл магнітного поля, яке просторово-неоднорідне як в поперечному, так і в поздовжньому напрямках і описується функцією намагніченості $Q(x,z)$. Розподіли цих функцій для різного числа дротів $N$, наявних в системі, представлено колірними палітрами, які розташовані у верхній частині кожного графіка на Рис. 2.15, де провідні дроти зображено помаранчевими лініями. Крім цього, для більшої ясності на вставці, яку показано в лівій частині Рис. 2.15 (а), представлені поперечні профілі функції $Q(x,z)$ для двох різних значень $z$, що відповідають струму з низькою (синя лінія) та високою (червона лінія) величинами. Видно, що профілі солітонів є зникаюче малими біля кордонів обчислювальної області.

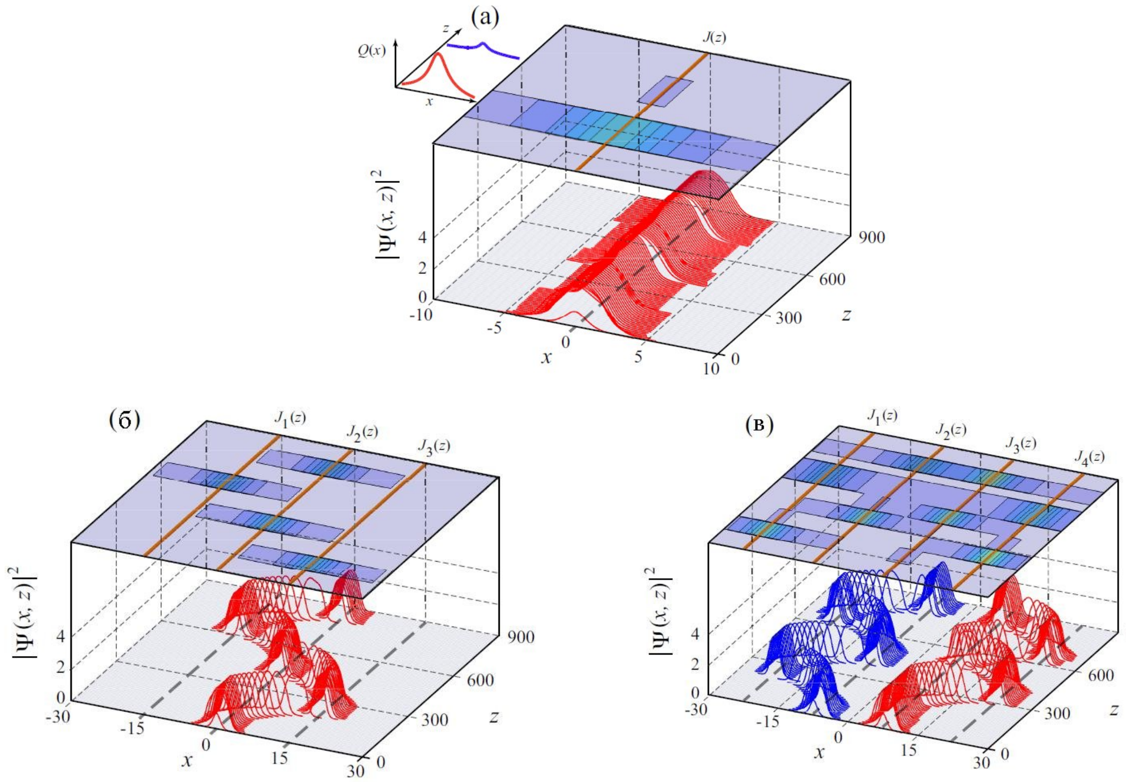



***Рисунок 2.15.*** *– Еволюція стійких дисипативних солітонів в планарній магнітооптичній хвилеводній системі з різним числом тонких провідних дротів і відповідних профілів функції намагніченості $Q(x,z)$: (а) один дріт і один запущений світловий пучок, $N=1$, $x_0=0$, $x_1=0$; (б) три дроти й один запущений світловий пучок, $N=3$, $x_0=0$, $x_i \in \{-15, 0, 15\}$; (в) чотири дроти та два пучка світла, $N=4$, $x_0=7.5$, $x_i \in \{-22{,}5, -7{,}5, 7{,}5, 22{,}5\}$*

Рис. 2. 15 (а) дозволяє з'ясувати, як просторово-неоднорідне магнітне поле, індуковане постійним струмом, що протікає через один провідник, впливає на форму солітону. Як показано в роботах [148, 149], світловий пучок, який поширюється через планарну хвилеводну систему, може бути сфокусовано або розфокусовано поперечним магнітним полем. У рівнянні Гінзбурга-Ландау ці ефекти можуть бути описані шляхом належного вибору знака функції намагніченості $Q(x,z)$, де позитивний знак відповідає фокусуючому ефекту, а негативний знак вказує на расфокусуючу дію. Тут було використано здатність поперечного магнітного поля фокусувати світловий пучок під час його поширення через хвилеводну систему. Так на Рис. 2.15 (а) прояв фокусуючого ефекту спостерігається усередині двох інтервалів уздовж осі $Oz$, $z \in [200, 400] \cup [500, 700]$, на яких відповідно включається струм високої та малої величин. У розглянутій геометрії положення піку світового пучка за шкалою осі $x$ збігається з місцем розташування дротів. З Рис. 2.15 (а) можна зробити висновок, що при збудженні пучка, а також при включенні або відключенні струму, солітон швидко набуває стаціонарний профіль, проходячи через короткі перехідні стадії.

Наступним кроком в реалізації магнітооптичного керування розповсюджуючих солітонів в досліджуваній хвилеводній системі було використано фокусуючий ефект магнітного поля для здійснення бокового зміщення пучків. Для цього розглянемо систему, що складається з трьох провідних дротів, розташованих на верхній частині хвилеводного шару, припускаючи, що в неї запускається один світловий пучок. Еволюція світового пучка в такій системі зображена на Рис. 2.15 (б). В цьому випадку поширення солітону через систему супроводжується декількома бічними зсувами пучка, які з'являються у напрямку його поширення. Бічні зміщення пучка обумовлено фокусуючиєю дією магнітного поля, яке збуджено кусково-постійними струмами великої величини. Зокрема, такі струми включено в межах наступних інтервалів $z_1 \in [500, 600]$, $z_2 \in [300, 400] \cup [700, 800]$ і $z_3 \in [100, 200]$, які протікають через першу, другу та третю провідні дроти відповідно. Дійсно, на кожному з цих інтервалів конкретний ток індукує фокусуюче (просторово-неоднорідне) магнітне поле, зміщене в сторону щодо напрямку поширення. Це призводить до того, що пучок починає притягатися та набуває бічний рух в напрямку дроту зі струмом. Цей рух зупиняється, як тільки пік солітону досягає відповідного положення уздовж осі $x$, де розташовано дріт зі струмом.

Далі розглянуто магнітооптичне керування бічними зсувами двох невзаємодіючих солітонів, які одночасно поширюються всередині досліджуваної структури. Для цього використовувався струм великої величини для реалізації бокового зміщення обраного пучка з одночасним утриманням іншого пучка на своєму шляху поширення, використовуючи струм малої величини. Для цього пропонується використовувати чотири провідних дроти.

Поширення двох солітонів з керованими бічними зсувами представлено на Рис. 2.15 (в). Такі бічні зміщення досягаються, коли струми великої величини, що протікають через перший, другий, треій та четвертий провідні дроти, відповідно, та включені всередині наступних інтервалів уздовж осі поширення пучків $\mathrm{z}_1 \in [100, 200] \cup [500, 650]$, $\mathrm{z}_2 \in [300, 400] \cup [700, 800]$, $\mathrm{z}_3 \in [400, 500] \cup [700, 850]$ і $\mathrm{z}_4 \in [200, 300] \cup [500, 650]$, а струми малої величини включено відповідно в інтервалах $\mathrm{z}_1 \in [200, 300]$ , $\mathrm{z}_2 \in [400, 500]$ , $\mathrm{z}_3 \in [100, 200]$ і $\mathrm{z}_4 \in [300, 400]$ .

Зауважимо, що з розподілу сумарної функції намагніченості $Q(x,z)$, яку представлено на Рис. 2.15 (c), можна зробити висновок, що при поширенні пучків уздовж осі $Oz$ перші дві маніпуляції виконуються з струмами високої та малої величин, тоді як для других двох маніпуляцій використовуються тільки струми великої величини. Причина вибору таких комбінацій полягає в тому, щоб продемонструвати в перших двох маніпуляціях механізм бокового зміщення окремого пучка всередині групи. Одночасне бокове зміщення двох пучків в довільних напрямках (зміщення в протилежні сторони та назустріч один до одного) в групі досягається в результаті двох останніх маніпуляцій. Зауважимо, що у всіх цих маніпуляціях профілі дисипативних солітонів залишаються такими ж, як і в разі одного пучка, розглянутого вище.

**Висновки до розділу 2**

- Розглянуто два типи планарних нелінійних решіток, що підтримують режим замкнених мод. Перший тип - це решітка з асиметрично-розірваних металевих кілець, яка розташована на нелінійній діелектричній підкладці. Другий тип - двостороння решітка типу fish-scale з нелінійним діелектричним шаром. В обох структурах було використано діелектрик з керровським типом нелінійності.
- Показано бістабільний режим роботи планарної нелінійної решітки з асиметрично-розірваних металевих кілець, отримано залежності усередненої амплітуди струму на елементах решітки та залежності коефіцієнта проходження решітки від амплітуди поля, що падає на частотах $\kappa = 0{,}301$, $\kappa = 0{,}302$, $\kappa = 0{,}303$; отримано частотні залежності амплітуди усередненого струму на елементах решітки та частотні залежності коефіцієнта проходження решітки при амплітуді поля, що падає $A = 1$ $В/см$, $A = 50$ $В/см$, $A = 100$ $В/см$, $A = 150$ $В/см$.
- Показано бістабільний режим роботи двосторонньої нелінійної решітки типу fish-scale, отримано частотні залежності інтенсивності внутрішнього поля та коефіцієнта проходження при амплітуді поля, що падає $A = 100$ $В/см$ і $A = 400$ $В/см$.
- Періодичні структури, які складаються з металевої решітки, розміщеної на нелінійний діелектричній підкладці з керровським типом нелінійності та мають різкий резонансний відгук при порушенні режиму замкнених мод, є перспективними для створення малорозмірних оптичних перемикачів.
- Продемонстровано ефективний механізм, який дозволяє керувати зміщенням стійких дисипативних солітонів які поширюються в планарній магнітооптичній хвилеводній системі, яка намагнічується струмами, що протікають по декількома прямим дротам, що розташовано вгорі системи.

# РОЗДІЛ 3
# ДИФРАКЦІЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ НА РЕШІТЦІ З ІДЕАЛЬНО ПРОВІДНИХ МЕТАЛЕВИХ БРУСІВ З НЕОДНОРІДНИМ ДІЕЛЕКТРИЧНИМ ЗАПОВНЕННЯМ ЩІЛИН

Решітки з металевих або діелектричних брусів широко застосовуються в різних квазіоптичних і електронних пристроях, особливо в хвилемірах, поляризаційних перетворювачах, інтерферометрах, мікрохвильових вакуумних електронних пристроях, фазообертачів і т. д. [13, 28, 33, 155]. В останні роки інтерес до вирішення проблеми дифракції електромагнітних хвиль на решітках з брусів було відроджено за рахунок розвитку технологій виробництва періодичних решіток, характерні розміри яких тепер можуть бути порівняні з довжиною хвилі інфрачервоного і навіть оптичного випромінювань.

Вчені Харківської школи теорії дифракції зробили великий внесок в теорію дифракції електромагнітних хвиль на періодичних структурах, таких як решітки з брусів прямокутного або круглого поперечного перерізу, стрічкові решітки (плоскі та ножові решітки), відбивальні решітки пилкоподібного профілю (ешелет). Вони побудували рішення задачі дифракції плоскої електромагнітної хвилі на решітці з ідеально провідних (PEC) брусів зі щілинами між ними, заповненими однорідним діелектриком [155]. Однак це рішення не включає випадок решітки з PEC брусів зі щілинами, заповненими довільно кусково-однорідним діелектриком. Таке заповнення щілин в решітці дозволяє керувати частотно-селективними властивостями структури, наприклад, створити фотонні кристали з необхідними зони пропускання та запирання.

В цьому розділі розв’язана задача дифракції плоскої монохроматичної електромагнітної хвилі на решітці з PEC брусів прямокутно-поперечного перетину зі щілинами, які заповнено періодично кусково-однорідним діелектриком. Тут представлено резонансні характеристики для випадку, коли в періодичному кусково-однорідному діелектричному заповненні щілин є дефект. Проведено порівняльний аналіз характеристик пропускання решітки без дефекту та решітки з дефектом. Для цього, було розглянуто два види неоднорідного діелектричного заповнення. Перший варіант - це заповнення щілин попарно-шарами, що чергуються з двох діелектричних матеріалів. Другий варіант заповнення відрізняється від першого тільки діелектричним матеріалом середнього шару та такий шар називається дефектним шаром. Таким чином, періодичність заповнення щілині порушена за допомогою використання іншого матеріалу для середнього шару.

Слід зазначити, що розв’язання цієї лінійної задачі дифракції є основою для розв’язання нелінійної задачі, коли щілини заповнені нелінійним однорідним діелектриком або містять нелінійний дефектний діелектричний шар. Так, за допомогою представленого нижче способу можна досліджувати нелінійну задачу з неоднорідним розподілом електричного поля всередині щілин уздовж осі, перпендикулярної до поверхні решітки.

### 3.1 Постановка задачі

В даному розділі розглянуто здачу дифракції плоскої електромагнітної хвилі на періодичній решітці, яка складається з ідеально провідних металевих брусів прямокутного профілю (Рис. 3. 1). Щілини між брусами заповнено кусково-однорідним діелектриком. Це означає, що заповнення кожної щілині складається з *N*-числа однорідних шарів з однаковою товщиною $\Delta$ та кожен шар має власне значення діелектричної проникності $\varepsilon_j$ при $j = 1..N$. Геометричні параметри решітки: період решітки $d$, її товщина $a$ та ширина щілин $\delta$. Падаюча плоска монохроматична хвиля є поляризованою в напрямку осі $Ox$. Таким чином електромагнітне поле представлено $y$- компонентою магнітного поля $H_y(x,z)$. Досліджувана решітка однорідна в напрямку осі $Oy$, періодична в напрямку осі $Ox$ та обмежена у напрямі осі $Oz$. Ми припускаємо, що значення періоду решітки $d$ порівнянне чи менше довжини падаючої хвилі $\lambda$.

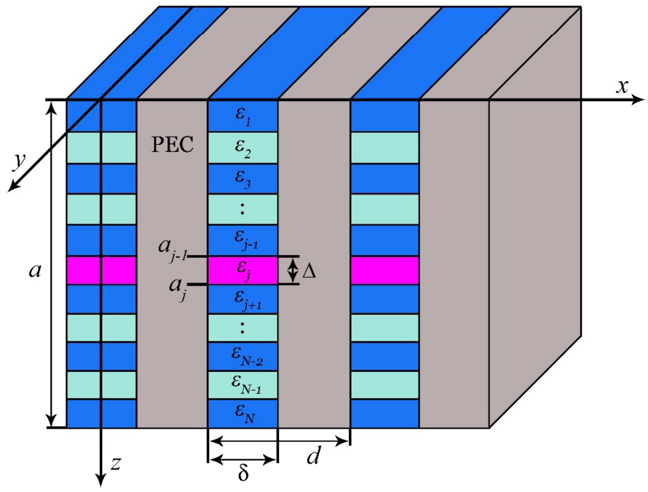



***Рисунок 3.1*** *– Геометрія решітки з PEC брусів з неоднорідним заповненням щілин. Дефектний шар розташовано між межами $a_{j-1}$ і $a_j$.*

### 3.2 Метод рішення

Запишемо вираз магнітного поля в областях над, під і всередині решітки:

$$H_y(x,z) = \begin{cases} Ae^{i(k_z z + k_x x)} + e^{ik_x x} \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} a_n e^{-\tilde{\tau}_n z} e^{i\frac{2\pi}{d}nx}, & z < 0 \\ \sum\limits_{m=0}^{\infty} \left( c_m^j e^{\tilde{q}_m^j (z - \Delta(j-1))} + d_m^j e^{-\tilde{q}_m^j (z - \Delta j)} \right) \cos\left( \frac{\pi m}{\delta} \left( x + \frac{\delta}{2} \right) \right), & a_{j-1} < z < a_j \\ e^{ik_x x} \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} b_n e^{\tilde{p}_n (z-a)} e^{i\frac{2\pi}{d}nx}, & z > a \end{cases} \quad (3.1)$$

де $A$ - амплітуда поля, що падає, $k_z = k\cos\alpha$, $k_x = k\sin\alpha$, $\alpha$ - кут падіння хвилі, який вимірюється між віссю $Oz$ та хвильовим вектором, $\tilde{\tau}_n = ik\sqrt{1-(\sin\alpha+\lambda n/d)^2}$, $\tilde{q}_m^j = ik\sqrt{\varepsilon_j - (\lambda m/2\delta)^2}$, $\tilde{p}_n = ik\sqrt{\varepsilon_s - (\sin\alpha+\lambda n/d)^2}$, $k = 2\pi/\lambda$ - хвильове число, $\varepsilon_s$ - діелектрична проникність півпростору при $z > a$.

Для знаходження амплітуд розсіяного поля $a_n$, $b_n$ й амплітуд хвилеводних мод $c_m^j$, $d_m^j$ в щілині необхідно використовувати граничні умови. Тому запишемо $x$- компоненту електричного поля, скориставшись виразом (3.1) і виразом $E_x = \dfrac{1}{\varepsilon}\dfrac{\partial H_y}{\partial z}$, яке випливає з рівнянь Максвелла,

$$E_x(x,z) = \begin{cases} ik_z A e^{i(k_z z + k_x x)} - e^{ik_x x}\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} a_n \tilde{\tau}_n e^{-\tilde{\tau}_n z} e^{i\frac{2\pi}{d}nx}, & z<0 \\ \dfrac{1}{\varepsilon_j}\sum\limits_{m=0}^{\infty}\left(c_m^j e^{\tilde{q}_m^j(z-\Delta(j-1))} - d_m^j e^{-\tilde{q}_m^j(z-\Delta j)}\right)\tilde{q}_m^j \cos\left(\dfrac{\pi m}{\delta}\left(x+\dfrac{\delta}{2}\right)\right), & \\ a_{j-1} < z < a_j & \\ \dfrac{1}{\varepsilon_s} e^{ik_x x}\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} b_n \tilde{p}_n e^{\tilde{p}_n(z-a)} e^{i\frac{2\pi}{d}nx}, & z>a \end{cases} \qquad (3.2)$$

Електромагнітні поля, розсіяні решіткою представлено набором плоских хвиль при $z<0$ і $z>a$. Електромагнітні поля всередині щілин періодичної структури представлено набором хвилеводних хвиль. Задача розв’язується за допомогою методу узгодження мод (метод часткових областей). З умов неперервності слідують функціональні рівняння при $z=0$

$$\cos\alpha A e^{i2\pi\sin\alpha\kappa\frac{x}{d}} - e^{i2\pi\sin\alpha\kappa\frac{x}{d}}\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n\tau_n e^{i2\pi n\frac{x}{d}} = 0, \qquad \frac{\delta}{2} < |x| < \frac{d}{2} \quad (3.3)$$

$$\cos\alpha A e^{i2\pi\sin\alpha\kappa\frac{x}{d}} - e^{i2\pi\sin\alpha\kappa\frac{x}{d}}\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n\tau_n e^{i2\pi n\frac{x}{d}} = \\ = \frac{1}{\varepsilon_1}\sum_{m=0}^{\infty}\left(c_m^1 - d_m^1 e^{i2\pi q_m^1\kappa r}\right)q_m^1\cos\left(\pi m\left(\frac{x}{\delta}+\frac{1}{2}\right)\right), \qquad |x|<\frac{\delta}{2} \tag{3.4}$$

$$A e^{i2\pi\sin\alpha\kappa\frac{x}{d}} + e^{i2\pi\sin\alpha\kappa\frac{x}{d}}\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n e^{i2\pi n\frac{x}{d}} = \\ = \sum_{m=0}^{\infty}\left(c_m^1 + d_m^1 e^{i2\pi q_m^1\kappa r}\right)\cos\left(\pi m\left(\frac{x}{\delta}+\frac{1}{2}\right)\right), \qquad |x|<\frac{\delta}{2} \tag{3.5}$$

і при $z=a$

$$\frac{e^{i2\pi\sin\alpha\kappa\frac{x}{d}}}{\varepsilon_s}\sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n p_n e^{i2\pi n\frac{x}{d}} = 0, \qquad \frac{\delta}{2}<|x|<\frac{d}{2} \tag{3.6}$$

$$\frac{e^{i2\pi\sin\alpha\kappa\frac{x}{d}}}{\varepsilon_s}\sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n p_n e^{i2\pi n\frac{x}{d}} = \\ = \frac{1}{\varepsilon_N}\sum_{m=0}^{\infty}\left(c_m^N e^{i2\pi q_m^N\kappa r} - d_m^N\right)q_m^N\cos\left(\pi m\left(\frac{x}{\delta}+\frac{1}{2}\right)\right), \qquad |x|<\frac{\delta}{2} \tag{3.7}$$

$$e^{i2\pi\sin\alpha\kappa\frac{x}{d}}\sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n e^{i2\pi n\frac{x}{d}} = \sum_{m=0}^{\infty}\left(c_m^N e^{i2\pi q_m^N\kappa r} + d_m^N\right)\cos\left(\pi m\left(\frac{x}{\delta}+\frac{1}{2}\right)\right), \qquad |x|<\frac{\delta}{2} \tag{3.8}$$

де $\tau_n=\sqrt{1-\left(\sin\alpha+\frac{n}{\kappa}\right)^2}$, $p_n=\sqrt{\varepsilon_s-\left(\sin\alpha+\frac{n}{\kappa}\right)^2}$, $q_m^j=\sqrt{\varepsilon_j-\left(\frac{m}{2\kappa\theta}\right)^2}$ при

$j=1,...,N$, $\kappa=d/\lambda$ - нормована частота, яку для стислості будемо далі називати частота й усі геометричні параметри структури нормовано на її період $\theta=\delta/d$, $r=\Delta/d$, $h=a/d$.

Ми використовуємо граничні умови (3.3)-(3.8) і повноту систем функцій, для визначення амплітуд хвилеводних мод $c_m^1$, $d_m^1$, $c_m^N$, $d_m^N$ і амплітуд розсіяного поля $a_n$, $b_n$.

Для знаходження амплітуд хвилеводних мод в першому шарі $c_m^1$ і $d_m^1$ необхідно помножимо рівняння (3.5) на базисну функцію $\cos\left(\pi l\left(\frac{x}{\delta}+\frac{1}{2}\right)\right)$ та інтегруємо по ширині щілини $\left(-\frac{\theta}{2};\frac{\theta}{2}\right)$. В результаті отримаємо вираз для визначення суми амплітуд хвилеводних мод для 1-го шару в щілині.

$$\left(c_l^1+\tilde{d}_l^1\right)=AR_l+\sum_{n=-\infty}^{\infty}a_nB_{\ln}\ , \tag{3.9}$$

де $R_l=\left\{e^{\frac{i\pi l}{2}}\operatorname{sinc}\left(\pi\left(\theta\sin\alpha\kappa+\frac{l}{2}\right)\right)+e^{-\frac{i\pi l}{2}}\operatorname{sinc}\left(\pi\left(\theta\sin\alpha\kappa-\frac{l}{2}\right)\right)\right\}\frac{1}{\left(1+\delta_{l0}\right)}$,

$$B_{ln}=\left[e^{\frac{i\pi l}{2}}\operatorname{sinc}\left[\pi\left(\theta\left(\sin\alpha\kappa+n\right)+\frac{l}{2}\right)\right]+e^{-\frac{i\pi l}{2}}\operatorname{sinc}\left[\pi\left(\theta\left(\sin\alpha\kappa+n\right)-\frac{l}{2}\right)\right]\right]\frac{1}{\left(1+\delta_{l0}\right)},$$

$\tilde{d}_l^1=d_l^1e^{i2\pi q_m^1\kappa r}$, $\delta_{l0}=\begin{cases}1,\ l=0\\0,\ l\neq 0\end{cases}$ - символ Кронекера, $\operatorname{sinc}(x)=\sin x/x$.

Для знаходження $c_m^N$ і $d_m^N$ помножимо рівняння (3.8) на базисну функцію $\cos\left(\pi l\left(\frac{x}{\delta}+\frac{1}{2}\right)\right)$ й інтегруємо по ширині щілині $\left(-\frac{\theta}{2};\frac{\theta}{2}\right)$. Таким чином, отримуємо вираз для суми амплітуд хвилеводних мод для $N$-го шару:

$$c_l^N e^{i2\pi q_m^N \kappa r} + d_l^N = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n B_{ln}. \tag{3.10}$$

Для знаходження амплітуди відбитого поля $a_n$ , помножимо праву та ліву частини виразу (3.4) на $e^{-i2\pi \sin\alpha\kappa\frac{x}{d}}$, а потім помножимо на базисну функцію $e^{i2\pi s\frac{x}{d}}$ й інтегруємо по періоду $\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$. У підсумку, знайдено вираз для визначення $a_n$.

$$a_s = \frac{\cos\alpha A\delta_{s0}}{\tau_s} - \frac{1}{\varepsilon_1}\frac{\theta}{2}\sum_{m=0}^{\infty}\left(c_m^1 - \tilde{d}_m^1\right)\frac{q_m^1}{\tau_s}K_{ms} , \tag{3.11}$$

де $K_{ms} = e^{\frac{i\pi m}{2}} \operatorname{sinc}\left[\pi\left(-\theta\left(\sin\alpha\kappa + s\right) + \frac{m}{2}\right)\right] + e^{-\frac{i\pi m}{2}} \operatorname{sinc}\left[\pi\left(-\theta\left(\sin\alpha\kappa + s\right) - \frac{m}{2}\right)\right].$

Потім, щоб знайти амплітуду поля, що пройшло $b_n$, спочатку помножимо праву і ліву частини виразу (3.7) на $e^{-i2\pi \sin\alpha\kappa\frac{x}{d}}$, а потім помножимо на базисну функцію $e^{i2\pi s\frac{x}{d}}$ й інтегруємо по періоду $\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$. В результаті цього скалярного множення отримуємо такий вираз:

$$b_s = \frac{\theta}{2}\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_N p_s}\sum_{m=0}^{\infty}\left(c_m^N e^{i2\pi q_m^N \kappa r} - d_m^N\right)q_m^N K_{ms}\,. \tag{3.12}$$

Далі, амплітуди хвилеводних мод $c_m^N$ і $d_m^N$ для $N$-го шару зазначено через амплітуди хвилеводних мод $c_m^j$, $d_m^j$ при $j = 2,...,N-1$ і $c_m^1$, $d_m^1$. Для зручності використовується загальна матриця передачі всередині щілині,

$$\boldsymbol{T} = \prod_{j=2}^{N-1}\boldsymbol{T}_j\,, \tag{3.13}$$

де $\boldsymbol{T}_j$ - матриця передачі для $j$-го шару в щілині.

Розглянемо приклад, коли в щілині є 3-шарове діелектричне заповнення з однаковою нормованою товщиною $r$ для кожного шару. Шарам відповідають діелектричні проникності $\varepsilon_1$, $\varepsilon_2$ і $\varepsilon_3$, $z = a_1$ - межа між 1-им і 2-м шарами, $z = a_2$ - межа між 2-м і 3-м шарами (Рис. 3.1).

Щоб визначити $\boldsymbol{T}_j$, використуємо граничні умови, як говорилося вище, а також скористаємось повнотою систем функцій $\cos\left(\pi l\left(\frac{x}{\delta}+\frac{1}{2}\right)\right)$ на нормованому інтервалі, який відповідає щілині $\left(-\frac{\theta}{2};\frac{\theta}{2}\right)$, і запишемо рівняння в матричному вигляді при $z = a_1$

$$\begin{pmatrix} e^{i2\pi q_m^1 \kappa r} & 1 \\ \frac{q_m^1}{\varepsilon_1}e^{i2\pi q_m^1 \kappa r} & -\frac{q_m^1}{\varepsilon_1} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} c_m^1 \\ d_m^1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & e^{i2\pi q_m^2 \kappa r} \\ \frac{q_m^2}{\varepsilon_2} & -\frac{q_m^2}{\varepsilon_2}e^{i2\pi q_m^2 \kappa r} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} c_m^2 \\ d_m^2 \end{pmatrix} \tag{3.14}$$

і при $z = a_2$

$$\begin{pmatrix} e^{i2\pi q_m^2 \kappa r} & 1 \\ \dfrac{q_m^2}{\varepsilon_2} e^{i2\pi q_m^2 \kappa r} & -\dfrac{q_m^2}{\varepsilon_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_m^2 \\ d_m^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & e^{i2\pi q_m^3 \kappa r} \\ \dfrac{q_m^3}{\varepsilon_3} & -\dfrac{q_m^3}{\varepsilon_3} e^{i2\pi q_m^3 \kappa r} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_m^3 \\ d_m^3 \end{pmatrix}. \tag{3.15}$$

З (3.14) і (3.15) витікає вираз для знаходження матриці передачі для 2-го шару в щілині.

$$\begin{pmatrix} c_m^1 \\ d_m^1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{i2\pi q_m^1 \kappa r} & 1 \\ \dfrac{q_m^1}{\varepsilon_1} e^{i2\pi q_m^1 \kappa r} & -\dfrac{q_m^1}{\varepsilon_1} \end{pmatrix}^{-1} T_2 \begin{pmatrix} 1 & e^{i2\pi q_m^3 \kappa r} \\ \dfrac{q_m^3}{\varepsilon_3} & -\dfrac{q_m^3}{\varepsilon_3} e^{i2\pi q_m^3 \kappa r} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_m^3 \\ d_m^3 \end{pmatrix}, \tag{3.16}$$

де

$$\boldsymbol{T}_2 = \begin{pmatrix} 1 & e^{i2\pi q_m^2 \kappa r} \\ \dfrac{q_m^2}{\varepsilon_2} & -\dfrac{q_m^2}{\varepsilon_2} e^{i2\pi q_m^2 \kappa r} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i2\pi q_m^2 \kappa r} & 1 \\ \dfrac{q_m^2}{\varepsilon_2} e^{i2\pi q_m^2 \kappa r} & -\dfrac{q_m^2}{\varepsilon_2} \end{pmatrix}^{-1}. \tag{3.17}$$

Вираз (3.17) узагальнимо для матриці передачі $j$-го шару:

$$\boldsymbol{T}_j = \begin{pmatrix} \cos\left(i2\pi q_l^j \kappa r\right) & -i\sin\left(i2\pi q_l^j \kappa r\right)\varepsilon_j \Big/ q_l^j \\ -i\sin\left(i2\pi q_l^j \kappa r\right) q_l^j \Big/ \varepsilon_j & \cos\left(i2\pi q_l^j \kappa r\right) \end{pmatrix} \tag{3.18}$$

Тепер знайдемо вирази для $c_m^N$ і $d_m^N$ через $c_m^1$, $d_m^1$ і матрицю передачі $\boldsymbol{T}$. Перепишемо вираз (3.14) для $N$ шарів.

$$\begin{pmatrix} e^{i2\pi q_m^1 \kappa h_1} & 1 \\ \dfrac{q_m^1}{\varepsilon_1} e^{i2\pi q_m^1 \kappa h_1} & -\dfrac{q_m^1}{\varepsilon_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_m^1 \\ d_m^1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & e^{i2\pi q_m^N \kappa r} \\ \dfrac{q_m^N}{\varepsilon_N} & -\dfrac{q_m^N}{\varepsilon_N} e^{i2\pi q_m^N \kappa r} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_m^N \\ d_m^N \end{pmatrix}, \qquad (3.19)$$

де $t_{11}, t_{12}, t_{21}$ і $t_{22}$ - елементи матриці $\boldsymbol{T}$.

З матричного співвідношення (3.19) отримаємо наступні вирази:

$$c_m^N = \left\{ e^{i2\pi q_m^1 \kappa r} \left( t_{21} - t_{22} \frac{q_m^N}{\varepsilon_N} - \frac{q_m^1}{\varepsilon_1} \left( t_{11} - t_{12} \frac{q_m^N}{\varepsilon_N} \right) \right) c_m^1 + \right.$$

$$\left. + \left( t_{21} - t_{22} \frac{q_m^N}{\varepsilon_N} + \frac{q_m^1}{\varepsilon_1} \left( t_{11} - t_{12} \frac{q_m^N}{\varepsilon_N} \right) \right) d_m^1 \right\} \gamma_N \ , \qquad (3.20)$$

$$d_m^N = -\left\{ e^{i2\pi q_m^1 \kappa r} \left( t_{21} + t_{22} \frac{q_m^N}{\varepsilon_N} - \frac{q_m^1}{\varepsilon_1} \left( t_{11} + t_{12} \frac{q_m^N}{\varepsilon_N} \right) \right) c_m^1 + \right.$$

$$\left. + \left( t_{21} + t_{22} \frac{q_m^N}{\varepsilon_N} + \frac{q_m^1}{\varepsilon_1} \left( t_{11} + t_{12} \frac{q_m^N}{\varepsilon_N} \right) \right) d_m^1 \right\} \left( e^{i2\pi q_m^N \kappa r} \right)^{-1} \gamma_N \, , \qquad (3.21)$$

де $\gamma_N = \varepsilon_N \big/ 2q_m^N \left( t_{12} t_{21} - t_{11} t_{22} \right)$.

Отримаємо систему алгебраїчних рівнянь 2-го роду щодо $c_l^1$ і $d_l^1$. Для цього підставимо (3.11) в (3.9)

$$c_l^1 + \tilde{d}_l^1 = 2AR_l - \sum_{m=0}^{\infty} c_m^1 q_m^1 N_{lm} + \sum_{m=0}^{\infty} \tilde{d}_m^1 q_m^1 N_{lm} \, , \qquad (3.22)$$

де: $N_{lm}=\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty}\frac{\theta}{2\varepsilon_1\tau_n}A_{mn}B_{ln}$ - елемент матриці $\boldsymbol{N}$, $I_{lm}$ - елемент одиничної матриці $\boldsymbol{I}$, $A_{mn}=K_{mn}\frac{1}{\left(1+\delta_{m0}\right)}$.

Перепишемо (3.22) у вигляді:

$$\left(\boldsymbol{N}\boldsymbol{q}^1+\boldsymbol{I}\right)\left(\boldsymbol{c}^1-\tilde{\boldsymbol{d}}^1\right)=2\boldsymbol{A}\boldsymbol{R}. \tag{3.23}$$

Потім підставляємо вирази (3.12), (3.20) і (3.21) в (3.10):

$$M_{lm}\left[q_m^N Gc_m\right]c_m^1+M_{lm}\left[q_m^N Gd_m\right]d_m^1=\left(c_m^1 Jc_m+d_m^1 Jd_m\right)\delta_{ml}, \tag{3.24}$$

де $M_{lm}=\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty}\frac{\theta\varepsilon_s}{2\varepsilon_N p_n}A_{mn}B_{ln}\frac{1}{\left(1+\delta_{l0}\right)}$ - елемент матриці $\boldsymbol{M}$,

$$G'_m=e^{i2\pi q_m^1\kappa r}\gamma_N\left\{\left(t_{21}-t_{22}\frac{q_m^N}{\varepsilon_N}-\frac{q_m^1}{\varepsilon_1}\left(t_{11}-t_{12}\frac{q_m^N}{\varepsilon_N}\right)\right)e^{i2\pi q_m^N\kappa r}+\right.$$
$$\left.+\left(t_{21}+t_{22}\frac{q_m^N}{\varepsilon_N}-\frac{q_m^1}{\varepsilon_1}\left(t_{11}+t_{12}\frac{q_m^N}{\varepsilon_N}\right)\right)\left(e^{i2\pi q_m^N\kappa r}\right)^{-1}\right\},$$

$$G''_m=\gamma_N\left\{\left(t_{21}-t_{22}\frac{q_m^N}{\varepsilon_N}+\frac{q_m^1}{\varepsilon_1}\left(t_{11}-t_{12}\frac{q_m^N}{\varepsilon_N}\right)\right)e^{i2\pi q_m^N\kappa r}+\right.$$
$$\left.+\left(t_{21}+t_{22}\frac{q_m^N}{\varepsilon_N}+\frac{q_m^1}{\varepsilon_1}\left(t_{11}+t_{12}\frac{q_m^N}{\varepsilon_N}\right)\right)\left(e^{i2\pi q_m^N\kappa r}\right)^{-1}\right\},$$

$$J_l' = e^{i2\pi q_m^1 \kappa r} \gamma_N \left\{ \left( t_{21} - t_{22} \frac{q_m^N}{\varepsilon_N} - \frac{q_m^1}{\varepsilon_1} \left( t_{11} - t_{12} \frac{q_m^N}{\varepsilon_N} \right) \right) e^{i2\pi q_m^N \kappa r} - \right.$$

$$\left. - \left( t_{21} + t_{22} \frac{q_m^N}{\varepsilon_N} - \frac{q_m^1}{\varepsilon_1} \left( t_{11} + t_{12} \frac{q_m^N}{\varepsilon_N} \right) \right) \left( e^{i2\pi q_m^N \kappa r} \right)^{-1} \right\},$$

$$J_l'' = \gamma_N \left\{ \left( t_{21} - t_{22} \frac{q_m^N}{\varepsilon_N} + \frac{q_m^1}{\varepsilon_1} \left( t_{11} - t_{12} \frac{q_m^N}{\varepsilon_N} \right) \right) e^{i2\pi q_m^N \kappa r} - \right.$$

$$\left. - \left( t_{21} + t_{22} \frac{q_m^N}{\varepsilon_N} + \frac{q_m^1}{\varepsilon_1} \left( t_{11} + t_{12} \frac{q_m^N}{\varepsilon_N} \right) \right) \left( e^{i2\pi q_m^N \kappa r} \right)^{-1} \right\}.$$

$G_m', G_m'', J_m', J_m''$ - елементи діагональних матриць $\boldsymbol{G}', \boldsymbol{G}'', \boldsymbol{J}', \boldsymbol{J}''$ відповідно.

З (3.24) запишемо вираз для знаходження $c_m^1$ через $d_m^1$:

$$\boldsymbol{c}^1 = \left( \boldsymbol{M}\boldsymbol{q}^N \boldsymbol{G}' - \boldsymbol{J}' \right)^{-1} \left( -\boldsymbol{M}\boldsymbol{q}^N \boldsymbol{G}'' + \boldsymbol{J}'' \right) \boldsymbol{d}^1 . \tag{3.25}$$

Після того, як було отримано вираз для знаходження $c_m^1$, підставимо (3.25) в (3.23) для знаходження $d_m^1$:

$$\boldsymbol{d}^1 = 2\left( \boldsymbol{H}^{-1} \boldsymbol{R} \right) \boldsymbol{A}, \tag{3.26}$$

де $\boldsymbol{H} = \left( \boldsymbol{N}\boldsymbol{q}^1 + \boldsymbol{I} \right) \left( \boldsymbol{M}\boldsymbol{q}^N \boldsymbol{G}' - \boldsymbol{J}'\boldsymbol{I} \right)^{-1} \left( -\boldsymbol{M}\boldsymbol{q}^N \boldsymbol{G}'' + \boldsymbol{J}''\boldsymbol{I} \right) - \left( \boldsymbol{N}\boldsymbol{q}^1 - \boldsymbol{I} \right) \boldsymbol{X}$, $X_m = e^{i2\pi q_m^1 \kappa r}$ - елемент діагональної матриці $\boldsymbol{X}$.

Для того щоб знайти частотні залежності коефіцієнтів проходження та відбиття, а також амплітуд дифракційних гармонік відбитого поля та поля, що пройшло, з формули (3.11) знаходимо вираз для знаходження коефіцієнта відбиття:

$$|R| = \left|\frac{\boldsymbol{a}_0}{A}\right| = \left|A - \frac{\theta}{2\varepsilon_1}\sum_{m=0}^{\infty}\left(c_m^1 - \tilde{d}_m^1\right)\frac{q_m^1}{\tau_0}L_m\right|, \tag{3.27}$$

де $L_m = e^{\frac{i\pi m}{2}}\operatorname{sinc}\left[\pi\left(-\theta\sin\alpha\kappa + \frac{m}{2}\right)\right] + e^{-\frac{i\pi m}{2}}\operatorname{sinc}\left[\pi\left(-\theta\sin\alpha\kappa - \frac{m}{2}\right)\right]$, $\tau_0 = \cos\alpha$,

з формул (3.12), (3.20) і (3.21) запишемо вираз для коефіцієнта проходження:

$$|T| = \left|\frac{\boldsymbol{b}_0}{A}\right| = \left|\frac{\theta\varepsilon_s}{2\varepsilon_N p_0}\sum_{m=0}^{\infty}\left[\left\{e^{i2\pi q_m^1\kappa r}\left(t_{21} - t_{22}\frac{q_m^N}{\varepsilon_N} - \frac{q_m^1}{\varepsilon_1}\left(t_{11} - t_{12}\frac{q_m^N}{\varepsilon_N}\right)\right)c_m^1 + \right.\right.\right.$$

$$\left. + \left(t_{21} - t_{22}\frac{q_m^N}{\varepsilon_N} + \frac{q_m^1}{\varepsilon_1}\left(t_{11} - t_{12}\frac{q_m^N}{\varepsilon_N}\right)\right)d_m^1\right\}e^{i2\pi q_m^N\kappa r} +$$

$$+ \left\{e^{i2\pi q_m^1\kappa r}\left(t_{21} + t_{22}\frac{q_m^N}{\varepsilon_N} - \frac{q_m^1}{\varepsilon_1}\left(t_{11} + t_{12}\frac{q_m^N}{\varepsilon_N}\right)\right)c_m^1 + \right.$$

$$\left.\left. + \left(t_{21} + t_{22}\frac{q_m^N}{\varepsilon_N} + \frac{q_m^1}{\varepsilon_1}\left(t_{11} + t_{12}\frac{q_m^N}{\varepsilon_N}\right)\right)d_m^1\right\}\left(e^{i2\pi q_m^N\kappa r}\right)^{-1}\right]q_m^N\gamma_N L_m\Bigg|, \tag{3.28}$$

де $p_0 = \sqrt{\varepsilon_s - (\sin\alpha)^2}$.

Для того щоб розглянути яким чином електричне поле змінюється в кожному шарі щілини, побудуємо розподіл електричного поля вздовж осі $Oz$ в точці відліку $x = 0$, яка відповідає половині ширини щілини:

$$E_{in,x}^{j} = \frac{1}{\varepsilon_j} \sum_{m=0}^{\infty} \left( c_m^j e^{i 2\pi q_m^j \kappa \left( z_j - (j-1) r \right)} - d_m^j e^{-i 2\pi q_m^j \kappa \left( z_j - j r \right)} \right) q_m^j \cos\left( \frac{\pi m}{2} \right), \quad h_{j-1} < z_j < h_j \quad (3.29)$$

де $c_m^j$ і $d_m^j$ визначаються за формулами (3.20) і (3.21) відповідно, матриця передачі в цьому випадку $\boldsymbol{T} = \prod_{j=2}^{j-1} \boldsymbol{T}_j$ . $\boldsymbol{T}_j$ визначається формулою (3.18).

Для побудови розподілу електричного поля всередині 2-го шару ми визначимо $c_m^2$ і $d_m^2$ використовуючи матричний вираз (3.14):

$$c_m^2 = \frac{1}{2} \left( e^{i 2\pi q_m^1 \kappa r} c_m^1 \left( 1 + \frac{q_m^1}{\varepsilon_1} \frac{\varepsilon_2}{q_m^2} \right) + d_m^1 \left( 1 - \frac{q_m^1}{\varepsilon_1} \frac{\varepsilon_2}{q_m^2} \right) \right) \quad (3.30)$$

$$d_m^2 = \frac{1}{2} \left( e^{i 2\pi q_m^2 \kappa r} \right)^{-1} \left( e^{i 2\pi q_m^1 \kappa r} c_m^1 \left( 1 - \frac{q_m^1}{\varepsilon_1} \frac{\varepsilon_2}{q_m^2} \right) + d_m^1 \left( 1 + \frac{q_m^1}{\varepsilon_1} \frac{\varepsilon_2}{q_m^2} \right) \right), \quad (3.31)$$

де $c_m^2, d_m^2$ - елементи матриці-стовпця $\boldsymbol{c}^2$, $\boldsymbol{d}^2$ відповідно.

Слід зазначити, що розв’язання цієї задачі конкретизовано для випадку, коли кожен шар в щілинах має товщину, кратну товщині самого тонкого шару.

## 3.3 Характеристики решітки з ідеально провідних металевих брусів з неоднорідним заповненням щілин

Оскільки ми розглядаємо ідеально провідну структуру, діапазон робочих частот, якому відповідає дана постановка задачі, лежить від сантиметрового до ближнього інфрачервоного. Нижче представлені частотні характеристики решітки з двома видами діелектричного шаруватого заповнення. Перший варіант заповнення щілин - періодичний, тобто щілини заповнено попарно-шарами, що чергуються з двох діелектричних матеріалів. Другий варіант - періодичне заповнення з дефектним шаром. У нашому випадку це означає, що дефектний шар має таку ж товщину як і всі інші шари, але має іншу діелектричну проникність $\varepsilon_d$, відмінну від діелектричної проникності матеріалів при періодичному заповненні щілин. Дефектний шар знаходиться на місці середнього шару в кожній щілині.

Розглядалася решітка з половинним заповненням періоду, тобто $\delta = 0{,}5d$. Товщина структури в 4,5 рази більше періоду $\left(a = 4{,}5d\right)$. Значення діелектричної проникності діелектриків для заповнення щілин залежать від довжини хвилі, тому як приклад була вибрана $\lambda = 1{,}5$ мкм. Кожен парний шар в щілині заповнений кремнієм з діелектричною проникністю $\varepsilon_s = 12{,}8$. Кожен непарний шар в щілині - кварц з діелектричною проникністю $\varepsilon_c = 2{,}1$. Зауважимо, що для обраної геометрії решітки кількість шарів у заповнені щілин може бути $N = 7, 11, 15, 19, \ldots$, так як число шарів до та після дефектного шару повинне бути непарним. При $N = 7$ період заповнення до та після дефектного шару становить 1,5 періоду, що дорівнює 1 пари шарів кварц-кремній і один шар кварц, є дуже мала кількість періодів у заповненні щілин для вивчення впливу дефекта на характеристики решітки, так що властивості решітки з дефектом майже не відрізняються від властивостей решітки з періодичним заповненням щілин. При $N = 19$ товщина кожного шару $\Delta = 0.23d$ в щілинах є настільки тонкою відносно довжини хвилі, що падає, що призводить до прояву частотного спектра решітки з дефектом без зон проходження та зон запирання, як наприклад, коли решітка має однорідне діелектричне заповнення з ефективною діелектричною проникністю. Випадки з $N=11$ і $N=15$ є найбільш підходящі для дослідження характеристик решітки на дефектних модах.

Всі чисельні розрахунки було отримано, коли враховувалися гармоніки Флоке $n=-2,...,2$ і хвилеводні моди щілин $m=0,1,2$. Слід зазначити, що при збільшенні порядку усічення, отримані характеристики решітки залишаються незмінними в межах 1%, тому подальше збільшення кількості гармонік, що враховуються, недоцільно. Всі розрахунки приведено для нормального падіння $\alpha=0$ в разі, коли періодична структура знаходиться у вільному просторі.

### 3.3.1 *11-шарове заповнення щілин*

У розділі досліджено решітку з РЕС брусів з 11-шаровим діелектричним заповненням. Як зазначено вище, шарувате заповнення представлено шарами, що чергуються з кремнію та кварцу. Потім досліджено решітку, коли заповнення її щілин має дефектний шар, далі ми решітку з таким заповненням будемо називати решітка з дефектом. Дефектний шар представлено іншим матеріалом, епоксидним компаундом. Такий матеріал володіє дисипативною властивістю, але тут враховується тільки реальна частина діелектричної проникності $\varepsilon_d=2,72$ [156]. Дефектний шар є середнім шаром (шостий номер шару в заповненні щілин). Таким чином, решітка з дефектом відрізняється від регулярної решітки тільки значенням діелектричної проникності дефектного середнього шару.

На Рис. 3.2 представлено залежності коефіцієнтів проходження плоскої електромагнітної хвилі $|T|$ від частоти $\kappa$ для решітки з двома видами заповнення щілин (регулярна структура - крапкова лінія, решітка з дефектом - суцільна лінія) при нормальному падінні.

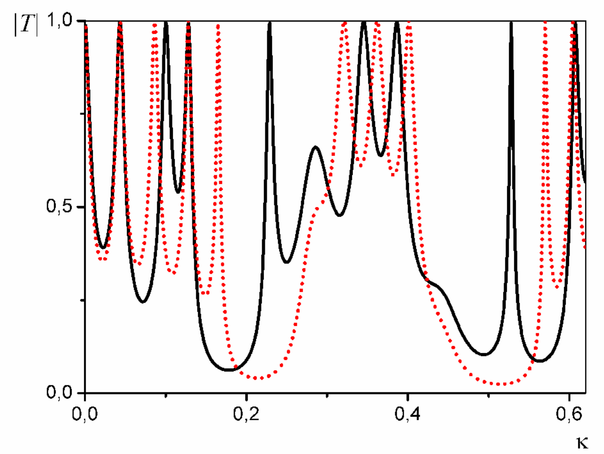



***Рисунок 3.2*** *– Залежності коефіцієнтів проходження $|T|$ від частоти $\kappa$ для регулярної решітки (крапкова лінія) і для решітки з дефектом (суцільна лінія)*

Коли частота менше $0{,}14$, частотні залежності коефіцієнтів проходження для двох видів заповнення щілин майже не відрізняються один від одного. Регулярна решітка має дві заборонені зони в частотних діапазонах $0{,}180-0{,}260$ і $0{,}470-0{,}560$ (Рис. 3.2 крапкова лінія). Тут є два добротних резонанси на частотах $0{,}165$ і $0{,}570$. Добротність першого резонансу становить $21$ і другого резонансу $79$. Добротність резонансу розраховувано за формулою $\mathrm{Q}=\kappa_r/\Delta\kappa$, де $\kappa_r$ - резонансна частота, $\Delta\kappa$ - ширина резонансу (смуга частот), яка визначається за рівнем половини потужності.

Решітка з дефектним шаром має дві вужчі зони непрозорості в порівнянні з регулярною решіткою. Структура з дефектом має два добротних резонанси в межах заборонених зон решітки без дефектного шару (Рис. 3.2 суцільна лінія). Максимум пропускання в межі першої забороненої зони спостерігається на частоті $\kappa=0{,}228$ з добротністю $17$. Максимум пропускання в межі другої забороненої зони спостерігається на частоті $\kappa=0{,}528$ з добротністю $75$. Зауважимо, що пропускання решітки з дефектом в межах зони запирання регулярної структури можливо тільки при центральному розташуванні дефектного шару (6-ий шар при

$N = 11$) і при інших його положеннях в щілині (будь-який інший номер, але не середній) даний ефект не проявляється.

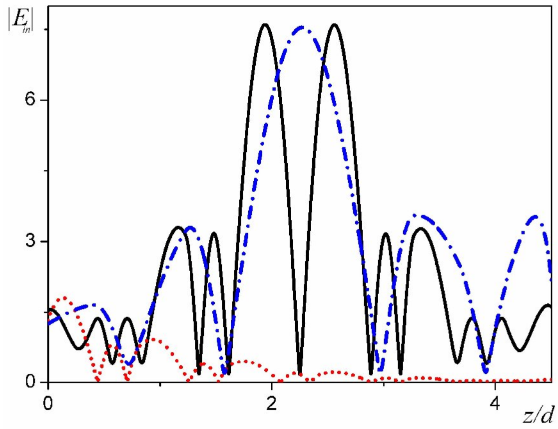



***Рисунок 3.3** – Розподіл модуля внутрішнього електричного поля $|E_{in}|$ в середині щілини уздовж осі Oz для решітки з дефектом при резонансних частотах (суцільна лінія $\kappa = 0{,}528$, штрихпунктирна лінія $\kappa = 0{,}228$) і для регулярної решітки при нерезонансній частоті (крапкова лінія $\kappa = 0{,}528$)*

На Рис. 3.3 показано розподіли модуля внутрішнього електричного поля в середині щілини уздовж осі $Oz$ для решітки з дефектом при резонансних частотах $\kappa = 0{,}228$ і $\kappa = 0{,}528$. Для порівняння представлено розподіл внутрішнього електричного поля в середині щілини уздовж осі $Oz$ для регулярної решітки при нерезонансній частоті $\kappa = 0{,}528$. Амплітуду падаючої хвилі обрано рівною одиниці. Коли нормована відстань від верхньої поверхні структури до внутрішньої її частини становить менше 1, внутрішні електричні поля решітки з двома видами заповнення щілин мають порівнянні величини. Коли $z/d$ більше одиниці, електричне поле всередині щілини структури з дефектом набагато сильніше, ніж внутрішнє електричне поле регулярної решітки.

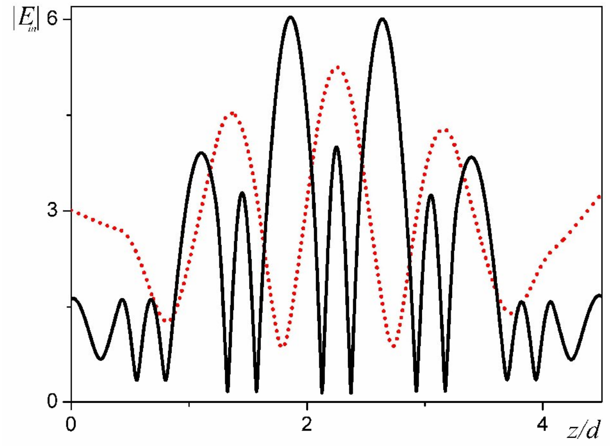



***Рисунок 3.4** – Розподіл модуля внутрішнього електричного поля $\left|E_{in}\right|$ всередині щілини уздовж осі Oz для регулярної решітки при резонансних частотах (крапкова лінія $\kappa = 0{,}165$, суцільна лінія $\kappa = 0{,}570$)*

На Рис. 3.4 представлено розподіли модуля внутрішнього електричного поля в середині щілини уздовж осі $Oz$ для регулярної решітки при резонансних частотах $0{,}165$ (крапкова лінія) і $0{,}570$ (суцільна лінія). Максимальне значення модуля внутрішнього електричного поля для решітки з дефектом становить $7{,}59$ при $\kappa = 0{,}228$ і $7{,}60$ при $\kappa = 0{,}528$, а для регулярної решітки $5{,}25$ при $\kappa = 0{,}165$ і $6{,}03$ при $\kappa = 0{,}570$. З графіків видно, що електричне поле всередині решітки з дефектним шаром сильніше, ніж електричне поле всередині регулярної решітки. Це пов'язано з тим, що електромагнітне поле, що падає ефективно взаємодіє з дефектним шаром та призводить до повного проходження електромагнітної хвилі через структуру з дефектом.

Розглянемо розподіл електричного поля в середині щілини уздовж осі $Oz$ для обох випадків заповнення щілин при їх перших резонансних частотах (Рис. 3.3 штрихпунктирна лінія і Рис. 3.4 крапкова лінія). Кожний розподіл має тільки одне максимальне значення, внаслідок поширення непарної моди, так як при таких частотах укладається менша кількість довжин хвиль на товщині структури. Максимальні значення електричного поля зосереджені всередині середніх шарів (всередині дефектного шару та всередині кремнієвого шару для регулярної решітки).

Далі ми розглядаємо розподіл електричного поля в середині щілини уздовж осі $Oz$ на частотах других резонансів (Рис. 3.3 і Рис. 3.4, суцільні лінії). Кожен розподіл має два максимуми внутрішнього електричного поля завдяки парним модам. У випадку з регулярною решіткою, максимальні значення електричного поля сконцентровані в серединах 5-го і 7-го шарів. В середині 6-го шару значення поля дорівнює $4$. В середині дефектного шару нерегулярної решітки внутрішнє електричне поле слабке та його максимальні значення зосереджені в 5-му і 7-му шарах близько меж з дефектним шаром.

Таким чином, наявність неоднорідності (дефектного шару) в решітці забезпечує сильне внутрішнє електричне поле, яке обумовлює резонансне пропускання в межах забороненої зони структури без неоднорідності. Такий фізичний ефект дозволяє керувати шириною забороненої зони решітки, що дозволить використовувати структуру з дефектом в якості вузькосмугового фільтра [92].

### 3.3.2 *15-шарове заповнення щілин*

Досліджуємо решітку з PEC брусів з більшим числом шарів в щілинах, ніж було розглянуто нами в підрозділі 3.3.1 для того, щоб з'ясувати, як фізично проявляється збільшення числа періодів заповнення щілин структури. Було вибрано 15-шарове $\left(N=15\right)$ заповнення щілин. Восьмий шар в щілині (середній шар) ми визначаємо як дефектний шар. Так, ми маємо симетричне заповнення щілин по відношенню до дефектного шару. Період заповнення до та після дефекту становить 3,5 періоду, тобто 3 пари шарів кварц-кремній і один шар кварц. У той час коли при $N$=11 , період заповнення щілин до та після дефектного шару дорівнює 2,5. Ми поступово будемо змінювати значення діелектричної проникності середнього шару, щоб побачити, як дефект в щілині впливає на частотний спектр періодичної структури.

На Рис. 3.5, Рис. 3.6 і Рис. 3.7 представлено залежності модулів коефіцієнтів проходження $|T|$ плоскої електромагнітної хвилі від частоти $\kappa$ для решітки з PEC брусів з неоднорідним заповненням щілин між ними. Графіки на Рис. 3.5 і Рис. 3.6 відповідають трьом типам заповнень щілин решітки. Перший тип - періодичне або регулярне заповнення. Характеристики решітки з таким типом заповнення розглядаються як еталонні (Рис. 3.5 і 3.6, чорна штрихпунктирна лінія). На частотах 0,237 і 0,416 є два резонанси, які розташовані поблизу кордонів забороненої зони. Заборонена зона займає частотний діапазон $0{,}254 < \kappa < 0{,}384$.

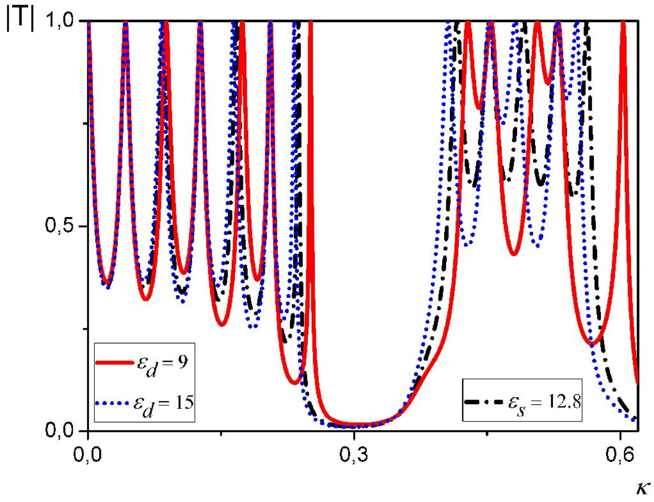



***Рисунок 3.5** – Спектр пропускання решітки з трьома значеннями діелектричної проникності середнього шару в щілинах: $\varepsilon_s = 12{,}8$ еталонне заповнення (чорна штрихпунктирна лінія), $\varepsilon_d = 9$ (червона суцільна лінія) і $\varepsilon_d = 15$ (синя крапкова лінія)*

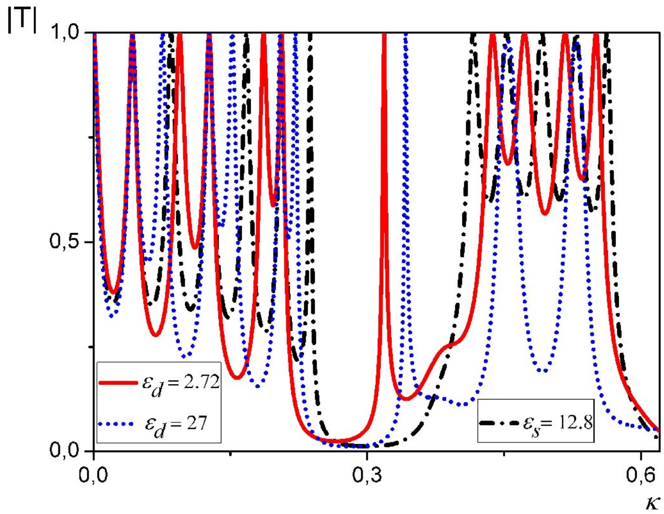



***Рисунок 3.6*** *– Спектр пропускання решітки з трьома значеннями діелектричної проникності середнього шару в щілинах:* $\varepsilon = 12{,}8$ *еталонне заповнення (чорна штрихпунктирна лінія),* $\varepsilon_d = 2{,}72$ *(червона суцільна лінія) і* $\varepsilon_d = 27$ *(синя крапкова лінія)*

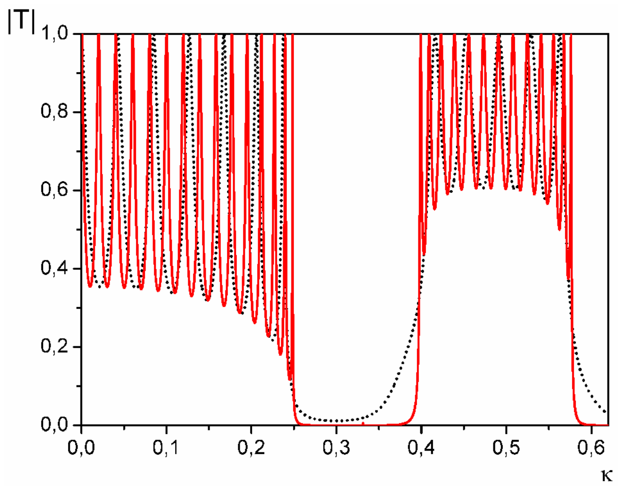



***Рисунок 3.7*** *– Спектр пропускання для регулярної решітки з 15- (чорна крапкова лінія) і 31-шаровому заповненні щілин (червона суцільна лінія)*

На Рис. 3.7 можна помітити, що межі зони запирання решітки з товщиною рівною $9{,}3d$ і кількістю шарів в щілині $31$, є більш чіткими $(0{,}254 < \kappa < 0{,}384)$, ніж межі зони запирання решітки з товщиною $4,5d$ і кількістю шарів в щілині $15$. Ми виконуємо розрахунки з решіткою, яка має кінцеву товщину для всіх обчислень, тому таке порівняння характеристик з різною товщиною решітки допомагає нам краще визначити межі зони запирання структури.

Другий $\left(\varepsilon_d < \varepsilon_s\right)$ і третій $\left(\varepsilon_d > \varepsilon_s\right)$ типи щілинного заповнення відповідають решітці з дефектом. На Рис. 3.5 показано пропускання решітки з дефектом зі значеннями діелектричної проникності дефектного шару $\varepsilon_d = 9$ (Рис. 3.5, червона суцільна лінія) і $\varepsilon_d = 15$ (Рис. 3.5, синя крапкова лінія). Коли діелектрична проникність дефектного шару зменшується, резонанси решітки з дефектом зміщуються в область коротких довжин хвиль щодо спектральних характеристик регулярної решітки. Наприклад, коли значення діелектричної проникності дефектного шару дорівнює $9$, перший резонанс зсувається на частоту $\kappa = 0,251$ (Рис. 3.5, червона суцільна лінія). Цікаво відзначити, що положення резонансів, не пов'язаних з дефектом, залишаються незмінними, тобто мова йде про резонанси на частотах: $\kappa = 0,043$, $\kappa = 0,127$, $\kappa = 0,205$ (Рис. 3.5, 3.6) і $\kappa = 0,453$, $\kappa = 0,529$ (Рис. 3.5). Зсунутий резонанс володіє добротністю $\mathrm{Q} = 69,40$.

При збільшенні діелектричної проникності дефектного шару відбувається зміщення резонансів в довгохвильову область. Коли $\varepsilon_d = 15$, другий резонанс змістився на частоту $\kappa = 0,406$ (Рис. 3.5, синя пунктирна лінія). Цей резонанс володіє добротністю, яка дорівнює $15,27$. Такі значення діелектричної проникності дефектного шару було обрано в якості прикладу для візуалізації зсувів резонансів усередині зони запирання.

Обидва резонанси при збільшенні та зменшенні значення діелектричної проникності дефектного шару розташовано поблизу середини зони запирання, як показано на Рис. 3.6. Криві відповідають випадку, коли другий і третій типи щілинного заповнення мають дефект з $\varepsilon_d = 2,72$ (Рис. 3.6, червона суцільна лінія) і $\varepsilon_d = 27$ (Рис. 3.6, синя крапкова лінія) відповідно. Тут ми бачимо два добротних резонанси дефектної решітки на частотах $0,318$ і $0,341$ в межах ширини зони запирання еталонної решітки. Добротності першого та другого резонансів складають $66,25$ і $83,21$.

Існує різноманітність діелектричних матеріалів з різною діелектричною проникністю, які можуть бути використані для дефектного шару, наприклад епоксидний компаунд з $\varepsilon = 2,72$ і рутил компаунд [157] з надзвичайно високою діелектричної проникністю. Слід зазначити, що в досліджуваному варіанті заповнення щілин решітки центральне розташування дефектного шару є важливим моментом в керуванні положенням резонансу в смузі зони запирання. При будь-якому іншому розміщенні дефекту в щілинах резонанс на дефектній моді в межах зони запирання регулярної решітки не спостерігається.

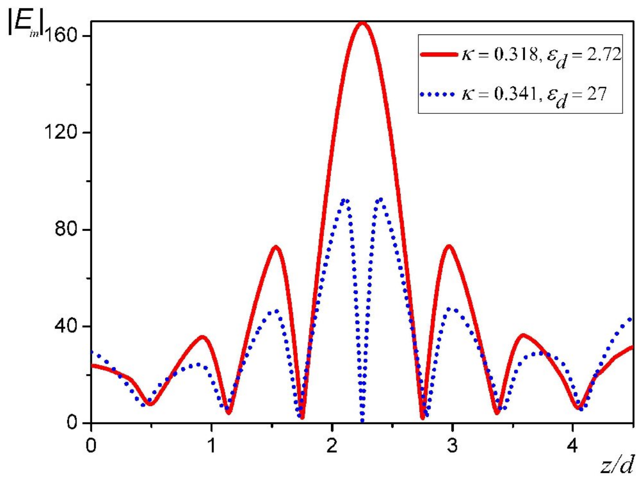



***Рисунок 3.8*** *– Розподіл модуля внутрішнього електричного поля* $|E_{in}|$ *уздовж* $z/d$ *решітки з дефектом на резонансних частотах* $0,318$ *(суцільна лінія) і* $0,341$ *(крапкова лінія)*

На Рис. 3.8 представлено розподіли модулів величин внутрішнього електричного поля по товщині структури всередині щілин решітки з дефектним шаром, у якій $\varepsilon_d = 2,72$ на резонансній частоті $\kappa = 0,318$ (суцільна лінія) і решітки з дефектним шаром $\varepsilon_d = 27$ на резонансній частоті $\kappa = 0,341$ (крапкова лінія). Амплітуда поля, що падає дорівнює 1 (а.е.). Розподіл внутрішнього електричного поля по товщині решітки вздовж $z/d$ при $\kappa = 0,318$ має тільки один глобальний максимум зі значенням $165,42$, який розташовано в середині товщини дефектного шару. Це пов'язано з розподілом непарної моди, коли довжина хвилі нижчої моди відповідає товщині щілини. Розподіл внутрішнього електричного поля при $\kappa = 0,341$ має два максимальних значення, приблизно $92,91$ внаслідок поширення парної моди, так як в цьому випадку середнє значення діелектричної проникності в щілині більше, ніж в попередньому випадку. Тут максимуми поля зосереджені на краях дефектного шару.

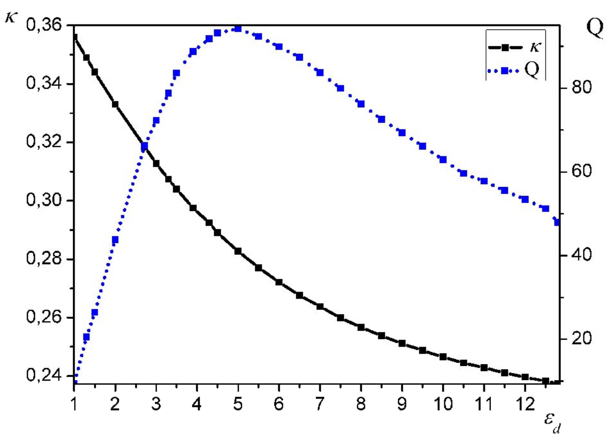



***Рисунок 3.9** – Зміни значень резонансної частоти κ (суцільна лінія) та добротності Q (крапкова лінія) щодо діелектричної проникності $\varepsilon_d$ для решітки з дефектом в разі, коли $\varepsilon_d$ менше діелектричної проникності восьмого шару еталонної решітки*

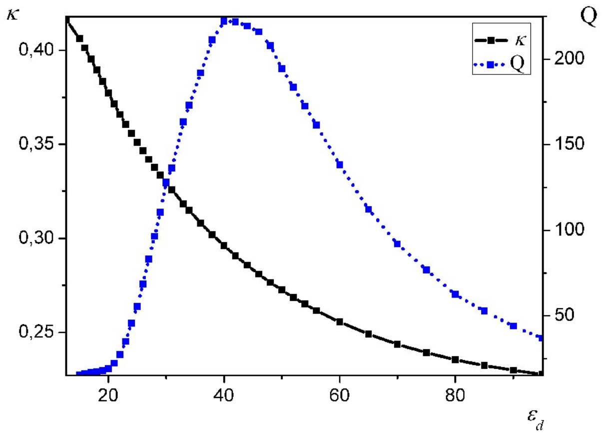



***Рисунок 3.10*** *– Зміни значень резонансної частоти κ (суцільна лінія) та добротності Q (крапкова лінія) щодо діелектричної проникності $\varepsilon_d$ для решітки з дефектом в разі, коли $\varepsilon_d$ більше діелектричної проникності середнього шару еталонної решітки*

На Рис. 3.9 (суцільна лінія) показано, як змінюється положення резонансу, який знаходиться з лівого краю зони запирання регулярної решітки при $\kappa = 0{,}237$ щодо діелектричної проникності $\varepsilon_d$ дефектного шару в щілинах решітки, коли значення дефектної діелектричної проникності менше діелектричної проникності восьмого шару регулярної решітки. Можна бачити як резонанс на дефектній моді зміщується в частотний діапазон зони запирання й як змінюється добротність резонансу (крапкова лінія) коли $\varepsilon_d < \varepsilon_s$. Гострі резонанси з добротністю, рівній $87$, виникають при дефектних діелектричних проникностях $4{,}5 \le \varepsilon_d \le 6$, а максимальне значення добротності резонансу становить $\mathrm{Q}_{\max} = 94{,}33$ при $\varepsilon_d = 5$.

Побудовано залежність зміщення резонансу, який розташовано з правого краю зони запирання регулярної решітки при $\kappa = 0{,}416$ щодо значень дефектної діелектричної проникності $\varepsilon_d$ в щілинах решітки в разі, коли $\varepsilon_d > \varepsilon_s$ (рис. 3.10, суцільна лінія). Також показано залежність зміни добротності резонансу щодо посилення впливу дефектної діелектричної проникності в порівнянні з еталонним значенням діелектричної проникності (крапкова лінія). Високодобротні резонанси 207,95<Q<211,16 спостерігаються зі значенням дефектної діелектричної проникності в діапазоні $38 \le \varepsilon_d \le 48$ і $\mathrm{Q}_{\max} = 221{,}95$ при $\varepsilon_d = 42$.

Високодобротні резонанси зосереджено в середині зони запирання регулярної структури для двох випадків зміни значення дефектної діелектричної проникності. Таким чином, ми показали, що за допомогою дефекту в періодичній структурі можна регулювати ширину та положення забороненої зони решітки також як і в 11-шаровому заповненні щілин (підрозділ 3.3.1), проте при 15-шаровому заповненні щілин можна значно збільшити добротність резонансу коефіцієнта проходження структури на дефектній моді. Це обумовлено тим, що коли *N*=15, період заповнення до та після дефекту становить 3.5 періоди. У той час коли *N*=11, період заповнення щілин до та після дефектного шару дорівнює 2.5. Так, в геометрії решітки з 15-шаровим заповненням щілин і коли ми збільшуємо кількость періодів в заповненнях щілин, дефект виражено значно сильніше. Змінюючи величину діелектричної проникності дефектного шару можна отримати нові частотно-селективні характеристики решітки з постійними її геометричними розмірами.

**Висновки до розділу 3**

- Було розв’язано задачу розсіяння плоскої електромагнітної хвилі на решітці з ідеально провідних брусів з $N$-шаровим діелектричним заповненням щілин в багатомодовому режимі. Отримано вирази для знаходження амплітуд відбитого поля та поля, що пройшло, а також для знаходження амплітуд хвилеводних мод в щілинах решітки.

- Отримано ІЧ частотні спектри резонансів решітки з її товщиною 4.5 періоду коли щілини заповнено $N$-попарно-шарами з кварцом і кремнієм, що чергуються періодино, при $N = 11$ і $N = 15$, коли є зони запирання та проходження решітки. При інших кількостях шарів у заповненні щілин решітки спектральні властивості решітки не проявляють чітких смуг запирання та проходження.
- Досліджено властивості такої решітки з її товщиною 4.5 періоду коли щілини заповнено $N = 11$- і $N = 15$-попарно-шарами, що чергуються, кварцом і кремнієм, а середній шар є дефектний діелектричний шар з меншою/більшою діелектричною проникністю ніж у кремнію. Отримано ІЧ частотні спектри резонансів на дефектних модах і показано розподіл внутрішнього електричного поля в середині щілини.
- Показано, що збільшення та зменшення величини діелектричної проникності дефектного шару впливає на внутрішнє електричне поле в структурі. Через сильне внутрішнє електричне поле решітка з дефектом при $N = 11$ і $N = 15$ шаровому заповненні щілин має пропускання в смузі запирання решітки без дефекту. Продемонстровано використання дефекту в періодичній решітці як спосіб керування шириною та положенням забороненої зони решітки. Таким чином, можна створити вузькосмугові фільтри, в яких ширина забороненої зони може бути контрольована за рахунок зміни характеристик дефектного шару.
- Показано, що тільки при $N = 15$-шаровому заповненні щілин решітки можна значно збільшити добротність резонансу коефіцієнта проходження структури на дефектній моді, так як в такій геометрії решітки дефект виражено значно сильніше ніж у випадку з $N = 11$-шаровому заповненні, і тим самим є кращим концентратором електромагнітного поля.

Збільшення кількості шарів у заповненні щілин рещітки не призводить до прояву резонансу на дефектній моді.

- Розв'язання досліджуваної задачі є основою для розв'язання задачі дифракції плоскої електромагнітної хвилі на решітці з РЕС брусів, коли її щілини заповнено нелінійним діелектричним матеріалом або дефектний шар виконано з нелінійного діелектрика. Подальше дослідження нелінійної задачі дозволить вивчити й отримати бістабільні частотні характеристики решітки.

# РОЗДІЛ 4
# ДОСЛІДЖЕННЯ БІСТАБІЛЬНИХ ЧАСТОТНО-СЕЛЕКТИВНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ СТРУКТУР ІЗ МЕТАЛЕВИХ БРУСІВ З ЗАПОВНЕННЯМ ЩІЛИН НЕЛІНІЙНИМ ДІЕЛЕКТРИКОМ

В цьому розділі триває дослідження характеристик періодичної решітки, яка складається з металевих брусів прямокутного поперечного перерізу, щілини якої заповнено нелінійним діелектричним матеріалом з керровським типом нелінійності. По суті, кожна щілина є хвилеводна область взаємодії падаючої електромагнітної хвилі з нелінійним середовищем.

Вивчення властивостей такої решітки має велике значення при моделюванні багатошарової структури, що є частиною металевих фотонних кристалів [158]. Спеціальна конфігурація досліджуваної решітки дозволяє створити локалізацію сильного електромагнітного поля в щілинах, що є важливою умовою для прояву нелінійності діелектрика. Таку решітку, що містить нелінійний діелектрик, може бути використовано для створення мініатюрних оптичних перемикачів і оптичних транзисторів (трансфазорів) так само як і періодичні структури, які наведено в Розділі 2.

У 4.1 було вивчено фрагмент решітки - щілина в ідеально провідному металевому екрані, яку заповнено нелінійним діелектриком керровського типу. Це є першим кроком в дослідженні задачі дифракції плоскої електромагнітної хвилі на решітці з брусів зі щілинами, заповненими нелінійним діелектриком.

Далі, у 4.2 і 4.3 було вивчено задачу розсіяння плоскої електромагнітної хвилі на решітці з прямокутних металевих брусів з заповненням щілин нелінійним діелектричним матеріалом. Так чином розглянуто два випадки нелінійного заповнення щілин решітки. Перший випадок - нелінійне однорідне діелектричне заповнення щілин решітки. Тут продемонстровано спосіб оцінки значень інтенсивності поля падаючої хвилі для прояву бістабільних або мультістабільних характеристик структури в довгохвильовому наближенні. Другий випадок - кусково-однорідне діелектричне заповнення щілин, як було показано в 3.3.1 і 3.3.2, в цих випадках тільки середній шар виконано з нелінійного діелектричного матеріалу. В такому разі бістабільні спектри решітки було отримано на дефектній моді в резонансному діапазоні.

## 4.1 Бістабільні характеристики ідеально провідного металевого екрана з заповненням щілини нелінійним однорідним діелектриком

В даному розділі розглядалось нормальне падіння плоскої електромагнітної хвилі на одновимірну щілину з шириною $2b$, котру вирізано в ідеально провідному нескінченному металевому екрані з товщиною $a$ (Рис. 4.1). Структура однорідна вздовж осі $Ox$, розв'язувалась двовимірна задача. Щілина вважається вузькою $2b < \lambda$ в напрямку осі $Oy$ і заповнена діелектриком з керровським типом нелінійності. Досліджено випадок поляризації, коли вектор напруженості магнітного поля $\vec{H}$ падаючої хвилі спрямовано уздовж щілини ($H$ -поляризована хвиля).

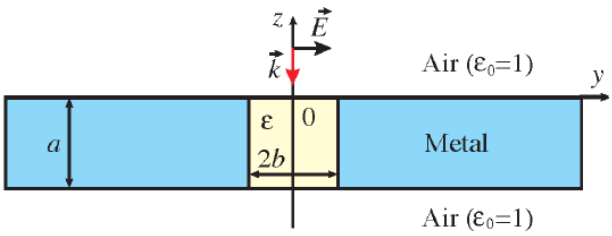



***Рисунок 4.1** – Геометрія задачі. Щілина, котру вирізано в ідеально провідному металевому екрані*

Розв'язання нелінійної задачі засновано на розв'язанні задачі розсіяння плоскої електромагнітної хвилі на щілині з лінійним однорідним діелектричним заповненням, яку вирізано в ідеально провідному металевому екрані [12]. Задачу в лінійному випадку було розв'язано за допомогою методу часткових областей, в результаті було отримано аналітичні вирази для відбитого поля, поля що пройшло і поля всередині вузької щілини.

Вираз для внутрішнього електричного поля щілини є необхідним для оцінки нелінійної діелектричної проникності діелектрика $\varepsilon(E)$ в щілині. Значення внутрішнього електричного поля оцінюється величиною усередненого поля уздовж осі $Oz$. Середню інтенсивність електричного поля всередині щілини, котру заповнено однорідним лінійним діелектриком, виражено таким чином:

$$\overline{\left|E_{in}\right|^2} = \left(A\frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon}}\right)^2 \frac{1}{2}\left[\left|C_c\right|^2 \frac{1+\mathrm{sinc}(g)}{\cos^2(0.5g)} + \left|C_s\right|^2 \frac{1-\mathrm{sinc}(g)}{\sin^2(0.5g)}\right], \tag{4.1}$$

де $C_c = \left[1 - \frac{ikb}{2\sqrt{\varepsilon}}\tan^2(0.5g)L\right]^{-1}$, $C_s = \left[1 + \frac{ikb}{2\sqrt{\varepsilon}}\cot^2(0.5g)L\right]^{-1}$,

$A$ - амплітуда поля, що падає, $L = 2 - i(4/\pi)\ln(\vartheta/kb) + o\left[(kb)^2\right]$, $\ln\vartheta = 3/2 - c$, $c \approx 0{,}5772$ - постійна Ейлера, $g = ka\sqrt{\varepsilon}$, $k$ - хвильове число вільного простору, $\mathrm{sinc}(x) = \sin(x)/x$. Вираз (4.1) отримано в припущенні, що в щілині поширюється тільки основна мода, тоді як моди вищого порядку експоненціально загасають вздовж напрямку осі $Oz$ в щілині. Це дозволило розрахувати середнє значення амплітуди електричного поля всередині щілині в залежності від товщини екрану, ширини щілини та діелектричної проникності діелектричного заповнення.

Коли щілину заповнено нелінійним діелектриком з керровським типом нелінійності, діелектрична проникність $\varepsilon$ діелектричного заповнення є неоднорідною та в кожній точці щілини залежить від інтенсивності електричного поля наступним чином:

$$\varepsilon(z) = \varepsilon_l + \varepsilon_n \left|E_{in}(z)\right|^2 . \qquad (4.2)$$

У теорії нелінійних інтерферометрів Фабрі-Перо традиційно використовується наближений аналіз, в якому другий член в (4.2) приймається малим [107]. У інтерферометрічному резонаторі нелінійний внесок в $\varepsilon$ змінюється на поздовжній відстані інтерферометра на масштабі половини довжини хвилі. У наближеному розв’язанні діелектрична проникність $\varepsilon$ розглядалася як незалежна від $z$ і в цьому розв’язанні враховано залежність $\varepsilon$ від середньої інтенсивності електричного поля. Оскільки характер поширення хвилі в інтерферометрі Фабрі-Перо та в досліджуваній структурі схожі, в умовах при $kb << 1$ передбачається, що діелектрична проникність середовища залежить від середньої інтенсивності електричного поля в наступному вигляді:

$$\varepsilon = \varepsilon_l + \varepsilon_n \overline{\left|E_{in}\right|^2} . \qquad (4.3)$$

В цьому випадку вираз (4.1) розглядається як рівняння щодо $\overline{\left|E_{in}\right|^2}$, в якому величина електричного поля падаючої хвилі $A$ є параметром.

Для того щоб визначити внутрішню інтенсивність електричного поля, необхідно ввести в рівняння (4.1) величину електричного поля падаючої хвилі у вигляді $A_e = 120\pi A$. Таким чином, вираз (4.1) переписано наступним чином:

$$I_{in} = I_{inc}\frac{1}{2\varepsilon}\left[\left|C_c\right|^2\frac{1+\mathrm{sinc}(g)}{\cos^2(0.5g)} + \left|C_s\right|^2\frac{1-\mathrm{sinc}(g)}{\sin^2(0.5g)}\right], \tag{4.4}$$

де $I_{inc} \sim A_e^2$ - інтенсивність електричного поля падаючої хвилі, $I_{in} \sim \overline{\left|E_{in}\right|^2}$ - інтенсивність електричного поля всередині щілини, $\varepsilon = \varepsilon_l + \varepsilon_n I_{in}$. Параметри $C_c$ і $C_s$ залежать від діелектричної проникності діелектричного заповнення щілини $\varepsilon$ й отже, від внутрішньої інтенсивності електричного поля в щілині $I_{in}$.

Вираз (4.4) є нелінійним рівнянням, яке пов'язує невідому внутрішню інтенсивність $I_{in}$ електричного поля й інтенсивність поля падаючої хвилі $I_{inc}$. При фіксованій частоті $\omega$ рішення цього рівняння є інтенсивність електричного поля всередині щілині $I_{in} = I_{in}(I_{inc})$, де $I_{inc}$ - незалежний параметр. Це рівняння можна вирішити чисельно. На підставі знайденої інтенсивності $I_{in}(I_{inc})$ можна визначити діелектричну проникність нелінійного заповнення $\varepsilon = \varepsilon_l + \varepsilon_n I_{in}(I_{inc})$, що дозволяє розрахувати коефіцієнт проходження в залежності від інтенсивності поля, що падає.

Коефіцієнт проходження $\tau$ визначається як відношення повного усередненого за часом потоку енергії, що пройшло через щілину, до повного усередненого потоку енергії плоскої хвилі, що падає на апертуру щілини [12]:

$$\tau = \frac{4kb}{\varepsilon\sin^2(g)}\left[1 + \frac{2(kb)^2}{\varepsilon}\left(1 - \frac{4}{\pi^2}\ln^2\frac{\vartheta}{kb}\right) + \frac{8kb}{\pi\sqrt{\varepsilon}}\ln\frac{\vartheta}{kb}\mathrm{ctg}(g) + \right.$$
$$\left. + \frac{4(kb)^2}{\varepsilon}\left(1 + \frac{4}{\pi^2}\ln^2\frac{\vartheta}{kb}\right)\mathrm{ctg}^2(g)\right]^{-1}. \tag{4.5}$$

Зауважимо, що внаслідок такого визначення коефіцієнт проходження може перевищувати одиницю.

Для розрахунку характеристик структури в якості нелінійного діелектричного матеріалу було обрано арсенід галію (GaAs) $\varepsilon_l = 11{,}0$ і $\varepsilon_n = 1{,}3 \times 10^{-3}$ (см$^2$/кВт) [4], параметр структури $a/b = 10{,}35$.

При малої інтенсивності поля, що падає спектр пропускання проявляє типові резонанси Лоренца щодо зміни значень безрозмірного частотного параметра *kb* (Рис. 4.2). Лінійний випадок, коли коефіцієнт нелінійності $\varepsilon_n = 0$ та інтенсивність поля, що падає $I_{inc} = 1$ (Вт/см$^2$) наведено для подальшого порівняння (Рис. 4.2 (а) і (б), суцільна лінія). Для того щоб описати вплив нелінійності, передбачається, що параметри структури обрано таким чином, що резонансна частота трохи вище частоти поля, що падає. У міру збільшення інтенсивності поля, що падає $I_{inc}$ інтенсивність поля всередині щілині $I_{in}$ також збільшується. Якщо коефіцієнт нелінійності $\varepsilon_n$ діелектричної проникності $\varepsilon$ має знак, відповідний для компенсації початкової розстройки, на певному рівні інтенсивності падаючої хвилі $I_{inc}$, інтенсивність поля всередині щілині $I_{in}$ стає достатньою для зсуву піку резонансного проходження в довгохвильову частотну область. В результаті резонансна частота зменшується та зміщується в довгохвильову область, що в свою чергу, посилює зв'язок з резонансною щілиною (Рис. 4.2 (а)). Цей позитивний зворотний зв'язок збільшує нахил наростаючого фронту спектра пропускання в порівнянні з лінійним випадком. Оскільки частота виходить за межі частоти резонансного режиму, внутрішня інтенсивність $I_{in}$ в щілині зменшується, а діелектрична проникність повертається до її лінійного рівня, і цей негативний зворотний зв'язок утримує резонансну частоту близькою до частоти поля, що падає. Це призводить до невеликої крутизни нахилу піку резонансу. Типові нелінійні деформації резонансів у спектрів пропускання при різних інтенсивностях падаючої хвилі показано на Рис. 4.2 (б).

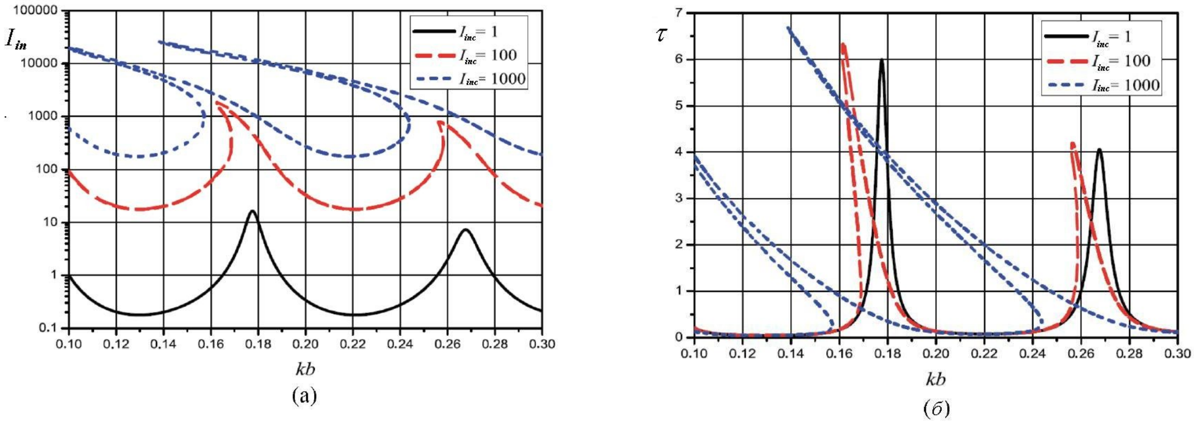



***Рисунок 4.2** – Частотні залежності інтенсивності електричного поля $I_{in}$ всередині щілині (за логарифмічною шкалою) (а) і величини коефіцієнта проходження $\tau$ (б) при фіксованому значенні інтенсивності падаючого поля: $I_{inc} = 1$ Вт/см$^2$ (чорна суцільна лінія), $I_{inc} = 100$ Вт/см$^2$ (червона штрихова потовщена лінія), $I_{inc} = 1000$ Вт/см$^2$ синя (штрихова лінія)*

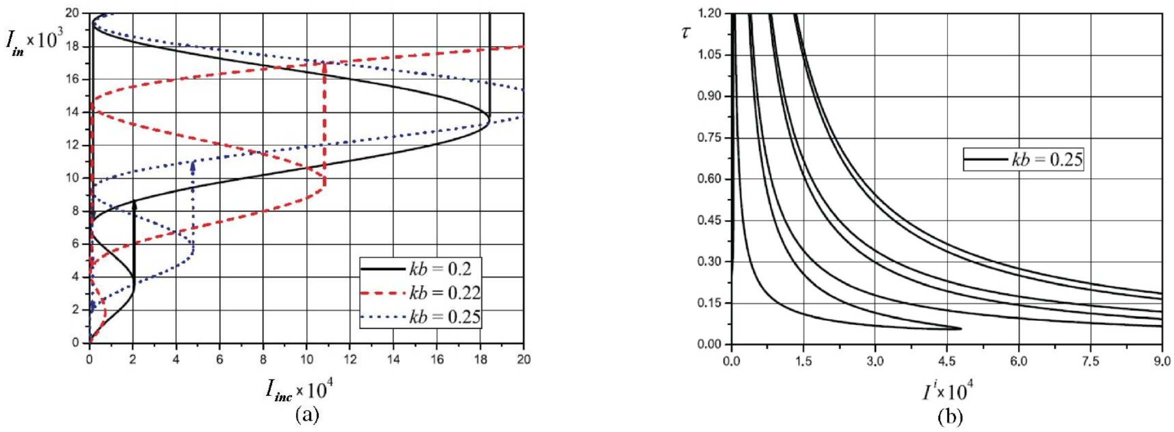



***Рисунок 4.3** – Залежності інтенсивності поля в щілині $I_{in}$ (а) і величини коефіцієнта проходження $\tau$ (б) від інтенсивності падаючого поля $I_{inc}$*

Криві на Рис. 4.3 (а) показують зміну внутрішньої інтенсивності $I_{in}$ в залежності від значень інтенсивності поля, що падає $I_{inc}$ на фіксованих частотах, які нижче резонансної частоти ($kb = 0{,}2$ - чорна суцільна лінія, $kb = 0{,}22$ - червона штриховая лінія і $kb = 0.25$ - синя крапкова лінія). У міру збільшення інтенсивності поля, що падає $I_{inc}$ інтенсивність всередині щілини поступово збільшується уздовж нижньої гілки, поки не досягне критичного значення $I_{inc}^1$, при якому внутрішня інтенсивність $I_{in}$ перескакує на верхню гілку стійкого стану. При подальшому збільшенні інтенсивності падаючого поля, що падає $I_{inc}$ існує кілька таких різких переходів внутрішньої інтенсивності $I_{in}$. Ці переходи відзначено на рисунку стрілками, спрямованими вгору. З іншого боку, при зменшенні інтенсивності поля, що падає $I_{inc}$, внутрішня інтенсивність поступово зменшується уздовж верхньої гілки кривої, що відповідає другому стану системи, до тих пір, поки $I_{inc}$ не досягне деякого значення $I_{inc}^2$ $\left(I_{inc}^2 < I_{inc}^1\right)$, в якому відбувається зворотний стрибок на нижню гілку кривої. Так само ці переходи вказано на рисунку стрілками, спрямованими вниз. В області між цими двома критичними крапками $I_{inc}^1$ і $I_{inc}^2$ система знаходиться в стабільних станах при заданому значенні $I_{inc}$. Таким чином, в системі формується петля гистерезиса та з'являється бістабільний режим роботи.

Залежність коефіцієнта проходження від інтенсивності поля, що падає розраховано за формулою (4.5), яку показано на Рис. 4.3 (б). Цю криву побудовано для випадку, коли $kb = 0,25$. Отримане розв'язання рівняння (4.5) ясно показує, що коефіцієнт проходження $\tau$ є багатозначною функцією інтенсивності поля, що падає. У міру збільшення інтенсивності поля, що падає $I_{inc}$ значення коефіцієнта проходження $\tau$ зменшується до рівня, близького до $\tau \approx 0,1$, коли інтенсивність поля, що падає $I_{inc} \approx 4,6 \times 10^4$ значення коефіцієнта проходження різко зростає, оскільки воно переходить на верхню гілку. Зворотний перехід на нижню гілку можливо тільки при значному зменшенні інтенсивності поля, що падає. Зауважимо, що така поведінка коефіцієнта проходження аналогічна до перепускності нелінійного інтерферометра [107].

## 4.2 Бістабільні характеристики решітки з металевих брусів з заповненням щілин нелінійним однорідним діелектриком

У розділі розглядалось нормальне падіння плоскої монохроматичної електромагнітної хвилі на періодичну решітку, яку виконано з срібних (Ag) брусів з прямокутним поперечним перерізом, періодично розташованих на плоскій підкладці з діоксиду кремнію ($SiO_2$) (Рис. 4.4). Щілини між брусами заповнено нелінійним діелектриком - арсенідом галію (GaAs). Таким чином, структура є періодична система та складається з елементів двох матеріалів які чергуються з лінійними та нелінійними оптичними властивостями. Період решітки позначено $d$ і її товщина $a$, ширина щілин $\theta$.

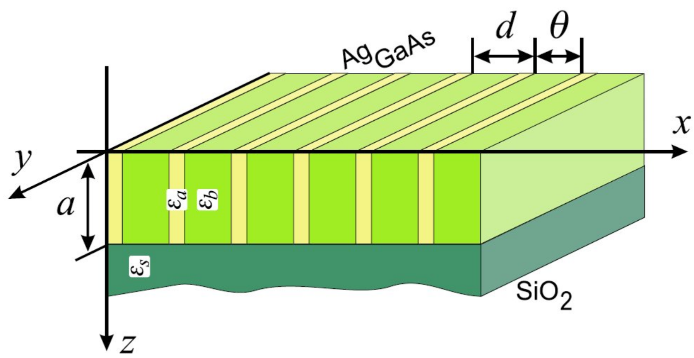



***Рисунок 4.4** – Геометрія періодичної решітки з металевих прямокутних брусів*

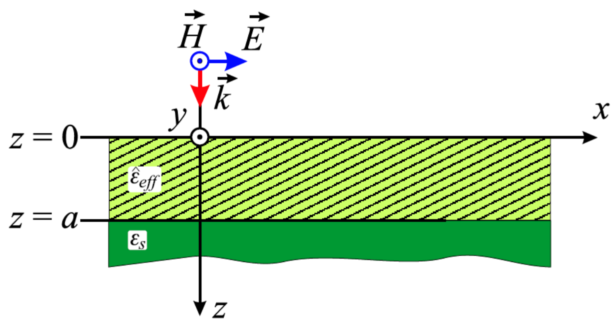



***Рисунок 4.5** – Геометрія задачі*

На довжині хвилі $\lambda = 1240$ нм відносна діелектрична проникність срібла практично не залежить від напруженості електромагнітного поля та має величину $\varepsilon_a = -81,5 + i5,1$ [159]. Арсенід галію, що заповнює щілини між брусами, навпаки, є нелінійний матеріал, відносна діелектрична проникність якого в першому наближенні лінійно залежить від інтенсивності електричного поля, тобто характеризується керровським типом нелінійності $\varepsilon_b = \varepsilon_{bl} + \varepsilon_{bn} \left| E \right|^2$, де $\varepsilon_{b1} = 11,0$, $\varepsilon_{b2} = 1,3 \times 10^{-3}$ см$^2$/кВт [4]. Матеріал підкладки - прозорий і лінійний, його діелектрична проникність має величину $\varepsilon_3 = 2,1$. Вважалося, що відносна магнітна проникність у всіх елементів структури дорівнює одиниці.

Передбачалося, що решітку виконано з надтонких шарів металу та нелінійного діелектрика. Період структури $d$ набагато менше довжини падаючої електромагнітної хвилі $\lambda$ в матеріалах решітки $\left( d << \lambda \right)$. При цьому умови поширення світла можна описати за допомогою ефективних значень оптичних констант, які отримуються шляхом виконання відповідного усереднення за об'ємом, для локального оптичного відгуку матеріалу. Фактично, виконання такого усереднення може бути досить тонкою процедурою для випадків, пов'язаних з нелінійним оптичним відгуком, тому що необхідно усереднити нелінійну поляризацію, а нелінійна поляризація залежить від просторово-неоднорідної амплітуди електричного поля в композиційному матеріалі. Так само передбачалося, що просторова протяжність кожної області досить велика, та можна описати її реакцію, використовуючи макроскопічну теорію [33, 160-162], замість використання мікроскопічної. Таким чином, ці умови обмежують період решітки до декількох десятків нанометрів. Отже, для розрахунку нелінійного відгуку досліджуваної структури використано підхід, в якому розглянуто решітку як шар з ефективного неперервного анізотропного середовища [163] з ефективним тензором нелінійної діелектричної проникності:

$$\hat{\varepsilon}_{eff} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix}. \tag{4.6}$$

Ця задача зводилася до знаходження зв'язку між локальними та макроскопічними полями в композиційному матеріалі, що містить нелінійні включення. Дослідження взаємодії хвиль з неоднорідною періодичною структурою засновано на розв’язанні крайової задачі сполучення еквівалентного однорідного анізотропного шару з оточуючими його півпросторами (Рис. 4.5).

Електромагнітне поле в решітці має задовольняти граничним умовам, тобто неперервності дотичної складової електричного поля та нормальної складової електричної індукції на межах між шарами срібла й арсеніду галію. Використовуючи граничні умови, було отримано вирази для компонент тензора ефективної діелектричної проникності $\hat{\varepsilon}_{eff}$ в разі, коли вектор напруженості електричного поля $\vec{E}$ паралельний до брусів (Е-поляризація)

$$\varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = \eta\varepsilon_b + \left(1-\eta\right)\varepsilon_a, \tag{4.7}$$

і для випадку, коли вектор $\vec{E}$ перпендикулярний до брусів (Н-поляризація)

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\varepsilon_a \varepsilon_b}{\eta\varepsilon_a + \left(1-\eta\right)\varepsilon_b}, \qquad (4.8),$$

де $\eta = \theta/d$ - коефіцієнт заповнення діелектриком.

Коли інтенсивність поля, що падає мала (лінійний режим), ефективна діелектрична проникність еквівалентного шару є постійною. Використовуючи метод комплексних амплітуд, було отримано вирази для відбитого поля:

$$E_{ref}(z) = A\frac{\gamma - \sqrt{\varepsilon_e} - \sqrt{\varepsilon_s} + \left(\delta + \sqrt{\varepsilon_e} - \sqrt{\varepsilon_s}\right)\exp(2ik_e a)}{\alpha + \beta\exp(2ik_e a)}\exp(-ikz),\ (z<0) \quad (4.9),$$

електричного поля всередині решітки:

$$E_{in}(z) = 2A\frac{\gamma\exp(ik_e z) + \delta\exp\left[ik_e(2a-z)\right]}{\alpha + \beta\exp(2ik_e a)},\ (0<z<a) \quad (4.10)$$

та поля, що пройшло:

$$E_{tr}(z) = 4A\frac{\exp\left[i(k_e - k_s)a\right]}{\alpha + \beta\exp(2ik_e a)}\exp(ik_s z),\ (z>a) \quad (4.11),$$

де $k_e = k\sqrt{\varepsilon_e}$, $k_s = k\sqrt{\varepsilon_s}$, $\alpha = 1 + \sqrt{\varepsilon_e} + \sqrt{\varepsilon_s} + \sqrt{\varepsilon_s/\varepsilon_e}$, $\beta = 1 - \sqrt{\varepsilon_e} + \sqrt{\varepsilon_s} - \sqrt{\varepsilon_s/\varepsilon_e}$, $\gamma = 1 + \sqrt{\varepsilon_s/\varepsilon_e}$, $\delta = 1 - \sqrt{\varepsilon_s/\varepsilon_e}$, $A$ - амплітуда поля, що падає. Різницю в розв’язанні між випадками для Н-поляризації та Е-поляризації пов'язано з використанням в рівняннях (4.9)-(4.11) двох ефективних діелектричних проникностей $\varepsilon_e = \varepsilon_{xx}$ і $\varepsilon_e = \varepsilon_{yy}$, відповідно.

Коли інтенсивність поля, що падає велика (нелінійний режим), діелектрична проникність арсеніду галію в щілинах решітки істотно залежить від напруженості електричного поля, та тому решітка стає неоднорідною вздовж осі $Oz$. В такому самоузгодженому підході було нехтувано вплив цієї неоднорідності на оптичні властивості досліджуваної структури та розв’язання задачі нелінійної дифракції будувалося шляхом усереднення квадратичної величини електричного поля всередині решітки по її товщині, аналогічно до розділу 4.1. Потім усереднене значення поля застосовували для визначення фактичної діелектричної проникності всередині щілин:

$$\varepsilon_b = \varepsilon_{bl} + \varepsilon_{bn}\overline{\left|E_{in}\right|^2}, \tag{4.12}$$

для ефективної діелектричної проникності $\varepsilon_e$ еквівалентного шару. У рівнянні (4.12) усереднене значення квадрата амплітуди електричного поля обчислювалося з використанням (4.10) як представлено нижче:

$$F = \overline{\left|E_{in}(z)\right|^2} = \frac{1}{a}\int_0^a \left|E_{in}(z)\right|^2 dz \tag{4.13}$$

Інтеграл в (4.13) було узято аналітично, в результаті вираз для квадрата амплітуди електричного поля має такий вигляд:

$$\overline{\left|E_{in}(z)\right|^2} = 4A^2\left[\frac{\frac{1-s}{4\pi k_e''\kappa}\left(\gamma'^2+\gamma''^2+s\left(\delta'^2+\delta''^2\right)\right)}{\left\{\alpha'+s\left(\beta'\cos j'-\beta''\sin j'\right)\right\}^2}+\right.$$

$$\left.+\frac{\frac{s}{2\pi k_e'\kappa}\left(\left(\gamma'\delta'+\gamma''\delta''\right)\sin j'+\left(\gamma''\delta'-\gamma'\delta''\right)\left(1-\cos j'\right)\right)}{\left\{\alpha''+e^{-4\pi k_e''\kappa}\left(\beta''\cos j'+\beta'\sin j'\right)\right\}^2}\right],$$

де $s=\exp\left(-4\pi k_e''\kappa\right)$, $j'=4\pi k_e'\kappa$, $k_e'=u\cos r$, $k_e''=u\sin r$,

$$\alpha'=1+\sqrt{\varepsilon_3}+k_e'+\frac{\sqrt{\varepsilon_3}\cos r}{u},\ \alpha''=k''-\frac{\sqrt{\varepsilon_3}\sin r}{u},\ \beta'=1+\sqrt{\varepsilon_3}-k_e'-\frac{\sqrt{\varepsilon_3}\cos r}{u},$$

$$\beta'' = 1 - k'' + \frac{\sqrt{\varepsilon_3}\sin r}{u}, \ \gamma' = 1 + \frac{\sqrt{\varepsilon_3}\cos r}{u}, \ \gamma'' = -\frac{\sqrt{\varepsilon_3}\sin r}{u}, \ \delta' = 1 - \frac{\sqrt{\varepsilon_3}\cos r}{u},$$

$$\delta'' = \frac{\sqrt{\varepsilon_3}\sin r}{u}, \ u = \sqrt[2]{\varepsilon_e'^2 + \varepsilon_e''^2}, \ r = 0.5\arctan\frac{\varepsilon_e''}{\varepsilon_e'}, \ \kappa = \frac{a}{\lambda} \ .$$

Так, нелінійне рівняння, яке пов'язане з середнім значенням квадрата амплітуди електричного поля, було сформульовано у вигляді [18, 134, 135]:

$$F = \tilde{A}\Phi_F\left(\lambda, \varepsilon_{bl} + \varepsilon_{bn}\left(F\right)\right) = \tilde{A}\Phi_F\left(\lambda, \varepsilon_e\left(F\right)\right) \quad (4.14),$$

де $\tilde{A}$ - безрозмірний коефіцієнт, який показує, у скільки разів величина поля, що падає $A$ перевищує 1 В/см. Величина поля, що падає $A$ є параметром цього нелінійного рівняння. Так, при фіксованій довжині хвилі $\lambda$ розв'язання цього рівняння дає усереднене значення квадрата амплітуди електричного поля $F$, залежне від величини поля, що падає $A$. Оскільки ефективна діелектрична проникність $\varepsilon_e$ залежить від усередненого значення квадрата амплітуди електричного поля $F$, рівняння (4.14) є нелінійним рівнянням щодо $F$, в якому величина поля, що падає $A$ є параметром. Для кожного значення величини поля, що падає рівняння (4.14) може мати більше одного розв'язань і як наслідок, задача дифракції має безліч рішень. Оскільки ці розв'язання залежать від інтенсивності поля, що падає, зручно провести аналіз розв'язання задачі дифракції в термінах інтенсивностей поля. Таким чином, інтенсивність електромагнітної хвилі, амплітуда електричного поля яка виражається в [В/см] в немагнітному середовищі з показником заломлення $n$, визначається за формулою $I = n\left|E\right|^2 / 240\pi$ [Вт/см$^2$]. Безліч розв'язань нелінійного рівняння (4.14) здійснюється шляхом знаходження коренів рівняння при заданому значенні величини інтенсивності падаючої хвилі.

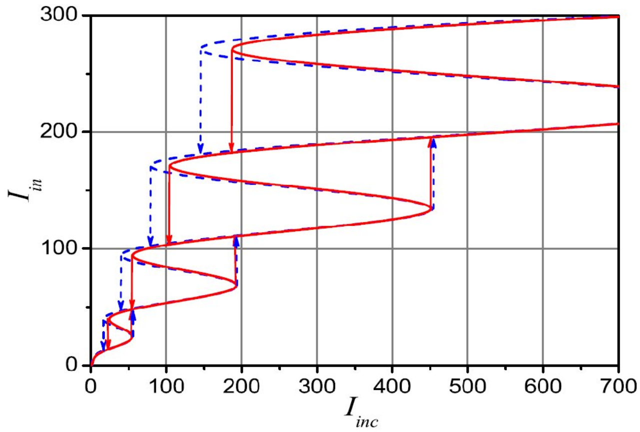



***Рисунок 4.6** – Залежність інтенсивності внутрішнього поля $I_{in}$ від інтенсивності поля, що падає $I_{inc}$ Н-поляризованої хвилі для решітки у вільному просторі (суцільна лінія) та решітки на підкладці (штрихова лінія)*

Характерні криві залежності інтенсивності внутрішнього поля $I_{in}$ від інтенсивності поля, що падає $\left(I_{inc} = |A|^2 / 240\pi \, кВт/см^2\right)$ показано на Рис. 4.6 в разі Н-поляризованої падаючої хвилі. Параметри решітки для всіх розрахунків було взято $\eta = 0{,}8$ і $a/\lambda = 0{,}5$. При малій величині інтенсивності поля падаючої хвилі, інтенсивність електромагнітного поля всередині структури є однозначною функцією $I_{in}\left(I_{inc}\right)$ інтенсивності поля, що падає. У міру збільшення амплітуди падаючої хвилі функція $I_{in}\left(I_{inc}\right)$ стає двозначною, а потім багатозначною.

Величина інтенсивності внутрішнього поля має різкі стрибки між різними станами, коли величина поля, що падає монотонно збільшується/зменшується. При зростанні інтенсивності поля, що падає відбувається зростання інтенсивності поля всередині щілини. Однак залежність внутрішньої інтенсивності від інтенсивності поля, що падає при її зменшенні виявляється іншою порівняно з випадком при зростанні. На Рис. 4.6 переходи відзначено вертикальними стрілками. Це приклад петлі гістерезису S-типу, який є типовим для нелінійних систем.

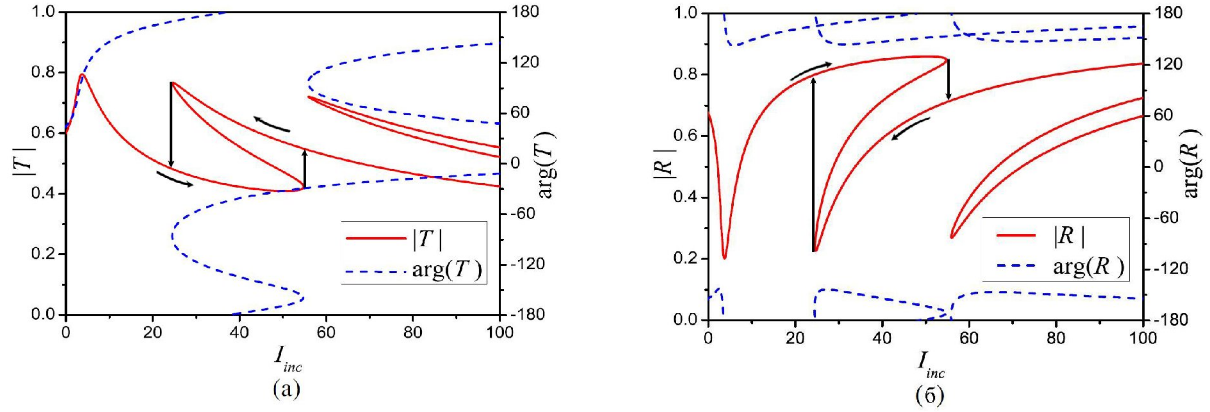



***Рисунок 4.7*** *– Модуль (червона суцільна лінія) і фаза (синя штрихова лінія) коефіцієнтів проходження (а) та відбиття (б) відносно інтенсивності поля, що падає* $I_{inc}$ *Н-поляризованої хвилі для решітки, розміщеної на підкладці*

Як тільки усереднена інтенсивність внутрішнього поля знайдена (параметр $F$, є розв'язанням рівняння), коефіцієнти проходження $T$ та відбиття $R$ визначаються у вигляді:

$$T = E_{tr}\left(a\right)/E_{inc}\left(a\right) = E_{tr}\left(a\right)\exp\left(-ika\right)/A,\; R = E_{ref}\left(0\right)/A \qquad (4.15).$$

Поляризація падаючої електромагнітної хвилі в (4.15) враховується шляхом вибору формули для визначення значення ефективної діелектричної проникності (4.7) і (4.8).

Залежності модулів коефіцієнтів проходження $|T|$ і відбиття $|R|$ від інтенсивності поля, що падає $I_{inc}$ в разі Н-поляризованої падаючої хвилі представлено на Рис. 4.7 (суцільна лінія). Вектор електричного поля падаючої хвилі перпендикулярний до брусів решітки. Тому основна хвилеводна мода плоского хвилеводу з металевими боковими стінками ефективно збуджується всередині щілин решітки при будь-якій її ширині. В результаті відбиття основної хвилеводної моди від відкритих кінців плоских хвилеводів на площинах $z=0$ і $z=a$ в кожної щілині утворюється поле стоячої хвилі. На певній довжині хвилі відбувається резонанс. Резонансна довжина хвилі залежить від діелектричної проникності заповнення щілин, яка, в свою чергу, визначається інтенсивністю внутрішнього поля. Таким чином, залежності величин коефіцієнтів проходження та відбиття від інтенсивності поля, що падає проявляються як максимуми та мінімуми, які чергуються. Це пов'язано з конструктивною та деструктивною інтерференцією хвиль всередині структури, характеристики інтерференційних процесів для цих хвиль змінюються при зміні внутрішньої інтенсивності $I_{in}$.

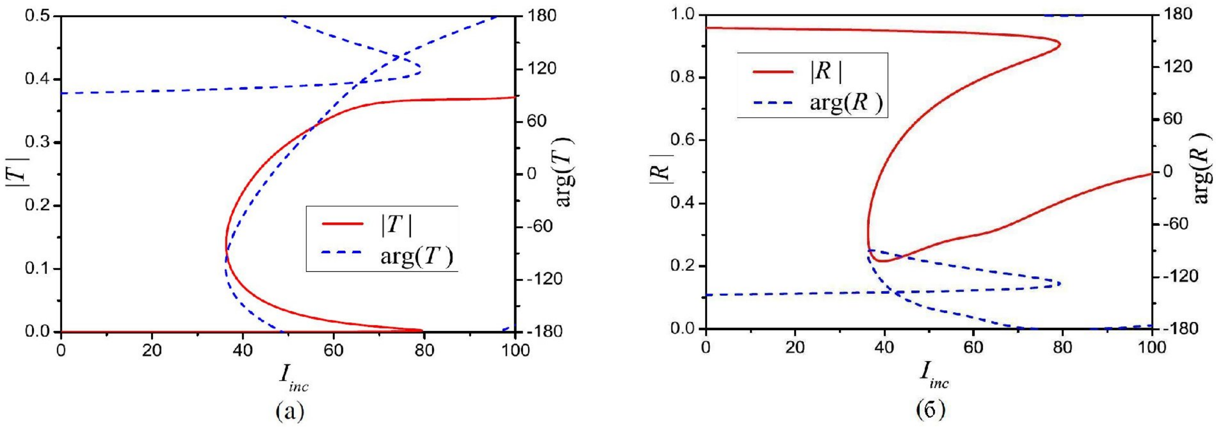



***Рисунок 4.8*** *– Модуль (суцільна лінія) і фаза (штрихова лінія) коефіцієнтів проходження (а) та відбиття (б) відносно інтенсивності поля, що падає* $I_{inc}$ *E-поляризованої хвилі для решітки на підкладці*

Фазова зміна коефіцієнтів відбиття $\arg(R)$ та проходження $\arg(T)$ при зміні їх модулів в залежності від інтенсивності поля, що падає в разі H-поляризованої хвилі зображено на Рис. 4.7 (штрихова лінія). З рисунку видно, що фаза також характеризується стрибкоподібною поведінкою при збільшенні та зменшенні інтенсивності поля, що падає.

У разі Е-поляризованої падаючої хвилі (вектор електричного поля $\vec{E}$ паралельний до брусів решітки) при малої інтенсивності поля, що падає, хвиля майже повністю відбивається від решітки (Рис. 4.8). Фаза коефіцієнта відбиття близька до $-180^0$. Решітку може бути розглянуто як еквівалентний шар плазмового середовища, властивості якого описано дисперсійною кривою, яка знаходиться в смузі частот нижче плазмової частоти. У міру збільшення інтенсивності поля, що падає оптичні властивості цього середовища змінюються, та система стає частково прозорою.

Коли падаюча хвиля володіє деякою проміжною поляризацією, яка є суперпозицією Н- і Е-поляризованих хвиль, деякі різкі зміни поляризаційного стану відбитого поля та поля, що пройшло (а саме, поетапна зміна азимута поляризації й еліптичності) можуть з'явитися зі збільшенням інтенсивності поля, що падає через ефекти бістабільності та мультистабільності в коефіцієнтах відбиття та проходження.

### 4.3 Бістабільні характеристики решітки з ідеально провідних металевих брусів з нелінійним діелектричним дефектом в кусково-однорідному діелектричному заповненні щілин

У цьому розділі розглянуто задачу розсіяння плоскої монохроматичної хвилі на решітці з PEC прямокутних брусів з 15-шаровим ($N=15$) діелектричним заповненням щілин які попарно чергуються. Всі шари мають однакову товщину $\Delta$. Опис постановки задачі та геометрії досліджуваної структури повністю ідентично з випадком, який наведено в 3.1, 3.3 і 3.3.2. Єдина відмінність полягає в тому, що восьмий дефектний шар виконано з діелектрика з керровським типом нелінійності та розташовано між межами $a_7$ і $a_9$, як показано на рисунку (Рис. 3.1). Передбачається, що період решітки $d$ менше довжини падаючої хвилі $\lambda$.

Мета розв'язання такої задачі - отримання бістабільних характеристик решітки на дефектній моді. Як було показано в Розділі 3, наявність дефекту в решітці призводить до концентрації електромагнітного поля в області, яку займає дефектний шар, і до гострого резонансу на дефектної моді. Отже, нелінійні властивості дефектного шару в кожній щілині решітки можуть проявлятися при невеликих значеннях інтенсивності поля, що падає. Тому дослідження характеристик дефектної решітки в нелінійному режимі є перспективним завданням для її подальшого технічного застосування.

Розв’язання цієї нелінійної задачі засновано на розв’язанні задачі розсіяння плоскої електромагнітної хвилі на решітці з PEC брусів з лінійним кусково-однорідним діелектричним заповненням щілин, яке представлено в 3.2. З ростом інтенсивності поля, що падає, буде рости значення діелектричної проникності $\varepsilon_d$ дефектного шару в щілинах решітки. Для знаходження дефектної діелектричної проникності застосовується той же підхід з використанням усередненого значення квадрата модуля поля всередині тонкого $(\Delta < \lambda)$ дефектного шару уздовж осі $z$, який пояснено в 4.1 і 4.2.

$$\varepsilon_d = \varepsilon_{dl} + \varepsilon_{dn}\overline{\left|E_{in}^d\right|^2} \tag{4.16}$$

Для розрахунків було обрано параметри решітки та діелектриків, як зазначено в 3.3, тобто: товщина решітки $a = 4{,}5d$, товщина шару $\Delta = 0{,}3d$, ширина щілини $\delta = 0{,}5d$, парні шари в щілинах решітки (крім 8-го шару) заповнено кремнієм з діелектричною проникністю $\varepsilon_s = 12{,}8$, непарні шари - кварц з діелектричною проникністю $\varepsilon_c = 2{,}1$. Постійна діелектрична проникність дефектного шару $\varepsilon_{dl} = 2{,}72$ та коефіцієнт нелінійності діелектрика $\varepsilon_{dn} = 1{,}3\times10^{-3}$ [159].

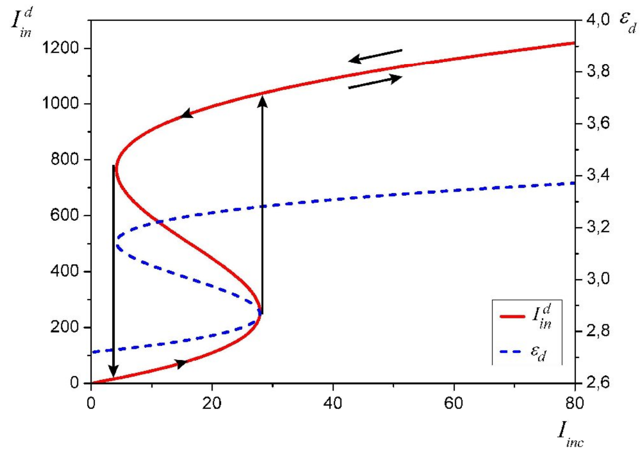



***Рисунок 4.9*** *– Залежність внутрішньої інтенсивності дефектного шару* $I_{in}^{d}$ *(суцільна лінія) і діелектричної проникності дефектного шару* $\varepsilon_d$ *(штрихова лінія) від інтенсивності поля, що падає* $I_{inc}$ *при* $\kappa = 0{,}31$

Всі графіки було побудовано для нормального падіння плоскої електромагнітної хвилі на структуру.

На Рис. 4.9 показано залежності змін значень інтенсивності електричного поля всередині дефектного шару $I_{in}^{d}$ решітки та його діелектричної проникності $\varepsilon_d$ при збільшенні/зменшенні інтенсивності поля, що падає $I_{inc}$. Для переходу від значень електричних полів до величин інтенсивностей полів використовувалася формула $I = n|E|^2 / 240\pi$ [Вт/см$^2$], (див. 4.2.). Графіки на Рис. 4.9 побудовано при обраної нормованої частоті $\kappa = 0{,}310$ $(\kappa = d/\lambda)$. Вибір даної частоти обумовлено наступним чином: в лінійному випадку, коли амплітуда поля, що падає $A = 1$ і $\varepsilon_{dn} = 0$, то діелектрична проникність дефекту $\varepsilon_d = \varepsilon_{dl} = 2{,}72$. Резонансна частота високодобротного резонансу на дефектній моді дорівнює $\kappa_r = 0{,}318$, як було продемонстровано на Рис. 3.6 (червона суцільна лінія). При $\kappa = 0{,}310$ перепускність решітки незначна. У нелінійному режимі амплітуда поля, що падає буде збільшена, що тим самим збільшить внесок нелінійної частини в значення діелектричної проникності дефектного шару $\varepsilon_d$. Збільшення діелектричної проникності заповнення щілин решітки призводить до зрушення резонансу в довгохвильову область. Таким чином, при збільшенні амплітуди поля, що падає, резонанс коефіцієнта проходження буде зміщуватися та пройде через обрану частоту. Цей процес веде до бістабільності решітки. Коли інтенсивність поля, що падає зростає та досягає значення $I_{inc} = 27,897$, внутрішня інтенсивність в дефектному шарі $I_{in}^d$ стрибкоподібно перебудовується зі значення $255,714$ на $1036,118$, що відповідає зміні діелектричної проникності дефекту з $\varepsilon_d = 2,868$ на $\varepsilon_d = 3,281$. У зворотному напрямку стрибок спостерігається при $I_{inc} = 4,179$, інтенсивність електричного поля всередині дефекту змінюється з $I_{in}^d = 765,082$ на $I_{in}^d = 17,195$, в той час як значення його діелектричної проникності є $\varepsilon_d = 3,143$ і $\varepsilon_d = 2,730$ відповідно. Таке різке збільшення внутрішньої інтенсивності електричного поля в решітці при досить невеликих значеннях інтенсивності поля, що падає обумовлено здатністю структури концентрувати поле всередині дефектного шару в результаті обраної її геометрії з 15-шаровим заповненням щілин.

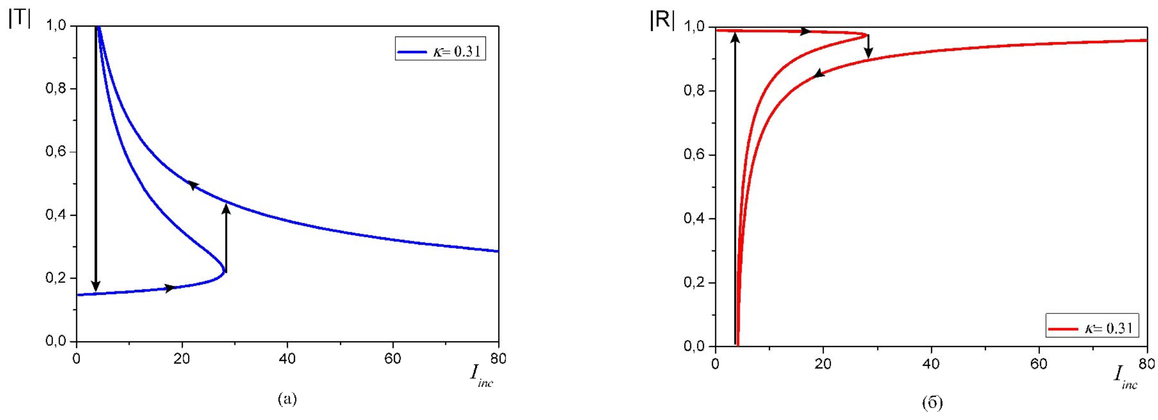



***Рисунок 4.10** – Залежності коефіцієнтів проходження (а) та відбиття (б) від інтенсивності поля, що падає $I_{inc}$*

На Рис. 4.10 побудовано залежності модулів коефіцієнтів проходження $|T|$ (а) та відбиття $|R|$ (б) від інтенсивності поля, що падає на частоті $\kappa = 0{,}310$. Тут також відбувається бістабільний режим роботи решітки в прямому напрямку при $I_{inc} = 27{,}897$ та зворотньому напрямку при $I_{inc} = 4{,}179$. Коли відбувається збільшення інтенсивності поля, що падає, система відчуває стрибок з $|T| = 0{,}224$ на $|T| = 0{,}446$ і $|R| = 0{,}974$ на $|R| = 0{,}895$. При зменшенні інтенсивності поля, що падає стрибок сильніший у порівнянні з варіантом при збільшенні $I_{inc}$. Так максимальний коефіцієнт проходження структури $|T| = 1{,}000$ стає $|T| = 0{,}151$, при цьому значення коефіцієнта відбиття змінюються від незначного $|R| = 0{,}006$ до максимального $|R| = 0{,}988$. Особливістю резонансів проходження та відбиття решітки є те, що їх отримано на дефектній моді. Це призвело до того, що режими перемикання структури виконуються при малих інтенсивностях поля, що падає.

**Висновки до розділу 4**

- Було показано бістабільний і мультістабільний режими роботи ідеально провідного металевого екрана з щілиною, яку заповнено однорідним діелектриком з керровським типом нелінійності; отримано частотні залежності інтенсивності електричного поля всередині щілини та величини коефіцієнта проходження при фіксованому значенні інтенсивності поля, що падає: $I_{inc} = 1\ Вт/см^2$, $I_{inc} = 100\ Вт/см^2$ *і* $I_{inc} = 1000\ Вт/см^2$; отримано залежності інтенсивності поля в щілині та величини коефіцієнта проходження від інтенсивності поля, що падає.
- Було отримано та досліджено мультистабільні характеристики решітки з металевих брусів з нелінійним (керровський тип) однорідним діелектричним заповненням щілин у випадках E- і H-поляризації в довгохвильовому

наближенні; побудовано залежності інтенсивності внутрішнього поля від інтенсивності поля, що падає Н-поляризованої хвилі для решітки у вільному просторі та решітки, яка розміщена на діелетричній підкладці; отримано залежності модуля та фази коефіцієнтів проходження та відбиття відносно інтенсивності поля, що падає Е і Н-поляризованої хвилі для решітки, розміщеної на підкладці.

- Було розв'язано задачу дифракції плоскої монохроматичної хвилі на решітці з ідеально провідних металевих брусів з нелінійним діелектричним дефектом в 15-шаровому діелектричному заповненні щілин; отримано залежності внутрішньої інтенсивності дефектного шару, діелектричної проникності дефектного шару та залежності коефіцієнтів проходження та відбиття від інтенсивності поля, що падає поля $\left(5 \le I_{inc} \le 50\ Bm/cм^2\right)$ при резонансної частоті $\kappa = 0{,}31$.

# ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі вивчено актуальну задачу радіофізики - дослідження бістабільних властивостей нелінійних структур з сильною локалізацією поля з метою створення ультракомпактних оптичних пристроїв, властивості яких змінюються за допомогою зміни інтенсивності поля, що падає. Основні результати роботи зводяться до наступного:

1. Продемонстровано бістабільний режим роботи решітки з асиметрично-розірваних металевих кілець, яку розташовано на підкладці з нелінійного діелектрика керровського типу, на запертих модах в інфрачервоному діапазоні.
2. Отримано бістабільний режим роботи подвійної планарної решітки типу fish-scale, розташованої на підкладці з нелінійного діелектрика керровського типу, на запертих модах в інфрачервоному діапазоні.
3. Доведено можливість збудження та керування поширенням дисипативних солітонів в планарній магнітооптичній хвилевідній системі.
4. Побудовано новий ефективний алгоритм на основі методу часткових областей та методу матриць передачі для дослідження багатомодової дифракції електромагнітних хвиль на об'ємній решітці з ідеально провідних брусів з $N$-шаровим діелектричним заповненням щілин в лінійному випадку. Даний алгоритм дозволяє проводити розрахунки властивостей решітки з заповненням щілин різними діелектричними матеріалами. Показано, що ІЧ частотні спектри резонансів решітки мають чіткі смуги запирання та проходження при $N=11$- і $N=15$-шаровому заповненні щілин кварцом і кремнієм, що чергуються, з мінімальною товщиною решітки 4,5 періоду. Досліджено використання восьмого (середнього) шару як дефектного діелектричного шару з

меншою/більшою діелектричною проникністю ніж у кремнію в $N = 15$-шаровому заповненні щілин решітки попарно кварцом і кремнієм з товщиною решітки 4,5 періоду як спосіб збільшення добротності резонансу коефіцієнта проходження решітки на дефектній моді.

5. Отримано та досліджено мультистабільний режим роботи структури, яка складається з ідеально провідного металевого екрану зі щілиною, заповненою нелінійним діелектриком (арсенідом галію) керровського типу нелінійності в інфрачервоному діапазоні.
6. Досліджено мультистабільний режим роботи решітки зі срібних прямокутних брусів із заповненням щілин нелінійним діелектриком (арсенідом галію) керровського типу нелінійності, розміщеної на тонкій діелектричній підкладці в інфрачервоному діапазоні.
7. Отримано бістабільний режим роботи решітки з ідеально провідних брусів при $5 \le I_{inc} \le 50\ Вт/см^2$ значеннях інтенсивності поля, що падає, у випадку, коли товщина решітки дорівнює 4,5 періоду, щілини заповнено $N = 15$-шарами кварцу і кремнію, що попарно чергуються, де восьмий шар у кожній щілині є нелінійний діелектричний дефектний шар керровського типу з коефіцієнтом нелінійності $1{,}3 \times 10^{-3}\ см^2 / кВт$ і з меншою діелектричною проникністю ніж у кремнію в інфрачервоному діапазоні.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ


1. Del Bino, L., Silver, J. M., Woodley, M. T., Stebbings, S. L., Zhao, X., & Del'Haye, P. (2018). Microresonator isolators and circulators based on the intrinsic nonreciprocity of the Kerr effect. *Optica*, *5*(3), 279-282.
2. Tajaldini, M., & Jafri, M. Z. M. (2014). Simulation of an ultra-compact multimode interference power splitter based on Kerr nonlinear effect. *Journal of Lightwave Technology*, *32*(7), 1282-1289.
3. Lugiato, L., Prati, F., & Brambilla, M. (2015). *Nonlinear optical systems*. Cambridge University Press.
4. Gibbs, H. (2012). *Optical bistability: controlling light with light*. Elsevier.
5. Brovenko, A. V., Melezhik, P. N., Poyedinchuk, A. Y., & Troshchylo, O. S. (2018). A numerical algorithm of solving problems of electromagnetic wave diffraction by a plane layer with the Kerr nonlinearity. *Telecommunications and Radio Engineering*, *76*(16), 1405-1415.
6. Angermann, L., & Yatsyk, V. V. (2011). Resonance properties of scattering and generation of waves on cubically polarisable dielectric layers. In *Electromagnetic waves*. IntechOpen.
7. Valovik, D. (2016, August). Nonlinear guided electromagnetic waves in a layer: Revisiting an old problem and new results. In *2016 URSI International Symposium on Electromagnetic Theory (EMTS)* (pp. 19-22). IEEE.
8. Prosvirnin, S., & Zouhdi, S. (2002). Resonances of closed modes in thin arrays of complex particles. In *Advances in electromagnetics of complex media and metamaterials* (pp. 281-290). Springer, Dordrecht.
9. Fedotov, V. A., Rose, M., Prosvirnin, S. L., Papasimakis, N., & Zheludev, N. I. (2007). Sharp trapped-mode resonances in planar metamaterials with a broken structural symmetry. *Physical review letters*, *99*(14), 147401.

10. Prosvirnin, S. L., Tretyakov, S. A., & Mladyonov, P. L. (2002). Electromagnetic wave diffraction by planar periodic gratings of wavy metal strips. *Journal of electromagnetic waves and applications*,*16*(3), 421-435.
11. Mladyonov, P. L., & Prosvirnin, S. L. (2010). Wave diffraction by double-periodic gratings of continuous curvilinear metal strips placed on both sides of a dielectric layer. *Radio Physics and Radio Astronomy*, *1*(4), 309-320.
12. Litvinenko, L. N., Prosvirnin, S. L., & Shestopalov, V. P. (1977). The diffraction of plane H-polarized electromagnetic wave on a slit in the metallic screen of finite thickness. *Radiotekhnika i electronika*, (3), 474-484.
13. Шестопалов, В. П., Литвиненко, Л. Н., Масалов, С. А., Сологуб, В. Г. (1973). *Дифракция волн на решетках*. Издательство Харьковского университета.
14. Xiang, Y., Cai, W., Wang, L., Ying, C., Zhang, X., & Xu, J. (2014). Design methodology for all-optical bistable switches based on a plasmonic resonator sandwiched between dielectric waveguides. *Journal of Optics*, *16*(2), 025003.
15. Chua, S. J., & Li, B. (Eds.). (2010). *Optical Switches: Materials and Design*. Elsevier.
16. Pezeshki, H., & Ahmadi, V. (2013). All-optical bistable switching based on photonic crystal slab nanocavity using nonlinear Kerr effect. *Journal of Modern Optics*, *60*(2), 103-108.
17. Kochetova, L. A., Prosvirnin, S. L., & Tuz, V. R. (2010). Bistable wave transmission through a metal screen with single slit filled nonlinear dielectric. *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, *24*(16), 2249-2257.
18. Tuz, V. R., Prosvirnin, S. L., & Kochetova, L. A. (2010). Optical bistability involving planar metamaterials with broken structural symmetry. *Physical Review B*, *82*(23), 233402.
19. Kochetova, L. A., Prosvirnin, S. L., & Tuz, V. R. (2014). Optical bistability in a grating with slits filled nonlinear media. *Progress In Electromagnetics Research*, *35*, 133-139.

20. Tuz, V. R., Kochetov, B. A., Kochetova, L. A., Mladyonov, P. L., & Prosvirnin, S. L. (2015). Two-oscillator model of trapped-modes interaction in a nonlinear bilayer fish-scale metamaterial. *Physica Scripta*, *90*(2), 025504.
21. Kochetov, B. A., Vasylieva, I., Kochetova, L. A., Sun, H. B., & Tuz, V. R. (2017). Control of dissipative solitons in a magneto-optic planar waveguide. *Optics letters*, *42*(3), 531-534.
22. Kochetova, L. A., & Prosvirnin, S. L. (2018). Diffraction of electromagnetic waves by a metallic bar grating with a defect in dielectric filling of the slits. *Optics Communications*, *412*, 214-218.
23. Kochetova, L. A., Prosvirnin, S. L., & Tuz, V. R. (2010, September). Bistable wave transmission through a metal screen with a slit filled nonlinear dielectric. In *Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory (DIPED), 2010 Xvth International Seminar/Workshop on* (pp. 110-113). IEEE.
24. Kochetova, L. A., Prosvirnin, S. L., & Tuz, V. R. (2011, May). Bistable wave transmission through a grating of nonlinear dielectric bars. In *Days on Diffraction (DD), 2011* (pp. 54-55).
25. Kochetova, L. A., & Prosvirnin, S. L. (2016, June). Scattering of electromagnetic waves by a PEC bars grating with a broken periodicity of piecewise homogeneous dielectric filling of its slits. In *Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter and Submillimeter Waves (MSMW), 2016 9th International Kharkiv Symposium on* (pp. 1-3). IEEE.
26. Kochetova, L. A. (2016, July). Scattering of electromagnetic waves by a PEC bar grating with a nonlinear dielectric filling of its slits. In *Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET), 2016 IEEE International Conference on* (pp. 216-217). IEEE.
27. Kochetova, L. A. (2019, September). Bistable Transmission of a Metal Dielectric Grating for Controlling Filter Application. In *2019 URSI-Germany Kleinheubach Conference* (pp. 1-3). IEEE.
28. Munk, B. A. (2005). *Frequency selective surfaces: theory and design.* John Wiley & Sons.

29. Гейлорд, Г. К., & Мохарам, М. Г. (1985). Анализ и применения оптической дифракции на решетках. *Тр. Ин-та инж. по электротехнике и радиоэлектрон.–1985.–73*, (5), 53-103.

30. Сиренко, Ю.К. (2000). Электродинамическая теория антенных решеток. *Успехи современной радиоэлектроники*, *10*, 5–26.

31. Сиренко, Ю. К., Сухаревский, И. В., Сухаревский, О. И., & Яшина, Н. П. (2000). Фундаментальные и прикладные задачи теории рассеяния электромагнитных волн. *Харьков, Крок*.

32. Элаши, Ш. (1976). Волны в активных и пассивных периодических структурах. *Обзор//тииэр*, *64*(12), 22-59.

33. Борн, М., & Вольф, Э. (1973). Основы оптики.

34. Tamir, T. (1975). Leaky waves in planar optical waveguides. *Nouvelle Revue d'Optique*, *6*(5), 273.

35. Tamir, T. (1975). Integrated Optics, Vol. 7 of Topics in Applied Physics.

36. Вайнштейн, Л. А. (1955). Дифракция электромагнитных волн на решетках из параллельных проводящих полос, 841-846.

37. Агранович, З. С., Марченко, В. А., & Шестопалов, В. П. (1962). Дифракция электромагнитных волн на плоских металлических решетках. *Журн. техн. физики*, *32*(4), 381-390.

38. Шестопалов, В. П. (1971). *Метод задачи Римана-Гильберта в теории дифракции и распространения электромагнитных волн*. Изд-во Харьковского гос. ун-та.

39. Литвиненко, Л. Н., & Просвирнин, С. Л. (1984). *Спектральные операторы рассеяния в задачах дифракции волн на плоских экранах*. Наукова думка.

40. Масалов, С. Л., Сиренко, Ю. К., & Шестопалов, В. П. (1978). Решение задачи дифракции плоских волн на «ножевой» решетке со сложной структурой периода. *Радиотехника и электроника*, *23*(1-4), 481.

41. Младенов, П. Л., & Просвирнин, С. Л. (2002). Дифракция волн на двухпериодической плоской решетке из непрерывных криволинейных металлических лент. *Радиофизика и радиоастрономия*, *7*(3), 265-272.

42. Васильева, Т. Д., & Просвирнин, С. Л. (1998). Дифракция электромагнитных волн на плоской решетке из киральных полосковых элементов сложной формы. *Физика волновых процессов и радиотехнические системы*, *1*(4), 5-9.

43. Prosvirnin, S. L. (1999). Transformation of polarization when waves are reflected by a microstrip array made of complex-shaped elements. *Journal of Communications Technology and Electronics*, *44*(6), 635-639.

44. Smith, D. R., Schultz, S., Kroll, N., Sigalas, M., Ho, K. M., & Soukoulis, C. M. (1995). Experimental and theoretical results for a two-dimensional metal photonic band-gap cavity. *Applied Physics Letters*, *65*(5), 645-647.

45. Sakoda, K. (2004). *Optical properties of photonic crystals* (Vol. 80). Springer Science & Business Media.

46. Smith, D. R., Schultz, S., Kroll, N., Sigalas, M., Ho, K. M., & Soukoulis, C. M. (1994). Experimental and theoretical results for a two-dimensional metal photonic band-gap cavity. *Applied Physics Letters*, *65*(5), 645-647.

47. Chin, S. K., Nicorovici, N. A., & McPhedran, R. C. (1994). Green’s function and lattice sums for electromagnetic scattering by a square array of cylinders. *Physical Review E*, *49*(5), 4590.

48. Sigalas, M. M., Chan, C. T., Ho, K. M., & Soukoulis, C. M. (1995). Metallic photonic band-gap materials. *Physical Review B*, *52*(16), 11744.

49. Yasumoto, K. (Ed.). (2005). *Electromagnetic theory and applications for photonic crystals*. CRC press.

50. Lapine, M., & Tretyakov, S. (2007). Contemporary notes on metamaterials. *IET microwaves, antennas & propagation*, *1*(1), 3-11.

51. Alitalo, P., & Tretyakov, S. (2009). Electromagnetic cloaking with metamaterials. *Materials today*, *12*(3), 22-29.
52. Veselago, V. G. (2011). Waves in metamaterials: their role in modern physics. *Physics-Uspekhi*, *54*(11), 1161-1165.
53. Hess, O., Pendry, J. B., Maier, S. A., Oulton, R. F., Hamm, J. M., & Tsakmakidis, K. L. (2012). Active nanoplasmonic metamaterials. *Nature materials*, *11*(7), 573.
54. Veselago, V. G. (1968). The electrodynamics of substance with simultaneous negative electrical and mechanical properties. *SOV. Physic UPEKHI*, *10*, 509-517.
55. Pendry, J. B. (2000). Negative refraction makes a perfect lens. *Physical review letters*, *85*(18), 3966.
56. Shelby, R. A., Smith, D. R., & Schultz, S. (2001). Experimental verification of a negative index of refraction. *Science*, *292*(5514), 77-79.
57. Smith, D. R., Pendry, J. B., & Wiltshire, M. C. (2004). Metamaterials and negative refractive index. *Science*, *305*(5685), 788-792.
58. Xi, S., Chen, H., Jiang, T., Ran, L., Huangfu, J., Wu, B. I., ... & Chen, M. (2009). Experimental verification of reversed Cherenkov radiation in left-handed metamaterial. *Physical review letters*, *103*(19), 194801.
59. Galyamin, S. N., Tyukhtin, A. V., Kanareykin, A., & Schoessow, P. (2009). Reversed Cherenkov-transition radiation by a charge crossing a left-handed medium boundary. *Physical review letters*, *103*(19), 194802.
60. Smith, D. R., Mock, J. J., Starr, A. F., & Schurig, D. (2005). Gradient index metamaterials. *Physical Review E*, *71*(3), 036609.
61. Silveirinha, M., & Engheta, N. (2006). Tunneling of electromagnetic energy through subwavelength channels and bends using ε-near-zero materials. *Physical review letters*, *97*(15), 157403.

62. Nguyen, V. C., Chen, L., & Halterman, K. (2010). Total transmission and total reflection by zero index metamaterials with defects. *Physical review letters*, *105*(23), 233908.
63. Moitra, P., Yang, Y., Anderson, Z., Kravchenko, I. I., Briggs, D. P., & Valentine, J. (2013). Realization of an all-dielectric zero-index optical metamaterial. *Nature Photonics*, *7*(10), 791.
64. Hand, T., & Cummer, S. (2007). Characterization of tunable metamaterial elements using MEMS switches. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, *6*, 401-404.
65. Младенов, П. Л., & Просвирнин, С. Л. (2003). Микрополосковая двухпериодическая решетка из непрерывных криволинейных металлических лент как высокоимпедансная поверхность. *Радиофизика и радиоастрономия, 8*(4), 375-382.
66. Joannopoulos, J. D., Johnson, S. G., Winn, J. N., & Meade, R. D. (2011). *Photonic crystals: molding the flow of light*. Princeton university press.
67. Chernyshov, B., & Tarapov, S. I. (2016). Manipulation of One-Dimension Photonic Crystal Spectrum via Perforated Silicon Slab.*Progress In Electromagnetics Research*, *62*, 133-139.
68. Звездин, А. К. (2004). Квантовая механика плененных фотонов Оптические микрорезонаторы, волноводы, фотонные кристаллы. *Природа*, (10), 12-23.
69. Tong, X. C. (2018). *Functional Metamaterials and Metadevices*. Springer.
70. Yachin, V., Ivzhenko, L., Polevoy, S., & Tarapov, S. (2016). Resonant response in mechanically tunable metasurface based on crossed metallic gratings with controllable crossing angle. *Applied Physics Letters*, *109*(22), 221905.

71. Kupriianov, A. S., Xu, S., Han, W., Khardikov, V. V., & Tuz, V. R. (2018). An All-dielectric Metasurface Supporting Trapped Mode as a Platform for Sensory Applications. *Sensors & Transducers*,*225*(9), 8-13.
72. Domina, K. L., & Khardikov, V. V. (2018, July). QD Layer Luminescence Enhancement Via Coupling with Disk Metasurface In Trapped Mode Regime. In *2018 IEEE 17th International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET)* (pp. 83-86). IEEE.
73. Kawakatsu, M. N., & Dmitriev, V. A. (2011). Trapped-mode resonance regime of thin microwave electromagnetic arrays with two concentric rings in unit cell. *International Journal of Microwave Science and Technology*, *2011,* 1-6.
74. Kawakatsu, M. N., Dmitriev, V. A., & Prosvirnin, S. L. (2010). Microwave frequency selective surfaces with high Q-factor resonance and polarization insensitivity. *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, *24*(2-3), 261-270.
75. Debus, C., & Bolivar, P. H. (2007). Frequency selective surfaces for high sensitivity terahertz sensing. *Applied Physics Letters*, *91*(18), 184102.
76. Prosvirnin, S. L., Fedotov, V. A., Zouhdi, S., & Zheludev, N. I. (2008). Trapped-mode resonances in isotropic planar metamaterials. *In NATO ARW & META'08* (p. 597).
77. Papasimakis, N., Fedotov, V. A., Zheludev, N. I., & Prosvirnin, S. L. (2008). Metamaterial analog of electromagnetically induced transparency. *Physical Review Letters*, *101*(25), 253903.
78. Prosvirnin, S., Papasimakis, N., Fedotov, V., Zouhdi, S., & Zheludev, N. (2009). Trapped-mode resonances in planar metamaterials with high structural symmetry. In *Metamaterials and Plasmonics: Fundamentals, Modelling, Applications* (pp. 201-208). Springer, Dordrecht.
79. Miroshnichenko, A. E., Flach, S., & Kivshar, Y. S. (2010). Fano resonances in nanoscale structures. *Reviews of Modern Physics*, *82*(3), 2257.

80. Prosvirnin, S. L., & Zouhdi, S. (2001). Multi-layered arrays of conducting strips: switchable photonic band gap structures. *AEU-International Journal of Electronics and Communications*, *55*(4), 260-265.
81. Fedotov, V. A., Mladyonov, P. L., Prosvirnin, S. L., & Zheludev, N. I. (2005). Planar electromagnetic metamaterial with a fish scale structure. *Physical Review E*, *72*(5), 056613.
82. Tasinkevych, Y. (2011). Electromagnetic scattering by periodic grating of PEC bars. *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, *25*(5-6), 641-650.
83. Balanis, C. A. (Ed.). (2011). *Modern antenna handbook*. John Wiley & Sons.
84. Ivzhenko, L. I., Yudina, D. I., & Tarapov, S. I. (2017). Defective modes in an anisotropic wire metamaterial in the microwave range. *Telecommunications and Radio Engineering*, *76*(19), 1681-1688.
85. Ozbay, E., Temelkuran, B., & Bayindir, M. (2003). Microwave applications of photonic crystals. *Progress In Electromagnetics Research*, *41*, 185-209.
86. Němec, H., Duvillaret, L., Garet, F., Kužel, P., Xavier, P., Richard, J., & Rauly, D. (2004). Thermally tunable filter for terahertz range based on a one-dimensional photonic crystal with a defect. *Journal of applied physics*, *96*(8), 4072-4075.
87. Lee, K. J., Wu, J. W., & Kim, K. (2014). Defect modes in a one-dimensional photonic crystal with a chiral defect layer. *Optical Materials Express*, *4*(12), 2542-2550.
88. Chiadini, F., Fiumara, V., Gallina, I., Pinto, I. M., & Scaglione, A. (2008). Filtering properties of defect-bearing periodic and triadic Cantor multilayers. *Optics Communications*, *281*(4), 633-639.
89. Chang, W. S., & Chang, C. Y. (2011). Novel microstrip periodic structure and its application to microwave filter design. *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, *21*(3), 124-126.

90. Yeh, J. Y., Chen, J. Y., Liu, C. Y., & Chang, C. C. (2007). Control of wave propagation in periodic structures having defects. *Journal of Science and Engineering Technology*, *3*(3), 45-50.
91. Aghajamali, A., Javanmardi, B., Barati, M., & Wu, C. J. (2014). Defect modes properties in periodic lossy multilayer containing negative index materials with symmetric and asymmetric geometric structures. *Optik-International Journal for Light and Electron Optics*, *125*(2), 839-843.
92. Ghosh, R., Ghosh, K. K., & Chakraborty, R. (2013). Narrow band filter using 1D periodic structure with defects for DWDM systems. *optics communications*, *289*, 75-80.
93. Прохоров, А. М. (1988). *Физическая энциклопедия, 3.* Рипол Классик.
94. Никольский, В. В., & Никольская, Т. И. (2010). *Электродинамика и распространение радиоволн*. УССР.
95. Ярив, А., & Юх, П. (1987). *Оптические волны в кристаллах*, *616*. М.: Мир.
96. Boyd, R. W. (2003). *Nonlinear optics*. Elsevier.
97. J. Kerr, Phil. (1875). *Mag. J.Sci., ser. Fourth, 50*, 337–393.
98. Bloembergen, N. (2000). Nonlinear optics: past, present, and future. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, *6*(6), 876-880.
99. Skauli, T., Vodopyanov, K. L., Pinguet, T. J., Schober, A., Levi, O., Eyres, L. A., ... & Lallier, E. (2002). Measurement of the nonlinear coefficient of orientation-patterned GaAs and demonstration of highly efficient second-harmonic generation. *Optics Letters*, *27*(8), 628-630.
100. Min, C., Wang, P., Jiao, X., Deng, Y., & Ming, H. (2007). Optical bistability in subwavelength metallic grating coated by nonlinear material. *Optics express*, *15*(19), 12368-12373.

101. Rezaei, B., Fathollahi Khalkhali, T., Soltani Vala, A., & Kalafi, M. (2014). Low-power optical switching with Kerr nonlinear material in two-dimensional photonic crystal nanocavity. *Journal of Modern Optics*, *61*(11), 904-909.

102. Angermann, L., Yatsyk, V. V., & Yatsyk, M. V. (2016, September). Resonant scattering and generation of oscillations for nonlinear layered and grating-like media. In *Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals (UWBUSIS), 2016 8th International Conference on* (pp. 105-108). IEEE.

103. Angermann, L., Shestopalov, Y. V., Smirnov, Y. G., & Yatsyk, V. V. (2017). A Nonlinear Multiparameter EV Problem. In *Nonlinear and Inverse Problems in Electromagnetics* (pp. 55-70). Springer, Cham.

104. Qasymeh, M., Cada, M., & Ponomarenko, S. A. (2008). Quadratic electro-optic Kerr effect: Applications to photonic devices. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, *44*(8), 740-746.

105. Gibbs, H. M., McCall, S. L., & Venkatesan, T. N. C. (1976). Differential gain and bistability using a sodium-filled Fabry-Perot interferometer. *Physical Review Letters*, *36*(19), 1135.

106. Gibbs, H. M., McCall, S. L., Venkatesan, T. N. C., Gossard, A. C., Passner, A., & Wiegmann, W. (1979). Optical bistability in semiconductors. *Applied Physics Letters*, *35*(6), 451-453.

107. Felber, F. S., & Marburger, J. H. (1976). Theory of nonresonant multistable optical devices. *Applied Physics Letters*, *28*(12), 731-733.

108. Eckhouse, V., Cestier, I., Eisenstein, G., Combrié, S., Lehoucq, G., & De Rossi, A. (2012). Kerr-induced all-optical switching in a GaInP photonic crystal Fabry-Perot resonator. *Optics express*, *20*(8), 8524-8534.

109. Soljačić, M., Ibanescu, M., Johnson, S. G., Fink, Y., & Joannopoulos, J. D. (2002). Optimal bistable switching in nonlinear photonic crystals. *Physical Review E*, *66*(5), 055601.

110. Bravo-Abad, J., Rodriguez, A., Bermel, P., Johnson, S. G., Joannopoulos, J. D., & Soljačić, M. (2007). Enhanced nonlinear optics in photonic-crystal microcavities. *Optics express*, *15*(24), 16161-16176.

111. Soljačić, M., Luo, C., Joannopoulos, J. D., & Fan, S. (2003). Nonlinear photonic crystal microdevices for optical integration. *Optics letters*, *28*(8), 637-639.

112. Chen, X. (1999). Intrinsic optical intersubband bistability and saturation in a quantum well microcavity structure. *Journal of Optics B: Quantum and Semiclassical Optics*, *1*(5), 524.

113. Wurtz, G. A., Pollard, R., & Zayats, A. V. (2006). Optical bistability in nonlinear surface-plasmon polaritonic crystals. *Physical review letters*, *97*(5), 057402.

114. Wurtz, G. A., & Zayats, A. V. (2008). Nonlinear surface plasmon polaritonic crystals. *Laser & photonics reviews*, *2*(3), 125-135.

115. Min, C., Wang, P., Chen, C., Deng, Y., Lu, Y., Ming, H., ... & Yang, G. (2008). All-optical switching in subwavelength metallic grating structure containing nonlinear optical materials. *Optics letters*, *33*(8), 869-871.

116. Li, Y. E., & Zhang, X. P. (2009). Nonlinear optical switch utilizing long-range surface plasmon polaritons. *Journal of Electromagnetic waves and applications*, *23*(17-18), 2363-2371.

117. Garcia-Vidal, F. J., Martin-Moreno, L., Ebbesen, T. W., & Kuipers, L. (2010). Light passing through subwavelength apertures. *Reviews of Modern Physics*, *82*(1), 729.

118. Lehman, G. W. (1970). Diffraction of electromagnetic waves by planar dielectric structures. I. Transverse electric excitation. *Journal of Mathematical Physics*, *11*(5), 1522-1535.

119. Kashyap, S., & Hamid, M. (1971). Diffraction characteristics of a slit in a thick conducting screen. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, *19*(4), 499-507.

120. Litvinenko, L. N., Prosvirnin, S. L., & Shestopalov, V. P. (1977). The diffraction of plane H-polarized electromagnetic wave on a slit in the metallic screen of finite thickness. *Radiotekhnika i electronika*, *3*, 474-484.

121. Harrington, R., & Auckland, D. (1980). Electromagnetic transmission through narrow slots in thick conducting screens. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, *28*(5), 616-622.

122. Legenkiy, M. N., & Butrym, A. Y. (2014). Physical features of mode basis in open dielectric structures with discrete and continuous spectrum. *Telecommunications and Radio Engineering, 73*(10), 863-880.

123. Antyufeyeva, M. S., Butrym, A. Y., Kolchigin, N. N., Legenkiy, M. N., Maslovskiy, A. A., & Osinovy, G. G. (2016). Specific RCS for describing the scattering characteristic of complex shape objects. *Progress In Electromagnetics Research, 52*, 191-200.

124. Ghazi, G., & Shahabadi, M. (2008). Modal analysis of extraordinary transmission through an array of subwavelength slits. *Progress In Electromagnetics Research*, *79*, 59-74.

125. Naveed, M., Naqvi, Q. A., & Hongo, K. (2008). Diffraction of EM plane wave by a slit in an impedance plane using Maliuzhinets function. *Progress In Electromagnetics Research*, *5*, 265-273.

126. Imran, A., Naqvi, Q. A., & Hongo, K. (2008). Diffraction from a slit in an impedance plane placed at the interface of two semi-infinite half spaces of different media. *Progress In Electromagnetics Research*, *10*, 191-209.

127. Imran, A., Naqvi, Q. A., & Hongo, K. (2009). Diffraction of electromagnetic plane wave from a slit in PEMC plane. *Progress In Electromagnetics Research*, *8*, 67-77.

128. Ayub, M., Mann, A. B., Ramzan, M., & Tiwana, M. H. (2009). Diffraction of plane waves by a slit in an infinite soft-hard plane. *Progress In Electromagnetics Research*, *11*, 103-131.

129. Fu, Y., Li, K., & Kong, F. (2008). Analysis of the optical transmission through the metal plate with slit array. *Progress In Electromagnetics Research*, *82*, 109-125.

130. Porto, J. A., Martin-Moreno, L., & Garcia-Vidal, F. J. (2004). Optical bistability in subwavelength slit apertures containing nonlinear media. *Physical Review B*, *70*(8), 081402.

131. Zanotto, S., Bianco, F., Sorba, L., Biasiol, G., & Tredicucci, A. (2015). Saturation and bistability of defect-mode intersubband polaritons. *Physical Review B*, *91*(8), 085308.

132. Yousefzadeh, B., & Daraio, C. (2017). Complete delocalization in a defective periodic structure. *Physical Review E*, *96*(4), 042219.

133. Carretero-Palacios, S., Minovich, A., Neshev, D. N., Kivshar, Y. S., Garcia-Vidal, F. J., Martin-Moreno, L., & Rodrigo, S. G. (2010). Optical switching in metal-slit arrays on nonlinear dielectric substrates. *Optics letters*, *35*(24), 4211-4213.

134. Tuz, V. R., & Prosvirnin, S. L. (2011). All-optical switching in metamaterial with high structural symmetry: Bistable response of nonlinear double-ring planar metamaterial. *The European Physical Journal-Applied Physics*, *56*(3), 30401.

135. Tuz, V. R., Butylkin, V. S., & Prosvirnin, S. L. (2012). Enhancement of absorption bistability by trapping-light planar metamaterial. *Journal of Optics*, *14*(4), 045102.

136. Powell, D. A., Shadrivov, I. V., & Kivshar, Y. S. (2009). Nonlinear electric metamaterials. *Applied Physics Letters*, *95*(8), 084102.

137. Sheng, J., Khadka, U., & Xiao, M. (2012). Realization of all-optical multistate switching in an atomic coherent medium. *Physical review letters*, *109*(22), 223906.

138. Abraham, E., & Smith, S. D. (1982). Optical bistability and related devices. *Reports on Progress in Physics*, *45*(8), 815.

139. Akhmediev, N., & Ankiewicz, A. (2005). Dissipative solitons in the complex Ginzburg-Landau and Swift-Hohenberg equations. In *Dissipative solitons* (pp. 1-17). Springer, Berlin, Heidelberg.

140. Liu, M., Luo, A. P., Yan, Y. R., Hu, S., Liu, Y. C., Cui, H., ... & Xu, W. C. (2016). Successive soliton explosions in an ultrafast fiber laser. *Optics letters*, *41*(6), 1181-1184.

141. Liu, M., Luo, A. P., Xu, W. C., & Luo, Z. C. (2016). Dissipative rogue waves induced by soliton explosions in an ultrafast fiber laser. *Optics letters*, *41*(17), 3912-3915.

142. Akhmediev, N., & Ankiewicz, A. (2008). Dissipative Solitons: From optics to biology and medicine, vol. 751 of Lecture Notes in Physics. *Springer, Berlin*, *2*(3), 39.

143. Savescu, M., Bhrawy, A. H., Hilal, E. M., Alshaery, A. A., & Biswas, A. (2014). Optical solitons in magneto-optic waveguides with spatio-temporal dispersion. *Frequenz*, *68*(9-10), 445-451.

144. Tuz, V. R., Prosvirnin, S. L., & Zhukovsky, S. V. (2012). Polarization switching and nonreciprocity in symmetric and asymmetric magnetophotonic multilayers with nonlinear defect. *Physical Review A*, *85*(4), 043822.

145. Fesenko, V. I., Fedorin, I. V., & Tuz, V. R. (2016). Dispersion regions overlapping for bulk and surface polaritons in a magnetic-semiconductor superlattice. *Optics letters*, *41*(9), 2093-2096.

146. Boardman, A. D., & Xie, K. (1997). Magneto-optic spatial solitons. *JOSA B*, *14*(11), 3102-3109.

147. Boardman, A. D., & Xie, M. (2001). Spatial solitons in discontinuous magneto-optic waveguides. *Journal of Optics B: Quantum and Semiclassical Optics*, *3*(2), 244.

148. Boardman, A. D., Xie, M., & Xie, K. (2003). Surface magneto-optic solitons. *Journal of Physics D: Applied Physics*, *36*(18), 2211.

149. Boardman, A. D., & Velasco, L. (2006). Gyroelectric cubic-quintic dissipative solitons. *IEEE Journal of selected topics in quantum electronics*, *12*(3), 388-397.

150. Просвирнин, С. Л. (1999). Преобразование поляризации при отражении волн микрополосковой решеткой из элементов сложной формы. *Радиотехника и электроника*, *44*(6), 681-686.

151. Tuz, V. R., Novitsky, D. V., Mladyonov, P. L., Prosvirnin, S. L., & Novitsky, A. V. (2014). Nonlinear interaction of two trapped-mode resonances in a bilayer fish-scale metamaterial. *JOSA B*, *31*(9), 2095-2103.

152. Yatsenko, V. V., Maslovski, S. I., Tretyakov, S. A., Prosvirnin, S. L., & Zouhdi, S. (2003). Plane-wave reflection from double arrays of small magnetoelectric scatterers. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, *51*(1), 2-11.

153. Snyder, A. W., & Love, J. (2012). *Optical waveguide theory*. Springer Science & Business Media.

154. Cox, S. M., & Matthews, P. C. (2002). Exponential time differencing for stiff systems. *Journal of Computational Physics*,*176*(2), 430-455.

155. Schuman, H., Pflug, D., & Thompson, L. (1984). Infinite planar arrays of arbitrarily bent thin wire radiators. *IEEE transactions on antennas and propagation*, *32*(4), 364-377.

156. Savelev, R. S., Shadrivov, I. V., Belov, P. A., Rosanov, N. N., Fedorov, S. V., Sukhorukov, A. A., & Kivshar, Y. S. (2013). Loss compensation in metal-dielectric layered metamaterials. *Physical Review B*, *87*(11), 115139.

157. Crippa, M., Bianchi, A., Cristofori, D., D'Arienzo, M., Merletti, F., Morazzoni, F., ... & Simonutti, R. (2013). High dielectric constant rutile–polystyrene composite with enhanced percolative threshold. *Journal of Materials Chemistry C*, *1*(3), 484-492.

158. Wu, C.-J., Y.-H. Chung, B.-J. Syu, and T.-J. Yang. (2010). Band gap extension in a one-dimensional ternary metal-dielectric photonic crystal. *Progress In Electromagnetics Research*, *102*, 81–93.

159. Palik, E. D. (Ed.). (1998). *Handbook of optical constants of solids, 3*. Academic press.

160. Boyd, R. W., Gehr, R. J., Fischer, G. L., & Sipe, J. E. (1996). Nonlinear optical properties of nanocomposite materials. *Pure and Applied Optics: Journal of the European Optical Society Part A*, *5*(5), 505.

161. Sarychev, A. K., McPhedran, R. C., & Shalaev, V. M. (2000). Electrodynamics of metal-dielectric composites and electromagnetic crystals. *Physical Review B*, *62*(12), 8531.

162. Kazanskiy, V. B., & Tuz, V. R. (2008). The long-wave theory of N pairwise alternate homogeneous and heterogeneous layers difraction. *Radioelectronics and Communications Systems*, *51*(1), 16-23.

163. Noskov, R., & Zharov, A. (2006). Optical bistability of planar metal/dielectric nonlinear nanostructures. *Opto-electronics review*, *14*(3), 217-223.

## ДОДАТОК А
## СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ


1. Kochetova, L. A., Prosvirnin, S. L., & Tuz, V. R. (2010). Bistable wave transmission through a metal screen with single slit filled nonlinear dielectric. *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, *24*(16), 2249-2257.
2. Tuz, V. R., Prosvirnin, S. L., & Kochetova, L. A. (2010). Optical bistability involving planar metamaterials with broken structural symmetry. *Physical Review B*, *82*(23), 233402.
3. Kochetova, L. A., Prosvirnin, S. L., & Tuz, V. R. (2014). Optical bistability in a grating with slits filled nonlinear media. *Progress In Electromagnetics Research*, *35*, 133-139.
4. Tuz, V. R., Kochetov, B. A., Kochetova, L. A., Mladyonov, P. L., & Prosvirnin, S. L. (2015). Two-oscillator model of trapped-modes interaction in a nonlinear bilayer fish-scale metamaterial. *Physica Scripta*, *90*(2), 025504.
5. Kochetov, B. A., Vasylieva, I., Kochetova, L. A., Sun, H. B., & Tuz, V. R. (2017). Control of dissipative solitons in a magneto-optic planar waveguide. *Optics letters*, *42*(3), 531-534.
6. Kochetova, L. A., & Prosvirnin, S. L. (2018). Diffraction of electromagnetic waves by a metallic bar grating with a defect in dielectric filling of the slits. *Optics Communications*, *412*, 214-218.

## ВІДОМОСТІ ПРО АПРОБАЦІЮ РЕЗУЛЬТАТІВ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Kochetova, L. A., Prosvirnin, S. L., & Tuz, V. R. (2010, September). Bistable wave transmission through a metal screen with a slit filled nonlinear dielectric. In *Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory (DIPED), 2010 Xvth International Seminar/Workshop on* (pp. 110-113). IEEE.
2. Kochetova, L. A., Prosvirnin, S. L., & Tuz, V. R. (2011, May). Bistable wave transmission through a grating of nonlinear dielectric bars. In *Days on Diffraction (DD), 2011* (pp. 54-55).
3. Kochetova, L. A., & Prosvirnin, S. L. (2016, June). Scattering of electromagnetic waves by a PEC bars grating with a broken periodicity of piecewise homogeneous dielectric filling of its slits. In *Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter and Submillimeter Waves (MSMW), 2016 9th International Kharkiv Symposium on* (pp. 1-3). IEEE.
4. Kochetova, L. A. (2016, July). Scattering of electromagnetic waves by a PEC bar grating with a nonlinear dielectric filling of its slits. In *Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET), 2016 IEEE International Conference on* (pp. 216-217). IEEE.
5. Kochetova, L. A. (2019, September). Bistable Transmission of a Metal Dielectric Grating for Controlling Filter Application. In *2019 URSI-Germany Kleinheubach Conference* (pp. 1-3). IEEE.