Інститут радіофізики та електроніки ім. О. Я. Усикова Національна академія наук України

Інститут радіофізики та електроніки ім. О. Я. Усикова Національна академія наук України

> Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису

Пазинін Вадим Леонідович

УДК 537.86: 517.958

## **ДИСЕРТАЦІЯ**

## МОДЕЛЮВАННЯ І АНАЛІЗ ПРОЦЕСІВ ПАСИВНОЇ ТА АКТИВНОЇ КОМПРЕСІЇ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ІМПУЛЬСІВ МІКРОХВИЛЬВОГО І ОПТИЧНОГО ДІАПАЗОНІВ

01.04.03 – радіофізика

Подається на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело В.Л. Пазинін

Науковий консультант: Сіренко Юрій Костянтинович, доктор фізико-

математичних наук, професор

Харків – 2019

#### АНОТАЦІЯ

Пазинін В. Л. Моделювання і аналіз процесів пасивної та активної компресії електромагнітних імпульсів мікрохвильового і оптичного діапазонів. – Кваліфікаційна наукова робота на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.03 – радіофізика. – Інститут радіофізики та електроніки ім. О. Я. Усикова НАН України, Харків, 2019.

Дисертаційна робота присвячена вирішенню важливої науковоприкладної проблеми строгого моделювання, аналізу та синтезу основних елементів пасивних і активних компресорів електромагнітних імпульсів (EMI). Розглядаються два види компресії: пасивна (або дисперсійна) та активна (резонансна). В основі першої з них лежить явище змінення форми та тривалості імпульсу, який поширюється в середовищі або хвилевідному тракті з дисперсією групової швидкості. В основі другої – процес накопичення енергії зовнішнього квазімонохроматичного джерела в резонансному об'ємі і подальше її скидання у відвідний хвилевід або у вільний простір шляхом швидкої (за час, значно менший часу накопичення) зміни спектральних характеристик резонатора-накопичувача.

Під час дослідження процесів пасивного стиснення ЕМІ використовувався метод обернення хвильового фронту (ОХФ), який вперше було адаптовано для розв'язання задач компресії. Цей метод дозволив промоделювати стиснення амплітудно- та частотно-модульованих імпульсів у металевих і діелектричних хвилеводах, оптично прозорих (необмежених) середовищах, дисперсійних випромінювальних системах. Наукова новизна досліджень, які виконані в цій області, у першу чергу полягає у використанні методу ОХФ для визначення законів модуляції вхідного (стискуваного) імпульсу за параметрами вихідного (стисненого) імпульсу і за заданими параметрами самого дисперсійного тракту, який може мати дифракційні, радіаційні та омічні втрати, а також опір випромінювання. Такий принципово новий підхід дозволив отримати низку нових фізичних результатів, до числа такі. Встановлено можна вілнести непридатність яких так званого «кінематичного наближення», що засноване на поданні широкосмугового імпульсу у вигляді суперпозиції хвильових пакетів, кожен з яких рухається зі своєю швидкістю, для акуратного визначення параметрів стискуваного сигналу. Обґрунтовано можливість компресії широкосмугових імпульсів у вигнутих лініях передачі, що може привести до значного зменшення габаритів відповідних пристроїв. Продемонстровано принципову можливість компресії імпульсів міліметрового діапазону довжин хвиль у відрізку жолобкового хвилеводу, а також оптичних та інфрачервоних імпульсів у середовищах з дисперсією діелектричної проникності. В останньому випадку обґрунтовано можливість стиснення імпульсів з шириною спектра до 4-х октав і більше. Показано, що отримане в дисертаційній роботі узагальнення методу ОХФ дозволяє точно визначати часовий профіль електромагнітного імпульсу на вході випромінювача з відносно довільною геометрією за заданим часовим профілем цього імпульсу в довільно заданій точці простору. Практичне значення одержаних результатів моделювання процесів пасивного стиснення ЕМІ визначається універсальністю побудованих і апробованих узагальнень методу ОХФ – розвинений у дисертаційній роботі підхід може бути без істотних змін використано для розв'язяння актуальних теоретичних і прикладних задач компресії в практично довільних хвилевідних трактах і середовищах з дисперсією групової швидкості.

Для моделювання та аналізу процесів активної компресії ЕМІ було розвинено й узагальнено метод точних поглинаючих умов (ТПУ), в основі якого лежить побудова і використання граничних умов, що дозволяють зводити відкриті початково-крайові задачі обчислювальної електродинаміки до еквівалентних закритих задач, які допускають реалізацію ефективних і універсальних обчислювальних схем методу скінченних різниць у часовій області. Наукова новизна проведених досліджень полягає в тому, що вперше всі перехідні процеси в активних компресорах мікрохвильових імпульсів, включаючи процеси накопичення енергії і її скидання, було промодельовано та проаналізовано в рамках строгих електродинамічних моделей. Запропоновано і реалізовано схеми модельного синтезу пристроїв 3 оптимальними характеристиками, недосяжними в рамках підходів, що використовувалися раніше. Практичне значення розвиненого підходу підтверджене низкою конкретних результатів, які представлені в дисертаційній роботі. Тут, зокрема, описано синтезовані прототипи накопичувальних систем одноступеневого і двоступеневого компресорів, що включають у себе як власне резонаторинакопичувачі з вікнами зв'язку, так і інтерференційні перемикачі режимів «накопичення — скидання»; промодельовано та детально вивчено перехідні процеси, які відбуваються під час перемикання активного елемента в запірному Н-площинному розширенні хвилеводу, і показано, що існують два механізми переходу такого перемикача із замкненого стану у відкритий. Один з них пов'язаний з дисипацією енергії, що запасена в запірному коливанні, в активній області при збільшенні її питомої провідності, інший – зі зміщенням резонансної частоти запірного розширення. Важливо, що в процесі модельного синтезу розглянутих у дисертаційній роботі прототипів активних компресорів було виконано точне налаштування всіх резонансних вузлів (перший ступінь, другий ступінь, інтерференційний перемикач) на одну частоту – це дозволило уникнути неконтрольованого погіршення основних характеристик компресорів. Без таких теоретичних результатів побудова пристроїв, що працюють ефективно, практично не можлива.

Ключові слова: початково-крайова задача, метод точних поглинаючих умов, метод скінченних різниць, метод обернення хвильового фронту, активна компресія електромагнітних імпульсів, пасивна компресія електромагнітних імпульсів, резонатор-накопичувач; напрямна структура; дисперсія групової швидкості електромагнітних хвиль.

#### ABSTRACT

Pazynin V.L. Modeling and analysis of processes of passive and active compression of electromagnetic pulses of microwave and optical bands. – Qualification research work as a manuscript.

Thesis for scientific degree of doctor of science in physics and mathematics on speciality 01.04.03 – radiophysics. – O. Ya. Usykov institute for Radiophysics and Electronics NAS of Ukraine, Kharkiv, 2019.

The thesis is devoted to solving an important scientific and applied problem of rigorous modeling, analysis and synthesis of the main elements of passive and active compressors of electromagnetic pulses (EMP). Two types of compression are considered: passive (dispersive) and active (resonant) ones. The first one is based on the phenomenon of shape deformation and duration of a pulse propagating in a medium or in a waveguide circuit with group velocity dispersion. The process of energy accumulation of an external quasi-monochromatic source in a resonant volume and its next drop into a deflection waveguide or a free space by rapid (within time less than the time of accumulation) changes of the spectral characteristics of the resonator-accumulator is on the basis of the second kind.

When studying the processes of passive compression of EMP, the time reversal (TR) method was used, it was also first adapted for solving compression problems. Within this method, the simulation of compression of amplitude- and frequency-modulated pulses in metal and dielectric waveguides, optically transparent (unlimited) media, and in dispersive radiating systems is performed. **The scientific novelty** of the investigations fulfilled in this area consists primarily in the application of the TR method for determining the modulation laws of the input pulse (which is going to be compressed) by the parameters of the output (compressed) pulse and by the specified parameters of the dispersion path which may possess diffraction, radiation and ohmic losses, as well as the radiation resistance. Such a radically new

approach have made it possible to obtain a number of new physical results including the follows. The unsuitability of the so-called "kinematic approximation" based on the representation of a broadband pulse in the form of a superposition of wave packages each of which moves with its own speed has been established for accurate determination of the parameters of the signal under compression. The possibility of compression of broadband pulses in curved transmission lines is justified which is beneficial for significant size reduction of the corresponding devices. The possibility in principal of the compression of millimeter-wave pulses in a segment of a groove waveguide, as well as optical and infrared pulses in media with dispersion of dielectric constant is demonstrated. In the latter case, the possibility of the pulse compression with a spectrum width of up to 4 octaves and above is justified. It is shown that the generalization of the TR method obtained in the thesis enable one to determine accurately the time profile of an electromagnetic pulse at the radiator input with a relatively arbitrary geometry by a given time profile of this pulse at an arbitrary point in space. The practical relevance of the results of modeling the processes of passive compression of EMP is determined by the universality of the constructed and tested generalizations of the TR method, i.e., without essential modifications, the approach developed in the thesis can be used when solving actual theoretical and applied compression problems in almost arbitrary waveguide circuits and media with group velocity dispersion.

To simulate and analyze the processes of active compression of EMP, the method of exact absorbing conditions (EACs) is developed and generalized which is based on the construction and usage of boundary conditions that allow one to reduce open initial-boundary value problems of computational electrodynamics to the equivalent closed ones permitting the efficient and universal computational schemes implementation of finite-difference method in the time domain. **The scientific novelty** of the research is that all transient processes in active compressors of microwave pulses including the processes of energy accumulation and its drop are first modeled and analyzed within strict electromagnetic models. The schemes of model synthesis of devices with optimal characteristics unattainable under previous

approaches are proposed and implemented. The practical relevance of the developed approach is confirmed by a number of specific results presented in the thesis. In particular, the prototypes of accumulative systems of single-stage and twostage compressors which include both resonators-accumulators with coupling windows and the interference switches of the "accumulation  $\rightarrow$  drop" modes have been synthesized; the transient processes occurring when switching the active element in the locking H-plane expansion of the waveguide are modeled and studied in detail, it is shown as well that there are two mechanisms for the transition of such a switch from a locked to an open state. One of them is associated with the dissipation of energy stored in the locking oscillation in the active region when increasing its conductivity, the other one – with the shift of the resonant frequency of the locking expansion. It is important that within the model synthesis of all active compressor prototypes considered in the thesis, all the resonant nodes (first stage, second stage, interference switch) were precisely tuned in-line in the way it prevents uncontrolled deterioration of the main characteristics of the compressors. The fabrication of efficient devices without such theoretical results is almost impossible.

**Keywords:** initial-boundary value problem, the method of the exact absorbing conditions, the finite-difference method, the wave-front reversal method, active compression of electromagnetic pulses, passive compression of electromagnetic pulses, resonators-accumulator, guide structures, group velocity dispersion of electromagnetic waves.

## СПИСОК ПУБЛИКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

- 1. В. Л. Пазынин, К. Ю. Сиренко, "Преобразование импульсных *TE*<sub>0n</sub> и *TM*<sub>0n</sub> волн аксиально-симметричными волноводными узлами. Щелевые резонансы", Электромагнитные волны и электронные системы, Т. 10, № 10, с. 21–26, 2005.
- 2. И. В. Иванченко, А. М. Королёв, В. Л. Пазынин, Н. А. Попенко, М. М. Хруслов, "Особенности формирования диаграмм направленности монопольной антенны в присутствии конечных экранов", *Радиофизика и электроника: Сб. трудов ИРЭ им. А.Я. Усикова НАН Украины,* Т. 11, № 1, с. 55–60, 2006.
- 3. В. Л. Пазынин, В. Е. Филиппенко, "Преобразование поверхностных волн в объёмные в системе «частично экранированный планарный волновод открытый диэлектрический резонатор»", Электромагнитные волны и электронные системы, Т. 13, № 10, с.21–29, 2008.
- 4. I. K. Kuzmitchev, P. M. Melezhyk, V. L. Pazynin, K. Yu. Sirenko, Yu. K. Sirenko, O. S. Shafalyuk, L. G. Velychko, "Model synthesis of energy compressors", *Радиофизика и электроника*: *Сб. трудов ИРЭ им. А.Я. Усикова НАН Украины*, Т. 13, № 2, с.166–172, 2008.
- 5. В. Ф. Кравченко, В. Л. Пазынин, К. Ю. Сиренко, Ю. К. Сиренко, "Плоские задачи электродинамики несинусоидальных волн для компактных открытых резонаторов с волноводной питающей линией. Решетки как диаграммообразующие структуры", Электромагнитные волны и электронные системы, Т. 14, № 6, с. 4–20, 2009.
- 6. K. Sirenko, V. Pazynin, Y. Sirenko, H. Bagci, "An FFT-accelerated FDTD scheme with exact absorbing conditions for characterizing axially symmetric resonant structures", *Progress in Electromagnetics Research*, vol. 111, pp. 331–364, 2011.
- K. Sirenko, V. Pazynin, Y. Sirenko, H. Bagci, "Compression and radiation of high-power short radio pulses. I. Energy accumulation in direct-flow waveguide compressors", *Progress in Electromagnetics Research*, vol. 116, pp. 239–270, 2011.
- 8. K. Sirenko, V. Pazynin, Y. Sirenko, H. Bagci, "Compression and radiation of high-power short radio pulses. II. A novel antenna array design with combined compressor/radiator elements", *Progress in Electromagnetics Research*, vol.116. pp. 271–296, 2011.

- 9. В. Л. Пазынин, "О возможности строгого моделирования компрессии частотно-модулированных импульсов в полых регулярных волноводах", *Радиофизика и Электроника*, Т. 3, № 3, с. 30–34, 2012.
- V. L. Pazynin, "Compression of frequency-modulated electromagnetic pulses in sections of regular waveguides" *Telecommunication and Radio Engineering*, vol. 71, no. 20, pp. 1833–1857, 2012.
- M. B. Orazbekova, V. L. Pazynin, S. S. Sautbekov, K. Y. Sirenko, Yu. K. Sirenko, A. A. Vertiy, "The exact absorbing conditions method in the analysis of open electrodynamic structures. Axially-symmetrical objects in free space and effective calculations", Физические Основы Приборостроения, T. 3, № 4. с. 40–58, 2014.
- 12. В. Л. Пазынин, "Свойства мультиплета в спектре колебаний цепочки связанных волноводных резонаторов", *Радиофизика и Электроника*, Т. 8(22), № 1, с. 3–14, 2017.
- 13. В. Л. Пазынин, "Эффект запирания изгиба волновода вблизи критической частоты второй моды", *Радиофизика и Электроника*, Т. 22, № 2, с. 3–10, 2017.
- 14. В. Л. Пазынин, К. Ю. Сиренко, Ю. К. Сиренко, Н. П. Яшина, "Точные поглощающие условия в начально-краевых задачах вычислительной электродинамики. Обзор", *Физические Основы Приборостроения*, Т. 6, № 4(26), с. 2–33, 2017.
- 15. V. L. Pazynin, M. V. Maiboroda, "Electromagnetic pulse compression in sections of helically coiled waveguides", *Telecommunications and Radio Engineering*, vol. 76, no. 3, pp.209–225, 2017.
- 16. V. L. Pazynin, M. V. Maiboroda, "Compression of electromagnetic pulses with piecewise linear laws of amplitude and frequency modulation", *Telecommunications and Radio Engineering*, vol. 76, no. 4, pp. 277–284, 2017.
- V. L. Pazynin, "Simulation of the characteristics of an active microwave power compressor", *Telecommunications and Radio Engineering*, vol. 76, no. 12, pp. 1033–1047, 2017.
- 18. V. L. Pazynin, M. V. Maiboroda, "Compression of electromagnetic pulses in dielectric waveguides of a finite length", *Telecommunications and Radio Engineering*, vol. 76, no. 14, pp. 1219–1230, 2017.
- 19. V. L. Pazynin, M. V. Maiboroda, "Modeling of the compression of wave packets induced by a current filament in a plane-parallel waveguide", *Telecommunications and Radio Engineering*, vol. 76, no. 16, pp. 1391–1404, 2017.

- 20. V. L. Pazynin, "Microwave pulse radiator with passive compression of input signal", *Telecommunications and Radio Engineering*, vol. 77, no. 1, pp. 13–25, 2018.
- 21. V. L. Pazynin, V. Z. Mazur, A. O. Boguslavskaya, "On the feasibility of using a groove waveguide as a dispersive element in a passive microwave power compressor", *Telecommunications and Radio Engineering*, vol. 77, no. 5, pp. 373–381, 2018.
- V. L. Pazynin, S. S. Sautbekov, K. Yu. Sirenko, Yu. K. Sirenko, A. A. Vertiy, N. P. Yashina, "Comparison of exact and approximate absorbing conditions for initial boundary value problems of the electromagnetic theory of gratings", *Telecommunications and Radio Engineering*, vol. 77, no. 18, pp. 1581–1595, 2018.
- 23. В. Л. Пазынин, "Строгая электродинамическая модель накопительного резонатора активного компрессора СВЧ мощности", *Физические Основы* Приборостроения, Т. 7, № 3(29), с. 86–106, 2018.
- 24. V. Pazynin, K. Sirenko, Y. Sirenko High-Power Short Pulses Compression: Analysis and Modeling Ch. 6 in book Electromagnetic waves in complex systems. Selected theoretical and applied problems, Springer, 2016. – P.327– 385.
- 25. Y. K. Sirenko, V. L. Pazynin, A. I. Vyazmitinova, K. Y. Sirenko, "Exact 'absorbing' conditions in initial boundary-value problems of the theory of pulse wave radiation", *Proc. of the 4-th International Conference on Antenna Theory and Techniques, Sevastopol, Ukraine*, pp. 110–112, 2003.
- 26. Y. K. Sirenko, V. L. Pazynin, V. F. Naumenko, L. G. Velychko, A. I. Vyazmitinova, "The package of programs for solving model initial boundary-value problems in the theory of nonsinusoidal electromagnetic waves", Proc. of the 2-nd International Workshop "Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals", Sevastopol, Ukraine, pp. 91–93, 2004.
- 27. Yu. K. Sirenko, V. L. Pazynin, O. S. Shafalyuk, "Forming and radiation of highpower short radio pulses", *Proc. of the 6-th International Conference on Antenna Theory and Techniques, Sevastopol, Ukraine*, pp. 107–109, 2007.
- 28. R. Chernobrovkin, I. Ivanchenko, A. Korolev, L. P. Ligthart, N. Popenko, V. Pazynin, "Wide-band antenna array", *Proc. of the 38-th European Microwave Conference, Amsterdam, the Netherlands*, pp. 1628–1631, 2008.
- 29. K. Sirenko, V. Pazynin, "Analysis and model synthesis of resonant units for radiators of high-power short radio pulses" *Proc. of the URSI International Symposium on Electromagnetic Theory, Berlin, Germany*, pp. 522–524, 2010.

- 30. A. I. Amosova, A. A. Krivchikova, V. L. Pazynin, Y. K. Sirenko, "The formation and radiation of high-power short radio pulses: new approaches to modelling and analysis of microwave compressors", *Proc. of the 5-th International Conference on Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals, Sevastopol, Ukraine*, pp. 16–21, 2010.
- 31. K. Sirenko, V. Pazynin, H. Bagci, "Compression of beamed short pulses radiated by a phased array", *Proc. of the USNC-URSI National Radio Science Meeting, Spokane, USA*, pp. 1, 2011.
- 32. S. Sautbekov, K. Sirenko, Yu. Sirenko, V. Pazynin, A. Vertiy, "The exact absorbing conditions method in the analysis of open electrodynamic structures. The expansion on axially-symmetrical objects in free space and effective calculations", *Proc. of the 7-th International Conference "Acoustooptic and radar methods for information measurements and processing", Moscow-Suzdal, Russia*, pp. 90–92, 2014.
- 33. M. V. Maiboroda, V. L. Pazynin, H. O. Sliusarenko, "Electromagnetic Pulses Compression in Helically Coiled Dielectric Waveguide", *Proc. of the 22-nd International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory, Lviv-Dnipro, Ukraine*, pp. 104– 107, 2017.
- 34. M. V. Maiboroda, V. L. Pazynin, H. O. Sliusarenko, "Passive Compression of Optical Pulses in Uniform Isotropic and Dispersive Medium", *Proc. of the IEEE International Young Scientists Forum on Applied Physics and Engineering, Lviv, Ukraine*, pp. 228–230, 2017.
- 35. V. Pazynin, K. Sirenko, Y. Sirenko, N. Yashina, "Comparative analysis of various domain truncation techniques for initial-boundary value problems for periodic structures", *The Progress in electromagnetics research symposium abstracts, Toyama, Japan*, pp. 1, 2018.

<b>ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ</b>		
вступ		17
РОЗДІЛ ОГЛЯД	і 1 КОМПРЕСІЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ІМПУЛЬСІВ. АКТУАЛЬНИХ ПРОБЛЕМ ТА МОЖЛИВИХ СПОСОБІВ ЇХ	
ВИРІШ	ЕННЯ	30
1.1	Вступ	30
1.2	Пасивна компресія імпульсів в об'єктах	
	з дисперсією групової швидкості	34
1.3	Активна компресія НВЧ-імпульсів	39
1.4	Висновки до розділу 1	53
<b>РОЗДІ</b> Л	І 2 ПЕРЕХІДНІ ТА УСТАЛЕНІ ПРОЦЕСИ: ПОСТАНОВКА	
модел	ІЬНИХ ПОЧАТКОВО-КРАЙОВИХ ЗАДАЧ І МЕТОДИ ЇХ	
РОЗВ'Я	ЗАННЯ	55
2.1	Вступ	55
2.2	Загальні положення	56
2.3	Точні нелокальні граничні умови для хвиль	
	у регулярних напівнескінченних хвилеводах	66
2.4	Точні нелокальні граничні умови для хвиль	
	у вільному просторі (півпросторі)	71
2.5	Точні локальні поглинаючі умови для прямокутних	
	віртуальних меж у вільному просторі	76
2.6	Початково-крайові задачі у двовимірних областях аналізу	79
2.7	Деякі питання дискретизації початково-крайових задач	84
	2.7.1 Рівняння Максвелла та умови на фізичних межах	86
	2.7.2 Нелокальні поглинаючі умови на віртуальних межах	

	у порожнистих напівнескінченних хвилеводах	91
	2.7.3 Локальна поглинаюча умова на прямокутній	
	віртуальній межі у вільному просторі	102
2.8	Розрахунок електродинамічних характеристик	
	об'єктів, що моделюються	109
	2.8.1 Вибір часового профілю імпульсів збудження	109
	2.8.2 Енергетичні коефіцієнти розсіювання	
	на хвилевідних вузлах	115
	2.8.3 Потік вектора Пойнтінга і коефіцієнти	
	посилення потужності	120
	2.8.4 Поле в дальній зоні та діаграма направленості	123
	2.8.5 Добротність вільних коливань резонатора	127
2.9	Тестування комп'ютерних програм, що реалізують	
	розв'язання початково-крайових задач	129
2.10	Перспективні напрямки подальших досліджень	148
2.11	Висновки до розділу 2	153
РОЗДІЛ	З ПАСИВНА КОМПРЕСІЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ	
ІМПУЛ	ЬСІВ	155
3.1	Вступ. Принцип обернення хвильового фронту	155
3.2	Стиснення у відрізках порожнистих регулярних хвилеводів	159
3.3	Стиснення у вигнутих хвилевідних лініях передачі	177
3.4	Стиснення в діелектричному хвилеводі	184
3.5	Стиснення імпульсу, що індукований ниткою	
	зі струмом у хвилеводі	192
3.6	Випромінювач, що використовує компресію	
	вхідного сигналу	204
3.7	Стиснення у жолобковому хвилеводі	214

13

	3.8	Основи моделювання компресії в ланцюжку	
		зв'язаних хвилевідних резонаторів	221
	3.9	Стиснення оптичних та інфрачервоних імпульсів	
		у середовищах з дисперсією діелектричної проникності	234
	3.10	Перспективні напрямки подальших досліджень	252
	3.11	Висновки до розділу 3	265
PO	ЗДІЛ	4 МОДЕЛЬНИЙ СИНТЕЗ АКТИВНИХ КОМПРЕСОРІВ	
MII	крох	КВИЛЬОВИХ ІМПУЛЬСІВ	267
	4.1	Вступ	267
	4.2	Модель одноступеневого компресора з накопиченням енергії	
		у <i>ТМ</i> <sub>01n</sub> -коливанні циліндричного резонатора	268
	4.3	Модель одноступеневого компресора з накопиченням енергії	
		у <i>TE</i> <sub>01n</sub> -коливанні прямокутного резонатора та активною	
		ґраткою в якості перемикача	277
	4.4	Модель одноступеневого компресора з накопиченням енергії	
		у <i>ТЕ</i> <sub>01n</sub> -коливанні прямокутного резонатора та активним	
		перемикачем у Н-площинному запірному розширенні	287
		4.4.1 Накопичувальний резонатор з трьома портами	
		вводу-виводу	288
		4.4.2 Накопичувальний резонатор з двома портами	
		вводу-виводу	297
		4.4.2.1 Інтерференційний перемикач	298
		4.4.2.2 Накопичувальний резонатор	308
		4.4.2.3 Компресія імпульсу	317
	4.5	Модель двоступеневого компресора з дводзеркальним	
		відкритим резонатором у першому ступені	319
		4.5.1 Резонатор першого ступеня	321

4.5.2 Інтерференційний перемикач	324		
4.5.3 Резонатор другого ступеня	328		
4.5.4 Двоступеневе стиснення	331		
4.6 Перспективні напрямки подальших досліджень	335		
4.7 Висновки до розділу 4	337		
ВИСНОВКИ	339		
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ			
ДОДАТОК А СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА			
ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ			

### ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

α	– коефіцієнт посилення за амплітудою
β	– ступінь компресії або коефіцієнт стиснення (відношення
	тривалості вхідного і стисненого імпульсів)
γ	– коефіцієнт корисної дії
G	– коефіцієнт посилення потужності
$ ilde{G}$	– коефіцієнт посилення пікової потужності
$v_p, v_g$	– фазова і групова швидкості
λ	– довжина хвилі у вільному просторі
f	– лінійна частота
$\omega = 2\pi f$	– кругова частота
$k=2\pi/\lambda$	– хвильове число (частотний параметр)
ε,μ	– відносна діелектрична і магнітна проникності середовища
σ	– питома електрична провідність середовища
W	– ширина (плоскопаралельного) хвилеводу
$\tilde{k_n}$	– критичні частоти власних мод хвилеводу
A(t), k(t)	<ul> <li>закони амплітудної і частотної модуляції</li> </ul>
$\{x, y, z\}, \{\rho, \phi, z\}$	– декартові і циліндричні координати
8	– точка (спостереження поля) в евклідовому просторі
$\mathbf{L}, \mathbf{L}_i$	– віртуальні межі області аналізу
Q <sub>L</sub>	– область аналізу або обчислювальна область
EMI	– електромагнітний імпульс
ТПУ	– точні поглинаючі умови
КГФ	– Клейна–Гордона–Фока (рівняння)
ОХΦ	– обернення хвильового фронту
3XP	– зв'язані хвилевідні резонатори

#### ВСТУП

Актуальність теми досліджень. Короткі і потужні ЕМІ широко використовуються в системах радіолокації, передавання цифрових даних, нагрівання плазми і в прискорювальній техніці. Еволюція генераторів таких ЕМІ орієнтована, головним чином, на збільшення потужності вихідних сигналів (імпульсів) і зменшення їх тривалості, на просування в діапазони більш коротких довжин хвиль. Загальноприйняті способи генерації засновані на використанні твердотільних або вакуумних електронних приладів, мають природні обмеження за кожним з цих параметрів. Проте граничні значення потужності і тривалості ЕМІ, що генеруються наявними джерелами, можуть бути значно перевищені у разі використання пристроїв, у яких досить довгий імпульс стискається без істотних енергетичних втрат. Такі пристрої називаються компресорами EMI.

Один із двох розглянутих у цій роботі способів компресії заснований на явищі дисперсії: якщо швидкість хвилі в деякому хвилевідному тракті залежить від частоти, то імпульс зі скінченною шириною спектра, що поширюється в ньому, буде міняти свою форму і тривалість. Можна так підібрати часовий профіль вхідного імпульсу, що на виході з тракту він стиснеться, а його імпульсна потужність збільшиться. Теоретично у такий спосіб (пасивною компресією) можна домогтися як завгодно великих значень коефіцієнта стиснення (відношення тривалостей вхідного і вихідного імпульсів) та коефіцієнта посилення (відношення потужностей імпульсів на виході і на вході). Ці значення обмежуються тільки втратами енергії в неідеальних провідниках та діелектриках і, можливо, нелінійними ефектами. Для їх отримання достатньо необмежено збільшувати довжину дисперсійного елемента, дотримуючись умови фазового синхронізму всіх фур'є-компонент імпульсу на його виході. Однак досягнуті на практиці коефіцієнти посилення імпульсної потужності, як правило, не перевищують 15÷20 дБ. Така

невідповідність отримуваних параметрів компресії параметрам, що очікуються, робить актуальним пошук причин, які призводять до обмеження коефіцієнту посилення імпульсної потужності при дисперсійному стисненні ЕМІ.

Інший спосіб компресії ЕМІ – активна компресія – заснований на накопиченні енергії зовнішнього квазімонохроматичного джерела В резонансному об'ємі і подальшому її скиданні у відвідний хвилевід або вільний простір шляхом швидкої зміни спектральних характеристик резонаторанакопичувача. Скидання відбувається, якщо відкрити «замок», що закривав резонатор у процесі накопичення енергії, – активний елемент, електричні параметри якого змінюються зовнішнім керуючим сигналом. Тут також має місце суттєва невідповідність досягнутих на практиці коефіцієнтів посилення (не більше 30÷40 дБ) теоретично обґрунтованим граничним значенням (70 дБ і вище). Усунення цієї невідповідності – актуальна задача, від успішного вирішення якої залежить подальший прогрес у побудові та використанні активних компресорів.

Усі основні характеристики (коефіцієнти стиснення, посилення, корисної дії тощо) як активних, так і пасивних компресорів визначаються досить складними перехідними процесами, що в них відбуваються. Однак аналіз і синтез таких пристроїв проводиться, як правило, з використанням методів частотної області, які в принципі непридатні для адекватного опису роботи компресорів і розрахування їх реальних електродинамічних характеристик. З цієї причини побудова коректних математичних моделей і створення на їх основі обчислювальних алгоритмів, які дозволили б проводити точний і ефективний аналіз нестаціонарних (часто – дуже тривалих) процесів у відкритих резонансних структурах, локальні електричні параметри яких можуть змінюватися у часі, а також у структурах з дисперсією групової швидкості електромагнітних хвиль, що поширюються в них, є однією з найбільш важливих задач обчислювальної електродинаміки.

Головна проблема, яка постає під час розв'язання цієї задачі, – це проблема обмеження області аналізу вихідних модельних початково-крайових

задач, яка в більшості цікавих для практики випадків містить нескінченно віддалену точку. Цю проблему в дисертації вирішено введенням віртуальних координатних меж розрахункового простору методу скінченних різниць і побудовою для цих меж так званих «точних поглинаючих умов» (ТПУ). Важливо, що ці непрості в математичному відношенні процедури зводять вихідну «відкриту» початково-крайову задачу до еквівалентної «закритої» задачі, обчислювальна схема для розв'язання якої будується з використанням стандартних процедур методу скінченних різниць. У випадку такої еквівалентної заміни фізика модельованих процесів не спотворюється, а точність і надійність одержуваних результатів піддаються аналітичному оцінюванню.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота виконана в лабораторії математичної фізики Інституту радіофізики та електроніки ім. О. Я. Усикова НАН України (IPE) і відповідає одному з напрямків наукових досліджень (електроніка і радіофізика міліметрових і субміліметрових хвиль), затверджених постановою Президії НАН України №30 від 11.02.2009 р. Дослідження за темою дисертації здійснювалися відповідно до плану науково-дослідних робіт (НДР) IPE в рамках цільової програми НАНУ «Розробка нових методів і програмного комплексу ГРІД обчислень для задач радіофізики, біофізики і фізики твердого тіла» (номер держреєстрації 0111U003983, термін виконання 2011–2013 роки, відповідальний виконавець) та наступних фундаментальних держбюджетних НДР:

- «Теоретичне та експериментальне дослідження хвильових процесів в системах мікрохвильового діапазону» (шифр «БУКСИР 2», номер держреєстрації 0103U002267, термін виконання 2004–2008 роки, виконавець);
- «Розробка та впровадження нових методів обчислювальної радіофізики, теоретичне та експериментальне дослідження трансформації

електромагнітних полів гіга- і терагерцевого діапазонів в об'єктах і середовищах антропогенного та природного походження» (шифр «БУКСИР 3», номер держреєстрації 0106U011975, термін виконання 2007–2011 роки, виконавець);

- «Розробка та впровадження нових методів обчислювальної радіофізики; теоретичне та експериментальне дослідження трансформації електромагнітних полів гіга-, терагерцевого та оптичного діапазонів в об'єктах і середовищах антропогенного та природного походження; аналіз та синтез нових вузлів і пристроїв резонансної квазіоптики, твердотільної електроніки, імпульсної та антенної техніки; розробка і тестування нових вимірювальних схем рефлекто- і діелектрометрії» «БУКСИР 4», номер держреєстрації 0112U000210, (шифр термін виконання 2012–2016 роки, відповідальний виконавець);
- «Теоретичне та експериментальне дослідження взаємодії електромагнітних хвиль гіга-, терагерцевого та оптичного діапазонів у природних та штучних структурах з метою розробки перспективних функціональних пристроїв антенної техніки, квазіоптики, мікрохвильової електроніки та нових радіофізичних технологій у біології та медицині» (шифр «БУКСИР 5», номер держреєстрації 0117U004033, термін виконання 2017–2021 роки, відповідальний виконавець);
- «Розробка нових методів і засобів отримання інформації про фізичні характеристики природних середовищ, їх структурних неоднорідностей, поверхонь розподілу та окремих об'єктів за даними дистанційного зондування і радіолокації» (шифр «СЕНСОРИКА 2», номер держреєстрації 0118U003035, термін виконання 2017–2021 роки, відповідальний виконавець).

Мета і завдання дослідження. Мета дисертаційної роботи – побудова строгих та ефективних підходів до вирішення проблем, що виникають під час аналізу та синтезу пасивних і активних компресорів ЕМІ та вивчення за їх допомогою фізики процесів, що реалізуються у таких пристроях.

Для досягнення поставленої мети було розв'язано такі ключові задачі:

- розвинуто метод точних поглинаючих умов, орієнтований на ефективне і строге розв'язання задач компресії ЕМІ;
- створено програмні комплекси, які реалізують розв'язання відкритих двовимірних початково-крайових задач у декартовій та циліндричній системах координат з довільною геометрією і матеріальними параметрами;
- розвинуто метод обернення хвильового фронту для моделювання процесів пасивного стиснення EMI;
- проведено обчислювальні експерименти, які орієнтовані: а) на вивчення фізики перехідних процесів, що реалізуються при пасивній та активній компресії ЕМІ; б) виявлення та аналіз різного роду ефектів, що становлять інтерес для використання в перспективних конструкціях компресорів ЕМІ; в) визначення оптимальної послідовності кроків, що реалізують схеми модельного синтезу пасивних і активних компресорів;
- розроблено загальну схему модельного синтезу пасивних і активних компресорів ЕМІ.

*Об'єкт дослідження* – процеси поширення і розсіяння електромагнітних хвиль у дисперсійних напрямних структурах та в резонансних структурах, електричні параметри яких можуть змінюватися у часі.

Предмет дослідження – просторово-часові і просторово-частотні трансформації електромагнітних хвиль у процесі їх дисперсійного або резонансного стиснення.

Методи дослідження. Для розв'язання поставлених у дисертації задач використовувалися строгі аналітичні та чисельні методи – метод обернення хвильового фронту, метод неповного розділення змінних, метод інтегральних перетворень, метод точних поглинаючих умов, метод скінченних різниць у часовій області, а також математичне моделювання й обчислювальний експеримент.

Наукова новизна роботи визначається такими результатами, отриманими здобувачем особисто.

- Розвинуто метод ТПУ, який в сукупності зі скінченно-різницевим методом дозволив ефективно будувати строгі розв'язки відкритих початковокрайових задач електродинаміки з довільною геометрією джерел та розсіювачів поля. В рамках цього напрямку досліджень:
  - а) Отримано нову ТПУ для прямокутної віртуальної межі у вільному просторі. Ця умова є локальною як за просторовими, так і за часовою змінними.
  - б) Визначено оптимальну в обчислювальному плані ТПУ для поперечних перерізів регулярних металевих хвилеводів. Ця умова є каузальною згорткою «історії» імпульсної хвилі на віртуальній межі з функцією Бесселя, поділеною на свій аргумент (нелокальна за часовою змінною), та потребує менших проміжних обчислень при комп'ютерній реалізації, ніж аналогічні відомі поглинаючі умови.
  - в) Запропоновано новий алгоритм обчислення каузальних згорток, з яких складаються нелокальні ТПУ, який дозволяє зберігати більшу частину «історії» імпульсних хвиль на жорсткому диску комп'ютера. Це радикально (у сотні разів) знизило вимоги до ємності оперативної пам'яті комп'ютерів, що використовуються для розв'язання початковокрайових задач, та привело до значного зменшення загального часу такого розв'язання.
  - г) Запропоновано новий алгоритм вбудовування у різницеві схеми імпульсних хвиль, що приходять з напівнескінченних хвилеводів, зі

спектром, що розташований як завгодно близько до критичної частоти робочої моди.

- Уперше метод ОХФ було адаптовано для строгого моделювання пасивного стиснення ЕМІ у хвилевідних трактах з дисперсією групової швидкості. У рамках цього напрямку досліджень:
  - а) Метод ОХФ узагальнено на випадок дисперсійних елементів з втратами різної природи: дифракційними, радіаційними, омічними, а також опором випромінювання.
  - б) Отримано узагальнення методу ОХФ, яке дозволяє визначати часовий профіль ЕМІ на вході випромінювача з довільною геометрією за заданим профілем цього імпульсу в довільній точці простору.
  - в) На прикладі порожнистих металевих хвилеводів показано непридатність відомого кінематичного наближення для визначення законів модуляції імпульсу, що стискається. Встановлено придатність таких хвилеводів для стиснення імпульсів з шириною спектральної смуги до 2-х октав.
  - г) Уперше методом ОХФ промодельовано пасивне стиснення ЕМІ у хвилевідній секції, що містить відрізок жолобкового хвилеводу. Показано, що у міліметровому діапазоні такі секції, внаслідок менших втрат, більш привабливі для компресії імпульсів, ніж прямокутні хвилеводи такої самої довжини.
  - д) Уперше методом ОХФ промодельовано стиснення оптичних та інфрачервоних імпульсів у кристалах GaAs, ZnTe, LiF, RbI, CsCl з дисперсією діелектричної проникності. Доведено можливість стиснення ЕМІ у таких кристалах з шириною частотної смуги від однієї до чотирьох октав зі збільшенням їх пікової потужності від 27 дБ до 60 дБ на одному метрі оптичної траси.

- Розроблено покрокову схему модельного синтезу активних компресорів ЕМІ, в основу якої покладено розв'язання початково-крайових задач, що описують трансформації ЕМІ у відповідних електродинамічних вузлах. У рамках цього напрямку досліджень:
  - а) Синтезовано прототип активного компресора з накопиченням енергії у *TM*<sub>01n</sub>-коливанні аксіально-симетричного резонатора з інтерференційним перемикачем у вигляді запірної щілини у внутрішньому провіднику відвідної коаксіальної лінії. Показано, що тривалість вихідного імпульсу такого компресора близька до теоретичної межі, що дорівнює подвоєному часу пробігу хвилі вздовж резонатора.
  - б) Синтезовано прототип накопичувального резонатора на відрізку прямокутного хвилеводу із запірним розширенням у *H*-площині та щілиною зв'язку у торцевій стінці. Показано, що такий резонатор може збуджуватися як у режимі резонансного проходження, так і в режимі резонансного відбиття хвилі накачки. В останньому випадку добротність робочого *TE*<sub>01n</sub>-коливання досягає максимуму.
  - в) Уперше строго промодельовані перехідні процеси, які відбуваються під час перемикання активного елемента (об'єму резонатора, в який вводиться зовнішній електронний потік) у запірному *H*-площінному розширенні прямокутного хвилеводу. Показано, що існують два механізми перемикання такого розширення у відкритий стан: дисипація енергії стоячої хвилі та зміщення його резонансної частоти.
  - г) Синтезовано нову модель двоступеневого компресора з відкритим дводзеркальним резонатором у першому ступені та одним інтерференційним перемикачем у другому хвилевідному ступені. У цій моделі отримано більш ніж дворазове підвищення імпульсної

24

потужності в порівнянні з компресором, в якому використовується тільки один хвилевідний ступінь.

Практичне значення отриманих результатів полягає в розроблених методах моделювання процесів стиснення ЕМІ та побудованих на їх основі високоефективних алгоритмах, які дозволяють обчислювати основні характеристики активних та пасивних компресорів. Важливо, що ці методи розрахунків є строгими, що гарантує потрібний рівень похибки у результатах, що отримуються. Методологія використання розроблених алгоритмів, яка запропонована у дисертації, дозволяє виконувати синтез та оптимізацію компресорів ще до їх виготовлення, зменшуючи у такий спосіб витрати на створення цих пристроїв.

Синтезовані у роботі прототипи активних компресорів ЕМІ на відрізку прямокутного хвилеводу із запірним розширенням у бічній стінці прямо вказують на проблему, що виникає в процесі практичної реалізації таких накопичувальних резонаторів. Це проблема їх точного налаштування на режим максимальної добротності робочого коливання. Таке налаштування, судячи з аналізу літератури, ніколи не здійснювалося, що призводить до втрати потужності вихідних імпульсів компресорів, які розробляються. У дисертаційній роботі уперше виконано таке налаштування і показано, що воно супроводжується певними труднощами, пов'язаними з відсутністю характерних резонансних кривих у частотних залежностях коефіцієнтів трансформації хвиль на такому резонаторі (у режимі максимальної добротності). Запропоновано рішення цієї проблеми, яке полягає у перенесенні щілини зв'язку з хвилеводом живлення з торцевої на бічну стінку резонатора.

Слід також зазначити практичну цінність отриманого узагальнення методу ОХФ для проектування пасивних компресорів: завдяки йому стала можливою побудова компресорів ЕМІ з довільною шириною частотної смуги (кілька октав) робочого імпульсу та довільними втратами в їх дисперсійних елементах.

Особистий внесок здобувача. У дисертації узагальнено результати досліджень, що опубліковані в наукових статтях [1-23], розділі монографії [24] і тезах конференцій [25–35]. Особистий внесок здобувача в роботах [1–8, 11–14, 17-20, 22-32, 35] полягав у дискретизації початково-крайових задач і перенесенні їх в комп'ютерний код, в тестуванні розробленого програмного продукту і обробці результатів обчислювальних експериментів. У цих та інших роботах, написаних у співавторстві, здобувач брав участь в аналізі фізичних результатів і формулюванні узагальнюючих висновків. У роботі [14], що містить огляд проблематики поглинаючих граничних умов, здобувачем виконані всі чисельні експерименти, а також запропонована і реалізована унікальна модифікація алгоритму швидкого обчислення каузальних згорток, що дозволяє переносити частину «історії» сигналу на віртуальній межі з оперативної пам'яті на жорсткий диск комп'ютера. У роботі [22] в рамках проведеного тестування ТПУ здобувачем реалізовані в різницевій схемі (крім власне умов, що тестувалися) наближені умови першого та другого порядку апроксимації і умови «ідеально узгодженого шару» (PML). У роботах [1-8, 24, 27-31] здобувач виконав низку чисельних експериментів, в яких моделювалися частотні характеристики окремих хвилевідних вузлів, вузлів накопичувальних резонаторів активних компресорів і дифракційного випромінювача [3]. Фрагмент глави монографії [24], що присвячений пасивній компресії ЕМІ у відрізку регулярного хвилеводу, містить чисельні результати, які були повністю отримані дисертантом. Внесок здобувача в роботи [15, 16, 21, 33, 34] полягав у виборі дисперсійних елементів, для яких моделювалося пасивне стиснення ЕМІ, і в науковому керівництві проведеними дослідженнями. Роботи [9, 10, 12, 13, 17, 20, 23] виконані без співавторів. Здобувачем були побудовані і реалізовані в комп'ютерному коді аналітичні подання для локальних ТПУ на прямокутній віртуальній межі в тому вигляді, в якому вони використовувалися при проведенні досліджень, результати яких публікувалися в роботах зі співавторами. Ці ТПУ описані в підрозділі 2.5 дисертації. Результати, що представлені в підрозділі 3.9, присвяченому моделюванню компресії оптичних та інфрачервоних імпульсів, а також у підрозділі 4.5, присвяченому моделюванню роботи двоступеневого активного компресора, (доповідалися на конференціях [32, 34, 35]) отримані автором дисертації особисто.

Матеріали публікацій [1, 2, 4, 25–27] були використані співавторами дисертанта в таких кваліфікаційних роботах:

- Сіренко К.Ю. Перетворення та випромінювання електромагнітних імпульсів структурами з осьовою симетрією. дис. … канд. фіз.-мат. наук.
   01.04.03 радіофізика. Інститут радіофізики та електроніки ім. О.Я. Усикова НАН України, Харків, 2007.
- Амосова А.І. Моделювання перехідних процесів у двовимірних відкритих електродинамічних структурах. – дис. … канд. фіз.-мат. наук. – 01.04.03 – радіофізика. – Інститут радіофізики та електроніки ім. О.Я. Усикова НАН України, Харків, 2009.
- Хруслов М.М. Дифракційні ефекти та їх вплив на властивості аксіальносиметричних монопольних випромінювачів НВЧ діапазону. – дис. ... канд. фіз.-мат. наук. – 01.04.03 – радіофізика. – Інститут радіофізики та електроніки ім. О.Я. Усикова НАН України, Харків, 2012.
- Shafalyuk O. Electrodynamic simulation of open axially-symmetrical compact resonators: 2-D initial boundary value and boundary value problems. – Doctor of philosophy thesis. – Masquarie university, Sydney, 2012.

Апробація результатів дисертації. Матеріали, які представлені в дисертаційній роботі, доповідалися й обговорювалися на науковому семінарі «*Teopiя дифракції та дифракційна електроніка*» IPE ім. О.Я. Усикова НАН України, а також на таких міжнародних конференціях:

 4-th International Conference on Antenna Theory and Techniques (Sevastopol, Ukraine, 2003);

- 2-nd International Workshop "Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals" (Sevastopol, Ukraine, 2004);
- 6-th International Conference on Antenna Theory and Techniques (Sevastopol, Ukraine, 2007);
- 38-th European Microwave Conference (Amsterdam, the Netherlands, 2008);
- URSI International Symposium on Electromagnetic Theory (Berlin, Germany, 2010);
- 5-th International Conference on Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals (Sevastopol, Ukraine, 2010);
- USNC-URSI National Radio Science Meeting (Spokane, USA, 2011);
- 7-th International Conference "Acoustooptic and radar methods for information measurements and processing" (Moscow-Suzdal, Russia, 2014);
- 22-nd International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory (Lviv-Dnipro, Ukraine, 2017);
- IEEE International Young Scientists Forum on Applied Physics and Engineering (Lviv, Ukraine, 2017);
- The Progress in Electromagnetics Research Symposium (Toyama, Japan, 2018).

Публікації. Результати, які представлено в цій дисертації, опубліковані в 35 наукових роботах [1–35]: у 23 статтях у профільних наукових журналах [1–23], в 1 розділі монографії [24] і в 11 тезах доповідей на міжнародних конференціях [25–35].

Структура і обсяг дисертації. Дисертація складається з анотації, вступу, чотирьох розділів основного тексту з рисунками і таблицями, висновків, списку використаних літературних джерел і одного додатка. Обсяг дисертації становить 379 сторінок. Вона містить 122 рисунки (з них 40 розміщені на 33 окремих сторінках), 5 таблиць (1 з них на окремій сторінці) та 369 бібліографічних посилань.

#### **РОЗДІЛ 1**

## КОМПРЕСІЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ІМПУЛЬСІВ. ОГЛЯД АКТУАЛЬНИХ ПРОБЛЕМ ТА МОЖЛИВИХ СПОСОБІВ ЇХ ВИРІШЕННЯ

#### 1.1 Вступ

дисертаційній роботі досліджується низка фундаментальних У та прикладних проблем, що виникають у наукових і технічних задачах, де використовується пасивна та активна компресія ЕМІ. Під пасивною компресією тут матиметься на увазі стиснення імпульсу, що відбувається внаслідок дисперсії групової швидкості в деякому середовищі або хвилевідному тракті. Смуга частот, яку займає такий імпульс, може бути досить широкою (кілька октав) і розташовуватися в діапазонах від декаметрових до ультрафіолетових хвиль. Активна компресія передбачає накопичення енергії зовнішнього квазімонохроматичного джерела в деякому резонаторі та подальше скидання накопиченої енергії у відвідний хвилевідний тракт або вільний простір за допомогою зміни електродинамічних характеристик (перш за все добротності) резонатора активним елементом. Спектр таких стиснених імпульсів має відносно вузьку смугу і при сучасному рівні розвитку технологій може бути локалізований у діапазонах від декаметрових до міліметрових хвиль. В умовах як пасивної, так і активної компресії імпульс стискається в часі та просторі і збільшує свою пікову потужність.

Обидві ці технології стиснення ЕМІ розвиваються вже досить давно. Історично першою (приблизно в 1940–50-ті роки) виникла техніка пасивної компресії, що було пов'язано в першу чергу з потребами радіолокації [36–38]. Важливим результатом тут став винахід оптимальної (або узгодженої) фільтрації сигналів у радіотехнічних системах із зосередженими параметрами

[39-44]. Суть такої фільтрації полягає в побудові фільтра з амплітудночастотною характеристикою, яка узгоджена з вхідним сигналом так, щоб на його виході цей сигнал стискувався в більш короткий і потужний. Витонченим з математичної точки зору прикладом такої фільтрації є проходження лінійномодульованого за частотою сигналу через фільтр 3 передатною характеристикою (коефіцієнтом передачі), яка комплексно спряжена зі спектром сигналу, що забезпечує його максимально можливе (оптимальне) стиснення [39].

По суті, така оптимальна фільтрація стала прообразом явища, яке на більш високих частотах отримало назву пасивної компресії. Однак механічне перенесення методів узгодженої фільтрації на системи з розподіленими параметрами – у першу чергу в діапазон НВЧ – виявилося пов'язаним із труднощами, причини яких, як правило, до цього часу залишаються поза увагою дослідників. Це призвело до того, що досягнуті на сьогодні коефіцієнти посилення пікової потужності в експериментах з пасивним стисненням, наприклад, НВЧ-імпульсів не перевищують приблизно 15 дБ. У якості дисперсійних елементів у цих експериментах використовувалися порожнисті металеві хвилеводи [45, 46], хвилеводи з періодичними в поздовжньому напрямку металевими [47] і діелектричними [48, 49] вставками, гофровані [50-58], заповнені плазмою [59, 60]. Відомі спроби використання і більш складних дисперсійних елементів, наприклад, ланцюжків відкритих резонаторів [61] і зв'язаних хвилеводів [62]. Розглядалася також можливість компресії в дисперсійних середовищах [63-66], зокрема в плазмі [66-69]. Така різноманітність вивчених дисперсійних елементів і відносно невелике посилення потужності, що було досягнуте з їх допомогою, опосередковано свідчать про наявність серйозних фундаментальних проблем у проектуванні і практичній реалізації подібних систем компресії.

Такий самий висновок можна зробити, аналізуючи доступні роботи в області активної компресії. Починаючи з 1960–70-х років, коли були сформульовані й випробувані засадничі ідеї такої компресії [70–74] (див. також

роботи [75-81]), було запропоновано і досліджено безліч різноманітних конструкцій активних компресорів та їх окремих елементів. Однак досягнуті значення коефіцієнта посилення потужності в таких конструкціях, як правило, приблизно 27 дБ перевищують (одноступенева схема компресії, не надпровідний накопичувальний резонатор [82], в одиничних експериментах отримано посилення 30 дБ [83] і 40 дБ [73]) за умови, що теоретичні оцінки дають граничні значення цього коефіцієнта приблизно 70 дБ (для надпровідних одноступінчатих конструкцій [84, 85]) і більше (для двоступеневих). Детально граничні параметри активних компресорів розглядаються в [86], вибір оптимальних обговорюється в [87].

Рисунок 1.1 ілюструє – до певної міри – загальний стан справ в області компресії ЕМІ у НВЧ-діапазоні. Тут представлено досягнуті значення коефіцієнта посилення потужності G в цьому діапазоні за даними експериментальних робіт, що наведені у списку літератури. Хрестиками позначено роботи з пасивного стиснення [45, 48–52, 54–58], колами – з активного стиснення з одним

ступенем компресії [71–73, 82, 83, 88–120], трикутниками - з двома ступенями [121-126]. (Принцип роботи двоступеневих компресорів описано нижче, див. підрозділ 1.3.) Вельми показовим є той факт, що всі отримані (як активною, так і компресією) пасивною на даний час коефіцієнти потужності посилення стискуваного імпульсу не перевищують цього



Рисунок 1.1 – Коефіцієнти посилення потужності у НВЧ-діапазоні, що було досягнуто в різних роботах, наведених у списку літератури, за допомогою пасивної компресії (хрестики), активної в один ступінь стиснення (кола) і активної в два ступені (трикутники) показника, який отримано в роботах [73, 82, 83] і опубліковано в 1978– 1983 роках.

Коефіцієнт звичайно, посилення, не єдиний параметр, яким характеризуються процеси компресії імпульсів. Існують оцінки компресорів за коефіцієнтом стиснення (тобто відношенням тривалості вхідного і стисненого рівнем коефіцієнтом корисної дiï, імпульсів), максимальної вихідної потужності та ін. Оптимізація компресорів за одним із цих параметрів не завжди приводить до максимального значення G. (Наприклад, метою робіт [50-58] було отримання максимальної вихідної потужності за умови, що джерелом стискуваних імпульсів служить потужна лампа рухомої або зворотної хвилі з обмеженим (приблизно 5%) діапазоном перестроювання частоти. За таких умов досягти великих значень G неможливо, оскільки цей коефіцієнт приблизно дорівнює добутку тривалості вхідного імпульсу на інтервал частотної модуляції [44], і для трисантиметрового діапазону і вхідних імпульсів тривалістю близько 50 нс з модуляцією в смузі 5% оцінка його максимального значення дає величину, яка приблизно дорівнює 20 [57].) Однак коефіцієнт посилення – це, мабуть, головний параметр, заради якого розвивається техніка стиснення імпульсів, і прогрес у бік його збільшення в цілому відсутній.

Слід також вказати ще на одну серйозну проблему. Наявними на сьогодні засобами дуже складно, а частіше за все неможливо розв'язати задачу отримання в результаті компресії імпульсів з необхідною часовою залежністю (часовим профілем). Наприклад, обвідна радіоімпульсів, які отримано шляхом активної компресії, має досить складну форму [88–91, 108–110, 119], і оптимізація параметрів компресора з метою її спрощення не проводилася. Спроби корекції форми подібних імпульсів [127, 128] більше схожі на боротьбу з наслідками, а не з усуненням причин, що призводять до небажаного часового профілю. Цей фактор деякою мірою нівелює цінність компресорів ЕМІ, що конструюються, особливо у випадку їх невеликих коефіцієнтів посилення.

Приклад нерозв'язаної практично цінної задачі генерації імпульсів різних часових профілей шляхом пасивної компресії наведено в підрозділі 3.1.

Таким чином, перший порівняльний аналіз доступних літературних даних дозволяє стверджувати, що існує деяка прогалина у знаннях, яка не дозволяє на сучасному етапі розвитку перевести активні і пасивні компресори з розряду лабораторних макетів до розряду комерційно цінних пристроїв. Більш докладно проблеми, які тут постають, розглянуто в наступних підрозділах.

# 1.2 Пасивна компресія імпульсів в об'єктах з дисперсією групової швидкості

В основі ефекту пасивного стиснення ЕМІ лежить відмінність у швидкостях поширення їх частотних складових (фур'є-амплітуд): за деяких умов можлива ситуація, коли всі ці складові в певній точці простору складаються синфазно і відбувається збільшення миттєвої напруженості поля імпульсної хвилі. Із закону збереження енергії випливає, що це збільшення напруженості поля приводить до перерозподілу енергії всередині імпульсу і скорочення його тривалості.

Ключовим моментом у процесі проектування і дослідження систем пасивної компресії є визначення часового профілю імпульсу, що подається на вхід дисперсійного елемента. Процедура визначення цього профілю будується, як правило, на кінематичних уявленнях: якщо відомі швидкість поширення кожної частотної складової імпульсу і повна довжина шляху, який вона проходить, то діленням однієї з цих величин на іншу можна визначити час запізнення, з яким повинна влітати ця частотна складова в дисперсійний елемент. Якщо при цьому час поширення імпульсу в дисперсійному елементі досить довгий і залежність швидкості поширення від частоти (закон дисперсії) монотонна, то вхідний сигнал буде модульований (монотонно) за частотою. По суті, закон частотної модуляції вхідного сигналу визначається за вказаними вище часами затримки [52, 54, 58]. Такий кінематичний підхід якісно правильно описує фізику хвильових процесів, що відбуваються при стисканні імпульсу, але його скрупульозний розгляд виявляє безліч питань, які в літературі оминаються мовчанням і без відповіді на які отримання прогнозованих показників стисненого імпульсу просто неможливе. Зазначимо найважливіші з проблемних місць, що виникають під час практичної реалізації кінематичного наближення.

- Основна увага дослідників пасивної компресії приділяється пошуку закону частотної модуляції вхідного імпульсу. Законом амплітудної модуляції, як правило, просто нехтують, вважаючи його амплітуду рівною сталому значенню (див., наприклад, [48–51]). Таке нехтування неприпустиме, якщо в результаті компресії необхідно отримати імпульс із заданим часовим профілем, – обвідна стискуваного імпульсу задає розподіл його енергії за частотами, і помилки в ній призводять до суттєвого спотворення форми сигналу на виході компресора.
- 2. Класичне визначення групової швидкості  $v_g = (dk/d\omega)^{-1}$ , що використовується в рамках кінематичного наближення, «является вполне точным лишь в случае волнового пакета, составленного из элементарных волн, лежащих внутри бесконечно узкой области спектра» [129]. Це означає, що для задач компресії імпульсів зі скінченною шириною спектра (а інших на практиці не існує) це визначення групової швидкості, взагалі кажучи, не можна застосовувати, воно буде неминуче призводити до неконтрольованих похибок у характеристиках стиснених імпульсів.
- 3. Саме поняття «частотна складова імпульсу» по суті ніколи не отримує строгого математичного визначення, а вважається інтуїтивно зрозумілим, таким, що вочевидь випливає з інтегрального перетворення Фур'є. Однак тут також виявляються «підводні камені»: трансформація визначених за допомогою інтегрального перетворення Фур'є частотних складових (фур'є-

амплітуд) описується за допомогою транспортних операторів, що містять *фазову* швидкість хвилі  $v_p$ , компресія ж імпульсу обумовлена перенесенням енергії і повинна описуватися операторами, що містять *групову* швидкість  $v_g$ . Відповідно, негласна підміна понять «частотна складова» і «фур'єобраз» призводить до помилок, що важко виявляються і спричинені некоректним використанням величин  $v_p$  і  $v_g$ . Спроба уявити «частотну складову» імпульсу у вигляді протяжного вузькосмугового сигналу з плавною обвідною також не додає ясності. Сам по собі такий об'єкт поширюється з груповою швидкістю  $v_g \approx (dk/d\omega)^{-1}$ , а його високочастотне заповнення – зі швидкістю  $v_p$ . Уявити собі результат інтерференції навіть двох таких об'єктів з близькими спектральними смугами (які частково перетинаються) – задача не з простих.

У процесі реалізації схем компресії імпульсів на невисоких частотах, коли може бути застосовано теорію систем із зосередженими параметрами, зазначені три пункти нівелюються малими розмірами компресора в порівнянні з характерними довжинами хвиль у робочому діапазоні частот, що дозволяє методом узгодженої фільтрації прийнятні характеристики отримувати стиснених імпульсів. Якщо необхідно перейти до більш високих частот, наприклад, до НВЧ або оптичного діапазону, сформульовані вище три проблеми стають вже серйозною перешкодою. При малих частотних інтервалах, які займають стискувані імпульси, і відносно невеликих проміжках часу взаємодії цих імпульсів із дисперсійним елементом кінематичне наближення ще дає прийнятну точність [50–58]. Однак при переході до імпульсів із більш широкою частотною смугою (наприклад, в одну октаву) кінематичне наближення призводить до неприйнятно великої похибки навіть для такого найпростішого дисперсійного елемента, як порожнистий металевий хвилевід, для якого відоме точне аналітичне подання для групової швидкості.
Ця похибка істотно погіршує компресійні характеристики та форму стисненого імпульсу (див. підрозділ 3.2).

Опосередкованим підтвердженням неповноцінності кінематичного наближення також може слугувати наступний дещо ідеалізований приклад. Якщо в деякому дисперсійному елементі або середовищі втрати відсутні або нехтовно малі (наприклад, кристали LiF i RbI в оптичному, ближньому i середньому інфрачервоних діапазонах, – див. підрозділ 3.9), тоді необмежено збільшуючи довжину шляху, що проходить імпульс в такому елементі, можна домогтися як завгодно великих значень коефіцієнтів стиснення імпульсу і його посилення. У реальності ж досягнуті на практиці значення коефіцієнта посилення імпульсної потужності (у НВЧ діапазоні) не перевищують у кращому випадку величин порядку 15 дБ.

Аналіз причин, що призводять до такого обмеження, дозволяє стверджувати, що корінь проблеми лежить не в прояві будь-яких неврахованих нелінійних або дисипативних ефектів, а в недбалому часовому фокусуванні (термін із монографії [130], стор. 35) імпульсу або, інакше кажучи, у неточному суміщенні всіх його частотних складових (фур'є-амплітуд) у заданій точці простору. Це неточне суміщення, у свою чергу, зумовлене некоректним алгоритмом, який використовується для визначення часового профілю вхідного сигналу компресора. В основі цього алгоритму закладено занадто багато спрощувальних припущень (три з яких зазнечені вище), які тягнуть за собою непередбачувані спотворення форми вихідного імпульсу. Вилучення цих припущень є важливою задачею теоретичного аналізу, розв'язання якої неможливе в рамках кінематичного наближення.

У розділі 3 цієї роботи розвинуто принципово новий підхід до визначення точного часового профілю імпульсу, що подається на вхід дисперсійного елемента пасивного компресора. Цей підхід будується на принципі обернення в часі (time reversal) хвильового фронту і може бути застосований до дисперсійних хвилевідних елементів з досить довільними геометричними та електродинамічними параметрами. При цьому важливо, що не потрібно робити будь-яких спрощувальних припущень щодо ширини спектральної смуги, займаної імпульсом, його «частотних складових», їх групової швидкості та ін.

Метод обернення хвильового фронту (ОХФ) відомий вже давно і добре зарекомендував себе в електродинамічних [131–133] й акустичних [134–139] (зокрема, біомедичних [140]) застосуваннях. Однак у задачах конструювання власне пасивних компресорів як ультразвукових, так і електромагнітних імпульсних хвиль його почали використовувати порівняно віднедавна і до цього часу випробували на обмеженій кількості об'єктів, в яких відбувається стиснення імпульсу. У їх числі – звукові хвилеводи [141, 142], шаруваті структури, що відбивають звук [143], електромагнітні ревербераційні камери [144-149]. Цікаво, що для останніх методом ОХФ були отримані вхідні імпульси з набагато складнішим часовим профілем (з немонотонною зміною амплітуди і частоти), ніж ті, які були отримані в цій роботі для найпростіших дисперсійних елементів (див. розділ 3). Цей факт опосередковано свідчить про компресія частотно-модульованих імпульсів у таких те. шо пасивна «класичних» об'єктах, як хвилеводи, ґратки, середовища з дисперсією показника заломлення та ін., залишилася поза увагою дослідників, що використовують метод ОХФ. Причина цього – у необґрунтованій довірі до результатів, які дає кінематичне наближення.

У розділі 3 розглянуто кілька найпростіших об'єктів, де можлива компресія амплітудно- і частотно-модульованих імпульсів: порожнисті і діелектричні хвилеводи різної геометрії, середовища з дисперсією показника заломлення. Основну увагу тут приділено пошуку (методом ОХФ) точної форми вхідних імпульсів і їх законів модуляції. Питання генерації сигналів за знайденими законами модуляції не розглядається. Для відносно невисоких частот – до декількох гігагерців – ця проблема має готове рішення у вигляді генераторів імпульсів довільної форми (Arbitrary Waveform Generator, AWG). Такі генератори можуть являти собою як закінчений прилад зі своїм інтерфейсом, так і окремі мікросхеми, що керуються від зовнішнього комп'ютера. Наприклад, мікросхема AD9914 виробництва компанії Analog Devices здатна генерувати імпульси в смузі від 0 до 1 ГГц з часовим профілем, який задано окремими відліками, значення яких повинні бути збережені у внутрішніх регістрах [150]. Більш високочастотні імпульси в окремих випадках можуть бути отримані шляхом пропускання вихідних сигналів AWG через помножувач частоти. Проблема генерації імпульсів заданої форми В міліметровому і більш високочастотних діапазонах (аж до оптичного й ультрафіолетового) готового рішення на цей час не має і потребує окремого дослідження. Проте отримані результати моделювання компресії імпульсів у цих діапазонах (підрозділи 3.7, 3.9) мають свою цінність, оскільки вони можуть служити відправною точкою для подальшої оптимізації дисперсійних елементів з метою отримання вхідних імпульсів із часовим профілем, який може бути згенеровано доступними технічними засобами (наприклад, лінійно-модульовані за частотою сигнали).

## 1.3. Активна компресія НВЧ-імпульсів

Активні компресори потужності – це пристрої, які дозволяють накопичувати електромагнітну енергію, що підводиться до них, і потім скидати її у відвідний тракт (або у вільний простір) за час, що набагато менший від часу накопичення. Така можливість накопичувати і швидко виводити накопичену енергію дозволяє істотно збільшувати потужність ЕМІ, що подаються на вхід подібних пристроїв. У літературі для опису такої техніки стискання ЕМІ використовується також термін «компресія потужності» [151].

На сьогодні всі базові принципи побудови активних компресорів уже сформульовані і тією чи іншою мірою випробувані експериментально. Очікувати появи будь-яких принципово нових ідей і концепцій, напевно, не доводиться, і основний прогрес у цій області зараз пов'язаний більше з оптимізацією і акуратною реалізацією вже відомих конструктивних рішень. Перерахуємо тут основні з них, спираючись на аналіз доступних літературних даних.

- 1. Накопичення електромагнітної енергії цілком природно проводити у НВЧрезонаторі, на одному з його високодобротних коливань. У цьому випадку енергія пропорційна добротності робочого збережена В резонаторі пропорційна його частоті. коливання й обернено (Існують також альтернативні схеми «компресії», які передбачають накопичення енергії зовнішнього джерела не в резонаторі, а в конденсаторній батареї на постійному струмі, з подальшим її випромінюванням у вигляді ТЕМ-хвилі коаксіальної лінії і виділенням з її спектра потрібних складових, – як правило, вдалині від нульової частоти [152, 153]. У цій роботі такі системи не розглядаються.)
- 2. Найбільш ефективного перемикання компресора з режиму накопичення в режим скидання енергії можна домогтися В разі, коли його накопичувальний резонатор хвилевідний, а одну з його торцевих стінок замінено на запірну неоднорідність хвилеводу [91, 98, 11]. (Рідше використовуються бреггівські хвилевідні відбивачі [114, 154, 155], активні гратки [117, 156] та електричні стінки в поперечному перерізі хвилеводу з керованою провідністю [89].) Робоче коливання за таких умов – стояча хвиля. Існують винятки з цього правила: у [70, 157] було використано кільцевий резонатор рухомої хвилі, у [117, 155, 158] – відкритий тридзеркальний резонатор, а в [159] – ланцюжок відкритих резонаторів. У [160, 161] зроблено спробу сконструювати складений накопичувальний резонатор для компресора 8 мм діапазону з відкритого з напівсферичним дзеркалом і надрозмірного хвилевідного коаксіального резонатора. У [162] подібний резонатор. але 3 відрізком прямокутного хвилеводу. досліджувався в 4 мм діапазоні. В [163] обговорюється можливість використання для накопичення енергії діелектричних резонаторів. Однак всі

ці конструкції поки не дозволили отримати значних коефіцієнтів стиснення або посилення, і в більшій частині відомих робіт перевага надається конструктивно більш простому запірному розширенню хвилеводу.

3. В якості власне перемикача компресора використовується активний елемент, який електрично пов'язаний з накопичувальним резонатором. Зміна його електродинамічних властивостей, – як правило, провідності, рідше діелектричної проникності [120], – приводить до зміни резонансної частоти хвилевідної неоднорідності (інтерференційного перемикача), і коефіцієнт відбиття від неї змінюється, в ідеалі, від одиничного значення до нуля. Час перемикання за таких умов має бути набагато меншим від часу подвійного пробігу хвилі в накопичувальному резонаторі. У цьому випадку дві парціальні хвилі, що утворюють поле стоячої хвилі, зможуть випромінюватися з резонатора з мінімальними спотвореннями і за мінімальний час. В основу роботи такого перемикача можуть бути покладені різні фізичні ефекти, що приводять до зміни питомої провідності локального об'єму всередині інтерференційного перемикача. До числа таких ефектів, вже експериментально випробуваних у лабораторних зразках компресорів ЕМІ, можна віднести наступні. Явище збільшення вільних носіїв заряду в об'ємі напівпровідника під дією стороннього електричного струму [89, 164–166] або зовнішнього світлового потоку [88, 167–169] (явище фотопровідності); в об'ємі газового розряду, індукованого полем робочого коливання [98, 170] (т.зв. «само пробій»), зовнішнім керуючим імпульсом струму [171–175] або лазерним випромінюванням [91, 176–180]; в локальному вакумованому об'ємі резонатора під дією потоку електронів, що емітовані або провідними елементами резонатора [119, 181-185], або зовнішньої електронною гарматою [186]. Крім цього, порівняно недавно було запропоновано ідею перемикання хвилевідного резонатора, в основі якої лежить ефект зміни провідності високотемпературних надпровідних (ВТНП) плівок при їх переході з надпровідного в нормальний стан [187,

188]. ∐я ідея перемикання ше набула не експериментального підтвердження, але в разі її успішної реалізації відкриває перспективи створення компресорів з унікальними характеристиками завдяки малому часові перемикання провідності ВТНП плівок (близько 10<sup>-12</sup>-10<sup>-10</sup> с), а можливості створення кріогенних також при температурах накопичувальних резонаторів з великими добротностями власних коливань (до 10<sup>10</sup> і вище [189, 190]).

Наведені вище три пункти не є готовими універсальними технічними рішеннями, а лише окреслюють коло, у рамках якого проводяться аналіз, синтез і оптимізація активних компресорів. Означимо тепер основні проблеми, що постають на шляху створення таких пристроїв і істотного поліпшення їх основних характеристик.

Використання хвилеводних резонаторів в якості накопичувачів обмежує добротність робочого коливання величинами порядку  $10^4 - 10^5$ , що не дозволяє отримувати при компресії коефіцієнти посилення імпульсної потужності більше 20-30дБ. Останні величини – це теоретична оцінка для компресорів з нормально провідними металевими елементами [86, 191], експериментальні дані – значно менші (рис. 1.1). Спроби використовувати з метою збільшення цього коефіцієнта більш високодобротні коливання, збільшуючи у такий спосіб кількість накопиченої енергії, приводять до резонаторів, які містять відрізки надрозмірних хвилеводів. Однак для таких резонаторів на цей час залишається невирішеною низка ключових проблем, які не дозволяють ефективно використовувати їх високодобротні коливання для компресії потужності. До числа таких проблем можна віднести неможливість ефективного замикання таких резонаторів локальним ступінчастим розширенням, складність швидкого виведення накопиченої енергії, згущення спектра його власних коливань та ін. Спроби обминути першу з цих проблем приводять, у свою чергу, до досить оригінальних схем компресії, в яких накопичення енергії відбувається на одному виді коливань, а її скидання – на іншому [108, 116, 119, 173, 174, 182,

183, 185, 192–200]. Однак подібні конструкції до цього часу не дозволили істотно збільшити потужність імпульсів, що стискаються, через занадто великий час випромінювання накопиченої енергії з надрозмірного резонатора. тісно пов'язане з густим спектром його Останнє власних коливань. Перемикання активного елемента компресора призводить до розширення частотної смуги, яку займає імпульс, до якої потрапляють сусідні власні частоти (резонатора з відкритим перемикачем), і накопичена енергія частково відповідних Зменшити перекачується до паразитних коливань. час випромінювання деякою мірою можливо шляхом організації виведення енергії через декілька відвідних хвилеводів [100, 201] (зокрема, керованих одним загальним комутатором [202]). Але і тут поки не вдалося домогтися серйозного прогресу, і на сьогоднішній день доводиться констатувати, що «...быстрый вывод энергии из резонаторов большого объема до настоящего времени остается практически нерешенной проблемой.» [203]. Це є серйозною перешкодою для ефективного використання високодобротних коливань у накопичувальних системах компресорів.

Окрім проблеми збільшення коефіцієнта посилення активних компресорів, існує проблема збільшення їх коефіцієнта корисної дії (ККД). Його невисоке значення пов'язане насамперед з невисокою ефективністю накачування електромагнітної енергії до накопичувального резонатора [84, 204]. У найсприятливішому випадку, – при оптимальному зв'язку між резонатором і підвідним хвилеводом, – у резонатор закачується не більше 41% енергії, що підводиться до нього [204], і можливі шляхи збільшення цього коефіцієнта параметра припускають одночасне зменшення посилення компресора. Готових рішень, які дозволили б одночасно збільшити обидва ці коефіцієнти, немає. Ідея відмови від зовнішнього джерела накачування і суміщення генератора і компресора в одному пристрої [205] може виявитися шуканим вирішенням цієї проблеми, але поки що вона не отримала належного розвитку.

Логічним продовженням пошуків конструкцій компресорів з рекордно високими характеристиками став перехід до надпровідних накопичувальних резонаторів [72, 73, 82, 83, 98], а також до схем паралельного включення двох [107, 115, 116, 119, 120, 173, 206-210] і більш [203, 211-213] резонаторів з подальшою синхронізацією їх перемикачів (або 3 одним загальним перемикачем). Однак без початкової оптимізації одиночної системи (яка нормально проводить) «резонатор + перемикач» такі конструкції також не привели до істотного покращення характеристик компресорів, зокрема коефіцієнта посилення.

Розумним рішенням більшості з означених вище проблем може стати перехід до двоступеневих систем компресії.

Існують дві принципово різні схеми побудови таких компресорів. Відповідно до однієї з них, два ступені з'єднуються між собою послідовно через хвилевідні секції, взагалі кажучи, довільної довжини, і вихідний імпульс першого ступеня подається на вхід другого. Така схема не є раціональною внаслідок великих втрат при відбитті від другого ступеня [121] і, на думку автора, практичного інтересу не становить.

Альтернативний варіант – безпосереднє з'єднання двох накопичувальних резонаторів один з одним через вікно (щілину) зв'язку в спільній стінці [121– 126, 214–220]. (В окремих випадках число ступенів збільшують до трьох [221, 222], але доцільність цього збільшення можна поставити під сумнів.) Принцип роботи таких двоступеневих компресорів заснований на ефекті обміну енергією між двома зв'язаними резонаторами, налаштованими (кожен окремо) на однакову частоту [215, 217]. Якщо наприкінці періоду накопичення енергії в першому резонаторі «увімкнути» в той чи інший спосіб другий резонатор, то при досить сильному зв'язку між ними вся накопичена енергія перекачається з першого резонатора до другого. Потім, якщо не вжити додаткових заходів, енергія з другого резонатора перекачається назад до резонатора першого ступеня, після чого все почнеться заново. Це добре відоме з теорії коливань

[223, 224] явище може зіграти ключову роль при конструюванні активних компресорів.

По-перше, у таких двоступеневих конструкціях чітко визначено функціональність кожного ступеня: перший – служить для власне накопичення енергії, і його робоче коливання має обиратися максимально добротним, другий – для просторово-часового стиснення накопиченої енергії, і його робоче коливання може мати порівняно невисоку добротність, але забезпечувати при цьому малі часи перекачування і скидання накопиченої енергії у відвідний хвилевід. По-друге, проблема швидкого виведення енергії з надрозмірного резонатора, про яку згадувалося вище, набуває природного рішення: уся енергія, що була накопичена в першому ступені (за вирахуванням втрат у металевих стінках), переноситься до резонатора другого ступеня, який вже може бути виконаний за «класичною» схемою у вигляді відрізка одномодового хвилеводу із запірним розширенням, всередині якого розташований активний перемикальний елемент. Унаслідок невисокого значення добротності робочого коливання другого ступеня об'єм його резонатора може бути обраний набагато менше від об'єму резонатора першого ступеня, і при перекачуванні енергії з першого ступеня в другий відбувається її стискання в просторі, що приводить до додаткового збільшення потужності стискуваного імпульсу.

Така проста й елегантна ідея двоступеневої компресії нині перебуває в стадії становлення і ще не привела до радикальних змін у параметрах компресорів ЕМІ. Частково це пояснюється відносною новизною цієї ідеї і окремими нераціональними технічними рішеннями, які допускаються під час її реалізації в лабораторних макетах. Наприклад, в [123, 220] розглядаються двоступеневі компресори з двома інтерференційними перемикачами при тому, що останні є досить «примхливими» об'єктами, які а) вимагають точної відповідності своїх геометричних розмірів іншим розмірам накопичувального резонатора (див. розділ 4), і б) служать джерелом порівняно інтенсивних перехідних хвильових процесів, які значною мірою ускладнюють процес випромінювання накопиченої енергії з резонатора.

Більш простий варіант двоступеневого компресора може бути реалізовано за допомогою одного запірного розширення (див. рис. 1.2). Режим його роботи можна описати такими кроками:

- Активний елемент перебуває у провідному стані, хвилевідне розширення не зачинене, енергія зовнішнього джерела накачується в резонатор першого ступеня.
- Активний елемент переводиться у непровідний стан, хвилевідне розширення стає запірним, відрізок хвилеводу між ним і першим ступенем утворює резонансний об'єм, який перекачує в себе енергію з резонатора першого ступеня.
- 3. Перехід активного елемента в провідний стан, скидання сформованого імпульсу у відвідний хвилевід і перехід до п. 1.

Така схема компресії недоліки. також має свої Наприклад, наприкінці процесу накачування першого ступеня на вихід компресора проходить хвиля 3 амплітудою, яка дорівнює амплітуді первинної хвилі, що не завжди зручно В застосуваннях. практичних



Рисунок 1.2 – Схема двоступеневого компресора ЕМІ з одним інтерференційним перемикачем

Крім того, для успішної реалізації такої схеми необхідний активний елемент з відтворюваними перехідними характеристиками як при його вмиканні, так і при вимиканні. Проте наявність у цій конструкції лише одного інтерференційного перемикача робить її привабливою для перших чисельних і натурних експериментів, і, в разі її успішної реалізації, вона може стати відправною точкою для подальшої оптимізації.

фактор, який стримує розвиток досліджень Ше один активних компресорів, – відсутність ефективних математичних моделей, які дозволили б відповісти на деякі нагальні питання, що виникають у процесі синтезу й оптимізації таких пристроїв. У першу чергу це стосується перехідних процесів, що виникають під час накопичення енергії зовнішнього генератора в резонаторі першого ступеня, її перекачування до резонатора другого ступеня, а також при інтерференційного перемиканні активного елемента перемикача. Який динамічний механізм переходу інтерференційного перемикача із закритого стану у відкритий? Яким чином частина пучностей («плям») стоячої хвилі в локальному розширенні хвилеводу після переведення активного елемента в провідний стан випромінюється у відвідний хвилевід і/або «вбудовується» в хвилю, яка проходить по хвилеводу з накопичувального резонатора? Який час цього переходу інтерференційного перемикача у відкритий стан? Яким чином можна його скоротити? Який внесок роблять індуковані активним елементом хвилі у сформований імпульс, що виходить з накопичувального резонатора? Це лише деякі питання, на які поки немає чітких і зрозумілих відповідей, отримати які можливо тільки за допомогою детального і строгого математичного моделювання хвильових процесів, що протікають у всіх структурних елементах активних компресорів EMI.

Метод падаючих і відбитих хвиль, який використовують для опису перехідних процесів у двоступеневих [123, 214, 215, 217, 219, 220] та одноступеневих [191, 199, 225, 226] компресорах, є наближеним і враховує зв'язок між хвилевідними неоднорідностями тільки за основною поширюваною хвилею. В істотно резонансних структурах внесок вищих типів (у т. ч. й таких, що не поширюються) хвиль у загальну картину поля може бути порівнянний із внеском основної моди, і нехтування ними може кардинально спотворювати результати, що одержуються. Ось тільки один приклад використання таких спотворених даних. У [220] відстань від вікна зв'язку між двома резонаторами двоступеневого компресора до середини запірного хвилевідного розширення другого ступеня обрано кратним половині довжини хвилі ( $\lambda_w/2$ ) у хвилеводі на

резонансній частоті. Такий вибір не обґрунтовується, але неявно випливає з припущення про домінування основної моди. Тим часом правило кратності довжини резонатора величині  $\lambda_w/2$  працює тільки для закритих хвилевідних резонаторів. Поява в стінці резонатора навіть «простої» щілини зв'язку із зовнішнім хвилеводом призводить до помітної зміни його резонансних частот або, інакше кажучи, до зміни математичного співвідношення між його довжиною і числом пучностей стоячої хвилі робочого коливання фіксованої частоти. Заміна однієї з торцевих стінок резонатора запірним розширенням змінює це співвідношення ще більшою мірою. З іншого боку, як показано в підрозділі 4.4 цієї роботи, варіація цієї відстані навіть на одну тисячну від свого точного значення може призводити до радикального розладнання всього резонатора (коефіцієнт проходження через нього може змінюватися від майже одиничного значення до приблизно 0,5 – див. рис. 4.18).

Метод скінченних різниць у часовій області (Finite-Difference Time-Domain, FDTD [227, 228]), який було використано у [114, 116, 119, 174, 182, 183, 185] для моделювання роботи інтерференційних перемикачів, більше відповідає потребам, які виникають при вивченні електродинаміки активних компресорів EMI. Він універсальний, відносно простий у реалізації, дозволяє візуалізувати динаміку імпульсних полів і, головне, надає можливість моделювання динамічих елементів, тобто елементів, електричні властивості яких змінюються в часі за заданим законом. Остання якість – мабуть, найголовніша при моделюванні перехідних процесів, що протікають в активних компресорах. Однак, за винятком робіт харківської радіофізичної школи [4, 7, 8, 23, 24, 229–232], повноцінне моделювання за допомогою методу FDTD роботи навіть одного накопичувального резонатора з інтерференційним перемикачем не проводилося.

Причина цього – не стільки в упущенні з боку дослідників, які вивчали фізику активних компресорів, скільки в слабких місцях «класичного» методу FDTD. До числа таких слід віднести, по-перше, вимогливість цього методу до обчислювальних ресурсів і, по-друге, проблему коректного обмеження розрахункового простору у відкритих областях аналізу (тобто в областях, що містять нескінченно віддалену точку). Перша з цих проблем на цей час деякою мірою відійшла на задній план у зв'язку з розвитком комп'ютерної техніки і появою в арсеналі дослідників порівняно недорогих машин з об'ємом оперативної пам'яті в декілька гігабайтів, чого достатньо для моделювання дво-, а в окремих випадках – і тривимірних моделей. Друга ж проблема – обмеження простору рахунку – складніша і має фундаментальний характер.

Нескінченно віддалену точку в принципі не можна помістити до різницевої сітки, яка зберігається в машині зі скінченним об'ємом пам'яті. З цієї причини область аналізу має бути десь обмежена певними віртуальними межами, у рамках яких можна побудувати різницеву сітку прийнятних для зберігання в пам'яті комп'ютера розмірів. Виділення таких віртуальних меж, саме по собі, не викликає особливих проблем. Набагато складніше поставити на таких фізично не існуючих межах такі умови для компонент електромагнітного поля, що будь-які хвилі, які проходять через них, не «відчували» б цих меж, тобто проходили б через них без спотворень і відбиття незалежно від кута падіння. У літературі такі умови прийнято називати поглинаючими (Absorbing Boundary Conditions, ABC) [227], рідше – прозорими [233, 234] або невідбивальними [235]. Постановка таких умов – нетривіальна задача математичної фізики. Застосування наближених [236–239], **VMOB** які використовувалися за часів становлення методу FDTD, приводить до хорошого поглинання хвиль, що падають на віртуальну межу по нормалі, але у випадку похилого падіння вже дають відчутне відбиття, що не дозволяє використовувати їх у прецизійних чисельних експериментах. Пошуки більш точних умов привели до винайдення техніки ідеально узгодженого шару (Perfectly Matched Layer, PML) [240-243], яка дозволила значно придушити відбиття від віртуальної межі при похилому падінні хвиль на неї. Такі PML до цього часу залишаються найпопулярнішим способом організації поглинаючих віртуальних меж обчислювальної області [227]. Однак і метод PML не дозволив до кінця вирішити проблему обмеження розрахункового простору: навіть

невеликі рівні відбиття від віртуальних меж, які дає PML і якими в більшості випадків можна було б знехтувати, при моделюванні відкритих резонансних систем призводять до помітних спотворень процесів, що моделюються. Причина полягає в тому, що відбита хвиля, навіть малого рівня, частково повертається до резонансної системи і посилюється нею. Крім цього, є повідомлення про те, що, принаймні, окремі модифікації методу PML при великих (сіткових) часах прогонки різницевої схеми можуть призводити до нефізічного зростання розв'язків відповідних модельних задач [244, 245]. Специфіка ж задач, що пов'язані з моделюванням роботи активних компресорів, вимагає коректного моделювання тривалих перехідних хвильових процесів у принципово резонансних пристроях.

Рішенням проблеми обмеження розрахункового простору стало відкриття точних поглинаючих умов (ТПУ), які були вперше наведені в піонерських роботах [246-250]. Ці умови строго випливають із рівнянь Максвелла і пов'язують компоненту електромагнітного поля з її нормальною похідною на координатній віртуальної межі або поверхні. Характерною особливістю цих умов є їх нелокальність як за просторовою, так і за часовою змінними. Перше означає необхідність обчислення на кожному часовому шарі різницевої схеми інтегралів по віртуальній межі (або поверхні), що, хоча й ускладнює комп'ютерну реалізацію, але, в остаточному підсумку, не вимагає значних обчислювальних ресурсів. Друге – необхідність зберігати «історію» хвилі (точніше, її просторових фур'є-гармонік) на віртуальній межі в усі часи від початкового до поточного і обчислювати на кожному часовому шарі інтеграли типу згортки (т. зв. каузальна згортка) цієї «історії» з деяким ядром, яке, взагалі кажучи, слабо згасає. Це стало серйозною перешкодою для швидкого впровадження ТПУ в практику моделювання за допомогою скінченнорізницевих методів, тому що вимагало значних витрат оперативної пам'яті і процесорного часу. Проте в роботах [251–256] було встановлено, що такі ТПУ задовольняють основній вимозі, яка висувається у процесі побудови строгих математичних моделей дифракції хвиль у відкритих областях аналізу: похибка, що вноситься ними в розв'язок, менше за похибку різницевої схеми, і вони можуть бути використані як умови на віртуальних межах, що дозволяють зводити відкриті задачі до еквівалентних їм закритих. Останнє твердження строго доведене в [257].

Крім цього, у [254–256, 258, 259] з нелокальних ТПУ були виведені та досліджені умови локальні за просторовою і часовою змінними для прямокутних віртуальних меж відкритого простору і поперечного перерізу напівнескінченних хвилеводів з ідеально провідними стінками. Ці умови так само є точними, але при чисельній реалізації дають гіршу точність порівняно з нелокальними ТПУ, а в окремих випадках (наприклад, у перерізах хвилеводів), за дуже великих часів розрахунку можуть призводити до нефізічного зростання шуканих розв'язків [14]. Однак якість локальності, простота реалізації в декартовій різницевій сітці і менший рівень відбиття від віртуальної межі, ніж у РМL, роблять такі умови привабливими для чисельного моделювання хвильових процесів.

Наступним важливим кроком у розвитку ТПУ стала робота [6], в якій було запропоновано алгоритм швидкого обчислення каузальних згорток, що виникають у нелокальних умовах. Цей алгоритм заснований на розбитті ніжньотрикутної матриці, яку одержують після дискретизації згортки, на квадратні блоки розміром, що дорівнює степені двійки, і подальшому матричному перемноженню цих блоків на відповідні елементи вектора-стовпця зі значеннями «історії» хвилі, що проходить. Використовуючи теорему про згортку та процедури швидкого перетворення Фур'є, вдалося радикально зменшити час обчислення як окремих матричних добутків таких квадратних блоків, так і всієї згортки в цілому. Як приклад можна зазначити, що без такої оптимізації за швидкістю можливості комп'ютерних програм, оснащених нелокальними ABC, дозволяли проганяти різницеві схеми приблизно до  $10^4$ часових шарів, після чого швидкість перерахунку одного часового шару падала до неприйнятно низького рівня. Після оптимізації з'явилася можливість прорахунку таких різницевих схем до часових шарів з номерами  $10^9$  і вище. Нарешті, ще одне вдосконалення нелокальних ТПУ (див. [14] і п. 2.7.2) дозволило гнучко керувати пам'яттю комп'ютера, яка витрачається на каузальні згортки. Ідея цього удосконалення полягає в перенесенні більшої частини «історії» хвилі на віртуальній межі та відповідної частини ядра на жорсткий диск комп'ютера і зверненні до цих файлів у порівняно рідкісні моменти, коли ця інформація потрібна для перерахунку різницевої схеми на один крок за часом. Така організація обчислень дозволила істотно скоротити витрату оперативної пам'яті комп'ютера при програмуванні різницевих схем. В окремих чисельних експериментах, що були виконані автором (наприклад, обчислення коефіцієнтів проходження через хвилевідні вигини – див. підрозділ 3.3, рис. 3.17), сумарний обсяг інформації, що зберігається на жорсткому диску (десятки гігабайтів), перевищував сумарний об'єм оперативної пам'яті, виділеної під різницеву сітку, включаючи всі допоміжні масиви (десятки мегабайтів), у сотні разів.

У цілому, як показала практика чисельного моделювання, ТПУ виправдали покладені на них сподівання і дозволили будувати якісні та ефективні алгоритми для розв'язання задач у часовій області. (Більш детальний огляд цих ТПУ міститься в [14].) Це відкриває перспективу використання методу скінченних різниць у часовій області, оснащеного ТПУ, для повноцінного і продуктивного моделювання роботи активних компресорів.

У розділі 2 цієї роботи описано строгу фізико-математичну модель широкого класу двовимірних відкритих електродинамічних структур, які можуть містити у своєму складі активні (параметричні) елементи. Одним з окремих випадків таких структур є активні компресори – як одно-, так і двоступеневі. Цю модель побудовано на строгій постановці відкритої початково-крайової задачі, зведенні її за допомогою точних поглинаючих умов до еквівалентної задачі в закритій області аналізу і на подальшому її чисельному розв'язанні методом FDTD. У розділах 3 і 4 представлено результати низки чисельних експериментів, що були проведені в рамках цієї моделі: синтезовані кілька прототипів пасивних і активних компресорів.

## 1.4 Висновки до розділу 1

Огляд сучасного стану техніки пасивного й активного стиснення ЕМІ показує, що в цій галузі залишається багато важливих і невирішених проблем. Це призводить до того, що прогрес у напрямку збільшення такого ключового параметра компресорів, як посилення імпульсної потужності, в останні кілька десятиліть у цілому відсутній. Основна причина цього – використання дослідниками наближених методів аналізу хвильових процесів, ШО відбуваються в таких пристроях, а також необґрунтоване перенесення інтуїтивних уявлень про рух хвиль із частотної області в часову. Останнє стосується як пасивної компресії (кінематичне уявлення про поширення частотних складових імпульсу як окремих «частинок»), так і активної (популярне уявлення про роботу інтерференційного перемикача за двома сталими станами «ввімкнено» і «вимкнено», без деталізації перехідних процесів).

З цих причин актуальною задачею є побудова строгих методів моделювання та аналізу процесів стиснення ЕМІ, які дозволили б вивчити їх більш детально. До числа першочергових проблем, на вирішення яких мають бути спрямовані ці методи, належать такі:

- проблема визначення точного часового профілю імпульсу, який стискається в середовищі або хвилевідному тракті з дисперсією групової швидкості:
- проблема точного визначення динамічних (перехідних) характеристик процесів накопичення енергії зовнішнього НВЧ-джерела в накопичувальному резонаторі, її перекачування до резонатора другого ступеня (за його наявності) і виведення у відвідний хвилевід або вільний простір;

 проблема з'ясування фізики перемикання інтерференційних перемикачів у процесі переведення їх активних елементів з непровідного в провідний стан (і навпаки).

Моделі, в основу яких будуть покладені такі методи, мають бути достатньо строгими і гнучкими для вивчення широкого класу структур, що становлять інтерес для конструювання як активних, так і пасивних компресорів ЕМІ.

#### **РОЗДІЛ 2**

# ПЕРЕХІДНІ ТА УСТАЛЕНІ ПРОЦЕСИ: ПОСТАНОВКА МОДЕЛЬНИХ ПОЧАТКОВО-КРАЙОВИХ ЗАДАЧ І МЕТОДИ ЇХ РОЗВ'ЯЗАННЯ

# 2.1 Вступ

Бурхливе зростання комп'ютерних технологій, що триває в останні кілька десятиліть, стирає грань між теоретичною і прикладною фізикою: чисельне (математичне) моделювання явищ або процесів, які досліджуються, надає дослідникам часто набагато більше інформації, ніж аналогічний натурний експеримент і, в кінцевому підсумку, дозволяє значно скоротити витрати на проведення останнього. В електродинаміці така тенденція проявляється, мабуть, найбільшою мірою, оскільки цей розділ науки будується на рівняннях (Максвелла), що мають просте і наочне фізичне трактування, і має, в той же час, дуже широкий спектр практичних застосувань.

Ключовим моментом при цьому є побудова коректних математичних моделей, які б при наявності неминучих внутрішніх ідеалізацій адекватно відповідали фізиці явищ, що досліджуються. В контексті електродинамічних застосувань є два принципово різних підходи до побудови таких математичних моделей: методологія частотної і часової області. У першому випадку до рівнянь Максвелла спочатку застосовують інтегральне перетворення Фур'є за змінною часу і переходять до частотного параметру, для окремих значень якого потім будуються рішення відповідних крайових задач, що описують процеси дифракції та/або випромінювання хвиль. У другому випадку дослідник оперує з рівняннями для невідомих функцій часу і спочатку будує рішення початковокрайових задач, фур'є-перетворення якого потім дозволяє визначити частотні характеристики об'єкта, що досліджується. Методи частотної області, як правило, вимагають менше обчислювальних ресурсів (оперативної пам'яті, процесорного часу), ніж методи часової області, зате останні більш універсальні і можуть бути відносно легко адаптовані для моделювання об'єктів практично довільної геометрії. У даній роботі зроблено вибір на користь часового підходу. Головним аргументом на користь такого вибору, стала можливість моделювання динамічних елементів, тобто елементів з змінюваними у часі електричними параметрами. Як було зазначено у розділі 1, основні недосліджені питання функціонування активних компресорів ЕМІ пов'язані з перехідними процесами, що протікають при перемиканні їх активних елементів. З цієї причини для детального дослідження фізики таких нестаціонарних явищ необхідний надійний математичний «інструмент», який дозволив би оперувати з об'єктами, електричні параметри яких можуть змінюватися в часі по наперед заданим законам.

У даній роботі таким «інструментом» служать коректно поставлені початково-крайові задачі для рівнянь Максвелла в декартовій або циліндричній системі координат, рішення яких будується методом FDTD [227]. Задачі в декартовій системі координат мають трансляційну симетрію з довільним вектором трансляції, що колінеарний осі *x*, в циліндричній системі координат – радіальної симетрією. У цьому розділі наведена вся необхідна інформація, що стосується постановки таких задач, їх дискретизації і тестування фінальних обчислювальних алгоритмів і комп'ютерних програм (солверів).

### 2.2 Загальні положення

Загальний вигляд модельних задач, що розглядаються в даній роботі, показано на рис. 2.1. Рис. 2.1 (а) відповідає задачам в декартовій системі координат  $\{x, y, z\}$ , в яких елементи конструкції і компоненти поля не залежать від координати x. Рис. 2.1 (б), (в) – в циліндричній системі координат

Області зі зовнішнім струмом



Рисунок 2.1 – Загальний вид геометрії двовимірних модельних задач, що розглядаються, в декартовій (а) і циліндричній системі координат у відкритому просторі (б) і півпросторі (в)

 $\{\rho, \phi, z\}$  при відсутності залежності від координати  $\phi$ . Тут через **М** позначено координатні проекції металевих елементів (з ідеальною провідністю) на площину (y, z), через **B** – проекції меж між діелектриками з різними параметрами на цю ж площину, через **C** – проекції ребер, тобто ліній на металевих і діелектричних поверхнях, де їх вектор нормалі зазнає розрив. **Q**<sub>L</sub> – область аналізу (обчислювальна область), яка обмежена, в загальному випадку, віртуальною межею **L** – прямокутною в декартовій системі координат або напівкруглою в циліндричній (для випадку на рис. 2.1 (в) ця межа – чверть окружності). Віртуальні межі **L**<sub>1</sub>, **L**<sub>2</sub>, ..., **L**<sub>M</sub>, обмежують обчислювальну область в поперечних перерізах напівнескінченних хвилеводів число яких *M* може бути довільним, але скінченним. У декартовій системі координат це плоскопаралельні хвилеводи, в циліндричній – це співвісні круглий і круглі коаксіальні хвилеводи.

Кожен хвилевідний вузол може мати, взагалі кажучи, довільну геометрію і вихід до нескінченно віддаленої точки як через напівнескінченні хвилеводи, так і через розриви у зовнішній металевій оболонці. Якщо такі розриви задані, то має місце задача випромінювання, в іншому випадку розглядається чисто хвилевідний вузол. Для задач випромінювання може бути встановлена певна «опорна» окружність (півколо для випадку на рис. 2.1 (б), чверть кола для рис. 2.1 (в)) радіуса R, за розподіленням поля на якій може бути розрахована діаграма направленості відповідного випромінювача (див. нижче). Така окружність повинна містити в собі всі істотні джерела й розсіювачі поля.

Збуджуватися структури, що досліджуються, можуть або однією зі власних хвиль  $U^{inc,m}$  напівнескінченних хвилеводів (U – одна з поперечних компонент поля, m – номер хвилеводу, див. нижче), або локальними сторонніми струмовими джерелами, як електричного, так і магнітного типу (рис. 2.1).

Роторні рівняння Максвелла для яких ставиться початково-крайова задача в системі одиниць СІ мають такий вигляд [227]

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial \tau} - \vec{M} , \qquad \operatorname{rot} \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial \tau} + \vec{J} , \qquad (2.1)$$

i

$$\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E} , \qquad \qquad \vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H} , \qquad (2.2)$$

$$\vec{J} = \vec{J}_{src} + \sigma \vec{E}, \qquad \qquad \vec{M} = \vec{M}_{src} + \delta \vec{H}, \qquad (2.3)$$

де 
$$\tau$$
 – час (с);

 $\vec{E}$  – вектор напруженості електричного поля (В/м);

- $\vec{H}$  вектор напруженості магнітного поля (А/м);
- $\vec{D}$  вектор електричної індукції (Кл/м<sup>2</sup>);
- $\vec{B}$  вектор магнітної індукції (Вб/м<sup>2</sup>);
- $\vec{J}$  вектор щільності електричного струму (А/м<sup>2</sup>);
- $\vec{M}$  вектор щільності магнітного струму (В/м<sup>2</sup>);
- σ питома електрична провідність середовища (См/м);
- δ магнітні втрати середовища (Ом/м);
- $\varepsilon_0 = 1/\mu_0 c^2$  електрична стала (Ф/м);
- $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  магнітна стала (Гн/м);
- *c* = 299792458 швидкість світла у вакуумі (м/с);

ε, μ – відносна діелектрична і магнітна проникності середовища.

Індекс «src» в (2.3) вказує, на те, що відповідні струми є сторонніми джерелами поля. Зробимо в (2.1) наступну заміну змінної часу [253-261]

$$t = c\tau = \tau / \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} . \tag{2.4}$$

Матимемо

$$\operatorname{rot}\vec{E} = -\eta_0 \frac{\partial \left(\mu \vec{H}\right)}{\partial t} - \vec{M}_{src} - \delta \vec{H}, \qquad (2.5)$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \frac{1}{\eta_0} \frac{\partial \left(\varepsilon \vec{E}\right)}{\partial t} + \vec{J}_{src} + \sigma \vec{E} , \qquad (2.6)$$

де  $\eta_0 = \mu_0 c = 376,730...$  Ом – імпеданс вільного простору або хвильовий опір вакууму.

Заміна (2.4) приводить до модельного часу (далі будемо називати його просто часом), що має розмірність довжини. Оперування такою змінною часу виявляється досить зручним при порівнянні просторово-часових характеристик імпульсних полів з просторовими розмірами елементів, з якими ці поля взаємодіють: поздовжні і поперечні розміри хвилеводів, апертури антен, періоди дифракційних ґраток та ін. Цю зручність обумовлено, в першу чергу, тим, що в процесі такого порівняння відпадає необхідність в додатковому множенні тривалості імпульсу, яка, як правило, вимірюється в кратних долях секунди, на швидкість світла у вакуумі. (Прикладом такого спрощення зіставлення просторових і часових масштабів може служити рис. 4.72 з демонструється розпливання підрозділу 4.10, де оптичного імпульсу тривалістю (суттєвої частини) 30 мкм (≈0,1 пс) в імпульс довжиною приблизно в 0,3 мм (≈1 пс) після проходження їм в повітрі відстані в 1 м.)

Крім цього, заміна (2.4) приводить до одиничного безрозмірного значенням швидкості світла у вакуумі: c = 1, що, в свою чергу, спрощує деякі математичні співвідношення, що містять величину c. Наприклад, точні поглинаючі умови на віртуальних межах області аналізу (див, підрозділи 2.3–2.5).

Запишемо тепер роторні рівняння (2.5), (2.6) в розгорнутому вигляді [262] в декартових

$$\begin{cases} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -\eta_0 \frac{\partial (\mu H_x)}{\partial t} - M_{src,x} - \delta H_x \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -\eta_0 \frac{\partial (\mu H_y)}{\partial t} - M_{src,y} - \delta H_y \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -\eta_0 \frac{\partial (\mu H_z)}{\partial t} - M_{src,z} - \delta H_z \end{cases}$$
(2.7)

$$\left[\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \frac{1}{\eta_0} \cdot \frac{\partial (\varepsilon E_x)}{\partial t} + J_{src,x} + \sigma E_x - \frac{\partial H_z}{\partial z} = \frac{1}{\eta_0} \cdot \frac{\partial (\varepsilon E_y)}{\partial t} + J_{src,y} + \sigma E_y - \frac{\partial H_x}{\partial y} = \frac{1}{\eta_0} \cdot \frac{\partial (\varepsilon E_z)}{\partial t} + J_{src,z} + \sigma E_z$$
(2.8)

і циліндричних

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial E_{z}}{\partial \phi} - \frac{\partial E_{\phi}}{\partial z} = -\eta_{0}\frac{\partial \left(\mu H_{\rho}\right)}{\partial t} - M_{src,\rho} - \delta H_{\rho}$$

$$\frac{\partial E_{\rho}}{\partial z} - \frac{\partial E_{z}}{\partial \rho} = -\eta_{0}\frac{\partial \left(\mu H_{\phi}\right)}{\partial t} - M_{src,\phi} - \delta H_{\phi} \qquad (2.9)$$

$$\frac{1}{\rho}\left[\frac{\partial \left(\rho E_{\phi}\right)}{\partial \rho} - \frac{\partial E_{\rho}}{\partial \phi}\right] = -\eta_{0}\frac{\partial \left(\mu H_{z}\right)}{\partial t} - M_{src,z} - \delta H_{z}$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial H_{z}}{\partial \phi} - \frac{\partial H_{\phi}}{\partial z} = \frac{1}{\eta_{0}} \frac{\partial \left(\varepsilon E_{\rho}\right)}{\partial t} + J_{src,\rho} + \sigma E_{\rho}$$

$$\frac{\partial H_{\rho}}{\partial z} - \frac{\partial H_{z}}{\partial \rho} = \frac{1}{\eta_{0}} \frac{\partial \left(\varepsilon E_{\phi}\right)}{\partial t} + J_{src,\phi} + \sigma E_{\phi} \qquad (2.10)$$

$$\frac{1}{\rho} \left[ \frac{\partial \left(\rho H_{\phi}\right)}{\partial \rho} - \frac{\partial H_{\rho}}{\partial \phi} \right] = \frac{1}{\eta_{0}} \frac{\partial \left(\varepsilon E_{z}\right)}{\partial t} + J_{src,z} + \sigma E_{z}$$

координатах. Припускаючи в (2.7), (2.8)  $\partial/\partial x \equiv 0$  отримаємо наступні уявлення рівнянь Максвелла, що описують хвилі двох незалежних поляризацій:

$$\begin{cases} \frac{1}{\eta_{0}} \cdot \frac{\partial \left(\varepsilon E_{y}\right)}{\partial t} = \frac{\partial H_{x}}{\partial z} - \sigma E_{y} - J_{src,y} \\ \frac{1}{\eta_{0}} \cdot \frac{\partial \left(\varepsilon E_{z}\right)}{\partial t} = -\frac{\partial H_{x}}{\partial y} - \sigma E_{z} - J_{src,z} \\ \eta_{0} \frac{\partial \left(\mu H_{x}\right)}{\partial t} = -\left(\frac{\partial E_{z}}{\partial y} - \frac{\partial E_{y}}{\partial z}\right) - \delta H_{x} - M_{src,x} \end{cases}$$
(2.11)

для H - поляризованих хвиль, для котрих  $H_x, E_y, E_z \neq 0$  і  $M_{src,x}, J_{src,y} \neq 0, i$ 

$$\begin{cases} \eta_{0} \frac{\partial \left(\mu H_{y}\right)}{\partial t} = -\frac{\partial E_{x}}{\partial z} - \delta H_{y} - M_{src,y} \\ \eta_{0} \frac{\partial \left(\mu H_{z}\right)}{\partial t} = \frac{\partial E_{x}}{\partial y} - \delta H_{z} - M_{src,z} \\ \frac{1}{\eta_{0}} \cdot \frac{\partial \left(\epsilon E_{x}\right)}{\partial t} = \frac{\partial H_{z}}{\partial y} - \frac{\partial H_{y}}{\partial z} - \sigma E_{x} - J_{src,x} \end{cases}$$
(2.12)

для *E*- поляризованих хвиль, для котрих  $E_x$ ,  $H_y$ ,  $H_z \neq 0$  і  $J_{src,x}$ ,  $M_{src,y}$ ,  $M_{src,z} \neq 0$ . Аналогічно для задач в циліндричній системі координат з (2.9), (2.10) при  $\partial/\partial \phi \equiv 0$  слідує

$$\begin{cases} \frac{1}{\eta_{0}} \frac{\partial \left(\varepsilon E_{\rho}\right)}{\partial t} = -\frac{\partial H_{\phi}}{\partial z} - \sigma E_{\rho} - J_{src,\rho} \\ \frac{1}{\eta_{0}} \frac{\partial \left(\varepsilon E_{z}\right)}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \left(\rho H_{\phi}\right)}{\partial \rho} - \sigma E_{z} - J_{src,z} \\ \eta_{0} \frac{\partial \left(\mu H_{\phi}\right)}{\partial t} = -\left(\frac{\partial E_{\rho}}{\partial z} - \frac{\partial E_{z}}{\partial \rho}\right) - \delta H_{\phi} - M_{src,\phi} \end{cases}$$
(2.13)

для H - поляризованих ( $H_{\phi}, E_{\rho}, E_{z} \neq 0$  і  $M_{src,\phi}, J_{src,\rho}, J_{src,z} \neq 0$ ) і

62

$$\begin{cases} \eta_{0} \frac{\partial \left(\mu H_{\rho}\right)}{\partial t} = \frac{\partial E_{\phi}}{\partial z} - \delta H_{\rho} - M_{src,\rho} \\ \eta_{0} \frac{\partial \left(\mu H_{z}\right)}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \left(\rho E_{\phi}\right)}{\partial \rho} - \delta H_{z} - M_{src,z} \\ \frac{1}{\eta_{0}} \frac{\partial \left(\epsilon E_{\phi}\right)}{\partial t} = \frac{\partial H_{\rho}}{\partial z} - \frac{\partial H_{z}}{\partial \rho} - \sigma E_{\phi} - J_{src,\phi} \end{cases}$$
(2.14)

для *Е*-поляризованих ( $E_{\phi}, H_{\rho}, H_{z} \neq 0$  і  $J_{src,\phi}, M_{src,\rho}, M_{src,z} \neq 0$ ) хвиль. При вивченні хвилевідних вузлів зручніше використовувати позначення *TM* - і *TE* хвилі, які однозначно відповідають *H* - і *E* - поляризаціям, що описані вище.

Хвилі, що поширюються в регулярних напівнескінченних хвилеводах, можуть бути розкладені по системі ортонормованих власних функцій хвилеводу. Далі будуть використані наступні розкладання [258–260].

Для будь-якої з поперечних компонент U = U(y, z, t) поля плоскопаралельного хвилеводу шириною W

$$U(y,z,t) = \sum_{n} u_{n}(z,t) \mu_{n}(y), \qquad u_{n}(z,t) = \int_{0}^{W} U(y,z,t) \mu_{n}(y) dy \qquad (2.15)$$

де  $u_n(z,t)$  – просторово-часові амплітуди (або еволюційні базиси [258, 259]) імпульсної хвилі і

$$\int_{0}^{W} \mu_{n}(y) \mu_{m}(y) dy = \begin{cases} 1, & m = n, \\ 0, & m \neq n. \end{cases}$$
 (2.16)

Для  $TM_n$ -хвиль (n = 0, 1, ...)

$$\mu_n(y) = \begin{cases} \sqrt{1/W}, & n=0\\ \sqrt{2/W}\cos(\lambda_n y), & n>0 \end{cases}, \qquad \lambda_n = \frac{n\pi}{W}, \qquad (2.17)$$

$$\mu_n(y) = \sqrt{2/W} \sin(\lambda_n y), \qquad \lambda_n = \frac{n\pi}{W}, \qquad n = 1, 2, \dots$$
 (2.18)

для  $TE_n$ -хвиль. (Тут передбачається, що вісь *z* декартової системи координат направлена вздовж хвилеводу і поєднана з однією з його стінок,  $\lambda_n$  – власні поперечні числа хвилеводу.)

Для  $\rho$ - і  $\phi$ - компонент поля круглого хвилевода радіусом  $b \ (0 \le \rho \le b)$ 

$$U(\rho,z,t) = \sum_{n} u_{n}(z,t) \mu_{n}(\rho), \qquad u_{n}(z,t) = \int_{0}^{b} U(\rho,z,t) \mu_{n}(\rho) \rho d\rho \qquad (2.19)$$

$$\int_{0}^{b} \mu_{m}(\rho) \mu_{n}(\rho) \rho d\rho = \begin{cases} 1, & m = n, \\ 0, & m \neq n. \end{cases}$$
(2.20)

Для  $TM_{0n}$ -хвиль (n = 1, 2, ...)

$$\mu_n(\rho) = \frac{\sqrt{2}}{b} \frac{J_1(\lambda_n \rho)}{J_1(\lambda_n b)}, \qquad (2.21)$$

і  $\lambda_n > 0$  – корені рівняння  $J_0(\lambda_n b) = 0$ . ( $J_m(z)$  – функція Бесселя.) Для  $TE_{0n}$ хвиль (n = 1, 2, ...)

$$\mu_n(\rho) = \frac{\sqrt{2}}{b} \frac{J_1(\lambda_n \rho)}{J_0(\lambda_n b)}, \qquad (2.22)$$

и  $\lambda_n > 0$  – корені рівняння  $J_1(\lambda_n b) = 0$ .

Для  $\rho$ - і  $\phi$ - компонент круглого коаксіального хвилевода ( $b \le \rho \le a$ )

64 i

$$U(\rho,z,t) = \sum_{n} u_{n}(z,t) \mu_{n}(\rho), \quad u_{n}(z,t) = \int_{b}^{a} U(\rho,z,t) \mu_{n}(\rho) \rho d\rho, \quad (2.23)$$

$$\int_{a}^{b} \mu_{m}(\rho) \mu_{n}(\rho) \rho d\rho = \begin{cases} 1, & m = n, \\ 0, & m \neq n, \end{cases}$$
(2.24)

де, у випадку  $TM_{0n}$ -хвиль (n = 0, 1, ...)

$$\mu_0(\rho) = \frac{1}{\rho \sqrt{\ln a/b}}, \quad \mu_n(\rho) = \frac{\sqrt{2} \cdot \tilde{G}_1(\lambda_n, \rho)}{\sqrt{a^2 \tilde{G}_1^2(\lambda_n, a) - b^2 \tilde{G}_1^2(\lambda_n, b)}}, \quad (2.25)$$

$$\tilde{G}_{q}(\lambda,\rho) = J_{q}(\lambda\rho)N_{0}(\lambda a) - J_{0}(\lambda a)N_{q}(\lambda\rho), \qquad (2.26)$$

і  $\lambda_0 = 0$ ,  $\lambda_n > 0$  (n = 1, 2, ...) – корені рівняння  $\tilde{G}_1(\lambda_n, b) = 0$ . У випадку  $TE_{0n}$  хвиль (n = 1, 2, ...)

$$\mu_n(\rho) = \frac{\sqrt{2} \cdot G_1(\lambda_n, \rho)}{\sqrt{a^2 G_0^2(\lambda_n, a) - b^2 G_0^2(\lambda_n, b)}}, \qquad (2.27)$$

$$G_{q}(\lambda,\rho) = J_{q}(\lambda\rho)N_{1}(\lambda b) - J_{1}(\lambda b)N_{q}(\lambda\rho), \qquad (2.28)$$

і  $\lambda_n > 0$  – корені рівняння  $G_1(\lambda_n, a) = 0$ .

Розкладання, що аналогічні до (2.15), (2.19) і (2.23), для поздовжніх компонент імпульсних хвиль в хвилеводах можуть бути отримані відповідним диференціюванням і подальшим ортонормуванням функцій  $\mu_n(...)$ , що наведено вище.

Поля у вільному просторі (рис. 2.1 (б)) і півпросторі (рис. 2.1 (в)) також допускають розкладання по системі ортогональних (і ортонормованих) функцій. Для цього введемо сферичну систему координат  $\{r, \theta, \phi\}$ , в якій на сфері фіксованого радіуса  $r (0 \le \theta \le \pi)$  при  $\phi = const$  [258–260]

$$U(r,\theta,t) = \sum_{n} u_{n}(r,t) \mu_{n}(\cos\theta), \quad u_{n}(r,t) = \int_{0}^{\pi} U(r,\theta,t) \mu_{n}(\cos\theta) \sin\theta d\theta. \quad (2.29)$$

Тут U – або  $\theta$ -, або  $\phi$ -компонента поля, і незалежно від поляризації, що розглядається,

$$\mu_n(\cos(\theta)) = \sqrt{\frac{2n+1}{2n(n+1)}} P_n^1(\cos\theta), \qquad n = 1, 2, 3, \dots$$
(2.30)

 $(P_n^1(x) -$ приєднані функції Лежандра першого роду).

Для вільного півпростору (рис. 2.1 (в)) функції  $\mu_n$  отримуються з (2.30), полагая n = 2k (k = 1, 2, 3, ...) для  $TE_{0n}$ -хвиль, і n = 2k - 1 (k = 1, 2, 3, ...) для  $TM_{0n}$ -хвиль. Верхня границя в інтегралі (2.29) при цьому дорівнює  $\pi/2$ ( $0 \le \theta \le \pi/2$ ).

Далі розглянемо співвідношення, що пов'язують просторово-часові амплітуди  $u_n(z,t)$  і їх похідні  $\partial u_n(z,t)/\partial z$ , які будуть використані при постановці початково-крайових задач.

# 2.3 Точні нелокальні граничні умови для хвиль в регулярних напівнескінченних хвилеводах

Для просторово-часових амплітуд  $u_n(z,t)$  будь-якої з поперечних компонент хвиль U(g,t)  $(g = \{y,z\})$  або  $g = \{\rho,z\})$  в напівнескінченних хвилеводах з ідеально провідними стінками в роботах [246–260] було отримано інтегро-диференціальні співвідношення, що зв'язують компоненту поля з її поздовжньої похідною. Наведемо тут ці співвідношення для загального

66

випадку, коли напівнескінченної хвилевід заповнено однорідним ізотропним середовищем з відносною діелектричною  $\varepsilon$  і магнітною  $\mu$  проникністю і питомою провідністю  $\sigma$  [10]:

$$u_{n}(z,t) = \mp \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \int_{0}^{t-\sqrt{\varepsilon\mu}|z-z_{0}|} \frac{\partial u_{n}(z_{0},\tau)}{\partial z} \cdot \tilde{K}_{0}(t-\tau,z-z_{0})d\tau, \qquad (2.31)$$

$$u_{n}(z,t) = \mp \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \int_{0}^{t} \frac{\partial u_{n}(z,\tau)}{\partial z} \cdot K_{0}(t-\tau) d\tau, \qquad (2.32)$$

$$\frac{\partial u_n(z,t)}{\partial z} = \mp \sqrt{\varepsilon \mu} \left[ \frac{\partial u_n(z,t)}{\partial t} + s u_n(z,t) \right] + \eta_n \int_0^t \frac{\partial u_n(z,\tau)}{\partial z} \cdot K_1(t-\tau) d\tau, \quad (2.33)$$

$$\frac{\partial u_n(z,t)}{\partial z} = \mp \sqrt{\varepsilon \mu} \left[ \frac{\partial u_n(z,t)}{\partial t} + s u_n(z,t) + \eta_n \int_0^t u_n(z,\tau) K_1'(t-\tau) d\tau \right], \quad (2.34)$$

де

$$s = \sigma \eta_0 / 2\varepsilon, \quad \eta_n = \sqrt{\lambda_n^2 / \varepsilon \mu - s^2} \quad (\lambda_n \ge \varepsilon \mu s^2),$$
 (2.35)

$$\tilde{K}_{0}(\Delta t, \Delta z) = \exp(-s\Delta t) J_{0}\left(\eta_{n}\sqrt{(\Delta t)^{2} - \varepsilon\mu(\Delta z)^{2}}\right), \qquad (2.36)$$

$$K_0(t) = \exp(-st) J_0(\eta_n t), \qquad (2.37)$$

$$K_1(t) = \exp(-st) J_1(\eta_n t), \qquad (2.38)$$

$$K'_{1}(t) = \exp(-st)J_{1}(\eta_{n}t)/t.$$
 (2.39)

Тут передбачається, що z – поздовжня вісь хвилеводу, верхній знак відповідає хвилям, що поширюються в бік z, що зростають, нижній – в бік, що убувають, і  $J_m(...)$  – функція Бесселя.

Співвідношення (2.31) – (2.34) є точними, – вони строго слідують з рівнянь Максвелла, і описують як хвилі, що поширюються в хвилеводі, так і еванесцентні хвилі, тобто такі, спектр яких лежить нижче відповідної критичної частоти. Рівність (2.31) пов'язує поле і його поздовжню похідну, які задано в різних перерізах хвилеводу, в той час як (2.32)–(2.34) виведені для одного

перерізу. Кожне із співвідношень (2.32)–(2.34) може бути використано в якості поглинаючої граничної умови на віртуальній межі, яка співпадає з поперечним перерізом хвилеводу, що було перевірено в багатьох експериментах, виконаних за допомогою оригінальних комп'ютерних програм. Це – нелокальних точні умови, про які йшла мова в розділі 1. (У даній роботі для обмеження розрахункового простору було використано умову (2.34), як найбільш оптимальну для організації машинних обчислень.)

Однак практична значущість рівностей (2.31)–(2.34) не обмежується тільки лише можливістю організації «ідеального» поглинання хвиль на віртуальних межах обчислювальної області (хоча і сама по собі така можливість є унікальною).

Серйозним недоліком методу FDTD на сучасному етапі його розвитку є невирішена по суті проблема збудження об'єктів, що моделюються цим методом, імпульсними хвилевідними хвилями (або модами - в тому числі і вищими), що приходять з напівнескінченних хвилеводів [263]. Один із запропонованих варіантів вирішення цієї проблеми передбачає [227, 228] завдання певних еквівалентних джерел струму або напруги, розподілених в деякому фіксованому перерізі хвилеводу відповідно до структури необхідної власної хвилі, і мають заданий часовий профіль. Очевидним недоліком такої реалізації є збудження двох симетричних хвиль, що йдуть від цього перерізу. В ідеалі, одна з них повинна повністю поглинатися віртуальною межею (як правило, це РМL-шар в поперечному перерізі хвилеводу). В реальності, за відсутності якісних поглинаючих умов, домогтися повного поглинання цієї хвилі не вдається, і частина її відбивається назад, в обчислювальну область, що призводить ДО неконтрольованого зростання похибки В даних, ЩО одержуються.

Крім того, пропонуються різні варіанти вбудовування в різницеві схеми таких сторонніх джерел: т.зв. «жорсткі» і «м'які» джерела (hard and soft sources) [227], які при чисельній реалізації призводять до своїх проблем, пов'язаних вже чисто зі специфікою таких об'єктів. Наприклад, «жорстке» джерело вимагає в

моменти свого функціонування безпосереднього (жорсткого) присвоєння вузлам сітки в перерізі хвилеводу заданих значень компонент поля; після ж «виключення» джерела поля в цих вузлах повинні перераховуватися за стандартною різницевою схемою. Це означає, що імпульс збудження повинен бути досить коротким (або хвилевідне плече досить довгим), щоб відбита від найближчої нерегулярності хвиля не встигла повернутися в цей переріз, – в іншому випадку вона буде частково відбиватися від перерізу, де задано стороннє джерело. «М'які» джерела передбачають додавання сторонніх полів до полю, яке нараховується різницевою схемою, але можуть призводити до некоректних результатів [264].

Більш раціональний підхід до цієї проблеми полягає в поділі поблизу меж обчислювальної області повного поля  $U^{tot}(g,t)$ , яке нараховується різницевою схемою, на те, що падає  $U^{inc}(g,t)$  і те, що відбивається (розсіяне)  $U^{sct}(g,t)$ (т.зв. total-field/reflected-field modal formulation [227], с. 229). При наявності точних граничних умов для  $U^{inc}(g,t)$ і  $U^{sct}(g,t)$  такий підхід дійсно може гарантувати коректне вбудовування поля первинної хвилі в різницеву схему. Однак, за винятком робіт харківської радіофізичної школи (див. підрозділ 1.3), в арсеналі дослідників таких точних умов немає, - саме тому довелося винаходити такий нефізичний об'єкт, як РМL-шар. Ця відсутність змушує розробників програмного забезпечення, що використовує метод FDTD, вдаватися до різного роду хитрощів. Наприклад, зміщувати переріз хвилеводу, де відбувається збудження сторонньої хвилею, всередину обчислювальної області, розділяючи її тим самим на підобласть, де нараховується повне поле і підобласть, де є тільки відбите поле, що падає на поглинаючу межу. Досягти ідеального стикування цих підобластей не вдається, що тягне за собою нові проблеми і обмеження. Наприклад, вказується ([227], стор. 230), що дисперсія хвилеводу може призводити до значних похибок в часовому профілі хвилі, що падає, особливо в разі збудження широкосмуговими імпульсами, і навіть робити його зовсім невпізнанним (muddy), в разі, якщо спектр первинної хвилі

лежить частково нижче частоти відсічки робочої моди. Такі «побічні ефекти» змушують поставити під сумнів практичну цінність запропонованого методу збудження об'єктів, що моделюються, імпульсними модами, особливо при проведенні прецизійних численних експериментів.

Співвідношення (2.31)–(2.34) дозволяють повністю вирішити проблему збудження (модельних об'єктів) імпульсними хвилевідними модами без додаткових спрощуючих припущень, використовуючи техніку розподілу повного поля на межі обчислювальної області на падаюче і відбите. Цінність цих співвідношень полягає в тому, що вони є точними граничними умовами, як для розсіяного поля, так і для первинного. (Прив'язка до потрібної хвилі, – первинної або розсіяної, – визначається вибором відповідного знака в (2.31) – (2.34).) При цьому важливо, що при їх використанні вдається поєднати переріз хвилеводу, в якому здійснюється вбудовування в різницеву схему первинної хвилі, з перерізом, в якому відбувається поглинання розсіяних хвиль. Як наслідок, відпадає необхідність у поділі обчислювальної області на дві підобласті, в яких розраховуються повне і розсіяне поля, і подальшому зшиванні полів на їх спільній межі. Ці фактори суттєво спрощують комп'ютерну реалізацію солверів, що використовують метод FDTD, і підвищують їх точність і надійність.

На практиці це виглядає наступним чином. Користувач, виходячи з потреб модельної задачі, задає номер первинної хвилі *n* і часовий профіль амплітуди  $u_n^{inc}(z,t)|_{z\in L_m}$  однієї з її поперечних компонент поля на віртуальній межі  $L_m$ . Далі, перед прогоном різницевої схеми, машина розраховує за заданою функцією  $u_n^{inc}(z,t)|_{z\in L_m}$  повздовжню похідну  $\partial u_n^{inc}(z,t)/\partial z|_{z\in L_m}$  відповідно до (2.32). За необхідності, може бути обчислено первісну від  $\partial u_n^{inc}(z,t)/\partial z|_{z\in L_m}$ , що з точністю до постійного множника дає другу поперечну компоненту поля і дозволяє розрахувати, наприклад, потік вектора Пойнтінга первинної хвилі через переріз хвилеводу  $L_m$ . При прогоні різницевої схеми

функції  $u_n^{inc}(z,t)\Big|_{z\in \mathbf{L}_m}$  і  $\partial u_n^{inc}(z,t)/\partial z\Big|_{z\in \mathbf{L}_m}$  дозволяють точно виділити з повного поля хвилі, що йдуть з обчислювальної області, і розрахувати їх граничні значення на  $\mathbf{L}_m$ .

Більш докладно ця техніка скінченно-різницевої реалізації поглинаючих граничних умов описана в п. 2.7.2. Вона дозволила радикально поліпшити якість FDTD-солверів, що розробляються, і вивела їх можливості на принципово новий рівень, що дозволив моделювати високодобротні коливання в хвилевідних (і не тільки) резонаторах навіть в тих випадках, коли їх резонансна частота виявляється досить близькою до критичної частоті робочої моди хвилеводу.

Нарешті, вкажемо ще на можливість моделювання за допомогою (2.31)– (2.34) ідеальних узгоджених хвилевідних навантажень, а також на можливість використання формул (2.31) і (2.34) для перерахунку часового профілю імпульсу, що поширюється в хвилеводі, з одного його перерізу в інше. Останнє було використано в підрозділі 3.2 для моделювання пасивної компресії ЕМІ в порожнистих металевих хвилеводах.

# 2.4 Точні нелокальні граничні умови для хвиль у вільному просторі (півпросторі)

Наведемо тепер інтегро-диференціальні співвідношення для хвиль, що йдуть на нескінченність через напівкруглу віртуальну межу рис. 2.1(б) (чверть кола для випадку на рис. 2.1(в)), які можна використовувати при постановці і рішенні початково-крайових задач в циліндричній системі координат в якості точних поглинаючих умов. Ці співвідношення були отримані в сферичної системі координат  $\{r, \theta, \phi\}$ , де має місце розкладання (2.29), але за допомогою

інтерполяційних формул вони легко вбудовуються в циліндричну (декартову) сітку { ρ, z } при ф = const.

Нехай для визначеності U – це  $\phi$ -компонента поля, тоді її просторовочасові амплітуди на двох концентричних дугах радіусами L і r $(r > L, t \ge (r - L))$  в півплощині  $\phi = const$  пов'язані наступним чином

$$u_{n}(r,t) = \left(\frac{L}{r}\right)^{n+1} u_{n}\left(L,t-(r-L)\right) + \sqrt{\frac{L}{r}} \int_{0}^{t-(r-L)} \frac{\partial u_{n}(L,\tau)}{\partial t} S_{n+1/2}(r,L,t-\tau) d\tau , \quad (2.40)$$
$$S_{n+1/2}(r,L,t) = \sum_{s=1}^{n} \frac{H_{n+1/2}^{(1)}(z_{s}r)}{H_{n-1/2}^{(1)}(z_{s}L)} \cdot \frac{\exp(-iz_{s}t)}{z_{s}L}, \quad (2.41)$$

де  $H_v^{(1)}(z)$  – функція Ганкеля першого роду, і  $z_s$  – корені рівняння

$$H_{n+1/2}^{(1)}(z_s L) = 0.$$
(2.42)

Інтегрування по частинах в (2.40) приводить до більш зручної в обчислювальному плані модифікації цього інтегрального співвідношення:

$$u_{n}(r,t) = \left[ \left(\frac{L}{r}\right)^{n+1} + \sqrt{\frac{L}{r}} S_{n+1/2}(r,L,r-L) \right] u_{n}(L,t-(r-L)) - \sqrt{\frac{L}{r}} \int_{0}^{t-(r-L)} u_{n}(L,\tau) S_{n+1/2}'(r,L,t-\tau) d\tau,$$
(2.43)

де  $S'_{n+1/2}(r,L,t)$  – похідна функції  $S_{n+1/2}(r,L,t)$  по третьому аргументу:

$$S_{n+1/2}'(r,L,t) = -i\sum_{s=1}^{n} \frac{H_{n+1/2}^{(1)}(z_s r)}{H_{n-1/2}^{(1)}(z_s L)} \cdot \frac{\exp(-iz_s t)}{L}.$$
(2.44)
Співвідношення (2.40) і (2.43) є точними, – їх строгий вивід з рівнянь Максвелла можна знайти в [258–260]. (Див. також [265, 266].) При суміщенні двох дуг, (2.40) і (2.43) перетворюються в тотожності.

Характерною властивістю цих співвідношень є відсутність в них похідних по нормалі до межі. З одного боку, це дозволяє акуратно вбудовувати їх в різницеві схеми в циліндричних (декартових) сітках, уникаючи при цьому помилок при обчисленні похідних за напрямком. З іншого боку, відсутність нормальних похідних певною мірою незвично при постановці крайових і початково-крайових задач i потребує окремого експериментального підтвердження можливості використання таких умов в якості поглинаючих на віртуальних межах обчислювальної області. Важливість такої перевірки обумовлена тим, що не всяке математично строго виведене співвідношення можна використовувати для обмеження розрахункового простору різницевих схем. Приклад подібного інтегро-диференціального співвідношення, що строго слідує з рівнянь Максвелла, але приводить до розвалу різницевої схеми при використанні його в якості поглинаючої умови, наведено в (2.219) (див. підрозділ 2.10).

Чисельні експерименти, показали, що (2.43) дійсно може використовуватися в якості точної поглинаючої умови: різницеві схеми, оснащені такою умовою, демонструють стійку поведінку, а відбиття від віртуальної межі (в рамках точності різницевих схем) відсутнє.

Співвідношення (2.40) і (2.43) виглядають дещо громіздко, однак, в обчислювальному плані вони не являють собою принципових проблем. Обчислення функцій Ганкеля і множників  $H_{n+1/2}^{(1)}(z_s r)/H_{n-1/2}^{(1)}(z_s L)$ , що їх містять, виконується до запуску різницевої схеми і ніяк не позначається на швидкості її прогонки. Число доданків *n* в (2.41) і (2.44) скінченно в силу того, що функції  $H_{n+1/2}^{(1)}(z)$  – це поліноми (від зворотного аргументу) *n*-го степеня [267, 268]:

$$H_{n+1/2}^{(1)}(z) = \sqrt{\frac{2}{\pi z}} \frac{e^{iz}}{i^{n+1}} \sum_{k=0}^{n} \frac{(n+k)!}{k!(n-k)!} \frac{1}{(-2iz)^{k}}.$$
(2.45)

Більш того, коріння цих функцій  $\varsigma_{n,s}$   $\left(H_{n+1/2}^{(1)}(\varsigma_{n,s})=0\right)$  розташовані в комплексній площині аргументу симетрично щодо уявної осі в третьому і четвертому квадрантах (див. [267] і рис 2.2), і цю симетрію можна використовувати для додаткової оптимізації обчислень ядер (2.41) і/або (2.44). Для цього -2 пронумеруємо коріння рівняння (2.42), що лежать в четвертому -6 квадранті, починаючи від 1 в Imς s = 0порядку зростання їх реальної частини. Для непарних *n* один Рисунок 2.2 – коріння рівняння корінь лежить на уявній осі,  $H_{n+1/2}^{(1)}(\varsigma) = 0$  на комплексній номер йому дамо 0. Тоді, площині (точки). Для *n*=9 показано використовуючи властивості нумерацію коренів функцій Ганкеля [267]

$$H_n^{(1)}(z) = (-1)^n H_n^{(2)}(-z), \quad H_{n+1/2}^{(2)}(\overline{z}) = \overline{H_{n+1/2}^{(1)}(z)}$$
(2.46)

(верхнє підкреслення означає комплексне спряження), одержимо уявлення для ядра

$$S_{n+1/2}(r,L,t) = \begin{cases} 1\\ 0 \end{cases} \cdot \frac{H_{n+1/2}^{(1)}(z_0 r)}{H_{n-1/2}^{(1)}(z_0 L)} \cdot \frac{\exp(-iz_0 t)}{z_0 L} + \\ + 2\sum_{s=1}^{k} \frac{H_{n+1/2}^{(1)}(z_s r)}{H_{n-1/2}^{(1)}(z_s L)} \cdot \frac{\exp(-iz_s t)}{z_s L}, \quad \begin{cases} n = 2k+1\\ n = 2k \end{cases}, \end{cases}$$
(2.47)

що містить сумування по коріннях, які лежать тільки в четвертому квадранті (рис 2.2). Аналогічно для ядра  $S'_{n+1/2}(r,L,t)$ 

$$S_{n+1/2}'(r,L,t) = -\begin{cases} 1\\0 \end{cases} \cdot i \frac{H_{n+1/2}^{(1)}(z_0 r)}{H_{n-1/2}^{(1)}(z_0 L)} \cdot \frac{\exp(-iz_0 t)}{L} - \\ -i \sum_{s=1}^{k} \frac{H_{n+1/2}^{(1)}(z_s r)}{H_{n-1/2}^{(1)}(z_s L)} \cdot \frac{\exp(-iz_s t)}{L}, \quad \begin{cases} n = 2k+1\\ n = 2k \end{cases}.$$
(2.48)

Як показав досвід чисельної реалізації цих умов, певні труднощі може викликати обчислення самих коренів рівняння (2.42) при великих n (n > 15). Ці труднощі обумовлені тим, що, незважаючи на те, що функції  $H_{n+1/2}^{(1)}(z)$  – це поліноми, процедура їх обчислення навколо нулів (за схемою Горнера, наприклад, в різних її модифікаціях) виявляється чутливою до помилок округлення, що може призводити навіть до катастрофічної втрати вірних знаків. Сучасні математичні пакети, подібні *Maple, Matlab* та ін. дозволяють подолати цю перешкоду відносно малими витратами. Обчислення в цих пакетах коренів  $\zeta_{n,s}$  з 15 вірними десятковими знаками (стандарт мови C++ для чисел з подвоєною точністю) гарантує точність  $z_s$ . Обчислення функцій Ганкеля по знайденим корінням

$$H_{n+1/2}^{(1)}(z) = \sqrt{\frac{2z}{\pi}} \frac{e^{iz}}{(iz)^{n+1}} \prod_{m=1}^{n} (z - \zeta_{n,m}) =$$

$$= \sqrt{\frac{2z}{\pi}} \frac{e^{iz}}{(iz)^{n+1}} \left\{ \begin{pmatrix} z - \zeta_{n,0} \end{pmatrix} \right\} \cdot \prod_{s=1}^{k} (z^2 - 2iz \operatorname{Im} \zeta_{n,s} - |\zeta_{n,s}|^2), \quad \begin{cases} n = 2k+1 \\ n = 2k \end{cases}.$$
(2.49)

дозволяє позбутися від ефекту втрати вірних знаків. Більш акуратний варіант організації обчислень може бути побудований на знаходженні відразу всього відношення

$$\frac{H_{n+1/2}^{(1)}(z_{s}r)}{H_{n-1/2}^{(1)}(z_{s}L)} = \left(\frac{L}{r}\right)^{n+1/2} \frac{e^{iz_{s}(r-L)}}{iz_{s}L} \begin{cases} z_{s}r - \zeta_{n,0} \\ \left(\frac{z_{s}r}{r}\right)^{2} - 2iz_{s}r\operatorname{Im}\zeta_{n,k+1} - \left|\zeta_{n,k+1}\right|^{2} \\ z_{s}L - \zeta_{n-1,0} \end{cases} \times \prod_{p=1}^{k} \frac{(z_{s}r)^{2} - 2iz_{s}r\operatorname{Im}\zeta_{n,p} - \left|\zeta_{n,p}\right|^{2}}{(z_{s}L)^{2} - 2iz_{s}L\operatorname{Im}\zeta_{n-1,p} - \left|\zeta_{n-1,p}\right|^{2}}, \qquad \begin{cases} n = 2k+1 \\ n = 2k+2 \end{cases}.$$
(2.50)

Складовий множник, що стоїть в (2.50) під знаком добутка, при характерних для більшості завдань значеннях r і L ( $r/L \approx 1$ ) близький по модулю до одиниці, що дозволяє послідовним множенням на нього результату, що накопичується, уникати потенційно небезпечного поділу великих чисел друг на друга.

Нарешті, вкажемо ще на одну важливу властивість інтегральних співвідношень (2.40), (2.43). З їх допомогою можливо перераховувати просторово-часовий профіль імпульсної хвилі, що йде на нескінченність, на довільну відстань від випромінюючої системи. При цьому цілком природно використовувати «історію» хвилі на дузі L, яка зберігається при роботі поглинаючої умови, але згортати її з ядром (2.48) (або (2.47)) при іншому(-их) значенні(-ях) r. Така обчислювальна процедура органічно вписується в різницеві схеми і істотно розширює їх функціональні можливості.

# 2.5 Точні локальні поглинаючі умови для прямокутних віртуальних меж у вільному просторі

У цьому підрозділі наведемо точну поглинаючу умову, яка буде використана при постановці і рішенні початково-крайових задач в декартовій системі координат. Віртуальна межа **L**, на якій буде накладатися ця умова, являє собою прямокутник в площині (y, z) (див. рис. 2.1 (а)). Покладемо для

простоти, що сторони цього прямокутника лежать на прямих y = 0, y = Y, z = 0i z = Z.

Ця умова має локальний за часом характер і формулюється за допомогою допоміжних функцій  $V_m$ , визначених на кожному прямолінійному сегменті **L**. Воно має наступний вигляд

$$\begin{cases} U(y,z_{i},t) = -\frac{2}{\pi} \int_{0}^{\pi/2} \frac{\partial V_{m}}{\partial t} (y,z_{i},t,\varphi) d\varphi \\ \frac{\partial^{2} V_{m}}{\partial t^{2}} - \sin^{2} \varphi \frac{\partial^{2} V_{m}}{\partial y^{2}} = \pm \frac{\partial U}{\partial z} \begin{cases} z_{i} = Z \\ z_{i} = 0 \end{cases}, \\ V_{m} \Big|_{t=0} = \frac{\partial V_{m}}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0 \end{cases}, \\ V_{m} \Big|_{t=0} = \frac{\partial V_{m}}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0. \end{cases}$$

Тут *U* – це *x*-компонента поля хвилі, що йде на нескінченність, *m* – номер прямолінійного фрагмента віртуальної межі (*m*=1,2,3,4), *φ* – допоміжна змінна.

Фактично співвідношення (2.51) означають, що на кожній прямолінійній ділянці віртуальної межі необхідно розв'язувати (паралельно з основною) окрему початково-крайову задачу для функцій  $V_m = V_m(y, z, t, \varphi)$ . Рішення цих допоміжних задач, після обчислення інтегралів по  $\varphi$ , дозволяють встановити граничні значення для компоненти поля U. Для повноти постановки цих допоміжних початково-крайових задач їх необхідно доповнити умовами в кутових точках межі **L**.

У кутовій точці  $\{y, z\} = \{Y, Z\}$  функції  $V_m$  (межа z = Z) і  $V_n$  (межа y = Y) пов'язані співвідношенням

$$\begin{cases} \frac{\partial V_m}{\partial t} + \sin \varphi \frac{\partial V_m}{\partial y} = -\frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} R(\varphi, \varphi') \frac{\partial V_n}{\partial z} d\varphi' \\ \frac{\partial V_n}{\partial t} + \sin \varphi \frac{\partial V_n}{\partial z} = -\frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} R(\varphi, \varphi') \frac{\partial V_m}{\partial y} d\varphi' \end{cases},$$
(2.52)

де

$$R(\phi, \phi') = \frac{\sin^2 \phi'}{\sin^2 \phi + \sin^2 \phi' \cos^2 \phi}.$$
 (2.53)

Функція  $R(\phi, \phi')$  має в області визначення одну особливу точку:  $\phi = \phi' = 0$ , в якій

$$\lim_{\varphi \to 0} \lim_{\varphi' \to 0} R(\varphi, \varphi') \neq \lim_{\varphi' \to 0} \lim_{\varphi \to 0} R(\varphi, \varphi').$$
(2.54)

Тому для коректної чисельної реалізації умови в кутовій точці (2.52) її необхідно доповнити умовами при φ=0:

$$\frac{\partial^2 V_m}{\partial t^2} = \frac{\partial U}{\partial z}, \qquad \qquad \frac{\partial^2 V_m}{\partial t^2} = \frac{\partial U}{\partial y}, \qquad (2.55)$$

які випливають з (2.51). Умови в інших кутових точках виходять з (2.51)–(2.53), (2.55) поворотом декартової системи координат навколо осі x.

Методологію виведення (2.51) наведено в [254, 256, 258–260]. Умова в кутовій точці (2.52), (2.53), (2.55) в даній роботі наводиться вперше (див. також [18].). Її виведення, з точністю до несуттєвих деталей, аналогічний тому, що описано в [254, 256, 259, 260] і тут опускається.

Як показує практика, обчислювальні витрати, необхідні для вирішення допоміжних початково-крайових задач (2.51), приблизно рівні таким при організації поглинання за допомогою техніки PML. При цьому умова (2.51) дає більшу точність [22].

### 2.6 Початково-крайові задачі у двовимірних областях аналізу

Сформулюємо тепер початково-крайові задачі, рішення яких у цій роботі покладено в основу численних моделей активних і частково пасивних компресорів ЕМІ. Припускаємо, що функції  $\varepsilon$ ,  $\mu$ ,  $\sigma$ , і  $\delta$   $\varepsilon$  кусковонеперервними по просторовим змінним, і можуть, взагалі кажучи, залежити від часу по наперед заданому закону.

У декартовій системі координат (рис. 2.1(а)) для *Е*-полярізованих хвиль задачі, що розглядаються, мають таке математичне уявлення

$$\begin{split} \left(\frac{1}{\eta_{0}} \cdot \frac{\partial\left(\epsilon E_{x}\right)}{\partial t} = \frac{\partial H_{z}}{\partial y} - \frac{\partial H_{y}}{\partial z} - \sigma E_{x} - J_{src,x}, \\ \eta_{0} \frac{\partial\left(\mu H_{y}\right)}{\partial t} = -\frac{\partial E_{x}}{\partial z} - \delta H_{y} - M_{src,y}, \qquad \eta_{0} \frac{\partial\left(\mu H_{z}\right)}{\partial t} = \frac{\partial E_{x}}{\partial y} - \delta H_{z} - M_{src,z}, \\ \left\{y, z\right\} \in \mathbf{Q}_{\mathbf{L}}, \quad t \ge 0, \\ E_{x}|_{t=0} = 0, \quad H_{y}|_{t=0} = 0, \quad H_{z}|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial E_{x}}{\partial t}|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial H_{y}}{\partial t}|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial H_{z}}{\partial t}|_{t=0} = 0, \\ E_{x}^{(i)}\left(y, z, t\right)|_{y, z \in \mathbf{B}} = E_{x}^{(j)}\left(y, z, t\right)|_{y, z \in \mathbf{B}}, \quad H_{\tau}^{(i)}\left(y, z, t\right)|_{y, z \in \mathbf{B}} = H_{\tau}^{(j)}\left(y, z, t\right)|_{y, z \in \mathbf{B}}, \\ E_{x}\left(y, z, t\right)|_{y, z \in \mathbf{M}} = 0, \\ \int_{v_{c}}\left(\epsilon E_{x}^{2} + \mu\left(H_{y}^{2} + H_{z}^{2}\right)\right) dV < \infty, \\ \mathbf{A}_{\mathbf{L}_{p}}\left[u_{n}^{out, p}\left(z', t\right)\right]_{y', z' \in \mathbf{L}_{p}} = 0, \quad E_{x}^{out, p}\left(y', z', t\right) = \sum_{n}u_{n}^{out, p}\left(z', t\right)\mu_{n}^{p}\left(y'\right), \quad (2.56) \\ \mathbf{A}_{\mathbf{L}_{q}}\left[u_{m}^{inc, q}\left(z', t\right)\right]_{y', z' \in \mathbf{L}_{q}} = 0, \quad E_{x}^{inc, q}\left(y', z', t\right) = u_{m}^{inc, q}\left(z', t\right)\mu_{m}^{q}\left(y'\right). \end{split}$$

Тут перші два рядки – це рівняння Максвелла (2.12) після їх поділу на поляризації. Третя визначає область зміни незалежних змінних, при t < 0 всі компоненти поля і сторонніх струмів вважаються тотожно рівними 0. Четверта містить тривіальні початкові умови, які, за необхідності, можуть бути доповнені деяким відносно довільним початковим розподіленням поля. П'ята і шоста містять граничні умови, що вимагають безперервності тангенціальних компонент поля на поверхнях діелектричних елементів (*i*, *j* – номера двох суміжних діелектричних об'єктів із загальною поверхнею) і занулення тангенціальної компоненти електричного поля на поверхні ідеального металу. Сьомий рядок – це умова на ребрі [269, 270], що вимагає скінченності енергії електромагнітного поля в скінченному довільному об'ємі V<sub>с</sub>, що містить ребро С. Восьмий рядок визначає поглинаючу умову на прямокутної віртуальної межі L: оператор A<sub>L</sub> задано співвідношеннями (2.51)–(2.53), (2.55) при  $U \equiv E_x$ . Дев'ятий рядок містить оператор A<sub>L<sub>n</sub></sub>, заданий співвідношенням (2.34), – це нелокальна поглинаюча умова, що накладається на просторово-часові амплітуди  $E_x$ -компоненти поля хвилі, що йде, на віртуальних межах  $\mathbf{L}_p$  у напівнескінченних хвилеводів (р – номер відповідного перерізах хвилеводу). Функції  $\mu_n^{(\cdots)}(y')$  задано формулою (2.18). Штрихована система координат вибрана так, щоб вісь z' була спрямована уздовж хвилеводу і поєднана з однією з його стінок, а x' спрямована в напрямку x. Нарешті, десятий рядок у (2.56) містить граничну умову для імпульсної первинної хвилі, що приходить з напівнескінченного хвилеводу з номером q. (Якщо первинна хвилевідна хвиля не задана, то цей рядок виключається з (2.56).) Ця умова ставиться на віртуальній межі  $\mathbf{L}_q$  і передбачає, що збудження відбувається єдиною модою хвилеводу з номером *m*. При необхідності модовий склад первинного поля може бути розширено до довільного (але скінченного) числа власних хвиль, що приходять одночасно з одного хвилеводу. Оператор А<sub>L</sub>

також заданий формулою (2.34), вибір знака в якій визначається напрямом поширення первинної хвилі в штрихованій системі координат.

Для *H*-полярізованих полів початково-крайові задачі мають уявлення, аналогічне (2.56) (що випливає також з принципу переставної подвійності рівнянь Максвелла):

$$\begin{cases} \eta_{0} \frac{\partial (\mu H_{x})}{\partial t} = -\left(\frac{\partial E_{z}}{\partial y} - \frac{\partial E_{y}}{\partial z}\right) - \delta H_{x} - M_{src,x}, \\ \frac{1}{\eta_{0}} \cdot \frac{\partial (\varepsilon E_{y})}{\partial t} = \frac{\partial H_{x}}{\partial z} - \sigma E_{y} - J_{src,y}, \quad \frac{1}{\eta_{0}} \cdot \frac{\partial (\varepsilon E_{z})}{\partial t} = -\frac{\partial H_{x}}{\partial y} - \sigma E_{z} - J_{src,z}, \\ \{y, z\} \in \mathbf{Q}_{L}, \quad t \ge 0, \\ H_{x}|_{t=0} = 0, \quad E_{y}|_{t=0} = 0, \quad E_{z}|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial H_{x}}{\partial t}|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial E_{y}}{\partial t}|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial E_{z}}{\partial t}|_{t=0} = 0, \\ H_{x}^{(i)}(y, z, t)|_{y, z \in \mathbf{B}} = H_{x}^{(i)}(y, z, t)|_{y, z \in \mathbf{B}}, \quad E_{\tau}^{(i)}(y, z, t)|_{y, z \in \mathbf{B}} = E_{\tau}^{(j)}(y, z, t)|_{y, z \in \mathbf{B}}, \\ E_{\tau}(y, z, t)|_{y, z \in \mathbf{M}} = 0, \\ \int_{V_{C}} (\varepsilon H_{x}^{2} + \mu (E_{y}^{2} + E_{z}^{2})) dV < \infty, \\ \mathbf{A}_{L_{p}} \left[ u_{n}^{out, p}(z', t) \right]_{y', z' \in \mathbf{L}_{p}} = 0, \quad H_{x}^{out, p}(y', z', t) = \sum_{n} u_{n}^{out, p}(z', t) \mu_{n}^{p}(y'), \\ \mathbf{A}_{L_{q}} \left[ u_{m}^{inc, q}(z', t) \right]_{y', z' \in \mathbf{L}_{q}} = 0, \quad H_{x}^{inc, q}(y', z', t) = u_{m}^{inc, q}(z', t) \mu_{n}^{p}(y'). \end{cases}$$

Відмінність цієї задачі від (2.56) окрім очевидних перестановок типу  $E_x \leftrightarrow H_x$ ,  $\eta_0 \leftrightarrow 1/\eta_0$ ,  $\varepsilon \leftrightarrow \mu$ ,  $\sigma \leftrightarrow \delta$  і т.п. полягає в тому, що поглинаючі умови на віртуальних межах тут формулюються для магнітної компоненти поля, і, відповідно, поперечні власні функції хвилеводів  $\mu_n^{(...)}$  задані співвідношеннями (2.17). В циліндричній системі координат (див. рис. 2.1(б), (в)) *E*- і *H*-поляризовані поля описуються наступними початково-крайовими задачами

$$\begin{cases} \frac{1}{\eta_{0}} \frac{\partial \left(\varepsilon E_{\phi}\right)}{\partial t} = \frac{\partial H_{\rho}}{\partial z} - \frac{\partial H_{z}}{\partial \rho} - \sigma E_{\phi} - J_{src,\phi}, \quad \eta_{0} \frac{\partial \left(\mu H_{\rho}\right)}{\partial t} = \frac{\partial E_{\phi}}{\partial z} - \delta H_{\rho} - M_{src,\rho}, \\ \eta_{0} \frac{\partial \left(\mu H_{z}\right)}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \left(\rho E_{\phi}\right)}{\partial \rho} - \delta H_{z} - M_{src,z}, \quad \{\rho, z\} \in \mathbf{Q}_{\mathbf{L}}, \quad t \ge 0, \\ E_{\phi}\Big|_{t=0} = 0, \quad H_{\rho}\Big|_{t=0} = 0, \quad H_{z}\Big|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial E_{\phi}}{\partial t}\Big|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial H_{\rho}}{\partial t}\Big|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial H_{z}}{\partial t}\Big|_{t=0} = 0, \\ E_{\phi}^{(i)}(\rho, z, t)\Big|_{\rho, z \in \mathbf{B}} = E_{\phi}^{(j)}(\rho, z, t)\Big|_{\rho, z \in \mathbf{B}}, \quad H_{\tau}^{(i)}(\rho, z, t)\Big|_{\rho, z \in \mathbf{B}} = H_{\tau}^{(j)}(\rho, z, t)\Big|_{\rho, z \in \mathbf{B}}, \\ E_{\phi}(\rho, z, t)\Big|_{\rho, z \in \mathbf{M}} = 0, \quad E_{\phi}(\rho, z, t)\Big|_{\rho=0} = 0, \quad \int_{V_{c}} \left(\varepsilon E_{\phi}^{2} + \mu \left(H_{\rho}^{2} + H_{z}^{2}\right)\right) dV < \infty, \\ \mathbf{A}_{\mathbf{L}}\left[u_{n}^{out}(r, t)\right]_{y, z \in \mathbf{L}} = 0, \quad E_{\phi}^{out, p}(\rho', z', t) = \sum_{n} u_{n}^{out}(r, t)\mu_{n}(\cos\theta), \\ \mathbf{A}_{\mathbf{L}_{q}}\left[u_{n}^{inc, q}(z', t)\right]_{\rho', z' \in \mathbf{L}_{q}} = 0, \quad E_{\phi}^{inc, q}(\rho', z', t) = u_{m}^{inc, q}(z', t)\mu_{m}^{q}(\rho') \end{cases}$$

$$(2.58)$$

$$\begin{cases} \eta_{0} \frac{\partial \left(\mu H_{\phi}\right)}{\partial t} = -\left(\frac{\partial E_{\rho}}{\partial z} - \frac{\partial E_{z}}{\partial \rho}\right) - \delta H_{\phi} - M_{src,\phi}, \quad \frac{1}{\eta_{0}} \frac{\partial \left(\epsilon E_{\rho}\right)}{\partial t} = -\frac{\partial H_{\phi}}{\partial z} - \sigma E_{\rho} - J_{src,\rho}, \\ \frac{1}{\eta_{0}} \frac{\partial \left(\epsilon E_{z}\right)}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \left(\rho H_{\phi}\right)}{\partial \rho} - \sigma E_{z} - J_{src,z}, \qquad \{\rho, z\} \in \mathbf{Q}_{\mathbf{L}}, \quad t \ge 0, \\ H_{\phi}\Big|_{t=0} = 0, \quad E_{\rho}\Big|_{t=0} = 0, \quad E_{z}\Big|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial H_{\phi}}{\partial t}\Big|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial E_{\rho}}{\partial t}\Big|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial E_{z}}{\partial t}\Big|_{t=0} = 0, \\ H_{\phi}^{(i)}(\rho, z, t)\Big|_{\rho, z \in \mathbf{B}} = H_{\phi}^{(j)}(\rho, z, t)\Big|_{\rho, z \in \mathbf{B}}, \quad E_{\tau}^{(i)}(\rho, z, t)\Big|_{\rho, z \in \mathbf{B}} = E_{\tau}^{(j)}(\rho, z, t)\Big|_{\rho, z \in \mathbf{B}}, \\ E_{\tau}(\rho, z, t)\Big|_{\rho, z \in \mathbf{M}} = 0, \quad H_{\phi}(\rho, z, t)\Big|_{\rho=0} = 0, \quad \int_{V_{C}} \left(\epsilon H_{\phi}^{2} + \mu \left(E_{\rho}^{2} + E_{z}^{2}\right)\right) dV < \infty, \\ \mathbf{A}_{\mathbf{L}}\Big[u_{n}^{out}(r, t)\Big]_{y, z \in \mathbf{L}} = 0, \quad H_{\phi}^{out, \rho}(\rho', z', t) = \sum_{n} u_{n}^{out}(r, t) \mu_{n}(\cos\theta), \\ \mathbf{A}_{\mathbf{L}_{p}}\Big[u_{n}^{out, \rho}(z', t)\Big]_{\rho', z' \in \mathbf{L}_{p}} = 0, \quad H_{\phi}^{out, \rho}(\rho', z', t) = u_{m}^{inc, q}(z', t) \mu_{m}^{p}(\rho'). \end{cases}$$

$$(2.59)$$

Функції  $\mu_n^{(...)}$  в залежності від поляризації і типу хвилеводу задані співвідношеннями (2.21), (2.22), (2.25) і (2.27). Оператор **A**<sub>L</sub> – співвідношенням (2.43), а функції  $\mu_n$  (без верхнього індексу) – співвідношенням (2.30). Додатковою (в порівнянні з задачами в декартовій системі координат) умовою в цих задачах є умова на осі *z*, що вимагає занулення ф-компоненти поля.

Задачі (2.56)–(2.59), сформульовані для обмежених областей аналізу **Q**<sub>L</sub>,

- а. поставлені коректно (тобто включають в себе всі необхідні рівняння і додаткові умови);
- б. еквівалентні до задач в необмежених областях [257].

Обидві ці властивості є унікальними при постановці і подальшому чисельному розв'язку подібних початково-крайових задач. Як вже зазначалося в підрозділі 2.3, в арсеналі дослідників немає точних граничних умов для імпульсних хвиль в поперечних перерізах регулярних хвилеводів, що призводить до досить складних і нефізичних способів вбудовування таких хвиль в різницеві схеми. Як наслідок. виконанні численних експериментів при 3 такими «неповноцінними» моделями завжди стоїть питання коректності результатів, що одержуються за їх допомогою. Відповісти на нього в окремих випадках можна порівнюючи дані численних і натурних експериментів. Однак, по-перше, постановка останнього не завжди можлива, а, по-друге, при розбіжності їх результатів виникає проблема локалізації місця, де була допущено помилку: в хибній експериментальній установці, в математичній моделі або при її чисельній реалізації. Відповідь на це питання вже не завжди може бути отримано простими засобами.

Оператори  $A_{L_p}$  і  $A_{L_q}$ , задані співвідношенням (2.34) (або, за необхідності, (2.31)–(2.33)), усувають цю «ущербність» і спрощують пошук причин подібних розбіжностей. Якщо в математичну модель не закладено нефізичні джерела поля і настільки ж нефізичні поглинаючі об'єкти на

віртуальних межах, то, відповідно, звужується і коло пошуків причин розбіжності теоретичних і експериментальних даних.

Техніка моделювання, що заснована на строгій постановці початковокрайових задач типу (2.56)–(2.59), яка включає строгі умови на віртуальних межах обчислювальної області як для первинних, так і для розсіяних хвиль становить суть методу точних поглинаючих умов і є унікальною. Вперше вона була запропонована і розвинена в харківській радіофізичній школі під керівництвом Ю.К. Сіренко (див. [258–261]) і продемонструвала свою високу ефективність і точність.

#### 2.7 Деякі питання дискретизації початково-крайових задач

Рішення початково-крайових задач, розглянутих в попередньому підрозділі, будемо будувати методом скінченних різниць у часовій області, відомим по своїй англомовній абревіатурі FDTD (Finite-Difference Time-Domain) [227]. В рамках цього методу вся область аналізу (або обчислювальна область) дискретизується з заданим кроком по кожній з незалежних змінних, і для кожної з компонент поля (як і раніше, позначимо її через U) вводяться окремі сітки, які зміщені одна до одної на половину кроку дискретизації, як показано на рис. 2.3.

У найпростішому випадку, реалізованому в даній роботі, крок дискретизації по просторовим змінним y, z (або  $\rho$ , z) однаковий і рівний  $h_s$ (рівномірна квадратна сітка), по часовій –  $h_t$ :

$$y_i, \rho_i = j \cdot h_s \quad (0 \le j \le J), \quad z_i = i \cdot h_s \quad (0 \le i \le I), \quad t_k = k \cdot h_t \quad (k \ge 0), \quad (2.60)$$



Рисунок 2.3 – Розташування вузлів різницевої сітки (2.60) в просторі (a) і часі (б). Стрілками вказано вузли компонент поля в площині креслення (рис.2.1), колами – перпендикулярні йому

де, індекси *i*, *j*, *k* можуть приймати як цілі, так і напівцілі значення, а кроки дискретизації вибираються відповідно до умови стійкості [227]

$$\frac{h_t}{h_s} < \frac{1}{\sqrt{2}}.\tag{2.61}$$

(В [259] наводяться більш жорсткі умови:  $h_t/h_s < n_{min}/2$  і  $h_t/h_s < n_{min}^2/\sqrt{2}n_{max}$ , де  $n_{min}$  і  $n_{max}$  – мінімальне і максимальне значення показника заломлення  $n = \sqrt{\epsilon \mu}$  діелектричного середовища в обчислювальної області. Як показує практика, вибір  $h_t = h_s/2$  приводить до стійких схем у всіх фізично цікавих варіантах початково-крайових задач, що досліджуються, і є, мабуть, найбільш раціональним.) Для сіткових функцій будемо використовувати стандартні для методу FDTD позначення [227] виду  $U|_{j,i}^k$ , де верхній індекс позначає номер

часового шару, а нижні відповідають просторовим координатам вузла різницевої сітки.

Одна з базових ідей, на якій заснований метод FDTD, полягає в тому, щоб в кожен момент часу в пам'яті комп'ютера зберігалося тільки 3 двомірних масиви з  $U|_{j,i}^{k}$  (не рахуючи допоміжних масивів). Наприклад, в початковий момент часу це масив з компонентою поля, що перпендикулярна площині креслення, при k = 0 і два масиви з компонентами, що лежать в площині креслення, при k = 1/2 (рис. 2.3 (б)). Значення компонент в наступні часи обчислюються ітеративно відповідно до трьох диференціальних рівнянь, що становлять початково-крайову задачу. При цьому значення будь-якої з компонент поля в момент часу k + 1 записуються в фізичну комірку пам'яті, де зберігалося значення цієї компоненти в момент часу k, що призводить (якщо не вжити додаткових заходів) до втрати останньої. Така організація обчислень дозволяє ефективно використовувати оперативну пам'ять комп'ютера і залишатися в рамках явної, тобто такої, що не вимагає обернення будь-яких матриць, обчислювальної схеми.

Нижче описується різницева схема з похибкою апроксимації  $O(h_s^2)$ , в якій, проте, окремі граничні умови виписано з більшим порядком точності з метою побудови універсальних обчислювальних процедур, придатних в подальшій перспективі для використання в більш точних варіантах різницевих схем.

### 2.7.1 Рівняння Максвелла та умови на фізичних межах

Дискретизація рівнянь Максвелла, що входять до складу початковокрайових задач, рішення яких потрібно знайти, заснована на різницевій апроксимації перших похідних по просторовій і часовій змінним:

$$\frac{\partial U}{\partial t} \approx \frac{U\Big|_{j,i}^{k+1} - U\Big|_{j,i}^{k}}{h_{t}}, \qquad \frac{\partial U}{\partial z} \approx \frac{U\Big|_{j,i+1}^{k} - U\Big|_{j,i}^{k}}{h_{s}}$$
(2.62)

і т.п., і детально розглядається в [227]. Опускаючи всі проміжні викладки, наведемо тут лише фінальні формули, що дозволяють перераховувати компоненти поля в регулярних точках обчислювальної області на один крок за часом. Для цього уніфікуємо позначення для двох координатних систем, що розглядаються. Нехай  $U_1|_{j,i}^k$  і  $U_3|_{j,i}^k$  – це сіткові функції для відповідно *y*- і *x*компоненти поля в декартовій або  $\rho$ - і  $\phi$ -компоненти в циліндричній системі координат, а  $U_2|_{j,i}^k$  – для *z*-компоненти в обох системах. Нехай також  $C_1|_{j,i}^k$ ,  $C_2|_{j,i}^k$ ,  $C_3|_{j,i}^k$  – сіткові функції, що задають сторонні струми  $J_{src}$  і  $M_{src}$ , компоненти яких відповідають нижнім індексам 1, 2, 3 так само як і компоненти поля. Тоді мають місце такі співвідношення

$$U_{3}\Big|_{j+1/2,i+1/2}^{k+1} = A_{n,m}^{k} U_{3}\Big|_{j+1/2,i+1/2}^{k} + B_{n,m}^{k+1/2} \Big[ U_{2}\Big|_{j+1,i+1/2}^{k+1/2} - U_{2}\Big|_{j,i+1/2}^{k+1/2} - U_{1}\Big|_{j+1/2,i+1}^{k+1/2} + U_{1}\Big|_{j+1/2,i}^{k+1/2} \Big] + C_{n,m}^{k+1/2} C_{3}\Big|_{j+1/2,i+1/2}^{k+1/2}, \quad (2.63)$$

$$U_{1}\Big|_{j+1/2,i}^{k+3/2} = A_{\tau,m}^{k+1/2} U_{1}\Big|_{j+1/2,i}^{k+1/2} + B_{\tau,m}^{k} \Big[ U_{3}\Big|_{j+1/2,i+1/2}^{k+1} - U_{3}\Big|_{j+1/2,i-1/2}^{k+1} \Big] + C_{\tau,m}^{k+1} C_{1}\Big|_{j+1/2,i}^{k+1}, \quad (2.64)$$

$$U_{2}\Big|_{j,i+1/2}^{k+3/2} = A_{\tau,m}^{k+1/2} U_{2}\Big|_{j,i+1/2}^{k+1/2} - B_{\tau,m}^{k+1} \Big[ U_{3}\Big|_{j+1/2,i+1/2}^{k+1} - U_{3}\Big|_{j-1/2,i+1/2}^{k+1} \Big] + C_{\tau,m}^{k+1} C_{2}\Big|_{j,i+1/2}^{k+1}$$
(2.65)

для задач в декартовій і

$$U_{3}\Big|_{j+1/2,i+1/2}^{k+1} = A_{n,m}^{k} U_{3}\Big|_{j+1/2,i+1/2}^{k} + \\ + B_{n,m}^{k+1/2} \Big[ -U_{2}\Big|_{j+1,i+1/2}^{k+1/2} + U_{2}\Big|_{j,i+1/2}^{k+1/2} + U_{1}\Big|_{j+1/2,i+1}^{k+1/2} - U_{1}\Big|_{j+1/2,i}^{k+1/2} \Big] + C_{n,m}^{k+1/2} C_{3}\Big|_{j+1/2,i+1/2}^{k+1/2} + \\ U_{1}\Big|_{j+1/2,i}^{k+3/2} = A_{\tau,m}^{k+1/2} U_{1}\Big|_{j+1/2,i}^{k+1/2} + B_{\tau,m}^{k+1} \Big[ -U_{3}\Big|_{j+1/2,i+1/2}^{k+1} + U_{3}\Big|_{j+1/2,i-1/2}^{k+1} \Big] + C_{\tau,m}^{k+1} C_{1}\Big|_{j+1/2,i}^{k+1} , \quad (2.67)$$

$$U_{2}\Big|_{j,i+1/2}^{k+3/2} = A_{\tau,m}^{k+1/2} U_{2}\Big|_{j,i+1/2}^{k+1/2} - B_{\tau,m}^{k+1} \left[ -J_{j}^{+} \cdot U_{3}\Big|_{j+1/2,i+1/2}^{k+1} + J_{j}^{-} \cdot U_{3}\Big|_{j-1/2,i+1/2}^{k+1} \right] + C_{\tau,m}^{k+1} C_{2}\Big|_{j,i+1/2}^{k+1}$$
(2.68)

для задач в циліндричній системі координат. Коефіцієнти  $J_j^+$  і  $J_j^-$  дорівнюють

$$J_{j}^{+} = \frac{2j+1}{2j}, \qquad J_{j}^{-} = \frac{2j-1}{2j}.$$
 (2.69)

Коефіцієнти  $A_{\tau,m}^k$ ,  $B_{\tau,m}^k$ ,  $C_{\tau,m}^k$  і  $A_{n,m}^k$ ,  $B_{n,m}^k$ ,  $C_{n,m}^k$  (*m* – номер середовища, всередині якого знаходиться комірка різницевої сітки) не залежить від координатної системи, але залежать від поляризації поля. Для *H*-поляризованих хвиль

$$A_{\tau,m}^{k+1/2} = \frac{\varepsilon_m^{k+1/2} - g_0 \sigma_m^{k+1}}{\varepsilon_m^{k+3/2} + g_0 \sigma_m^{k+1}}, \quad B_{\tau,m}^{k+1} = \frac{g_1}{\varepsilon_m^{k+3/2} + g_0 \sigma_m^{k+1}}, \quad C_{\tau,m}^{k+1} = -\frac{2 \cdot g_0}{\varepsilon_m^{k+3/2} + g_0 \sigma_m^{k+1}}, \quad (2.70)$$

$$A_{n,m}^{k} = \frac{\mu_{m}^{k} - h_{0} \delta_{m}^{k+1/2}}{\mu_{m}^{k+1} + h_{0} \delta_{m}^{k+1/2}}, \quad B_{n,m}^{k+1/2} = -\frac{h_{1}}{\mu_{m}^{k+1} + h_{0} \delta_{m}^{k+1/2}}, \quad C_{n,m}^{k+1/2} = -\frac{2 \cdot h_{0}}{\mu_{m}^{k+1} + h_{0} \delta_{m}^{k+1/2}}.$$
 (2.71)

Для Е-поляризованих хвиль

$$A_{\tau,m}^{k+1/2} = \frac{\mu_m^{k+1/2} - h_0 \delta_m^{k+1}}{\mu_m^{k+3/2} + h_0 \delta_m^{k+1}}, \quad B_{\tau,m}^{k+1} = -\frac{h_1}{\mu_m^{k+3/2} + h_0 \delta_m^{k+1}}, \quad C_{\tau,m}^{k+1} = -\frac{2 \cdot h_0}{\mu_m^{k+3/2} + h_0 \delta_m^{k+1}}, \quad (2.72)$$

$$A_{n,m}^{k} = \frac{\varepsilon_{m}^{k} - g_{0} \sigma_{m}^{k+1/2}}{\varepsilon_{m}^{k+1} + g_{0} \sigma_{m}^{k+1/2}}, \quad B_{n,m}^{k+1/2} = \frac{g_{1}}{\varepsilon_{m}^{k+1} + g_{0} \sigma_{m}^{k+1/2}}, \quad C_{n,m}^{k+1/2} = -\frac{2 \cdot g_{0}}{\varepsilon_{m}^{k+1} + g_{0} \sigma_{m}^{k+1/2}}. \quad (2.73)$$

Тут  $\varepsilon_m^k$ ,  $\mu_m^k$ ,  $\sigma_m^k$ ,  $\delta_m^k$  – значення матеріальних параметрів *m*-го середовища в момент часу, який визначається значенням верхнього індексу, і

$$g_0 = \frac{\eta_0 h_t}{2}, \qquad h_0 = \frac{h_t}{2\eta_0}, \qquad g_1 = \frac{\eta_0 h_t}{h_s}, \qquad h_1 = \frac{h_t}{\eta_0 h_s}.$$
 (2.74)

Одним з цікавих властивостей методу FDTD є те, що дискретизація умов на межах двох діелектриків не вимагає окремого розгляду, тому що сам вибір

просторового розташування вузлів різницевої сітки (рис. 2.3 (а)) ці умови враховує автоматично. Для цього в вузлі, розташованому на такий межі, відповідний матеріальний параметр присвоюється напівсумі таких же параметрів в двох суміжних діелектричних середовищах, і використовується одна з перерахункових формул (2.63)–(2.68). Еквівалентність такого підходу накладанню умов неперервності для обох тангенціальних компонент поля виводиться з рівнянь Максвелла в інтегральній формі для контуру, утвореного сторонами елементарної комірки різницевої сітки [227].

Врахування умов на ребрах також автоматично виконується в рамках різницевої сітки, – значення сіткових функцій завжди скінченні, – і в найпростішому випадку (який реалізовано в даній роботі), коли у ребрі стикуються тільки координатні поверхні розділу, не вимагає взагалі ніяких додаткових дій при дискретизації задачі.

Трохи складніша ситуація при накладенні граничних умов на поверхні ідеального металу. Випадок, коли на такій поверхні лежить вузол з тангенціальною компонентою електричного поля, – елементарний, і зводиться до простого обнулення сіткової функції в цьому вузлі. Якщо ж на такій поверхні лежить тангенціальна компонента магнітного поля  $H_r$ , то задачі (2.56)–(2.59) не надають для неї граничних умов. Теорія поля дозволяє зв'язати цю компоненту з струмом, індукованим електромагнітної хвилею на поверхні металу або накласти умову на нормальну компоненту вектора магнітної індукції  $B_n$  [129, 271]. Однак в першому випадку поверхневий струм сам по собі є невідомою величиною і повинен знаходитись з  $H_r$ , а в другому випадку вузли сітки  $B_n$  (або, що те ж саме,  $H_n$ ) не лежать на поверхні металу і не можуть служити для знаходження  $H_r$ . Метод FDTD дозволяє вирішити цю проблему простим способом: одна з формул (2.63)–(2.68), що служить для перерахунку компоненти  $H_r$  в регулярних точках, адаптується для граничного вузла, для якого половина елементарної комірки розташована всередині

ідеального металу, – відповідна просторова похідна апроксимується несиметричним різницевим аналогом [227].

У цій роботі вважається, що межі між різними середовищами – в т.ч. і межі ідеальних провідників, – можуть проходити тільки по координатним прямим, на яких лежать вузли сіткових функцій  $U_1|_{j,i}^k$  і  $U_2|_{j,i}^k$  (т.зв. ступінчаста апроксимація меж). Відповідно для *Е*-поляризованих хвиль на межах ідеальних провідників можна отримати такі розрахункові формули.

$$U_{1}\Big|_{j+1/2,i}^{k+3/2} = A_{\tau,m}^{k+1/2} U_{1}\Big|_{j+1/2,i}^{k+1/2} \pm 2B_{\tau,m}^{k+1} U_{3}\Big|_{j+1/2,i\pm 1/2}^{k+1}, \qquad (2.75)$$

$$U_{2}\Big|_{j,i+1/2}^{k+3/2} = A_{\tau,m}^{k+1/2} U_{2}\Big|_{j,i+1/2}^{k+1/2} \mp 2B_{\tau,m}^{k+1} U_{3}\Big|_{j\pm 1/2,i+1/2}^{k+1}$$
(2.76)

в декартовій і

$$U_{1}\Big|_{j+1/2,i}^{k+3/2} = A_{\tau,m}^{k+1/2} U_{1}\Big|_{j+1/2,i}^{k+1/2} \mp 2B_{\tau,m}^{k+1} U_{3}\Big|_{j+1/2,i\pm 1/2}^{k+1}, \qquad (2.77)$$

$$U_{2}\Big|_{j,i+1/2}^{k+3/2} = A_{\tau,m}^{k+1/2} U_{2}\Big|_{j,i+1/2}^{k+1/2} \pm 2B_{\tau,m}^{k+1} J_{j}^{\pm} \cdot U_{3}\Big|_{j\pm 1/2,i+1/2}^{k+1}$$
(2.78)

в циліндричній системі координат. Коефіцієнти  $A_{\tau,m}^{k+1/2}$  і  $B_{\tau,m}^{k+1}$  задані співвідношеннями (2.72). Вибір знака в (2.75)–(2.78) визначається тим, з якого боку від вузла розташована область з ідеальним металом. Аналогічним способом знаходяться і дискретні граничні умови на осі симетрії в задачах в циліндричній системі координат. Цілком природно сумістити цю вісь з прямою, що проходить по вузлах різницевої сітки з *z*- компонентою поля. Граничні ж умови в (2.58) і (2.59) накладаються на ф-компоненту. Вважаючи, що поблизу осі симетрії ф-компонента поля пропорційна  $\rho$  (тобто нехтуючи вищими складовими в розкладанні Тейлора) і розписуючи похідну  $\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho U_{\phi})$ , можна отримати наступні різницеві уявлення для граничних умови на осі

$$U_{2}\Big|_{0,i+1/2}^{k+3/2} = A_{\tau,m}^{k+1/2} U_{2}\Big|_{0,i+1/2}^{k+1/2} + 4B_{\tau,m}^{k+1} U_{3}\Big|_{1/2,i+1/2}^{k+1} + C_{\tau,m}^{k+1} C_{2}\Big|_{0,i+1/2}^{k+1}, \qquad (2.79)$$

де коефіцієнти  $A_{\tau,m}^{k+1/2}$ ,  $B_{\tau,m}^{k+1}$  і  $C_{\tau,m}^{k+1}$  задані співвідношеннями (2.70) для *H*-полярізованих і (2.72) для *E*-полярізованих хвиль. (Порів. (2.79) з формулою (12.46) на стор. 546 роботи [227].)

# 2.7.2 Нелокальні поглинаючі умови на віртуальних межах у порожнистих напівнескінченних хвилеводах

Зупинимося тепер більш докладно на особливостях дискретизації і вбудовування в різницеву схему точних поглинаючих умов. Почнемо з нелокальної умови (2.34) для хвиль, що виходять, в поперечному перерізі напівнескінченного хвилеводу. Виберемо в (2.56)–(2.59) штриховану систему координат так, щоб вісь z' була спрямована вглиб хвилеводу, і в подальших викладках будемо вважати, що координаті z' відповідає індекс i, а координаті  $y'(\rho')$ – індекс j.

Якщо сіткова функція  $U_3|_{j,i}^k$  відома в деякому перетині хвилеводу *i*, то відповідні амплітуди  $u_n|_i^k$  (*n* – номер власної хвилі) знаходяться простим обчисленням інтегралів виду (2.15), використовуючи квадратурні формули прямокутників, трапецій, Сімпсона і т.п. (Зауважимо в дужках, що тут досить часто виникає ситуація, коли формула прямокутників дає помітно більшу точність, ніж, наприклад, формула Сімпсона.) І навпаки, якщо відомий набір амплітуд  $u_n|_i^k$  ( $0 \le n \le N$ ), то підсумовуванням (2.15) можна «відновити» розподілення поля в перерізі хвилеводу. Чим більше число амплітуд, що враховуються, тим точніше буде це «відновлення». Основні ж труднощі при використанні цієї нелокальної умови полягає в ефективній комп'ютерної реалізації власне співвідношення (2.34).

Запишемо повне поле  $U^{tot}$  в околі віртуальної межі в перерізі хвилеводу у вигляді суми первинного  $U^{src}$  і розсіяного  $U^{sct}$ . Для просторово-часових амплітуд можна записати

$$u_n^{tot}(z',t) = u_n^{src}(z',t) + u_n^{sct}(z',t), \quad \frac{\partial u_n^{tot}(z',t)}{\partial z'} = \frac{\partial u_n^{src}(z',t)}{\partial z'} + \frac{\partial u_n^{sct}(z',t)}{\partial z'}.$$
 (2.80)

Різницева схема організована для перерахунку значень сіткових функцій, що містять компоненти повного поля  $U^{tot}$ . На віртуальній межі за постановкою початково-крайової задачі є умова тільки для розсіяного поля, а також часовий профіль первинної хвилі  $u_n^{src}(z',t)$  і профіль її нормальної похідної  $\partial u_n^{src}(z',t)/\partial z'$ . Вибираючи в (2.34) верхній знак і вводячи позначення  $c = (\varepsilon \mu)^{-1/2}$ , отримаємо для розсіяного поля

$$c\frac{\partial u_n^{sct}(z',t)}{\partial z'} + \frac{\partial u_n^{sct}(z',t)}{\partial t} + su_n^{sct}(z',t) = \int_0^t u_n^{sct}(z',\tau) K_1'(t-\tau) d\tau.$$
(2.81)

Функції  $u_n^{sct}(z',t)$  – це «історія» розсіяної хвилі на віртуальній межі, яка зберігається в пам'яті комп'ютера до кінця прогонки різницевої схеми. Знаючи цю «історію» можна обчислити похідну  $\partial u_n^{sct}(z',t)/\partial t$  в будь-який звітний період часу. Для моменту *t* використовуємо односторонній чотирьохточковий різницевий аналог першої похідної [267]:

$$\frac{\partial u_n^{sct}(z',t)}{\partial t} \approx \frac{11u_n^{sct}\Big|_i^k - 18u_n^{sct}\Big|_i^{k-1} + 9u_n^{sct}\Big|_i^{k-2} - 2u_n^{sct}\Big|_i^{k-3}}{6h_t}.$$
 (2.82)

Для дискретизації в (2.81) похідної  $\partial u_n^{sct}(z',t)/\partial z'$  необхідно виділити її з повного поля. З (2.80) отримаємо

$$\frac{\partial u_{n}^{sct}(z',t)}{\partial z'} = \frac{\partial u_{n}^{tot}(z',t)}{\partial z'} - \frac{\partial u_{n}^{src}(z',t)}{\partial z'} \approx \\
\approx \frac{11 \left( u_{n}^{sct} \Big|_{i}^{k} + u_{n}^{src} \Big|_{i}^{k} \right) - 18 u_{n}^{tot} \Big|_{i-1}^{k} + 9 u_{n}^{tot} \Big|_{i-2}^{k} - 2 u_{n}^{tot} \Big|_{i-3}^{k} - u_{n}^{src'} \Big|_{i}^{k},$$
(2.83)

де 
$$u_n^{src'}\Big|_i^k$$
 – сіткова функція зі значеннями похідної  $\partial u_n^{src}(z',t)/\partial z'$ ;

і – номер шару з вузлами різницевої сітки, що лежать на віртуальній межі.

Для дискретизації інтеграла в правій частині (2.81) використовуємо квадратурну формулу Боде (див. [267], стор. 683, ф. (25.4.14)):

$$\int_{t_i}^{t_{i+4}} f(t) dt = \frac{h}{45} \left( 14f_i + 64f_{i+1} + 24f_{i+2} + 64f_{i+3} + 14f_{i+4} \right) + O(h^7), \quad f_i = f(t_i). \quad (2.84)$$

Матимемо

$$\int_{0}^{t} u_{n}^{sct}(z',\tau) K_{1}'(t-\tau) d\tau \approx \frac{h_{t}}{45} \sum_{k'=0}^{k} B_{k-k'} \cdot u_{n}^{sct} \Big|_{i}^{k'} K_{1}' \Big|^{k-k'}, \qquad (2.85)$$

де  $K'_1|^k$  – масиви з дискретними значеннями ядер (2.39) і

$$B_{k} = \begin{cases} 14, & k = 0 \\ 64, & k = 1, 3, 5, 7, \dots (i = 2m + 1) \\ 24, & k = 2, 6, 10, 14, \dots (i = 4m + 2) \\ 28, & k = 4, 8, 12, 16, \dots (i = 4m) \end{cases}$$
(2.86)

Строго кажучи, число вузлів інтегрування для складової формули Боде має бути 4p+1 (де p – ціле), і для моментів часу  $k \neq 4p$  (нумерація по kпочинається з 0) формула (2.85) невірна. Однак внаслідок властивості функцій  $u_n(z',t)|_{t\leq 0} \equiv 0$  можна відсунути нижню границю інтегрування в (2.85) в сторону від'ємних t на потрібне число часових шарів. В цьому випадку – при уточненому значенні нижньої границі підсумовування – формула (2.85) вірна для довільного k. З цієї ж причини в (2.86) опущено другий коефіцієнт 14 при k = 4p. Для таких значень верхньої границі доданок дорівнює нулю через рівність  $u_n^{set}|_i^0 = 0$ .

Введемо позначення

$$\tilde{K}_{k} \equiv \frac{h_{t}}{45} B_{k} K_{1}^{\prime} \Big|^{k} .$$
(2.87)

Комбінуючи формули (2.82), (2.83), (2.85), (2.87) отримаємо різницевий аналог для (2.81)

$$c\left(\frac{11\left(\left[u_{n}^{sct}\right]_{i}^{k}+u_{n}^{src}\right]_{i}^{k}\right)-18u_{n}^{tot}\Big|_{i-1}^{k}+9u_{n}^{tot}\Big|_{i-2}^{k}-2u_{n}^{tot}\Big|_{i-3}^{k}}{6h_{s}}-u_{n}^{src'}\Big|_{i}^{k}\right)+\frac{11\left[u_{n}^{sct}\right]_{i}^{k}-18u_{n}^{sct}\Big|_{i}^{k-1}+9u_{n}^{sct}\Big|_{i}^{k-2}-2u_{n}^{sct}\Big|_{i}^{k-3}}{6h_{t}}+s\left[u_{n}^{sct}\right]_{i}^{k}\right)=\left[u_{n}^{sct}\Big|_{i}^{k}\right]\tilde{K}_{0}+\sum_{k'=0}^{k-1}u_{n}^{sct}\Big|_{i}^{k'}\tilde{K}_{k-k'}.$$
 (2.88)

Тут рамкою виділено доданки з невідомим, – шуканою амплітудою розсіяної хвилі на віртуальній межі. Сума в правій частині в (2.88) є достатньо гладкою функцією і часто може розраховуватися з більш грубим кроком по часу, ніж різницева схема. Це відкриває можливість додаткової оптимізації поглинаючої умови, що розглядається, як за швидкістю, так і за об'ємом

витрачаємої комп'ютерної пам'яті: при чисельній реалізації можна зберігати не всю «історію» сигналу на віртуальній межі, а лише відліки з кроком  $N \cdot h_t$ , де N – деякий цілочисельний параметр. Відсутні ж значення суми в моменти часу, що не дорівнюють  $N \cdot h_t$ , можна отримувати за допомогою інтерполяційних формул. Введемо наступне позначення

$$S_{N,k} = \sum_{k'=0}^{k-1} u \Big|_{i}^{k'} \tilde{K}_{k-k'}, \qquad \tilde{K}_{i} \equiv \frac{Nh_{i}}{45} B_{i} K_{Ni}. \qquad (2.89)$$

Значення  $S_{N,k}$  з точністю до похибки інтегрування збігаються з  $S_{1,Nk}$  – значеннями суми в моменти Nk. Їх будемо обчислювати за (2.89). Значення  $S_{1,Nk+r}$  (0 < r < N) будемо відбудовувати по інтерполяційній формулі ([267], стор. 676, ф. (25.2.15)]:

$$S_{1,Nk+r} = A_{-2}S_{N,k-2} + A_{-1}S_{N,k-1} + A_0S_{N,k} + A_1S_{N,k+1} + A_2S_{N,k+2}, \qquad (2.90)$$

де

$$A_{-2} = (p^2 - 1)p(p - 2)/24, \quad A_{-1} = -(p - 1)p(p^2 - 4)/6, \quad (2.91)$$

$$A_{1} = -(p+1)p(p^{2}-4)/6, \quad A_{2} = (p^{2}-1)p(p+2)/24, \quad (2.92)$$

$$A_0 = \left( p^2 - 1 \right) \left( p^2 - 4 \right) / 4, \qquad p = r + 1.$$
(2.93)

Наведемо тепер подібні в (2.88). Після нескладних перетворень отримаємо

$$u_{sct}\Big|_{i}^{k} = C_{0}S_{1,k} + C_{1}u_{n}^{tot}\Big|_{i-1}^{k} + C_{2}u_{n}^{tot}\Big|_{i-2}^{k} + C_{3}u_{n}^{tot}\Big|_{i-3}^{k} + C_{4}u_{n}^{sct}\Big|_{i}^{k-1} + C_{5}u_{n}^{sct}\Big|_{i}^{k-2} + C_{6}u_{n}^{sct}\Big|_{i}^{k-3} + C_{7}u_{n}^{src}\Big|_{i}^{k} + C_{8}u_{n}^{src'}\Big|_{i}^{k}$$
(2.94)

де коефіцієнти С<sub>т</sub> дорівнюють

$$C_0 = 6h_z h_t Z$$
,  $C_1 = 18ch_t Z$ ,  $C_2 = -9ch_t Z$ ,  $C_3 = 2ch_t Z$ ,  $C_4 = 18h_z Z$ , (2.95)

$$C_5 = -9h_z Z$$
,  $C_6 = 2h_z Z$ ,  $C_7 = -11ch_t Z$ ,  $C_8 = 6ch_z h_t$  (2.96)

і 
$$Z = \left(11(h_z + ch_t) + 6h_z h_t (s - \tilde{K}_0)\right)^{-1}$$
. Співвідношення (2.94) – це фінальна

розрахункова формула, що дозволяє по полю  $U^{tot}$  в сусідніх з віртуальною межею перерізах хвилеводу отримувати значення розсіяного поля  $U^{sct}$  на самій межі. Після того, як  $U^{sct}$  знайдено, до нього слід додати  $U^{src}$ , яке задане користувачем, що дасть повне поле  $U^{tot}$  на межі обчислювальної області, і дозволить перейти до перерахунку наступного часового шару різницевої схеми. За необхідності, знайдені з (2.94) амплітуди розсіяного поля можуть бути збережені в окремому файлі і в подальшому використані для отримання енергетичних характеристик вузла, що досліджується, в частотній області (див. п. 2.8.2).

Ключовим фактором, що визначає ефективність використання цієї нелокальної поглинаючої умови, є можливість швидкого обчислення величини  $S_{1,k}$ , тобто дискретного аналога каузальної згортки. Для прогону різницевої схеми до часового шару з номером k число плаваючих операцій, які необхідно виконати при безпосередньому (тобто не оптимізованому) обчисленні суми (2.88), пропорційно  $k^2$ . На практиці це призводить до обмеження на максимальний час k порядку 10<sup>5</sup>. В [6] було запропоновано алгоритм швидкого обчислення таких згорток, заснований на алгоритмі швидкого перетворення Фур'є (ШПФ), обчислювальна складність якого визначається величиною  $O(k \log^2 k)$ . При такому підході вдається проганяти різницеві схеми до 10<sup>9</sup> і більше часових шарів. Наведемо тут коротко більш загальний варіант цього алгоритму, що дозволяє оптимізувати обчислення не тільки по швидкості, але і по об'єму оперативної пам'яті комп'ютера, що витрачається.

Перепишемо (2.89) для стислості в наступному вигляді

$$S_k = \sum_{k'=0}^{k-1} u_k \tilde{K}_{k-k'}$$
(2.97)

Це співвідношення можна представити у вигляді добутку ніжньотрикутної Тепліцевої матриці з нульовими елементами на головній діагоналі на векторстовпець з «історією» сигналу:

$$\begin{bmatrix} S_{0} \\ S_{1} \\ S_{2} \\ S_{3} \\ S_{4} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & & & & 0 \\ \tilde{K}_{1} & 0 & & & & \\ \tilde{K}_{2} & \tilde{K}_{1} & 0 & & & \\ \tilde{K}_{3} & \tilde{K}_{2} & \tilde{K}_{1} & 0 & & \\ \tilde{K}_{2} & \tilde{K}_{3} & \tilde{K}_{2} & \tilde{K}_{1} & 0 & \\ \vdots & & & & \ddots \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} u_{0} \\ u_{1} \\ u_{2} \\ u_{3} \\ u_{4} \\ \vdots \end{bmatrix}.$$
(2.98)

Розіб'ємо тепер ніжньотрикутну матрицю на квадратні блоки зі сторонами s, рівними степені двійки, так, щоб у правому верхньому кутку кожного блоку був елемент  $\tilde{K}_1$ , а розмір s відповідав номеру часового шару k наступним чином. Якщо в двійковому поданні k крайня права одиниця стоїть в самому молодшому розряді, то  $s = 2^0 = 1$ , якщо в наступному, то  $s = 2^1 = 2$ , і т.д. Приклад такого розбиття матриці наведено на рис. 2.4. Там же стрілками біля головної діагоналі вказані значення k в двійковій системі числення.

Матричне множення будемо виконувати по блоках: на часовому шарі k блок розміром  $s \times s$  множиться на відповідний фрагмент вектор-стовпця з «історією» сигналу, і результат додається до відповідних елементів векторстовпця в лівій частині. При цьому маленькі блоки (s < 128) множимо за правилом «рядок на стовпець», а великі – за допомогою теореми про згортку і ШПФ. В останньому випадку добуток квадратного блоку на фрагмент векторастовпця

$$\begin{bmatrix} S_{0} \\ S_{1} \\ S_{2} \\ S_{3} \\ S_{4} \\ S_{5} \\ S_{6} \\ S_{7} \\ S_{8} \\ S_{9} \\ S_{10} \\ S_{11} \\ S_{12} \\ S_{13} \\ S_{14} \\ S_{15} \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{K}_{1} & 0 & \leftarrow 0001 \\ |\tilde{K}_{3} & \tilde{K}_{2}| & \tilde{K}_{1} & 0 & \leftarrow 0101 \\ |\tilde{K}_{4} & \tilde{K}_{3} & \tilde{K}_{2} & \tilde{K}_{1}| & 0 & \leftarrow 0101 \\ |\tilde{K}_{4} & \tilde{K}_{3} & \tilde{K}_{2} & \tilde{K}_{1}| & 0 & \leftarrow 0101 \\ |\tilde{K}_{5} & \tilde{K}_{4} & \tilde{K}_{3} & \tilde{K}_{2} & \tilde{K}_{1}| & 0 & \leftarrow 0101 \\ |\tilde{K}_{7} & \tilde{K}_{6} & \tilde{K}_{5} & \tilde{K}_{4} & \tilde{K}_{3} & |\tilde{K}_{2} & \tilde{K}_{1}| & 0 & \leftarrow 0111 \\ |\tilde{K}_{7} & \tilde{K}_{6} & \tilde{K}_{5} & \tilde{K}_{4}| & |\tilde{K}_{3} & \tilde{K}_{2}| & \tilde{K}_{1} & 0 & \leftarrow 0111 \\ |\tilde{K}_{8} & \tilde{K}_{7} & \tilde{K}_{6} & \tilde{K}_{5} & \tilde{K}_{4} & \tilde{K}_{3} & \tilde{K}_{2} & \tilde{K}_{1}| \\ |\tilde{K}_{1} & \tilde{K}_{10} & \tilde{K}_{9} & \tilde{K}_{8} & \tilde{K}_{7} & \tilde{K}_{6} & \tilde{K}_{5} & \tilde{K}_{4} & \tilde{K}_{3} & \tilde{K}_{2} & \tilde{K}_{1} \\ |\tilde{K}_{11} & \tilde{K}_{10} & \tilde{K}_{9} & \tilde{K}_{8} & \tilde{K}_{7} & \tilde{K}_{6} & \tilde{K}_{5} & \tilde{K}_{4} & |\tilde{K}_{3} & \tilde{K}_{2}| & \tilde{K}_{1} & 0 \\ |\tilde{K}_{15} & \tilde{K}_{14} & \tilde{K}_{13} & \tilde{K}_{12} & \tilde{K}_{11} & \tilde{K}_{10} & \tilde{K}_{9} & \tilde{K}_{8} & \tilde{K}_{7} & \tilde{K}_{6} & \tilde{K}_{5} & \tilde{K}_{4} & \tilde{K}_{3} & \tilde{K}_{2} & \tilde{K}_{1} & 0 \\ |\tilde{K}_{15} & \tilde{K}_{14} & \tilde{K}_{13} & \tilde{K}_{12} & \tilde{K}_{11} & \tilde{K}_{10} & \tilde{K}_{9} & \tilde{K}_{8} & \tilde{K}_{7} & \tilde{K}_{6} & \tilde{K}_{5} & \tilde{K}_{4} & \tilde{K}_{3} & \tilde{K}_{2} & \tilde{K}_{1} & 0 \\ |\tilde{K}_{15} & \tilde{K}_{14} & \tilde{K}_{13} & \tilde{K}_{12} & \tilde{K}_{11} & \tilde{K}_{10} & \tilde{K}_{9} & \tilde{K}_{8} & \tilde{K}_{7} & \tilde{K}_{6} & \tilde{K}_{5} & \tilde{K}_{4} & \tilde{K}_{3} & \tilde{K}_{2} & \tilde{K}_{1} & 0 \\ |\tilde{K}_{15} & \tilde{K}_{14} & \tilde{K}_{13} & \tilde{K}_{12} & \tilde{K}_{11} & \tilde{K}_{10} & \tilde{K}_{9} & \tilde{K}_{8} & \tilde{K}_{7} & \tilde{K}_{6} & \tilde{K}_{5} & \tilde{K}_{4} & \tilde{K}_{3} & \tilde{K}_{2} & \tilde{K}_{1} & 0 \\ |\tilde{K}_{15} & \tilde{K}_{14} & \tilde{K}_{13} & \tilde{K}_{12} & \tilde{K}_{11} & \tilde{K}_{10} & \tilde{K}_{9} & \tilde{K}_{8} & \tilde{K}_{7} & \tilde{K}_{6} & \tilde{K}_{5} & \tilde{K}_{4} & \tilde{K}_{3} & \tilde{K}_{2} & \tilde{K}_{1} & 0 \\ |\tilde{K}_{15} & \tilde{K}_{14} & \tilde{K}_{13} & \tilde{K}_{12} & \tilde{K}_{11} & \tilde{K}_{10} & \tilde{K}_{9} & \tilde{K}_{8} & \tilde{K}_{7} & \tilde{K}_{6} & \tilde{K}_{5} & \tilde{K}_{4} & \tilde{K}_{3} & \tilde{K}_{2} & \tilde{K}_{1} & 0 \\ |\tilde{K}_{15} & \tilde{K}_{14} & \tilde{K}_{13} & \tilde{K}_{12} &$$

Рисунок 2.4 – Приклад розбиття ніжньотрикутної матриці в (2.98) на квадратні блоки для оптимізації обчислень за швидкістю

$$\begin{bmatrix} S_k \\ S_{k+1} \\ \dots \\ S_{k+s-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_s & \dots & K_2 & K_1 \\ K_{s+1} & \dots & K_3 & K_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_{2s-1} & \dots & K_{s+1} & K_s \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} u_{k-s} \\ u_{k-s+1} \\ \dots \\ u_{k-1} \end{bmatrix}$$
(2.99)

зводиться до циклічної згортки

$$W_n = \left(\mathbf{K}' * \mathbf{U}\right)_n = \sum_{m=0}^{N-1} K'_{(n-m) \mod N} U_m, \qquad n = 0, 1, ..., N-1 \qquad (2.100)$$

двох векторів, розміром N = 2s

$$\mathbf{U} = \{u_{k-s}, u_{k-s+1}, \dots, u_{k-1}, 0, \dots, 0\}, \quad \mathbf{K}' = \{K_1, K_2, \dots, K_{2s-1}, 0\}$$
(2.101)

$$S_{k+p} = W_{s-1+p}, \qquad p = 0, 1, \dots, s-1.$$
 (2.102)

Величини  $W_n$  знаходимо, використовуючи теорему про згортку:

$$\mathbf{W} = DFT^{-1} \Big[ DFT \Big[ \mathbf{K}^{\prime} \Big] DFT \Big[ \mathbf{U} \Big] \Big], \qquad (2.103)$$

де DTF і  $DFT^{-1}$  означає пряме і зворотне дискретне перетворення Фур'є

$$y_{n} = DFT[\mathbf{X}] \equiv \sum_{m=0}^{N-1} x_{m} e^{-\frac{2\pi i}{N}mn} \quad \leftrightarrow \quad x_{m} = DFT^{-1}[\mathbf{Y}] \equiv \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} y_{n} e^{\frac{2\pi i}{N}mn} . \quad (2.104)$$

Тут знаки в показниках експонент і нормувальні множники перед знаками сум обрані так само, як і в [272], де бралися і бібліотеки обчислювальних процедур БПФ. Формули (2.102)–(2.103) дозволяють радикально скоротити процесорний час, що витрачається на обробку нелокальних поглинаючих умов, і зробити його менше (або порівнянним до) часу, що витрачається на обробку власне різницевої схеми [6].

Оптимізація алгоритму по об'єму оперативної пам'яті комп'ютера, що витрачається, є окремою проблемою. В деякій мірі гостроту цієї проблеми можна зменшено за допомогою техніки зберігання кожного N-го відліку «історії» сигналу, що описано вище (див. (2.89)). Але навіть в цьому випадку при великих часах (понад  $10^7$  часових шарів) необхідні об'єми оперативної пам'яті можуть вимірюватися гігабайтами і навіть десятками гігабайт, що не завжди технічно можливо.

З цієї причини введемо параметр s<sub>max</sub> – максимальний розмір квадратних блоків, які можна зберігати в оперативній пам'яті комп'ютера, і модифікуємо алгоритм поблочного матричного множення наступним чином. При 0 < k < s<sub>max</sub>

перемножуємо блоки в трикутному фрагменті матриці, як було описано вище. При  $k = s_{max}$  множимо один блок розміром  $s_{max} \times s_{max}$  з елементами  $\tilde{K}_1, \ldots, \tilde{K}_{2s_{max}-1}$  на фрагмент вектор-стовпця  $\begin{bmatrix} u_0 \ldots u_{s_{max}-1} \end{bmatrix}^T$  (див. рис. 2.5). Після чого результат дискретного перетворення Фур'є векторів

$$\mathbf{U}_{(1)} = \left\{ u_0, u_1, \dots, u_{s_{max}-1}, 0, \dots, 0 \right\} \text{ i } \mathbf{K}_{(1)}' = \left\{ K_1, K_2, \dots, K_{2s_{max}-1}, 0 \right\}$$
(2.105)

(див. (2.101)) зберігаємо на жорсткому диску комп'ютера і звільняємо пам'ять, що використовувалася для їх зберігання. Далі, при  $s_{max} < k < 2s_{max}$ , перемножуємо блоки з другого трикутного фрагмента матриці, і результат додаємо до елементів вектор-стовпця в лівій частині. При  $k = 2s_{max}$  необхідно виконати множення двох блоків розміром  $s_{max} \times s_{max}$ . Обчислюємо фур'єперетворення векторів

$$\mathbf{U}_{(2)} = \left\{ u_{s_{max}}, u_{s_{max}+1}, \dots, u_{2s_{max}-1}, 0, \dots, 0 \right\} \text{ i } \mathbf{K}_{(2)}' = \left\{ K_{s_{max}+1}, K_{s_{max}+2}, \dots, K_{3s_{max}-1}, 0 \right\}.$$
(2.106)

і складаємо суму

$$DFT^{-1} \bigg[ DFT \bigg[ \mathbf{K}_{(2)}^{\prime} \bigg] DFT \bigg[ \mathbf{U}_{(1)} \bigg] + DFT \bigg[ \mathbf{K}_{(1)}^{\prime} \bigg] DFT \bigg[ \mathbf{U}_{(2)} \bigg] \bigg], \quad (2.107)$$

яка дорівнює шуканого добутку двох блоків. При цьому спектри векторів (2.105) вже нараховані, – потрібно лише скопіювати їх з файлу на жорсткому диску у тимчасові масиви. Після цього фур'є-образи векторів (2.106) також записуємо на жорсткий диск комп'ютера, – ці набори даних знадобляться в момент часу  $k = 3s_{max}$ . Далі, при  $2s_{max} < k < 3s_{max}$ , перемножуємо блоки з третього трикутного фрагмента, а при  $k = 3s_{max}$  виконуємо множення вже трьох блоків розміром  $s_{max} \times s_{max}$  способом, що описано вище.



Рисунок 2.5 – Приклад розбиття ніжньотрикутної матриці в (2.98) на квадратні блоки для оптимізації обчислень за об'ємом оперативної пам'яті

Вочевидь, що така модифікація алгоритму дозволяє перенести істотний об'єм даних, пов'язаних з обчисленням каузальних згорток, з оперативної пам'яті на жорсткий диск комп'ютера. Як вже зазначалося вище, сумарний об'єм таких файлів може перевищувати об'єм виділеної для всієї іншої задачі оперативної пам'яті в сотні разів. Вузьким місцем такого алгоритму є періодичне пересилання цих даних з жорсткого диска в оперативну пам'ять і назад. Однак, як показує досвід проведення чисельних експериментів, при досить великих  $s_{max}$  ( $s_{max} = 2^{18}$  і вище), такі пересилання виникають нечасто і несуттєво позначаються на загальному часі, що витрачається на рішення типових початково-крайових задач.

Нарешті, ще раз зазначимо на вже згадувану вище особливість граничної умови (2.94). А саме, для її коректної роботи з полем первинної хвилі необхідно крім сіткової функції з амплітудою  $u_n^{src}\Big|_i^k$  мати і функцію з її поздовжньої

похідною  $u_n^{sret}\Big|_i^k$ . Ці дві функції не є незалежними, а пов'язані співвідношеннями виду (2.31)–(2.34). З практичної точки зору зручно задавати одну з них, – наприклад,  $u_n^{sret}\Big|_i^k$ , – а іншу знаходити автоматично, на етапі підготовки різницевої схеми до основного прорахунку. Для цього знову ж потрібно обчислити каузальну згортку заданого сигналу, для чого також потрібно використовувати оптимізований алгоритм поблочного матричного множення. Він, з точністю до несуттєвих деталей, повторює той алгоритм, який був описаний вище, і тут опускається. Його докладний опис наведений в [10], де співвідношення (2.31) і (2.34) використовувалися для перерахунку часового профілю імпульсу, що поширюється в порожнистому хвилеводі (див. також підрозділ 3.2).

## 2.7.3 Локальна поглинаюча умова на прямокутній віртуальній межі у вільному просторі

Умови, задані співвідношеннями (2.51), потребують вирішення допоміжних початково-крайових задач на кожній прямолінійній ділянці прямокутної віртуальної межі для допоміжних функцій  $V_m = V_m(y, z, t, \varphi)$  і подальше «зшивання» цих рішень в кутових точках згідно (2.52). Введемо допоміжні сіткові функції  $V_m|_{l,f}^k$ :  $0 \le f < F$ ,  $0 \le l < L$ , де F – параметр, що задається користувачем. L дорівнює або I, або J, в залежності від номера межі m. Крок сітки по змінній  $\varphi$  дорівнює

$$h_f = \frac{\pi/2}{F-1}, \quad i \quad \varphi = f h_f.$$
 (2.108)

Введення таких функцій еквівалентно виділенню додаткової оперативної пам'яті для трьох допоміжних масивів на кожній дільниці віртуальної межі: в них зберігаються значення  $V_m|_{l,f}^{k-2}$ ,  $V_m|_{l,f}^{k-1}$  і  $V_m|_{l,f}^k$  в три послідовних моменти часу. Схематично ці додаткові масиви показані на рис. 2.6. Жирною лінією тут виділено основний масив з сітковою функцією  $U_3|_{j,i}^k$ , на яку накладається поглинаюча умова.



Рисунок 2.6 – Схема, яка пояснює принцип реалізації локальної поглинаючої умови на прямокутній межі

У більшості чисельних експериментів значення параметра F може бути вибрано в діапазоні приблизно 10 < F < 50, і відповідний об'єм додаткової пам'яті, необхідної для зберігання функцій  $V_m|_{l,f}^k$ , невеликий в порівнянні з об'ємом пам'яті, що виділяється для зберігання компонент поля в обчислювальної області. Цей додатковий об'єм пам'яті приблизно відповідає такому, при використанні техніки PML [227, 240]. Отримаємо різницеві уявлення для (2.51). Дискретні аналоги диференціальних рівнянь запишемо за допомогою двох-

$$\frac{V_m \Big|_{l,f}^{k+1} - 2V_m \Big|_{l,f}^k + V_m \Big|_{l,f}^{k-1}}{h_t^2} - \sin^2 \left(f h_f\right) \frac{V_m \Big|_{l+1,f}^k - 2V_m \Big|_{l,f}^k + V_m \Big|_{l-1,f}^k}{h_s^2} = \frac{U_3 \Big|_{l(0)}^k - U_3 \Big|_{l(1)}^k}{h_s}$$
(2.109)

і триточкового

$$\frac{V_m \Big|_{l,f}^{k+1} - 2V_m \Big|_{l,f}^k + V_m \Big|_{l,f}^{k-1}}{h_t^2} - \sin^2 \left(f h_f\right) \frac{V_m \Big|_{l+1,f}^k - 2V_m \Big|_{l,f}^k + V_m \Big|_{l-1,f}^k}{h_s^2} = \frac{3U_3 \Big|_{l(0)}^k - 4U_3 \Big|_{l(1)}^k + U_3 \Big|_{l(2)}^k}{2h_s}.$$
 (2.110)

шаблону першої похідної. Тут  $U_3|_{l(0)}^k$  – це *х*-компонента поля на віртуальній межі,  $U_3|_{l(1)}^k$  – у вузлі на відстані одного кроку від віртуальної кордону,  $U_3|_{l(2)}^k$  – двох кроків. Перетворюючи (2.109) і (2.110) отримаємо

$$V_{m}|_{l,f}^{k+1} = 2V_{m}|_{l,f}^{k} - V_{m}|_{l,f}^{k-1} + S_{f}^{2} \frac{h_{t}^{2}}{h_{s}^{2}} \left(V_{m}|_{l+1,f}^{k} - 2V_{m}|_{l,f}^{k} + V_{m}|_{l-1,f}^{k}\right) + \frac{h_{t}^{2}}{h_{s}} \left(U_{3}|_{l(0)}^{k} - U_{3}|_{l(1)}^{k}\right), \qquad 0 < k < K-1,$$

$$(2.111)$$

i

$$V_{m}\Big|_{l,f}^{k+1} = 2V_{m}\Big|_{l,f}^{k} - V_{m}\Big|_{l,f}^{k-1} + S_{f}^{2} \frac{h_{t}^{2}}{h_{s}^{2}} \Big(V_{m}\Big|_{l+1,f}^{k} - 2V_{m}\Big|_{l,f}^{k} + V_{m}\Big|_{l-1,f}^{k}\Big) + \frac{h_{t}^{2}}{2h_{s}} \Big(3U_{3}\Big|_{l(0)}^{k} - 4U_{3}\Big|_{l(1)}^{k} + U_{3}\Big|_{l(2)}^{k}\Big), \quad 0 < k < K-1,$$

$$(2.112)$$

де

104

$$S_f^2 = \sin^2(f h_f).$$
 (2.113)

105

Чисельна реалізація цієї локальної поглинаючої умови показала, що формула (2.112) дає більшу точність, ніж (2.111), але, в загальному випадку, призводить до нестійкої різницевої схеми. Якщо ж в чотирьох граничних вузлах, що сусідні з кутовими точками, використовувати двоточковий шаблон для обчислення нормальної похідної для  $U_3|_{j,i}^k$ , то різницева схема стає стійкою. Розташування вузлів, що слугують для обчислення похідних  $\partial U_3/\partial y$  на верхній і нижній ділянках межі, показано на рис. 2.6 точками. Похідні на лівій і правій ділянках знаходяться по триточковим шаблонам.

Після того як значення допоміжних функцій  $V_m \Big|_{l,f}^k$  знайдені для моменту часу k, граничні значення функції знаходяться інтегруванням по змінній ф (використовуємо квадратурну формулу трапецій):

$$U_{3}|_{l(0)}^{k} = -\frac{2}{\pi} \frac{h_{f}}{2} \sum_{f=0}^{F-1} T_{f} \frac{3V_{m}|_{l,f}^{k} - 4V_{m}|_{l,f}^{k-1} + V_{m}|_{l,f}^{k-2}}{2h_{t}}, \qquad (2.114)$$

або

$$U_{3}\Big|_{l(0)}^{k} = -\frac{1}{4h_{t}(F-1)}\sum_{f=0}^{F-1}T_{f}\left(3V_{m}\Big|_{l,f}^{k} - 4V_{m}\Big|_{l,f}^{k-1} + V_{m}\Big|_{l,f}^{k-2}\right), \qquad (2.115)$$

де коефіцієнти формули трапецій дорівнюють

$$T_f = \begin{cases} 1, & f = 0, f = F - 1 \\ 2, & 0 < f < F - 1 \end{cases}.$$
 (2.116)

Дискретний аналог умов в кутовій точці (2.52) зводиться до вирішення наступної системи лінійних алгебраїчних рівнянь (0 ≤ f ≤ F −1):

106

$$\begin{cases} \frac{3\overline{V_{m}}_{l_{0},f}^{k}}{2h_{t}} - 4V_{m}\Big|_{l_{0},f}^{k-1} + V_{m}\Big|_{l_{0},f}^{k-2}}{2h_{t}} + S_{f} \frac{3\overline{V_{m}}_{l_{0},f}^{k}}{2h_{s}} - 4V_{m}\Big|_{l_{1},f}^{k} + V_{m}\Big|_{l_{2},f}^{k}}{2h_{s}} = \\ = -\frac{2}{\pi}\frac{h_{f}}{2}\sum_{f_{1}=0}^{F-1}T_{f_{1}}R_{f,f_{1}}\frac{3\overline{V_{n}}_{l_{0},f_{1}}^{k}}{2h_{s}} - 4V_{n}\Big|_{l_{1},f_{1}}^{k} + V_{n}\Big|_{l_{2},f_{1}}^{k}}{2h_{s}} \end{cases}$$

$$(2.117)$$

$$\frac{3\overline{V_{n}}_{l_{0},f}^{k}} - 4V_{n}\Big|_{l_{0},f}^{k-1} + V_{n}\Big|_{l_{0},f}^{k-2}}{2h_{t}} + S_{f} \frac{3\overline{V_{n}}_{l_{0},f_{1}}^{k}}{2h_{s}} - 4V_{n}\Big|_{l_{1},f}^{k} + V_{n}\Big|_{l_{2},f_{1}}^{k}}{2h_{s}} = \\ = -\frac{2}{\pi}\frac{h_{f}}{2}\sum_{f_{1}=0}^{F-1}T_{f_{1}}R_{f,f_{1}}\frac{3\overline{V_{m}}_{l_{0},f_{1}}^{k}}{2h_{s}} - 4V_{m}\Big|_{l_{1},f_{1}}^{k} + V_{m}\Big|_{l_{2},f_{1}}^{k}}{2h_{s}} \end{cases}$$

де  $S|_{f} = \sin(f h_{f})$ , і індекси  $l_{0}$ ,  $l_{1}$  і  $l_{2}$  відповідають вузлам сіткових функцій  $V_{m}|_{l,f}^{k}$  і  $V_{n}|_{l,f}^{k}$ , що лежать на межі їх області визначення, в одному кроці дискретизації від цієї межі і в двох кроках від неї. Система (2.117) має 2*F* рівнянь і стільки ж невідомих – це значення допоміжних функцій в кутовій точці (вони виділені рамками). Два рівняння при f = 0 слід виключити з (2.117), – цей випадок обробляється окремо за допомогою умов (2.55). (Відповідні елементи масивів  $V_{n}|_{l,f}^{k}$  при f = 0 на рис. 2.6 виділені сірим кольором.) Перепишемо (2.117) в наступному вигляді ( $1 \le f \le F - 1$ )

$$\begin{cases} \overline{V_{m}}_{l_{0,f}}^{k} - \frac{h_{s}}{3(h_{s} + h_{t}S_{f})} \left(4V_{m}\right|_{l_{0,f}}^{k-1} - V_{m}\right|_{l_{0,f}}^{k-2} \right) - \frac{h_{t}S_{f}}{(h_{s} + h_{t}S_{f})} \frac{1}{3} \left(4V_{m}\right|_{l_{1,f}}^{k} - V_{m}\right|_{l_{2,f}}^{k} \right) = \\ = -\frac{h_{t}}{2(F-1)} \frac{1}{(h_{s} + h_{t}S_{f})} \sum_{f_{1}=1}^{F-1} T_{f_{1}}R_{f,f_{1}} \left(\overline{V_{n}}_{l_{0,f}}^{k}\right) - \frac{1}{3} \left(4V_{n}\right|_{l_{1,f_{1}}}^{k} - V_{n}\right|_{l_{2,f_{1}}}^{k} \right) \\ = \frac{1}{3(h_{s} + h_{t}S_{f})} \left(4V_{n}\right|_{l_{0,f}}^{k-1} - V_{n}\right|_{l_{0,f}}^{k-2} - \frac{h_{t}S_{f}}{(h_{s} + h_{t}S_{f})} \frac{1}{3} \left(4V_{n}\right|_{l_{1,f_{1}}}^{k} - V_{n}\right|_{l_{2,f_{1}}}^{k} \right) \\ = -\frac{h_{t}}{3(h_{s} + h_{t}S_{f})} \left(4V_{n}\right|_{l_{0,f}}^{k-1} - V_{n}\right|_{l_{0,f}}^{k-2} - \frac{h_{t}S_{f}}{(h_{s} + h_{t}S_{f})} \frac{1}{3} \left(4V_{n}\right|_{l_{1,f_{1}}}^{k} - V_{n}\right|_{l_{2,f_{1}}}^{k} \right) \\ = -\frac{h_{t}}{2(F-1)} \frac{1}{(h_{s} + h_{t}S_{f})} \sum_{f_{1}=1}^{F-1} T_{f_{1}}R_{f,f_{1}} \left(\overline{V_{m}}_{l_{0,f_{1}}}^{k} - \frac{1}{3} \left(4V_{m}\right|_{l_{1,f_{1}}}^{k} - V_{m}\right|_{l_{2,f_{1}}}^{k} \right) \right)$$

$$(2.118)$$

Тут було використано властивість коефіцієнтів  $R_{f,f_1} = 0$  при  $f_1 = 0$  і  $f \neq 0$ . Введемо вектор-стовпці

$$\mathbf{V}_{\mathbf{m}}: V_{m,f} \equiv V_m \Big|_{l_0,f}^k,$$
(2.119)

$$\mathbf{V_n}: V_{n,f} = V_n \Big|_{l_{0,f}}^k,, \qquad (2.120)$$

$$\tilde{\mathbf{V}}_{\mathbf{m}}: \tilde{V}_{m,f} = \frac{1}{3} \Big( 4V_m \big|_{l_1,f}^k - V_m \big|_{l_2,f}^k \Big), \qquad (2.121)$$

$$\tilde{\mathbf{V}}_{\mathbf{n}}: \tilde{V}_{n,f} = \frac{1}{3} \Big( 4V_n \Big|_{l_1,f}^k - V_n \Big|_{l_2,f}^k \Big), \qquad (2.122)$$

$$\mathbf{W}_{\mathbf{m}}: W_{m,f} = a_f \left( 4V_m \Big|_{l_0,f}^{k-1} - V_m \Big|_{l_0,f}^{k-2} \right) + b_f \hat{V}_{m,f}, \qquad (2.123)$$

$$\mathbf{W}_{\mathbf{n}}: W_{n,f} = a_f \left( 4V_n \Big|_{l_0,f}^{k-1} - V_n \Big|_{l_0,f}^{k-2} \right) + b_f \hat{V}_{n,f}$$
(2.124)

де

$$a_f = \frac{h_s/3}{h_s + h_t S_f}, \qquad b_f = \frac{h_t S_f}{h_s + h_t S_f}$$
 (2.125)

і матрицю

$$\hat{\mathbf{R}}: \hat{R}_{f,f_{1}} = \begin{cases} -\frac{h_{t}}{2h_{s}(F-1)} \cdot \frac{1}{2}, & f = f_{1} = 0\\ -\frac{h_{t}}{2(F-1)(h_{s} + h_{t}S_{f})} \cdot \frac{T_{f_{1}}S_{f_{1}}^{2}}{S_{f}^{2} + S_{f_{1}}^{2}(1-S_{f}^{2})}, & f \neq 0; f_{1} \neq 0 \end{cases}$$

$$(2.126)$$

Тоді (2.118) можна записати в матричній формі

$$\begin{cases} \mathbf{V}_{m} = \hat{\mathbf{R}}\mathbf{V}_{n} + \mathbf{W}_{m} - \hat{\mathbf{R}}\tilde{\mathbf{V}}_{n} \\ \mathbf{V}_{n} = \hat{\mathbf{R}}\mathbf{V}_{m} + \mathbf{W}_{n} - \hat{\mathbf{R}}\tilde{\mathbf{V}}_{m} \end{cases}, \qquad (2.127)$$

де  $V_n$ ,  $V_m$  – невідомі вектор-стовпці, що містять F-1 елемент. Розв'язуючи (2.127) одержимо

$$\begin{cases} \mathbf{V}_{m} = \hat{\mathbf{Q}}_{1}\mathbf{W}_{m} + \hat{\mathbf{Q}}_{2}\hat{\mathbf{V}}_{m} + \hat{\mathbf{Q}}_{3}\left(\mathbf{W}_{n} - \tilde{\mathbf{V}}_{n}\right) \\ \mathbf{V}_{n} = \hat{\mathbf{Q}}_{1}\mathbf{W}_{n} + \hat{\mathbf{Q}}_{2}\hat{\mathbf{V}}_{n} + \hat{\mathbf{Q}}_{3}\left(\mathbf{W}_{m} - \tilde{\mathbf{V}}_{m}\right) \end{cases}, \qquad (2.128)$$

де матриці

$$\hat{\mathbf{Q}}_{1} = (\hat{\mathbf{E}} - \hat{\mathbf{R}}\hat{\mathbf{R}})^{-1}, \ \hat{\mathbf{Q}}_{2} = -\hat{\mathbf{Q}}_{1}\hat{\mathbf{R}}\hat{\mathbf{R}}, \ \hat{\mathbf{Q}}_{3} = \hat{\mathbf{Q}}_{1}\hat{\mathbf{R}},$$
 (2.129)

і Ê – одинична матриця.

Нарешті, дискретизація умови (2.55) дає

$$V_{m}\Big|_{l,f}^{k+1} = 2V_{m}\Big|_{l,f}^{k} - V_{m}\Big|_{l,f}^{k-1} + \frac{h_{t}^{2}}{2h_{s}}\Big(3U_{3}\Big|_{l(0)}^{k} - 4U_{3}\Big|_{l(1)}^{k} + U_{3}\Big|_{l(2)}^{k}\Big).$$
(2.130)

Співвідношення (2.128) спільно з (2.130) дозволяють коректно зшивати рішення допоміжних початково-крайових задач для функцій  $V_m|_{l,f}^k$  в кутових точках прямокутної віртуальної межі. Незважаючи на свою громіздкість, в обчислювальному плані співвідношення (2.128) виявляється досить ефективним. Всі елементи матриць (2.129) знаходяться до запуску різницевої схеми, і в процесі її прогону потрібно виконати лише множення матриць на вектор-стовпці відносно невеликих розмірів (як правило, менш ніж 50×50).
2.8 Розрахунок електродинамічних характеристик об'єктів, що моделюються

Результатом розв'язання початково-крайових задач (підрозділ 2.6) методом FDTD (підрозділ 2.7) є значення компонент електромагнітного поля у всіх вузлах обчислювальної області в усі моменти часу, до яких була виконано прогін різницевої схеми. Значення цих компонент в точках простору і часу, що не збігаються з вузлами різницевої сітки, можуть бути знайдені за допомогою інтерполяційних формул. Сам по собі цей величезний обсяг даних має невелику практичну цінність. Важливо мати можливість виділяти з нього інформативну складову, - інтегральні фізичні характеристики, які, при необхідності, можуть бути виміряні в натурному експерименті. У цьому підрозділі стисло перераховуються основні такі характеристики хвилевідних і/або випромінювальних вузлів і способи їх отримання з нарахованих масивів даних.

#### 2.8.1 Вибір часового профілю імпульсів збудження

Як вже було зазначено в підрозділі 2.1, техніка проведення чисельних експериментів в часовій області передбачає збудження досліджуваного модельного об'єкта(-ів) імпульсом скінченної тривалості і розрахунок розсіяного їм поля з подальшим витяганням з цих розрахункових даних необхідних електродинамічних характеристик. Первинний імпульс при цьому може мати, взагалі кажучи, довільну часову залежність (часовий профіль). Єдине обмеження, яке накладається з боку методу FDTD на форму таких імпульсів, полягає в тому, щоб мінімальний період коливань, з яких складається його спектр, був набагато більше кроку дискретизації за часом  $h_t$ . Іншими словами, компоненти електромагнітного поля не повинні сильно

змінюватися на часовому інтервалі тривалістю *h<sub>t</sub>*. В іншому ж форма первинних імпульсів (імпульсів, що збуджують) може бути довільною, що робить актуальним питання вибору їх часового профілю.

Фізичний контекст модельних задач, що розв'язуються, завжди передбачає прив'язку до певного частотного діапазону, межі якого відомі хоча б приблизно. Відповідно і форму первинного імпульсу зручно вибирати виходячи з параметрів цього діапазону. Можливих варіантів тут може бути багато. У численних експериментах, результати яких представлені в наступних розділах, були використані два типи джерел, які умовно можна позначити, як широкосмугові і вузькосмугові.

Широкосмугове джерело задавалося наступною функцією

$$f_{sincos}(t;A,m,t_0,t_1,T,k_c,k_s) = A \cdot S^m(t) \cdot \cos\left(k_c(t-T)\right) \cdot \frac{\sin\left(k_s(t-T)\right)}{t-T}, \quad (2.131)$$

де t – змінна часу,

 $A, m, T, t_0, t_1, k_c, k_s$  – параметри джерела, що задаються користувачем, і

$$S(t) = x^{2}(3-2x), \qquad x(t) = \begin{cases} (t-t_{0})/(T-t_{0}), & t_{0} \le t \le T, \\ (t-t_{1})/(T-t_{1}), & T < t \le t_{1}, \\ 0, & t < t_{0}, t > t_{1}. \end{cases}$$
(2.132)

Зручність функції (2.131) при проведенні численних експериментів пояснюється тим, що більша частина енергії такого сигналу зосереджена в частотній смузі

$$k_0 \le k \le k_1, \qquad k_0 = k_c - k_s, \qquad k_1 = k_c + k_s$$
 (2.133)

 $(k = 2\pi/\lambda -$ хвильове число,  $\lambda -$ довжина хвилі у вільному просторі), і його спектр має в ній приблизно постійну амплітуду. Можна говорити про те, що функція (2.131) в якійсь мірі імітує дельта-функцію в кінцевій смузі частот. Зокрема, якщо m = 0, і моменти «ввімкнення» і «вимкнення»  $t_0 \rightarrow -\infty$ ,  $t_1 \rightarrow +\infty$ , то

$$\tilde{f}_{sincos}(k;A,0,-\infty,+\infty,T,k_c,k_s) = \begin{cases} (A/4)e^{ikT}, & k_0 \le k \le k_1 \\ 0, & k < k_0, k > k_1 \end{cases}.$$
(2.134)

(Тобто в цьому випадку  $|\tilde{f}_{sincos}(k)|$  в точності дорівнює константі при  $k_0 \le k \le k_1$ ) Тут і скрізь далі сигнал f(t) і його спектр  $\tilde{f}(k)$  пов'язані наступним інтегральним перетворенням Фур'є

$$\tilde{f}(k) = FT\left[f(t)\right] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{ikt}dt \iff f(t) = FT^{-1}\left[\tilde{f}(k)\right] = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(k)e^{-ikt}dk .$$
(2.135)

Якщо межі  $t_0$  і  $t_1$  скінченні (а на практиці це завжди так), то спектр функції (2.131) вже відмінний від нуля поза діапазоном (2.133), а всередині нього – від постійного значення. В цьому випадку для функцій  $|\tilde{f}(k)|$  в частотній області спостерігається ефект, схожий з ефектом Гіббса, що виникає при підсумовуванні часткових сум рядів Фур'є розривних функцій (см. рис. 2.7 (а)). Однак акуратним вибором параметрів в (2.131) можна домогтися того, що ця відмінність буде несуттєвою, а функцію  $f_{sincos}(t; A, m, t_0, t_1, T, k_c, k_s)$ як і раніше можна розглядати як певний аналог дельта-функції в кінцевому діапазоні частот.



Рисунок 2.7 – Приклади функцій (2.131) і їх амплітудні спектри при m = 0 (a) і m = 1 (б)

Ефективним способом зменшення «бокових пелюсток» в залежності  $|\tilde{f}(k)|$  і зменшенні її осциляцій усередині діапазону (2.133) є використання множника  $S^{m}(t)$  при  $m \neq 0$  (що демонструється на рис. 2.7 (б)). При m = 1 цей множник є сплайн [273], що складається з двох поліномів третього ступеня (2.132) таких, що

$$S(t)\Big|_{t=t_0} = S(t)\Big|_{t=t_1} = 0, \qquad S(t)\Big|_{t=T} = 1,$$
 (2.136)

$$\left. \frac{dS(t)}{dt} \right|_{t=t_0} = \frac{dS(t)}{dt} \left|_{t=t_1} = \frac{dS(t)}{dt} \right|_{t=T} = 0.$$
(2.137)

i

Властивість (2.137) цінна також і тим, що дозволяє вбудовувати в різницеві схеми джерела первинного поля, які в моменти ввімкнення і вимкнення не мають різких сплесків, які потенційно можуть служити додатковим джерелом похибок. Останнє особливо важливо при виконанні прецизійних численних експериментів, зокрема, поблизу критичних частот хвилевідних трактів.

Для симетричних відносно своєї середини ( $T = (t_0 + t_1)/2$ ) сигналів (2.131) можна отримати такі уявлення для їх фур'є-спектрів. При m = 0

$$\tilde{f}_{sincos}(k; A, 0, t_0, t_1, T, k_c, k_s) = \frac{A e^{ik(T+t_0)}}{4\pi} \tilde{I}_0(k), \qquad (2.138)$$

і при *m* = 1

$$\tilde{f}_{sincos}(k;A,1,t_0,t_1,T,k_c,k_s) = \frac{Ae^{ik(T+t_0)}}{4\pi} \Big[ \tilde{I}_0(k) - 3\tilde{I}_1(k) + 2\tilde{I}_2(k) \Big], \qquad (2.139)$$

де

$$\tilde{I}_{n}(k) = I_{n}(k_{+-}T) - I_{n}(k_{-+}T) + I_{n}(k_{++}T) - I_{n}(k_{--}T), \qquad n = 0, 1, 2, \quad (2.140)$$

$$k_{+-} = k_c + k_s - k = k_1 - k, \qquad k_{-+} = k_c - k_s + k = k_0 + k, \qquad (2.141)$$

$$k_{--} = k_c - k_s - k = k_0 - k, \qquad k_{++} = k_c + k_s + k = k_1 + k, \qquad (2.142)$$

i

$$I_{0}(x) = \operatorname{Si}(x), \quad I_{1}(x) = \begin{cases} \frac{\sin x - x \cos x}{x^{2}}, & |x| \ge \varepsilon \\ x \left( a + x^{2} \left( b + x^{2} \left( c + dx^{2} \left( \dots \right) \right) \right) \right), |x| < \varepsilon \end{cases}, \quad (2.143)$$

$$I_{2}(x) = \begin{cases} \frac{2x\sin x - (x^{2} - 2)\cos x - 2}{x^{3}}, & |x| \ge \varepsilon\\ Ax \left( 1 + Bx^{2} \left( 1 + Cx^{2} \left( 1 + Dx^{2} \left( 1 + Ex^{2} \left( \dots \right) \right) \right) \right), & |x| < \varepsilon \end{cases}$$
(2.144)

Тут Si(z) – інтегральний синус,  $\varepsilon$  – радіус деякого околу точки 0, в якому верхні формули (2.143) і (2.144) дають велику похибку (при обчисленнях можна вибирати  $\varepsilon \approx 10^{-6}$ ), і коефіцієнти

$$a = \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} = \frac{1}{3}, \quad b = -\left(\frac{1}{4!} - \frac{1}{5!}\right) = -\frac{1}{30},$$
 (2.145)

$$c = \frac{1}{6!} - \frac{1}{7!} = \frac{1}{840}; \quad d = -\left(\frac{1}{8!} - \frac{1}{9!}\right) = -\frac{1}{45360},$$
(2.146)

$$A = \frac{1}{4}, \qquad B = -\frac{1}{9}, \qquad C = -\frac{3}{4 \cdot 4 \cdot 5} = -\frac{3}{80},$$
 (2.147)

$$D = -\frac{4}{5 \cdot 6 \cdot 7} = -\frac{2}{105}, \qquad E = \frac{5}{6 \cdot 8 \cdot 9} = \frac{5}{432}.$$
 (2.148)

У підрозділі 3.9 буде використано більш зручний для оптичних додатків варіант формули (2.131), що вимагає завдання не центральної частоти робочого діапазону  $k_c$  і її півширини  $k_s$ , а граничних значень цього діапазону, виражених в довжинах хвиль у вільному просторі:

$$g_{sincos}(t; A, m, t_0, t_1, T, \lambda_0, \lambda_1) = f_{sincos}(t; A, m, t_0, t_1, T, k_c, k_s),$$
(2.149)

де

$$k_c = \frac{k_1 + k_0}{2}, \quad k_s = \frac{k_1 - k_0}{2}, \quad k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}, \quad k_1 = \frac{2\pi}{\lambda_1}.$$
 (2.150)

Вузькосмугове джерело задавалося наступною функцією

$$f_{narrow}(t; A, t_0, t_1, t_2, t_3, T, k_c) = A \cdot S(t) \cdot \cos(k_c(t - T)), \qquad (2.151)$$

де, як і раніше, t - змінна часу,

 $A, T, t_0, t_1, t_2, t_3, k_c$  – параметри джерела, що задаються користувачем, і

$$S(t) = x^{2}(3-2x), \qquad x(t) = \begin{cases} (t-t_{0})/(t_{1}-t_{0}), & t_{0} \le t \le t_{1} \\ 1, & t_{1} < t < t_{2} \\ (t-t_{3})/(t_{2}-t_{3}), & t_{2} \le t \le t_{3} \\ 0, & t < t_{0}, t > t_{3} \end{cases}$$
(2.152)

Функція S(t) – це обвідна сигналу (2.151) (після множення на множник A), яка в момент ввімкнення  $t_0$  і вимкнення  $t_3$  сигналу має нульову першу похідну за часом, що також як і в разі широкосмугового сигналу, забезпечує можливість акуратного вбудовування такого джерела в різницеву схему.

Джерело (2.131) зручне при дослідженні діапазонних властивостей об'єктів, що розсіюють (наприклад, коефіцієнтів проходження, діаграм направленості випромінювачів і т.п.), джерело (2.151) – при вивченні їх вузькосмугових характеристик (наприклад, для побудови картин стоячих хвиль власних коливань резонансних систем).

## 2.8.2 Енергетичні коефіцієнти розсіювання на хвилевідних вузлах

Якщо модельний об'єкт містить напівнескінченні хвилеводи і збуджується власною хвилею одного з них, то з розв'язку початково-крайової задачі можна отримати коефіцієнти розсіювання на такому об'єкті. Нехай  $u_n^{src}(z'_p,t)$  — часова амплітуда первинної хвилі, задана в перерізі  $z'_p$  *p*-го хвилевода, а  $u_m^{sct}(z'_q,t)$  — амплітуда розсіяної хвилі в перерізі  $z'_q$  *q*-го хвилевода. (*n* і *m* — номера відповідних хвилевідних мод.) Тоді для енергетичних коефіцієнтів має місце таке уявлення [259, 274]

$$W_{mn}^{qp}(k) = \left| \frac{\tilde{u}_m^{sct}(z_q',k)}{\tilde{u}_n^{src}(z_p',k)} \right|^2 \frac{\operatorname{Re}\Gamma_m^q}{\Gamma_n^p}, \qquad k > \tilde{k}_n^p, \qquad (2.153)$$

де

$$\Gamma_{n}^{p} = \sqrt{k^{2} - \left(\tilde{k}_{n}^{p}\right)^{2}} \times \begin{cases} \sqrt{\varepsilon_{p}/\mu_{p}}, & \partial \pi \ TE - x в u \pi b \\ \sqrt{\mu_{p}/\varepsilon_{p}}, & \partial \pi \ TM - x в u \pi b, \end{cases}$$
(2.154)

і  $\varepsilon_p$ ,  $\mu_p$  – параметри середовища, що заповнює p-й хвилевід (вважається, що втрати в цьому середовищі відсутні:  $\sigma_p = \delta_p = 0$ ),  $\tilde{k}_n^p = \lambda_n^p / \sqrt{\varepsilon_p \mu_p}$  – критичні частоти хвилеводу,  $\lambda_n^p$  – його власні поперечні числа (див. підрозділ 2.2). фур'єспектры  $\tilde{u}_n^{src}(z'_p,k)$  і  $\tilde{u}_m^{sct}(z'_q,k)$  визначаються з відповідних часових залежностей згідно з (2.135). Оскільки  $\left| \tilde{u}_n^{src}(z'_p,k) \right|$  і  $\left| \tilde{u}_m^{sct}(z'_q,k) \right|$  в регулярному відрізку хвилеводу не залежать від координати z', то будемо надалі використовувати більш короткий запис  $\tilde{u}_n^{src}(k)$ ,  $\tilde{u}_m^{sct}(k)$  і т.п. Крім того, якщо p = q, то будемо говорити про коефіцієнт відбиття  $R_{mn}(k) \equiv W_{mn}^{pp}(k)$ . Зокрема, коли m = n, то будемо використовувати позначення  $R(k) \equiv R_{mm}(k) \equiv W_{mn}^{pp}(k)$ . Якщо задача допускає однозначне трактування коефіцієнта проходження, то будемо використовувати для нього позначення  $T_{mn}(k) \equiv W_{mn}^{qp}(k)$  або  $T(k) \equiv T_{mm}(k)$ . Залежність  $u_n^{src}(z'_p,t)$  зручно задавати функцією (2.131). Її амплітудний спектр  $|\tilde{u}_n^{src}(k)|$  приблизно дорівнює постійному значенню в заданій смузі частот (див. пункт 2.8.1), що робить (в цій смузі) безпечною операцію ділення в (2.153). Поза робочою смугою (2.133) функція  $|\tilde{u}_n^{src}(k)|$  може занулятися, що вимагає окремої обробки таких випадків. Однак внаслідок того, що основну увагу при роботі з джерелом (2.131) сфокусовано в робочому діапазоні (2.133), то ця обробка, як правило, зводиться до простого виключення ситуацій  $|\tilde{u}_n^{src}(k)| < \varepsilon$  ( $\varepsilon$  – достатньо малий параметр).

Для отримання з допомогою (2.153) фізично коректних результатів необхідно виконати прогін різницевої схеми до тих моментів часу, коли електромагнітна енергія буде повністю «випромінена» з обчислювальної області. Строго кажучи, це можна зробити тільки в найпростіших випадках, – наприклад, при моделюванні поширення (тривимірного) імпульсу у вільному просторі. У більшості ж практично цікавих випадків об'єкт, який моделюється, містить більш-менш добротні резонансні елементи, поле в яких буде спадати до нуля нескінченно довго. Проте, обриваючи розрахунок в момент часу  $T_{calc}$ , коли енергія, що залишилася в області аналізу, не дорівнює нулю, але вже досить мала, можна отримувати результати, з необхідною точністю. Однією з можливих реалізацій такого підходу є обчислення коефіцієнтів  $W^{qp}_{mn}(k)$  при різних T<sub>calc</sub> і порівняння їх між собою. Вочевидь, що якщо в обчислювальної області залишилася енергія, якою можна знехтувати, то її внесок в значення  $W_{_{mn}}^{_{qp}}(k)$  також нехтовно малий. Ставлячи максимальну нев'язку між двома функціями  $W_{mn}^{qp}(k)$ , що обчислені для різних  $T_{calc}$ , можна автоматично визначати час зупинки прогонки різницевої схеми.

Можливий і інший спосіб визначення цієї точки зупину, який використовується в комерційних обчислювальних пакетах типу *CST Microwave Studio*. Згідно з ним знаходиться повна енергія в усій обчислювальної області в окремі моменти часу і використовується пороговий критерій: якщо на якомусь

часовому шарі повна енергія зменшилася в задане число раз від свого максимуму, то розрахунок зупиняється.

Наведемо тепер коротко алгоритм обчислення спектра  $\tilde{u}(k)$  функції u(t), заданої своїми дискретними відліками. Оскільки, як показує практика, число цих відліків може вимірюватися десятками і сотнями мільйонів, то критично важливим параметром стає швидкість обчислення  $\tilde{u}(k)$ . Цілком природно використовувати тут процедури ШПФ. Для цього необхідно дискретизувати (2.135) і привести його до виду (2.104). Введемо сітки по часовій і частотній змінним:

$$t = mh_t \quad \left(0 \le m < M\right), \tag{2.155}$$

$$k = nh_k \quad \left(0 \le n < N\right), \tag{2.156}$$

а відповідні їм сіткові функції позначимо  $u_m$  і  $\tilde{u}_n$ . Дискретний аналог (2.135) отримаємо, використовуючи квадратурну формулу Боде (2.84). Для фур'єспектра

$$\tilde{u}(k) = \frac{1}{2\pi} \int_{t_{min}}^{t_{max}} u(t) e^{ikt} dt = \frac{e^{ikt_{min}}}{2\pi} \int_{0}^{\tilde{t}_{max}} u(t) e^{ikt} dt, \quad \tilde{t}_{max} = t_{max} - t_{min} \quad (2.157)$$

отримаємо

$$\tilde{u}_n \approx \frac{e^{ikt_{min}}}{2\pi} \frac{h_t}{45} \sum_{m=0}^{M-1} B_m u_m e^{imnh_k h_t} , \qquad (2.158)$$

де коефіцієнти *B<sub>m</sub>* задано в (2.86). Для того щоб сума (2.158) в точності відповідала сумі в зворотному дискретному перетворенні (2.104) необхідно, щоб в (2.158)

$$h_t h_k = \frac{2\pi}{M} \,. \tag{2.159}$$

119

Кроки  $h_t$  і  $h_k$  задаються користувачем і не можуть варіюватися. Довжина ж M часового масиву з сітковою функцією  $u_m$  за необхідності може бути збільшена до потрібної величини, — в силу того, що імпульс u(t) має скінченну тривалість, і, відповідно, функція  $u_m$  може доповнюватися нульовими значеннями після моменту «вимкнення» імпульсу. Тому (2.159) може розглядатися як умова на мінімальне значення M. З практичної точки зору зручно вибирати значення M рівні степіні двійки, — для таких розмірів вхідних масивів обчислювальні процедури ШПФ вимагають істотно меншого процесорного часу, ніж для масивів з довжиною близькою, але не такою, що дорівнює степіні двійки [272]. Тому округлимо значення  $2\pi/h_th_k$  вгору до найближчого  $2^p$ , яке і буде довжиною вхідного масиву  $M = 2^p$ . При цьому спектральні відліки, знайдені за допомогою ШПФ, будуть відстояти один від одного на крок

$$h_{k}^{*} = 2\pi/2^{p} h_{t} \tag{2.160}$$

менший, ніж крок, що заданий користувачем:  $h_k^* < h_k$ , що дозволяє ефективно використовувати інтерполяційні формули при перерахунку знайдених значень ШПФ на сітку (2.156).

Можемо тепер переписати (2.158) в наступному вигляді

$$\tilde{u}_n \approx \frac{\mathrm{e}^{ikt_{min}}}{2\pi} \frac{h_t}{45} DFT^{-1} [\mathbf{v}], \qquad (2.161)$$

де елементи вектора **v** дорівнюють  $v_m = B_m u_m$ , і  $DFT^{-1}[\mathbf{v}]$  задано співвідношенням (2.104). При завданні  $h_k$  слід дотримуватися певної

обережності. Занадто великі значення цього параметра можуть призводити до того, що спектральні відліки функції  $f_{sincos}$ , які в смузі (2.133) лежать приблизно на окружності з центром на початку координат, будуть мати досить великі збільшення аргументу ( $\arg \tilde{u}_n - \arg \tilde{u}_{n-1}$ ), і поведінка інтерполяційних формул, що переводять значення (2.161) на сітку (2.156), буде досить дивною.

### 2.8.3 Потік вектора Пойнтінга і коефіцієнти посилення потужності

Повна інформація про динаміку всіх компонент поля у всіх точках обчислювальної області дозволяє виділити з неї таку важливу характеристику, як потік вектора Пойнтінга  $\vec{S}(t)$  через певну поверхню. Згідно з визначенням [129]

$$\vec{S}(t) = \left[\vec{E}(t) \times \vec{H}(t)\right].$$
(2.162)

Розписуючи цей векторний добуток в декартовій системі координат, отримаємо такі уявлення для компонент вектора  $\vec{S}$ 

$$S_{y} = -E_{x}H_{z}, \quad S_{z} = E_{x}H_{y}$$
 для *TE*-хвиль, і (2.163)

$$S_{y} = H_{x}E_{z}, \quad S_{z} = -H_{x}E_{y}$$
 для *TM* -хвиль. (2.164)

(Аналогічні співвідношення можна отримати для циліндричної системи координат.) Обчислення за цими формулами потоку вектора  $\vec{S}(t)$  через поверхню, задану всередині обчислювальної області, проблем не становить. Дещо складніше знайти потік  $\vec{S}(t)$  через віртуальні межі  $\mathbf{L}_p$  в перерізах напівнескінченних хвилеводів, за умови, що відомі просторово-часові

амплітуди однієї з поперечних компонент первинної (-их)  $u_n^{src}(z',t)$  та розсіяних  $u_n^{sct}(z',t)$  хвиль на  $\mathbf{L}_p$  (см. (2.80)). Останню вимогу зручно накласти в цілях скорочення проміжних обчислень при прогоні різницевої схеми: вся інформація про хвилі, що приходять і відходять на нескінченність, міститься в амплітудах  $u_n^{src}(z',t)$  і  $u_n^{sct}(z',t)$ , і перехід від них до компонентів поля (2.163) або (2.164) з подальшою інтегруванням  $S_{z'}$  за поперечним перерізом хвилеводу нераціональний.

Дві поперечні компоненти поля хвилевідної моди розкладаються по однаковій системі поперечних функцій (що випливає з рівнянь Максвелла, що входять до складу початково-крайових задач (2.56)–(2.59)):

$$U_{x'}(y',z',t) = \sum_{n} u_{x',n}(z',t) \mu_{n}(y'), \quad U_{y'}(y',z',t) = \sum_{n} u_{y',n}(z',t) \mu_{n}(y').$$
(2.165)

Запишемо вираз для потоку вектора Пойнтінга через переріз (плоскопараллельного) хвилеводу шириною *W* :

$$P(z',t) = \int S_{z'} ds = \pm \int_{0}^{W} U_{x'}(y',z',t) U_{y}(y',z',t) dy' =$$

$$= \pm \sum_{n} u_{x',n}(z',t) u_{y',n}(z',t) \int_{0}^{W} \mu_{n}(y') \mu_{n}(y') dy' = \pm \sum_{n} u_{x',n}(z',t) u_{y',n}(z',t),$$
(2.166)

де верхній знак відповідає E-хвилям, нижній – H-хвилям. При прогоні різницевої схеми комп'ютер оперує тільки з одним набором просторовочасових амплітуд: або для x, або для y компоненти поля, – в залежності від того, на яку з компонент поля накладалося поглинаюча гранична умова. В даний роботі ці умови реалізовувалися для x-компоненти поля, тому далі вважаємо, що амплітуди  $u_{x',n}(z',t)$  відомі, а  $u_{y',n}(z',t)$  потрібно знайти. Є два способи отримання з одного набору амплітуд інший. Перший – після закінчення прогонки різницевої схеми скористатися співвідношенням (2.34), знайти подовжню похідну  $\partial u_{x',n}(z',t)/\partial z'$  і обчислити для неї первісну по змінної часу, яка з точністю до константи і буде шуканою амплітудою  $u_{y',n}(z',t)$ . Другий – зробити те ж саме, але значення поздовжньої похідної для хвиль, що йдуть, виділяти безпосередньо при обробці поглинаючих умов. Дійсно, після того, як повне поле  $u_n^{tot}(z',t)$  на віртуальній межі знайдено, віднімання з нього первинного (див. (2.80)) дає всю інформацію про розсіяному полі, в т.ч. і його нормальну похідну. Залишається акуратно вбудувати в різницеву схему проміжні обчислення. Використовуємо рівняння Максвелла в декартовій системі координат (див. (2.56), (2.57)). Отримаємо

$$\mu\eta_{0}\frac{\partial u_{y,n}(z,t)}{\partial t} + \delta u_{y,n}(z,t) = -\frac{\partial u_{x,n}(z,t)}{\partial z} - \text{для } TE \text{-хвиль}, \qquad (2.167)$$

$$\frac{\varepsilon}{\eta_0} \frac{\partial u_{y,n}(z,t)}{\partial t} + \sigma u_{y,n}(z,t) = \frac{\partial u_{x,n}(z,t)}{\partial z} - для TM - xвиль, \qquad (2.168)$$

або

$$\mu\eta_{0}u_{y,n}(z,t) = -\int_{0}^{t} \frac{\partial u_{x,n}(z,\tau)}{\partial z} d\tau - \delta \int_{0}^{t} u_{y,n}(z,\tau) d\tau - \text{для } TE \text{-хвиль,} \quad (2.169)$$

$$\frac{\varepsilon}{\eta_0} u_{y,n}(z,t) = \int_0^t \frac{\partial u_{x,n}(z,\tau)}{\partial z} d\tau - \sigma \int_0^t u_{y,n}(z,\tau) d\tau - для TM - xвиль.$$
(2.170)

Після дискретизації отримаємо наступні розрахункові формули

$$u_{y}\Big|^{k} = -\frac{h_{t}}{2\mu\eta_{0} + \delta h_{t}} \sum_{k'=0}^{k} T_{\tau} u_{x}'\Big|^{k'} - \frac{\delta h_{t}}{2\mu\eta_{0} + \delta h_{t}} \sum_{k'=0}^{k-1} T_{k'} u_{y}\Big|^{k'} - \text{для } TE \text{-хвиль, (2.171)}$$

$$u_{y}\Big|^{k} = \frac{\eta_{0}h_{t}}{2\varepsilon + \eta_{0}\sigma h_{t}}\sum_{k'=0}^{k}T_{k'}u_{x}'\Big|^{k'} - \frac{\eta_{0}\sigma h_{t}}{2\varepsilon + \eta_{0}\sigma h_{t}}\sum_{k'=0}^{k-1}T_{k'}u_{y}\Big|^{k'} - для TM - xвиль, (2.172)$$

де  $T_{k'} = 1$  при k' = 0, k, і  $T_{k'} = 2$  при 0 < k' < k, – коефіцієнти складової формули трапецій. Суми, які стоять в правих частинах цих співвідношень, накопичуються, тобто на кожному часовому шарі відбувається додавання тільки останнього доданка. Це дозволяє звести витрати на обчислення амплітуди  $u_y \Big|^k$  до мінімуму, – фактично ця операція вимагає лише два додаткових множення і три додавання, що дуже мало в порівнянні із загальним обсягом обчислень, що необхідні для перерахунку різницевої схеми на один шар за часом. Такий ж висновок можна зробити і про ресурсоємність підсумовування за формулою (2.166).

Потоки вектора Пойнтінга через поперечний переріз хвилеводу дозволяють визначити (шляхом обчислення первісної функції P(t)) енергію, що містить імпульсна хвиля, яка пройшла через цей переріз та її імпульсну потужність. Це, в свою чергу, дозволяє розраховувати такий важливий параметр, що використовується в моделюванні компресорів ЕМІ, як коефіцієнт посилення потужності G – відношення потужностей вихідного і вхідного імпульсів компресора.

Ще один параметр, який буде використовуватися при подальшому викладі, – коефіцієнт посилення пікової потужності  $\tilde{G}$ , чисельно рівний відношенню квадратів максимальних значень поля в стиснутому і вихідному імпульсах.

#### 2.8.4 Поле в дальній зоні та діаграма направленості

Можливість перерахунку поля в дальню зону випромінювачів з осьової симетрією згадувалася в підрозділі 2.4. Незважаючи на громіздкість перерахункових формул, що містять каузальні згортки (див. (2.43)), їх чисельна реалізація не являє собою особливих складнощів. Алгоритм швидкого

обчислення таких згорток, заснований на розбитті відповідної ніжньотрикутної матриці на квадратні блоки і подальше використання ШПФ для блочного множення (див. пункт 2.7.2), з точністю до несуттєвих тут деталей може бути перенесений і на співвідношення (2.43). У цьому пункті представлені формули, що дозволяють перераховувати поле в дальню зону випромінювачів в декартовій системі координат (див. рис. 2.1 (а)) і будувати їх діаграми направленості.

Введемо опорне коло радіусом R, яке розташоване (взагалі кажучи, довільним чином) у вільному просторі і містить всі істотні джерела й розсіювачі поля. Сумістимо з центром цієї окружності циліндричну систему координат  $\{r, \phi, x\}$  так, щоб кут  $\phi$  відраховується від додатного напрямку декартовой осі y (див. рис. 2.1 (а)), і в області  $r \ge R$  розкладемо x-компоненту поля в ряд Фур'є за змінною  $\phi$ :

$$U_{x}(r,\phi,t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} u_{n}(r,t) e^{in\phi} \qquad \left(-\pi \le \phi \le \pi\right), \tag{2.173}$$

$$u_{n}(r,t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} U_{x}(r,\phi,t) e^{-in\phi} d\phi. \qquad (2.174)$$

Застосуємо тепер пряме перетворення (2.135) до розкладання (2.173) і отримаємо аналогічне уявлення в частотній області

$$\tilde{U}_{x}(r,\phi,k) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{u}_{n}(r,k) e^{in\phi} \qquad \left(-\pi \le \phi \le \pi\right).$$
(2.175)

Просторово-частотні амплітуди  $\tilde{u}_n(r,k)$  задовольняють наступному співвідношенню (умови випромінювання, см. [259], стор. 125)

$$\tilde{u}_{n}(r,k) = a_{n}(k)H_{n}^{(1)}(kr),$$
 (2.176)

де  $H_n^{(1)}(z)$  – функція Ганкеля першого роду. Згідно (2.176) перерахунок поля  $U_x$  на скінченну відстань від випромінювача зводиться до знаходження амплітуд

$$\tilde{u}_{n}(r,k) = \tilde{u}_{n}(R,k) \frac{H_{n}^{(1)}(kr)}{H_{n}^{(1)}(kR)} \quad (r \ge R), \qquad (2.177)$$

які потім, за допомогою зворотного перетворення Фур'є (2.135) і підсумовування (2.173), можуть бути легко конвертовані до часової залежності  $U_x(r,\phi,t)$  на будь-якій відстані r > R.

Співвідношення (2.177) також може бути використано і для побудови (розрахунку) діаграм направленості випромінювачів. Згідно з визначенням, діаграма направленості – це є залежність усередненої по періоду коливання потужності випромінювання, віднесеної до одиниці тілесного кута в дальній зоні і нормованої на своє максимальне значення [275]. Математично ця залежність описується наступним співвідношенням [276]

$$D(\phi, k) = \frac{S_r(\phi, k)}{S_{r,max}(\phi, k)}, \qquad (2.178)$$

де S<sub>r</sub> – радіальна складова усередненого по періоду коливання на частоті k вектора Пойнтінга

$$\vec{S}(k) = \left\{S_r, S_{\phi}, S_x\right\} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\left[\vec{E}(k) \times \vec{H}^*(k)\right], \qquad (2.179)$$

і  $S_{r,max}(\phi,k)$  – максимальне значення  $S_r$  в області зміни  $\phi$ . Після розкриття векторного добутку в (2.179) отримаємо

126

$$S_{r}(\phi,k) = \frac{1}{2} \begin{cases} -\operatorname{Re} E_{x}H_{\phi}^{*}, & \partial ля \ TE - x в u л b, \\ \operatorname{Re} E_{\phi}H_{x}^{*}, & \partial ля \ TM - x в u л b. \end{cases}$$
(2.180)

Оскільки в дальній зоні випромінювача *x* - і ф-компоненти поля пропорційні один одному, то

$$S_r(\phi,k) \sim \left| \tilde{U}_x(r,\phi,k) \right|^2$$
. (2.181)

(знак ~ означає пропорційність величин, що стоять в лівій і правій частинах). Використовуємо в (2.176) асимптотичний розклад функції Ганкеля [267]

$$H_n^{(1)}(z) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi z}} e^{i\left(z - \frac{n\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right)}.$$
 (2.182)

Матимемо

$$\tilde{U}_{x}(r,\phi,k) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{n}(k) H_{n}^{(1)}(kr) e^{in\phi} \sim \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} e^{i\left(kr - \frac{\pi}{4}\right)} \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{n}(k) e^{in\left(\phi - \frac{\pi}{2}\right)}.$$
 (2.183)

Введемо функцію

$$\tilde{U}_{x}(\phi,k) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{n}(k) e^{in\left(\phi - \frac{\pi}{2}\right)}.$$
(2.184)

Тоді діаграма направленості (2.178) згідно з (2.181), (2.183), (2.184)

$$D(\phi,k) = \frac{\left|\tilde{U}_{x}(\phi,k)\right|^{2}}{\max_{\phi}\left|\tilde{U}_{x}(\phi,k)\right|^{2}}.$$
(2.185)

Розрахунок діаграми направленості по цій формулі виконується в два етапи. Спочатку, при перерахунку часових шарів різницевої схеми значення сіткової функції для *x*-компоненти поля переносяться на опорну окружність  $U_x(y,z,t) \rightarrow U_x(R,\phi,t)$ . При цьому використовується формула двовимірної квадратичної інтерполяції по 9-ти точках [267]. На цій окружності обчислюються просторово-тимчасові амплітуди  $u_n(R,t)$  при  $n \ge 0$ , які зберігаються в окремому файлі. Потім, після закінчення прогонки різницевої схеми, збережені  $u_n(R,t)$  конвертуються в частотну область згідно (2.135). При  $n \ge 0$ 

$$\tilde{u}_n(R,k) = FT[u_n(R,t)], \qquad (2.186)$$

при *n* < 0, в силу властивості коефіцієнтів (2.174),

$$\tilde{u}_{-n}(R,k) = FT\left[u_n^*(R,t)\right].$$
(2.187)

Далі, використовуючи (2.176), знаходяться коефіцієнти  $a_n(k)$ , які дозволяють розрахувати  $\tilde{U}_x(\phi,k)$  (2.184) і саму діаграму  $D(\phi,k)$  (2.185), як функцію кута  $\phi$  і частоти k.

#### 2.8.5 Добротність вільних коливань резонатора

При подальшому викладі будуть також представляти інтерес добротності Q вільних коливань, що збуджуються у відкритих резонаторах. Оскільки передбачається, що металеві стінки резонаторів, що розглядаються, мають ідеальну провідність, кінцеве значення Q обумовлено тільки втратами на

випромінювання у відкритий простір і/або в напівнескінченні хвилеводи, що приєднані до резонатора, що досліджується. У найпростішому випадку Q визначається по ширині спектральної лінії, наприклад, в залежності коефіцієнта проходження T(k) [277]:

$$Q = \tilde{k} / |k_1 - k_0| \tag{2.188}$$

де  $\tilde{k}$  – резонансна частота, на якій коефіцієнт T(k) досягає максимуму,  $k_0$ ,  $k_1$  – частоти, найближчі до  $\tilde{k}$ , для яких  $T(k_0) = T(k_1) = T(\tilde{k})/2$ . Формула (2.188) є наближеною. Більш точний спосіб полягає в розрахунку характерного часу релаксації коливань  $\tau_{res}$  (або резонаторного часу), тобто такого часу, за який поле в точці спостереження всередині резонатора зменшується в  $e \approx 2,718$  разів. Для цього використовуємо визначення добротності [277]

$$Q = 2\pi \frac{\tilde{W}}{w}, \qquad (2.189)$$

де  $\tilde{W}$  – енергія, що накопичена в високочастотному коливанні, w – енергія, що втрачається за один період коливання.

Якщо будь-яка з компонент поля, що вільно коливається, (позначимо її через *F*) в деякій точці спостереження описується наступною залежністю

$$F(t) = F_0 \exp(-t/\tau_{res}) \cos(kt + \phi), \qquad (2.190)$$

то енергія поля в цій точці

$$E(t) = E_0 \exp\left(-2t/\tau_{res}\right) \cos^2\left(kt + \phi\right). \tag{2.191}$$

Підставляючи (2.191) в (2.189) отримаємо

$$Q = \frac{2\pi}{1 - \exp(-2T/\tau_{res})}.$$
 (2.192)

(Тут T – період робочого коливання.) Час  $\tau_{res}$  знаходимо по двох парах експериментально знайдених значень  $\{t_1, F(t_1)\}$  і  $\{t_2, F(t_2)\}$ , розв'язуючи систему двох трансцендентних рівнянь виду (2.190). Якщо моменти часу  $t_1$  і  $t_2$ обрано так, що косинус в (2.190) дорівнює 1, то рішенням цієї системи буде

$$\tau_{res} = (t_2 - t_1) \ln^{-1} \frac{F(t_1)}{F(t_2)}, \qquad F_0 = F(t_1) \exp\left(\frac{t_1}{\tau_{res}}\right).$$
(2.193)

2.9 Тестування комп'ютерних програм, що реалізують розв'язання початково-крайових задач

У цьому підрозділі представлено результати моделювання декількох ключових тестових задач, які демонструють коректність обчислювальних алгоритмів, що описані вище, і точність результатів, що одержуються за їх допомогою. Додатково до задач, що наведено нижче, в роботі [22] містяться результати ще серії тестів описаного тут алгоритму, в яких порівнюються похибки, які вносяться до різницевого розв'язку нелокальною поглинаючою умовою (2.34), РМL-шаром і наближеними умовами другого і третього порядку апроксимації.

*Тест* №1. Моделювалося проходження імпульсної хвилі через відрізок полого регулярного хвилеводу з ненульовою критичною частотою робочої

моди. Така найпростіша модельна задача дозволяє протестувати роботу нелокальних поглинаючих умов як в режимі «чистого» поглинання, тобто в разі, коли на віртуальній межі є тільки хвиля, що йде до нескінченості, так і в режимі, коли через віртуальну межу проходять як відбита, так і первинна хвилі. В рамках цього тесту методом скінченних різниць будувалося рішення наступної початково-крайової задачі для рівняння Клейна-Гордона-Фока (КГФ)

$$\begin{cases} \left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \lambda_n^2\right] u_n(z,t) = 0, & 0 \le z \le L, t \ge 0, \\ u_n(z,0) = 0; & \partial u_n(z,0) / \partial t = 0, \\ \mathbf{A}_{\mathbf{L}_p} \left[ u_n^{out,p}(z,t) \right]_{z \in \mathbf{L}_p} = 0, \\ \mathbf{A}_{\mathbf{L}_1} \left[ u_n^{inc}(z,t) \right]_{z \in \mathbf{L}_1} = 0. \end{cases}$$

$$(2.194)$$

Тут L = 100 – довжина хвилевідного відрізка, p = 1, 2 – номер віртуальної межі, оператор  $\mathbf{A}_{\mathbf{L}_p}$  заданий формулою (2.34), і  $\lambda_n = \pi$  – критична частота хвилі, що моделюється. Кроки дискретизації задачі  $h_s = 0,002$  і  $h_t = 0,001$ . Часовий профіль первинного імпульсу задано наступною функцією (див. (2.131))

$$u_n^{inc}(0,t) = f_{sincos}(t;4,1,0,5,2,5,6,25,2,75).$$
(2.195)

і показано на рис. 2.8 (а). (Динаміку просторового профілю цього імпульсу можна простежити на рис. 3.1.) Амплітудний спектр цього імпульсу (рис. 2.8 (б)) займає смугу, частина якої лежить нижче критичної частоти.

Часовий профіль відбитого від хвилевідної секції імпульсу  $u_n^{out}(0,t)$  показано на рис. 2.8 (в). Точне значення цієї функції  $u_{etalon}^{out}(0,t) \equiv 0$ . Тому  $u_n^{out}(0,t)$  – це сукупна похибка різницевої схеми, що включає в себе похибки апроксимації рівняння КГФ і поглинаючих умов на віртуальних межах.



Рисунок 2.8 – Результати тестової задачі №1: (а) – часовий профіль первинного імпульсу на віртуальній межі в перерізі полого регулярного хвилеводу; (б) – його амплітудний спектр; (в), (г) – часові профілі відбитого імпульсу та імпульсу, що пройшов через відрізок хвилеводу довжиною *L* = 100; (д) – абсолютна похибка, що допущена при розрахунку різницевим методом профілю імпульсу, що пройшов (см. (2.197)); (е) – енергетичний коефіцієнт проходження через розглянуту хвилевідну секцію

Абсолютні значення  $u_n^{out}(0,t)$  приблизно на п'ять-шість десяткових порядків менше значень  $u_n^{inc}(0,t)$  (при розрахунках енергетичних характеристик це відношення піднесується в квадрат, см (2.153)), і відбитою хвилею можна знехтувати.

Часовий профіль  $u_n^{out}(L,t)$  імпульсу, що пройшов через хвилевідну секцію, показано на рис. 2.8 (г). Візуально він добре збігається з графіком функції, отриманої за допомогою транспортного оператора в частотної області:

$$u_{etalon}^{out}\left(L,t\right) = FT^{-1}\left[FT\left[u_{n}^{inc}\left(0,t\right)\right] \times e^{i\sqrt{k^{2}-\pi^{2}L}}\right].$$
(2.196)

(Тут пряме і зворотне перетворення Фур'є задані формулою (2.135).) Більш акуратне порівняння показує, що абсолютна похибка, допущена при обчисленні  $u_n^{out}(L,t)$ ,

$$E = u_n^{out} \left( L, t \right) - u_{etalon}^{out} \left( L, t \right)$$
(2.197)

на два-три десяткових порядки менше значень самої функції  $u_n^{out}(L,t)$ (рис. 2.8 (д)). Цікаво, що максимальні значення |E| досягаються поблизу переднього фронту імпульсу, де зосереджені його високочастотні складові (див. підрозділи 4.1 і 4.2), що опосередковано свідчить про те, що ця похибка обумовленабільшою мірою поганою апроксимацією рівняння КГФ, а не каузальних згорток в поглинаючих умовах. Внесок останніх в граничні значення сіткових функцій зростає при наближенні до критичної частоти.

На рис. 2.8 (е) показано енергетичний коефіцієнт проходження (2.153) через розглянуту хвилевідну секцію. Як і слід було очікувати, при частотах нижче критичної  $T \equiv 0$ . При  $k > \pi$  цей коефіцієнт близький до 1 ( $|T-1| < 10^{-5}$ ),за винятком малого околу точки  $k = \pi$ , де спостерігається погана збіжність T к точного значення. Збільшуючи час  $T_{calc}$ , до якого проганяється різницева схема, можна зменшити небажані осциляції T(k) до необхідного рівня. Графік на рис. 2.8 (е) побудовано для  $T_{calc} = 25000$ .

Представлені на рис. 2.8 результати дозволяють стверджувати, що поглинаюча умова (2.34) може бути коректно і ефективно вбудована в різницеві схеми, гарантуючи при цьому точність результатів, що одержуються. Сама різницева схема при цьому демонструє стійку поведінку при прогоні до часових шарів з номерами аж до 10<sup>7</sup> і вище. (У підрозділі 3.3 розглядається задача, для вирішення якої різницева схема, оснащена умовою (2.34) проганялася до 500 млн. часових шарів.)

*Тест* №2. Моделювалося проходження імпульсної *TEM* -хвилі з часовим профілем  $U(t) = f_{sincos}(t; 4, 1, 0, 10, 5, 3, 3)$  в плоскопаралельному хвилеводі, що містить багатошарову діелектричну вставку, межі між шарами якої перпендикулярні осі хвилеводу (напрямку поширення хвилі). Коефіцієнти проходження T(k) і відбиття R(k) *TEM* -хвилі через таку вставку еквівалентні таким же коефіцієнтам трансформації плоскої хвилі, що падає по нормалі на нескінченну в поперечному напрямку структуру з таких само діелектричних шарів. Останні використовувалися в якості еталонних  $T_{etalon}(k)$  і  $R_{etalon}(k)$  для оцінки точності даних, отриманих різницевим методом, і знаходилися методом узагальнених матриць розсіювання [278].

Кроки дискретизації задачі по просторовій і часовій змінним  $h_s = 2h_i = 0,001$ . Вставка утворена чергуванням діелектричних шарів з проникностями  $\varepsilon_1 = 4$ ,  $\varepsilon_2 = 9$  і товщинами  $d_1 = 0,75$  і  $d_2 = 0,5$ . Такі значення  $d_1$  і  $d_2$  відповідають оптичної товщині  $d_i\sqrt{\varepsilon_i} = 3/2$ , що приводить до чвертьхвильових резонансів при  $k = \pi/3, \pi, 5\pi/3,...$  (максимум коефіцієнта відбиття) і до півхвильових резонансів при  $k = 2\pi/3, 4\pi/3, 2\pi,...$  (максимум коефіцієнта проходження).

На рис. 2.9 (а) показано часовий профіль первинного імпульсу, що падає на багатошарову структуру, яка складається з 5 однакових пар діелектричних шарів. На рис. 2.9 (б) – його амплітудний спектр в смузі частот  $0 \le k \le 6$ . На рис. 2.9 (в) – енергетичні коефіцієнти відбиття R(k) та проходження T(k), що розраховані скінченно-різницевим методом, а також їх сума. На рис. 2.9 (г) наведено в логарифмічній шкалі коефіцієнт проходження T(k) і модулі абсолютних похибок  $E_R(k) = R(k) - R_{etalon}(k)$  і  $E_{RT}(k) = R(k) + T(k) - 1$ .



Рисунок 2.9 – Результати тестової задачі №2: часовий профіль *TEM* -импульсу, що падає по нормалі на багатошарову діелектричну структуру (а), його амплітудний спектр (б), коефіцієнти відбиття і проходження через таку структуру, розраховані різницевим методом (в), і абсолютні похибки цих коефіцієнтів (г) при порівнянні їх з коефіцієнтами, розрахованими методом узагальнених матриць розсіювання [278] Похибка  $E_T(k) = T(k) - T_{etalon}(k)$  з графічною точністю збігається з залежністю  $-E_R(k)$ , що приводить при контролі закону збереження енергії до їх взаємної компенсації, і похибка виконання цього закону  $|E_{RT}(k)|$  на кілька десяткових порядків менше похибок  $|E_R(k)|$  і  $|E_T(k)|$ .

В цілому цей тест демонструє характерний рівень похибок різницевих схем, обумовлений як власне різницевою апроксимацією рівнянь, що розв'язуються, так і чисельною реалізацією умов на матеріальних і віртуальних межах. Для останніх поглинаючі умови в цьому тесті не містили каузальних згорток: див. (2.34) при  $\lambda_0 = 0$ .

*Тест №3*. Моделювалося випромінювання нескінченно протяжної нитки з рівномірно розподіленим по ній струмом, розташованої у вільному просторі (рис. 2.10 (а)). Ця класична задача має аналітичне рішення, яке виражається через функцію Гріна двомірного оператора Даламбера [259, 279]

$$G(\vec{\rho} - \vec{\rho}', t - t') = \begin{cases} -\frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{(t - t')^2 - |\vec{\rho} - \vec{\rho}'|^2}}, & t - t' > R, \\ 0, & t - t' < R. \end{cases}$$
(2.198)

(Тут  $\vec{\rho}$ , *t* і  $\vec{\rho}'$ , *t'* – відповідно координати точок спостереження *g* і джерела *S* в просторі і часі,  $R = |\vec{\rho} - \vec{\rho}'|$  – відстань між ними.) Виберемо залежність щільності стороннього струму від часу у вигляді такої функції (див. (2.131))

$$J_x(t) = f_{sincos}(t; 4, 1, 0, 20, 10, 6, 4).$$
(2.199)

Графік цієї залежності показано на рис. 2.10 (б), її амплітудний спектр – на рис. 2.10 (в). Розв'яжемо початково-крайову задачу (2.56) для вільного простору з кроком дискретизації  $h_s = 2h_t = 0,002$  (розмір обчислювальної області



Рисунок 2.10 – Результати тестової задачі №3: (а) – ЕМІ, що випромінений у вільний простір нескінченною ниткою, яка розташована в точці S; (б) – часовий профіль імпульсу щільності стороннього струму (2.199); (в) – його амплітудний спектр; (г) – поле  $E_{x,etalon}(g,t)$  в точці спостереження g, яка розташована на відстані R = 5 від нитки зі струмом, розраховане за допомогою функції Гріна (2.204); (д) – абсолютна похибка  $E(g,t) = E_x(g,t) - E_{x,etalon}(g,t)$ , що допущена при обчисленні  $E_x(g,t)$  різницевим методом

5,2×5,2, відстані від точок *S* і *g* до найближчих до них віртуальних меж 0,1), за умови, що струм з щільністю (2.199) протікає в об'ємі з  $\varepsilon = \mu = 1$ ,  $\sigma = 0$  і поперечним перерізом  $h_s \times h_s$ , тобто в площині (*y*,*z*) після дискретизації задачі він займає одну елементарну комірку різницевої сітки. З цього рішення виділимо залежність від часу електричної компоненти поля в точці спостереження *g* на відстані *R*=5 від точки *S*, де розташовано джерело (від середини комірки, де задано сторонній струм). Порівняємо цю залежність з еталонною, яку отримаємо за допомогою функції Гріна (2.198) [259]:

$$E_{x,etalon}(\vec{\rho},t) = -\eta_0 \iint_{S'} \int_{0}^{t-R} \frac{dJ_x(\vec{\rho}',t')}{dt} G(\vec{\rho} - \vec{\rho}',t-t') dt' d\vec{\rho}'.$$
(2.200)

Тут S' – площа елементарної комірки різницевої схеми, через яку протікає сторонній струм. Інтегрування по S', внаслідок малості поперечних розмірів цієї області в порівнянні з відстанню до точки спостереження ( $h_s \ll R$ ), можна звести до множення внутрішнього інтеграла (2.200) на  $h_s^2$ . При цьому, строго кажучи, потрібно використовувати знак наближеної рівності:

$$E_{x,etalon}(\vec{\rho},t) \approx -\frac{h_{s}^{2}\eta_{0}}{2\pi} \int_{0}^{t-R} \frac{dJ_{x}(t')}{dt} \frac{dt'}{\sqrt{(t-t')^{2}-R^{2}}}.$$
 (2.201)

Функція Гріна (2.198) має особливість (що інтегрується) при t' = t - R, що не дозволяє використовувати для обчислень безпосередньо формулу (2.201). Проінтегруємо її по частинах. Для цього використовуємо значення табличного інтеграла [280]

$$\int \frac{dt'}{\sqrt{(t-t')^2 - R^2}} = \ln \left| \sqrt{(t-t')^2 - R^2} - (t-t') \right| + const.$$
 (2.202)

# Матимемо

$$E_{x,etalon}(\vec{\rho},t) \approx -\frac{h_x^2 \eta_0}{2\pi} \int_0^{t-R} \frac{dJ_x(t')}{dt} d\left[ \ln \left| \sqrt{(t-t')^2 - R^2} - (t-t') \right| \right] = \\ = -\frac{h_x^2 \eta_0}{2\pi} \left[ \frac{dJ_x(t')}{dt} \ln \left| \sqrt{(t-t')^2 - R^2} - (t-t') \right|_{t'=0}^{t'=t-R} - \\ - \int_0^{t-R} \frac{d^2 J_x(t')}{dt^2} \ln \left| \sqrt{(t-t')^2 - R^2} - (t-t') \right| dt' \right].$$
(2.203)

Позаінтегральний доданок на нижній границі дорівнює нулю в силу властивостей функції (2.199). Остаточно

$$E_{x,etalon}(\vec{\rho},t) \approx -\frac{h_{x}^{2}\eta_{0}}{2\pi} \left[ \frac{dJ_{x}(t-R)}{dt} \ln |R| - \int_{0}^{t-R} \frac{d^{2}J_{x}(t')}{dt^{2}} \ln \left| \sqrt{(t-t')^{2} - R^{2}} - (t-t') \right| dt' \right].$$
(2.204)

Залежність  $E_{x,etalon}(g,t)$  в точці спостереження  $g: |\vec{\rho} - \vec{\rho}'| = R = 5$  показано на рис. 2.10 (г). (При її обчисленні використано квадратурну формулу Сімпсона, крок інтегрування  $h = 10^{-3}$ , друга похідна  $d^2 J_x/dt^2$  знаходилась чисельно за формулою [267]

$$\frac{d^2 J_x(t)}{dt^2} \approx \frac{-f_1(t+2\Delta t) + 8f_1(t+\Delta t) - 8f_1(t-\Delta t) + f_1(t-2\Delta t)}{12\Delta t}, \quad (2.205)$$

де  $f_1(t) = dJ_x(t)/dt$ , і  $\Delta t = 10^{-4}$ .) Графічно вона добре збігається з розрахованою різницевим методом залежністю  $E_x(g,t)$ . Їх різниця  $E(g,t) = E_x(g,t) - E_{x,etalon}(g,t)$  приведена на рис. 2.10 (д). В цілому, абсолютна

138

похибка E(g,t) становить частини відсотка від точного значення функції  $E_{x,etalon}(g,t)$  за винятком, можливо, точок, де  $E_{x,etalon}(g,t)$  близька до нуля.

Порівняння чисельного рішення задачі випромінювання нитки 3 аналітичним рішенням може бути виконано і в частотній області. На рис. 3.26 (е) (див. підрозділ 3.5) представлено відношення модулів спектральних амплітуд поля в точці спостереження і токового джерела, подібного до (2.199). Це відношення описується корінною залежністю від частоти [279, 281], що наочно демонструється на рис. 3.26 (е). Аналогічне відношення спектральних амплітуд для джерела і приймача, розташованих усередині плоскопаралельного хвилеводу з ідеально провідними стінками, наведено на рис. 3.28 (д) (підрозділ 3.5). Воно також добре узгоджується з відомими теоретичними результатами.

Даний тест демонструє коректність розрахункових формул як для вузлів сітки всередині обчислювальної області (включаючи доданок, що містить компоненту стороннього струму), так і на її віртуальних межах (локальна поглинаюча умова на прямокутній межі у вільному просторі).

*Тест* №4. Моделювалося випромінювання електричного диполя у вільному просторі, орієнтованого паралельно осі *x* (рис. 2.11 (а)) та осі *y* (рис. 2.11 (б)). Область аналізу  $\mathbf{Q}_{\mathbf{L}}$  обмежена прямокутною віртуальною межею розміром 2×2. З геометричним центром  $\mathbf{Q}_{\mathbf{L}}$  суміщено центр опорної окружності, радіусом R = 0,99, яка слугувала для побудови діаграм направленості диполів, що розглядалися, (див. пункт 2.8.4). Положення диполя в  $\mathbf{Q}_{\mathbf{L}}$  задано координатами (*y*, *z*) = (0,25, 0,25).

Імпульси сторонніх струмів  $J_x(t)$  і  $J_y(t)$  задані функцією (2.199), її часовий профіль і спектр представлені на рис. 2.10 (б) і рис. 2.10 (в). Будувалися діаграми направленості  $D(\phi, k)$  (2.185) в діапазоні частот  $2 \le k \le 10$ і кутів  $0 \le \phi \le 360^\circ$ . (В (2.184) враховувалися просторові гармоніки з номерами



Рисунок 2.11 – Результати тестової задачі №4: (а), (б) – поле електричного диполя, орієнтованого паралельно осі x и y, (в), (г) – діаграми направленості  $D(\phi)$  цих диполів, (д), (е) – похибки, що допущені при розрахунках діаграм направленості цих двох диполів різницевим методом для частоти k = 4 (криві з номером 1) і k = 6 (криві з номером 2)

141

рис. 2.1 (а).) У всьому частотному діапазоні діаграма направленості першого диполя  $D(\phi, k) \approx 1$ , другого –  $D(\phi, k) \approx \sin^2 \phi$  (рис. 2.11 (в) і 2.11 (г)) [282].

Похибка  $E(\phi, k) = D(\phi, k) - 1$  для *x*-орієнтованого диполя, і  $E(\phi, k) = D(\phi, k) - \sin^2 \phi$  для *y*-орієнтованого у всьому досліджуваному діапазоні не гірше 10<sup>-3</sup>. На рис. 2.11 (д) і 2.11 (е) представлені ці похибки для частот k = 4 і k = 6.

Цей тест веріфікує розрахункові формули (2.173), (2.174), (2.176), (2.184), (2.185), що дозволяють визначати діаграми направленості випромінювачів. Розташування диполя далеко від центру опорної окружності істотно розширює спектр просторових гармонік, які необхідно враховувати в (2.184), що робить проведену перевірку нетривіальною задачею.

*Тест* №5. Моделювалося випромінювання імпульсної  $TE_1$ -хвилі з відкритого кінця плоскопаралельного (прямокутного) хвилеводу у вільний простір (рис. 2.12 (а)). Як і в попередньому тесті за даними, отриманими в часовій області, будувалися діаграми направленості  $D(\phi)$  такого випромінювача на окремих частотах. Ці діаграми порівнювалися з діаграмами  $D'(\phi)$ , побудованими за відомою [275] аналітичною формулою

$$D'(\phi) = \left(\frac{|\alpha + \cos\phi|}{|\alpha + 1|} \frac{\cos\eta_2}{1 - (2\eta_2/\pi)^2}\right)^2, \qquad (2.206)$$

де

$$\alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{\pi}{kW}\right)^2} \frac{1 - r}{1 + r}, \qquad \eta_2 = \frac{1}{2} kb \sin \phi, \qquad (2.207)$$

і *r* – коефіцієнт відбиття по полю (тобто відношення, що стоїть в (2.153) під знаком модуля) від відкритого кінця хвилеводу. Формула (2.206) є наближеною

в тому сенсі, що при її отриманні не враховувалася кінцева товщина стінок хвилеводу, його довжина, а також можлива трансформація падаючої хвилі увищі типи хвиль. Цей факт необхідно враховувати як при порівнянні  $D(\phi)$  і D'(ф), так і при проведенні чисельного експерименту: найкращого збігу цих діаграм направленості можна домогтися в разі, коли довжина хвилевідного відрізка, що моделюється, мінімальна. У цьому тесті ця довжина була обрана 0,05 при ширині хвилеводу W = 1. Інші параметри тестової задачі наступні. Розмір прямокутної віртуальної межі  $10 \times 10$ . кроки дискретизації  $h_s = 2h_t = 0,01$ , товщина стінок хвилеводу  $h_s$ , радіус опорної окружності R = 4.95, число врахованих при розрахунку діаграм направленості просторових гармонік на опорній окружності 101 (з номерами від -50-ї до 50-ї), на віртуальній 20. межі хвилеводі \_ Імпульс збудження (2.131): В  $u_1^{inc}(t) = f_{sincas}(t; 4, 1, 0, 5, 2, 5, 7, 3).$ 

Як і в попередньому тесті, положення площини симетрії випромінювача зміщене щодо центру опорної окружності: координати  $\{y, z\}$  торців хвилевідних стінок рівні  $\{0,5, 0,25\}$  і  $\{0,5, 0,35\}$ . Це призводить до істотного розширення спектра просторових гармонік в розкладанні (2.184) і погіршення збіжності цього ряду. Проте, реалізований алгоритм продемонстрував стійкість до такого погіршення.

На рис. 2.12 (в)–(е) представлені діаграми направленості  $D(\phi)$  і  $D'(\phi)$  для частот k = 4, 6, 8 і 10, а також їх різниці  $E(\phi) = D'(\phi) - D(\phi)$ . (Кут  $\phi$ відраховується від додатного напрямку осі y (див. рис. 2.1 (а)).) При розрахунках  $D'(\phi)$  вважалося r = 0, що не зовсім коректно, але дозволило уникнути досить громіздкої процедури визначення цього коефіцієнта в розкриві хвилеводу. Значення модуля |r(k)| приведено на рис. 2.12 (б). Беручи до уваги наближений характер формули (2.200) збіг діаграм, що отримано, можна вважати задовільним.



Рисунок 2.12 – Результати тестової задачі №5: загальний вигляд області аналізу (а), коефіцієнт відбиття хвилі  $TE_1$  від відкритого кінця хвилеводу, що розглядається, (б) і діаграми направленості при k = 4 (в), k = 6 (г), k = 8 (д) и k = 10 (е). Діаграма  $D(\phi)$  розрахована методом FDTD, діаграма  $D'(\phi) - 3a$ формулою (2.206). Пунктирною лінією показана різниця  $E(\phi) = D'(\phi) - D(\phi)$ 

*Тест №6*. Моделювалося збудження стороннім струмовим джерелом закритого циліндричного резонатора з ідеально провідними стінками. Мета – визначення власних частот такого резонатора і порівняння їх з точними значеннями, рівними [282]

$$\widetilde{k}_{np} = \sqrt{\left(\frac{j_{0,n}'}{R}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{L}\right)^2}$$
(2.208)

для *ТЕ*-хвиль, і

$$\widetilde{k}_{np} = \sqrt{\left(\frac{j_{0,n}}{R}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{L}\right)^2}$$
(2.209)

для *ТМ*-хвиль. Тут *R* – радіус резонатора, *L* – його довжина,  $j_{0,n}$  і  $j'_{0,n}$  – корені рівнянь  $J_n(j_{0,n})=0$  і  $J'_n(j'_{0,n})=0$ ,  $J'_n(z)$  – похідна функції Бесселя першого роду по аргументу. Геометричні розміри резонатора обрані наступними: *R* = 0,1 м і *L* = 0,3 м. Задача дискретизувалася з кроками  $h_s = 2h_t = 2 \cdot 10^{-4}$ . Проекція нитки стороннього струму на площину (*y*,*z*) (рис. 2.1 (б)) представляла собою одну комірку різницевої схеми розміром  $h_s \times h_s$ , розташовану на відстані 0,04 від осі резонатора і 0,02 від його торцевої стінки. Часова залежність щільності стороннього струму задавалася функцією (2.131)

$$J_{src,x}(t) = f_{sincos}(t; 4, 1, 0, 2, 1, 60, 20)$$
(2.210)

для *ТЕ*-хвиль і

$$M_{src,x}(t) = f_{sincos}(t; 4, 1, 0, 2, 1, 45, 20)$$
(2.211)
для *TM* -хвиль. Розраховувалася  $\phi$  -компонента поля в точці спостереження g, розташованої на відстані 0,04 від осі резонатора і 0,06 від його торцевої стінки. Оскільки втрат в резонаторі немає, то хвильовий процес триває в ньому нескінченно довго (власні частоти розташовані на дійсній осі комплексної частоти k). З цієї причини прогін різницевої схеми повинен зупинятися примусово в певний «нефізічний» момент часу T<sub>calc</sub>, і за кінцевим фрагментом сіткових функцій при  $0 \le t \le T_{calc}$  (рис. 2.13 (а), (в),  $T_{calc} = 550$ ) розраховуватися їх фур'є-перетворення (рис. 2.13 (б), (г)). Проте, такий нестрогий підхід дозволяє визначити власні частоти резонатора з хорошою точністю. У таблиці 2.1 представлені значення власних частот  $\widetilde{k}_{n,p}^{etalon}$  резонатора, що розглядається (індекси *n* і *p* – перша колонка), розраховані за (2.208) і (2.209) (друга колонка), різницевим методом  $\tilde{k}_{n,p}$  (третя колонка) і модуль їх відносної похибки  $E = \left(\tilde{k}_{n,p} - \tilde{k}_{n,p}^{etalon}\right) / \tilde{k}_{n,p}^{etalon}$  (четверта колонка). Різниця частот  $\tilde{k}_{n,p}$  і  $\tilde{k}_{n,p}^{etalon}$  в шостому десятковому знаку. (При розрахунках використовувалися такі  $j_{0,n}$  i  $j_{0,n}'$ :  $j_{0,1} \approx 2,404\ 825\ 558$ ,  $j_{0,2} \approx 5,520\ 078\ 110$ , значення коренів  $j_{0,1}' \approx 3,831\ 705\ 970\ {\rm i}\ j_{0,2}' \approx 7,015\ 586\ 670.)$ 

Цей тест підтверджує правильність різницевих формул для перерахунку компонент поля в регулярних точках обчислювальної області та точках на осі симетрії задачі.

*Тест №*7. Моделювалося збудження ступінчастого розширення (рис. 2.14 (а)) плоскопаралельного хвилеводу в *H*-площині *TE*<sub>1</sub>-хвилею. Ширина хвилеводу *W* = 1 см, розміри розширення  $d_1 = 1,6$  см і  $d_2 = 0,9$  см. Для такої хвилевідної неоднорідності розраховувався енергетичний коефіцієнт відбиття R(f) як функція частоти в діапазоні, в якому хвилевід підтримує поширення тільки однієї моди (15 < f < 30 ГГц). Цей коефіцієнт (рис. 2.14 (б), чорна крива), отриманий методом, описаним в цьому розділі, з графічною



Рисунок 2.13 – Результати тестової задачі №6: (а) – поле імпульсного електричного і джерела в точці спостереження *g*, що розташована усередині закритого циліндричного резонатора, (б) – його амплітудний спектр (в), (г) – поле магнітного імпульсного джерела в точці *g* і його спектр



Рисунок 2.14 – Результати тестової задачі №7: (а) – геометрія хвилевідного розширення в *Н*-площині, (б) – енергетичний коефіцієнт відбиття *R*(*f*) *TE*<sub>1</sub>- хвилі як функція частоти і оцінки абсолютної похибки, отримані шляхом обчислення *R* різними методами

точністю збігається з коефіцієнтом R'(f), отриманим за допомогою програмного продукту *CST Microwave Studio* та з коефіцієнтом R''(f), розрахованим методом часткових областей [283–286]. (Залежність R''(f)отримана С.О. Стешенком, лабораторія обчислювальної електродинаміки відділу теорії дифракції і дифракційної електроніки, IPE ім. О.Я. Усикова НАН України.) Різниця E' = R(f) - R'(f) (рис. 2.14 (б), червона крива) не перевищує по модулю 0,06, а різниця E'' = R(f) - R''(f) (рис. 2.14 (б), синя крива) – 0,01, що, з огляду на наближений характер величин R, R' і R'', можна вважати задовільним співпадінням.

Важливість цього тесту зумовлена тим, що подібні хвилевідні розширення часто обираються в якості замикаючих елементів хвилевідних накопичувальних резонаторів активних компресорів ЕМІ, моделювання роботи яких присвячений розділ 4.

2.10 Перспективні напрямки подальших досліджень

Метод матмоделювання, що описано в цьому розділі, продемонстрував на практиці свою високу ефективність і дозволив отримати ряд важливих теоретичних і прикладних результатів. Частина з них наведена в наступних розділах дисертації. Тут зупинимося коротко на деяких перспективних напрямках подальшого розвитку методу точних поглинаючих умов.

Перш за все, необхідно зазначити, що цей метод очевидним чином допускає узагальнення на випадок тривимірних початково-крайових задач. Таке узагальнення при належній комп'ютерної реалізації дозволить моделювати хвилевідні та випромінювальні системи, зокрема з динамічно змінюваними параметрами, ЩО важливо, наприклад, при конструюванні активних компресорів ЕМІ (див. розділ 4). Менш очевидне узагальнення методу точних поглинаючих умов було сформульовано і теоретично обґрунтовано в роботах [253, 258–260, 287–291] і стосується моделювання розсіяння імпульсних хвиль на одновимірно і двовимірно періодичних ґратах нескінченних (по двох координатах) розмірів. Область аналізу в таких задачах обмежена фрагментом каналу Флоке, на бічних стінках якого ставляться умови періодичності, а на торцевих – точні поглинаючі умови. Цікавим і важливим з практичної точки зору є те, що для таких початково-крайових задач вдається виконати коректну постановку навіть для випадку похилого падіння плоскої імпульсної хвилі на гратку. Таке падіння (не по нормалі до умовної поверхні гратки) в деякій мірі суперечить здоровому глузду: її фронт в будь-який момент часу взаємодіє з фрагментом гратки, і для постановки задачі, взагалі кажучи, потрібно знати її рішення. Проте, перехід від дійснозначних функцій  $\vec{E}(x, y, z, t)$  і  $\vec{H}(x, y, z, t)$  до їх комплекснозначних аналогів  $\vec{E}(x, y, z, t; \Phi)$  і  $\vec{H}(x, y, z, t; \Phi)$  ( $\Phi$  – дійсний параметр), виконаний за допомогою розкладання поля в інтеграл Фур'є за змінною (-им), по якій (-им) ґратка періодична, дозволяє подолати ці труднощі. У перерахованих вище роботах виконано строге теоретичне обґрунтування

такого переходу до функцій  $\vec{E}(x, y, z, t; \Phi)$  і  $\vec{H}(x, y, z, t; \Phi)$ , сформульовані початково-крайові задачі для цих функцій, отримані основні електродинамічні співвідношення, що зв'язують просторово-часові і просторово-частотні характеристики падаючої і розсіяних ґратками хвиль. Комп'ютерна реалізація алгоритмів, які дозволили б знаходити рішення цих початково-крайових задач, для випадку двовимірно періодичних решіток на сьогоднішній день не проводилася. Можна очікувати, що така реалізація дозволить вивчити новий клас двовимірно періодичних структур, які, серед іншого, можуть включати в себе активні елементи.

Важливим параметром, при проведенні численних експериментів, є час, що витрачається на рішення початково-крайової задачі. Головним і, мабуть, мінімізації найпопулярнішим засобом технологія црого часу € розпаралелювання обчислень. Будова різницевих сіток, розглянутих в цьому розділі, дозволяє проводити розпаралелювання обчислень компонент поля в регулярних вузлах. Дещо важче йде справа при обробці нелокальних поглинаючих умов. Обчислення згорток (2.81) за допомогою розбиття відповідної матриці на квадратні блоки (див. рис. 2.4) вже погано піддається розпаралелюванню, що часто призводить до неефективного використання доступних ядер процесора. Частина з них на кожному часовому шарі різницевої схеми змушена простоювати, чекаючи закінчення обчислень іншими ядрами. Ситуація погіршується у разі задач з відносно невеликим об'ємом області аналізу (числом регулярних вузлів) і відносно великою кількістю згорток в нелокальних граничних умовах. Для таких задач час, що витрачається на обробку граничних умов, може значно перевищувати час, що витрачається на перерахунок поля в регулярних вузлах сітки, що помітно знижує ефективність розпаралелювання обчислень. Універсального рішення цієї проблеми, мабуть, немає, і програмування таких паралельних алгоритмів стає свого роду мистецтвом.

В деякій мірі послабити гостроту цієї проблеми можна, якщо вдається тим чи іншим способом зменшити об'єм «історії» поля, що обробляється, на

віртуальних межах. Крім описаної в п. 2.7.2 техніки проріджування «історії» вельми привабливою є ідея її усікання [250], тобто обчислення згорток виду (2.81) не з нульового моменту часу, а від деякого моменту  $t-T_1$ , де  $T_1$  – константа, що не залежить від t. Таке усікання призводить, взагалі кажучи, до наближеної поглинаючої умови, що небажано при проведенні прецизійних численних експериментів. Однак теоретично існує можливість зведення помилок, обумовлених усіканням «історії», до припустимого рівня шляхом поліпшення спадання ядра згортки. Покажемо це на наступному прикладі. Перепишемо (2.34) для найпростішого випадку  $\varepsilon = \mu = 1$ ,  $\sigma = 0$ .

$$-\frac{1}{\lambda_n^2} \left( \frac{\partial u_n(z,t)}{\partial t} \pm \frac{\partial u_n(z,t)}{\partial z} \right) = \int_0^t u_n(z,\tau) \frac{J_1(\lambda_n(t-\tau))}{\lambda_n(t-\tau)} d\tau.$$
(2.212)

Ядро згортки тут зменшується з ростом t як  $O(t^{-1,5})$ . Після дворазового диференціювання (2.212) по t отримаємо наступне співвідношення

$$-\frac{1}{3\lambda_{n}^{4}}\left(\frac{\partial^{3}u_{n}(z,t)}{\partial t^{3}}\pm\frac{\partial^{3}u_{n}(z,t)}{\partial z\partial t^{2}}\right)-\frac{1}{6\lambda_{n}^{2}}\left(3\frac{\partial u_{n}(z,t)}{\partial t}\pm2\frac{\partial u_{n}(z,t)}{\partial z}\right)=$$

$$=\int_{0}^{t}u_{n}(z,\tau)\frac{J_{2}(\lambda_{n}(t-\tau))}{\lambda_{n}^{2}(t-\tau)^{2}}d\tau,$$
(2.213)

в якому ядро згортки зменшується вже як  $O(t^{-2,5})$ . В обчислювальному плані це означає, що вагові множники, на які множаться елементи дальньої «історії» сигналу, зменшилися, тобто зменшився її внесок в поточне значення  $u_n(z,t)$ . Це дозволяє сподіватися, що співвідношення (2.213) при усіканні «історії» буде вносити меншу похибку в сіткові функції, ніж співвідношення (2.212). Чисельне тестування (2.213) показало наступне.

- 1. Це співвідношення дійсно можна використовувати в якості поглинаючої умови на віртуальних межах.
- Заміна нижньої границі в (2.213) на *t* − *T*<sub>1</sub> може призводити до розвалу різницевої схеми (принаймні, для деяких сигналів і деяких значень константи *T*<sub>1</sub>).

Перше твердження нетривіально за своєю суттю, тому що використання (2.213) в якості граничної умови виводить початково-крайові задачі, що розглядаються, з класу коректності, в якому в граничних умовах допустимо використання похідних порядку не вище першого. Проте, навіть з таким набором позаінтегральних доданків умова (2.213) приводить до стійких різницевих схем. Друге твердження змушує продовжувати пошук більш придатних для усікання «історії» варіантів поглинаючих умов.

Дворазове диференціювання (2.213) за змінною t приводить до

$$-\frac{1}{15\lambda_{n}^{6}}\left(\frac{\partial^{5}u_{n}(z,t)}{\partial t^{5}}\pm\frac{\partial^{5}u_{n}(z,t)}{\partial z\partial t^{4}}\right)-\frac{1}{30\lambda_{n}^{4}}\left(5\frac{\partial^{3}u_{n}(z,t)}{\partial t^{3}}\pm4\frac{\partial^{3}u_{n}(z,t)}{\partial z\partial t^{2}}\right)-\frac{1}{120\lambda_{n}^{2}}\left(15\frac{\partial u_{n}(z,t)}{\partial t}\pm8\frac{\partial u_{n}(z,t)}{\partial z}\right)=\int_{0}^{t}u_{n}(z,\tau)\frac{J_{3}(\lambda_{n}(t-\tau))}{\lambda_{n}^{3}(t-\tau)^{3}}d\tau$$

$$(2.214)$$

з ядром, що зменшується як  $O(t^{-3,5})$ . Тут внесок далекої «історії» сигналу в значення  $u_n(z,t)$  зменшено в ще більшій мірі. Однак тестування (2.214) показало неможливість його використання в якості поглинаючої умови: спостерігався розвал різницевої схеми навіть без усікання «історії» сигналу.

Подальший пошук умов, стійких до усікання «історії», задовільних результатів не дав, хоча і значно розширив арсенал власне поглинаючих умов. Ось тільки деякі з них, що отримані в процесі такого пошуку,

$$\frac{1}{2\lambda_{n}} \left( \frac{\partial u_{n}(z,t)}{\partial t} \pm \frac{\partial u_{n}(z,t)}{\partial z} \right) = \int_{0}^{t} \left[ -\frac{\partial u_{n}(z,t)}{\partial t} \pm \frac{\partial u_{n}(z,\tau)}{\partial z} \right] \frac{J_{2}(\lambda_{n}(t-\tau))}{\lambda_{n}(t-\tau)} d\tau \quad (2.215)$$

$$-\frac{1}{\lambda_{n}} \left( \pm \frac{\partial u_{n}(z,t)}{\partial z} + \frac{\partial u_{n}(z,t)}{\partial t} \right) - u_{n}(z,t) =$$

$$= \int_{0}^{t} \left[ \pm \frac{\partial u_{n}(z,\tau)}{\partial z} - \frac{\partial u_{n}(z,\tau)}{\partial t} + \lambda_{n}u_{n}(z,\tau) \right] \frac{J_{1}(\lambda_{n}(t-\tau))}{\lambda_{n}(t-\tau)} d\tau.$$

$$-\frac{1}{6\lambda_{n}^{2}} \left( \pm \frac{\partial^{2}u_{n}(z,t)}{\partial t\partial z} + \frac{\partial^{2}u_{n}(z,t)}{\partial t^{2}} \right) - \frac{1}{3}u_{n}(z,t) =$$

$$= \int_{0}^{t} \left[ \pm \frac{\partial u_{n}(z,\tau)}{\partial t\partial z} - \frac{\partial u_{n}(z,\tau)}{\partial t^{2}} \right] \frac{J_{2}(\lambda_{n}(t-\tau))}{\lambda_{n}^{2}(t-\tau)^{2}} d\tau.$$

$$-\frac{1}{24\lambda_{n}} \left( \pm \frac{\partial^{2}u_{n}(z,t)}{\partial t\partial z} + \frac{\partial^{2}u_{n}(z,t)}{\partial t^{2}} \right) - \frac{\lambda_{n}}{16}u_{n}(z,t) =$$

$$= \int_{0}^{t} \left[ \pm \frac{\partial^{2}u_{n}(z,t)}{\partial t\partial z} - \frac{\partial^{2}u_{n}(z,\tau)}{\partial t^{2}} - \frac{\lambda_{n}^{2}}{2}u_{n}(z,\tau) \right] \frac{J_{3}(\lambda_{n}(t-\tau))}{\lambda_{n}^{2}(t-\tau)^{2}} d\tau.$$

$$(2.218)$$

Цi інші подібні співвідношення були отримані та дворазовим диференціюванням по t співвідношень (2.32)–(2.34) при  $\varepsilon = \mu = 1$ ,  $\sigma = 0$ . Имовірно, ця техніка диференціювання може бути застосована і до (2.31), хоча це значно складніша задача. Крім цього, було використано ту обставину, що лінійна комбінація співвідношень (поглинаючих будь-яка умов), ЩО задовольняють рівнянню КГФ, також задовольняє цьому рівнянню. (Однак, вочевидь, не всяке співвідношення, яке задовольняє рівнянню КГФ, може бути використано в якості поглинаючої умови, див., наприклад, (2.214).)

Окремо хотілося б відзначити тут співвідношення

$$-u_{n}(z,t) = \int_{0}^{t} \left[ \pm \frac{\partial u_{n}(z,\tau)}{\partial z} - \frac{\partial u_{n}(z,\tau)}{\partial t} \right] \frac{J_{1}(\lambda_{n}(t-\tau))}{\lambda_{n}(t-\tau)} d\tau.$$
(2.219)

Незважаючи на свою елегантність, порівняльну простоту і наявність похідних порядку не вище першого воно не може бути використано в якості поглинаючої умови, тому що призводить до розвалу різницевої схеми. З усіх отриманих автором інтегро-диференціальних співвідношень з ядром згортки, що зменшується як  $O(t^{-1.5})$ , воно єдине, яке має таку властивість.

Підіб'ємо попередній підсумок. Задача подальшої оптимізації обчислень каузальних згорток в нелокальних поглинаючих умовах є актуальною. Її успішне вирішення обіцяє радикальне зменшення обчислювальних ресурсів – оперативної пам'яті і процесорного часу, – що витрачаються на рішення початково-крайових задач, але вимагає при цьому подолання ряду вузьких місць, пов'язаних з організацією паралельних обчислень, урізанням звернутій «історії» і т.п.

Детальний огляд проблематики конструювання точних поглинаючих умов, їх чисельної реалізації та подальшої оптимізації наведено в роботі [14].

# 2.11 Висновки до розділу 2

У цьому розділі дисертації виконана строга постановка початковокрайових задач у відкритих двовимірних областях в декартовій та циліндричній системах координат. Конкретизація геометрії об'єктів, що аналізуються, і розв'язання відповідних початково-крайових задач методом FDTD дозволяє отримувати їх основні електродинамічні характеристики як в часовій, так і в частотній областях.

Для обмеження області аналізу використано точні поглинаючі умови, що накладаються на її віртуальних межах (метод ТПУ). Це гарантує точність результатів, що одержуються, яка визначається тільки точністю різницевої схеми.

При формулюванні початково-крайових задач, їх алгоритмізації, тестуванні та апробації отримано наступні важливі результати.

- Отримано нову точну поглинаючу умову для прямокутної віртуальної межі у вільному просторі. Ця умова є локальною як по просторовим, так і по часовій змінним.
- 2. Визначено оптимальну в обчислювальному плані точну поглинаючу умову для поперечних перерізів регулярних металевих хвилеводів. Ця умова являє собою каузальну згортку «історії» імпульсної хвилі на віртуальній межі з функцією Бесселя поділеною на свій аргумент (нелокальна за часовою змінною), та потребує менших проміжних обчислень при комп'ютерній реалізації ніж аналогічні відомі поглинаючі умови.
- 3. Запропоновано новий алгоритм обчислення каузальних згорток, з яких складаються нелокальні поглинаючі умови, який дозволяє зберігати більшу частину «історії» імпульсних хвиль на жорсткому диску комп'ютера. Це радикально (у сотні разів) знизило вимоги до ємності оперативної пам'яті комп'ютерів, що використовуються для розв'язання початково-крайових задач, та привело до значного зменшення загального часу такого розв'язання.
- Запропоновано новий алгоритм вбудовування у різницеві схеми імпульсних хвиль, що приходять з напівнескінченних хвилеводів, зі спектром, що розташований як завгодно близько до критичної частоти робочої моди.

Всі необхідні розрахункові формули, а також ключові питання, що стосуються їх ефективної комп'ютерної реалізації, наведені в тексті.

Результати, представлені в цьому розділі, опубліковані в роботах [1, 5, 6, 11, 14, 17, 18, 22, 24–26, 32, 35].

#### РОЗДІЛ З

### ПАСИВНА КОМПРЕСІЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ІМПУЛЬСІВ

#### 3.1 Вступ. Принцип обернення хвильового фронту

Як було зазначено у розділі 1, головною невирішеною проблемою у процесі створення пасивних компресорів ЕМІ є задача точного визначення параметрів вхідного сигналу, зокрема, його законів амплітудної та частотної модуляції. Цю проблему проілюструвати можна таким прикладом. Припустимо, що необхідно створити деяку систему передачі даних, в основу якої покладено принцип пасивної компресії ЕМІ. Для цього у найпростішому випадку передачі двійкового коду необхідно задати як мінімум дві функції (два імпульси, що передаються)  $f_0^{out}(t)$  і  $f_1^{out}(t)$ , які відповідали б двійковим нулю та одиниці. Ці функції повинні достатньо сильно відрізнятися одна від одної за формою – так, щоб на виході з приймального пристрою їх можна було максимально надійно розрізнити на фоні завад. При цьому частотний діапазон, в якому зосереджені спектральні складові функцій  $f_0^{out}$  і  $f_1^{out}(t)$ , жорстко зафіксований і прив'язаний до робочого діапазону дисперсійного елемента компресора.

Більш складний варіант такої системи передачі даних може базуватися на системі числення з основою більше 2-х. Це природне узагальнення, якщо є необхідність (а вона, як правило, є завжди) збільшити швидкість передачі даних. Частота проходження стиснених імпульсів обмежена величною, що обернено пропорційна тривалості вхідних імпульсів, і при великих коефіцієнтах стиснення компресора його вихідний сигнал являтиме собою послідовність імпульсів з дуже великою щілинністю, що обмежує швидкість передачі даних. Розумне рішення — передавати більше інформації в одному імпульсі. Наприклад, перехід до шістнадцяткової системи числення дозволить

передавати одразу половину байта в одному імпульсі. Для цього кількість використовуваних функцій  $f^{out}$  необхідно розширити до шістнадцяти ( $f_0^{out}$ ,  $f_1^{out}$ , ...,  $f_{15}^{out}$ ), кожна з яких відповідатиме одній із комбінацій чотирьох бітів, а потім для кожної  $f_i^{out}$  знайти вхідний сигнал  $f_i^{inp}$ .

Таку задачу майже неможливо розв'язати методами, які широко використовують у практиці, – занадто багато тут робиться спрощувальних припущень, внаслідок яких виникає катастрофічна втрата точності результатів, що отримуються. У першу чергу це стосується нехтування законом амплітудної модуляції вхідного сигналу, нехтування вищими доданками в розвиненні в ряд дисперсійних залежностей, використання т. зв. кінематичного наближення для опису руху частотних складових імпульсу для визначення його закону частотної модуляції тощо. В останньому випадку кожна така частотна складова ототожнюється з деякою «частинкою», що поширюється зі швидкістю, яка визначається законом дисперсії. Таке ототожнення ніколи математично строго не обґрунтовується, а вважається інтуїтивно зрозумілим. Але «інтуїтивно зрозумілий» – не означає «достовірний». З шістнадцяти функцій f<sup>inp</sup> (у фіксованому частотному діапазоні, розрахованих для одного і того самого дисперсійного елемента) декілька можуть опинитися настільки близько одна до одної в якомусь діапазоні параметрів, що різниця між ними виявиться меншою за рівень похибки, яка обумовлена прийнятими «інтуїтивно зрозумілими» припущеннями. Через це така задача має розв'язуватися точно.

Очевидно, що вона має розв'язок, і цей розв'язок єдиний, – в силу існування і єдності сингулярності? розв'язку системи рівнянь Максвелла в заданому дисперсійному елементі. Залишимо осторонь питання оптимального в тому чи іншому сенсі вибору системи функцій  $f_i^{out}$  і зосередимося суто на проблемі визначення функції  $f_i^{inp}$  за заданими функціями  $f_i^{out}$  за умови, що дисперсійну систему задано.

Ключовим моментом для ефективного розв'язання цієї задачі є використання техніки обернення хвильового фронту (ОХФ). Суть цієї техніки можна з'ясувати з рис. 3.1, де зображено деяку функцію u(z,t), яка є розв'язком рівняння Клейна–Гордона–Фока (КГФ) (2.188) для декількох послідовних моментів часу. (Припустимо, що втрати відсутні.) По суті, це може бути, наприклад, просторово-часова амплітуда імпульсної електромагнітної хвилі, що поширюється в порожнистому хвилеводі без втрат з ненульовою критичною частотою (тобто з дисперсією групової швидкості). У початковий момент часу вона являє собою вузький у просторі й часі імпульс, який згодом, у процесі поширення, збільшується за тривалістю (розширюється) і зменшується за амплітудою. Загальна ідея ОХФ полягає у тому, що цю послідовність «кадрів» можна «переглядати» як в прямому, так і зворотному порядку. І обидва ці варіанти еволюції сигналу будуть описані рівнянням КГФ (по суті, рівняннями Максвелла). Математично така зміна порядку «відтворення кадрів» є зміною в рівнянні КГФ чи в рівняннях Максвелла змінної t на -t. Вочевидь, що така зміна допустима.

У підсумку, при прямому «відтворенні» вхідний імпульс короткий і з великою амплітудою, а вихідній – розтягнений і з малою амплітудою. При зворотному «відтворенні» імпульси міняються місцями: на вхід подається протяжний з малою амплітудою, а на виході отримуємо короткий з великою амплітудою. Відповідно, якщо відома форма імпульсу, який потрібно отримати в результаті компресії (цільовий імпульс, objective pulse), то, моделюючи його проходження через дисперсійний елемент і розвертаючи отриманий сигнал у часі, можна прийти до необхідного вхідного сигналу компресора. Того самого, який після проходження дисперсійного влідного сигналу буде визначена точно, без будь-яких спрощувальних припущень. Якщо дисперсійний елемент достатньо протяжний у повздовжньому напрямку, то проходження через нього цільового імпульсу приведе до «розшарування» його частотних складових, і отриманий сигнал, може бути описаний за допомогою законів амплітудної A(t) і частотної k(t) модуляції [292]:



Рисунок 3.1 – Еволюція імпульсного сигналу, що описується рівнянням КГФ (2.188). У точці z = 0 сигнал описується функцією  $f_{sincos}(t; 4, 0, 5, 2, 5, 6, 25, 2, 75)$ , коефіцієнт  $\lambda_n = \pi$ 

$$u(t) = A(t)\sin\left(\varphi_0 + \int_0^t k(\tau)d\tau\right), \qquad (3.1)$$

де  $\phi_0$  – початкова фаза сигналу;

k(t) – миттєва частота;

A(t) – обвідна сигналу.

Як було зазначено в розділі 1, техніка ОХФ відома достатньо давно, але для задач пасивної компресії вона застосовується обмежено, поступаючись у випадку найпростіших дисперсійних елементів кінематичному наближенню. Її адаптація для таких задач, яку було виконано в рамках цієї дисертаційної роботи, показала виключну ефективність як у процесі розрахунків, так і на етапі отримання нових знань про фізичні процеси, що відбуваються в дисперсійних елементах. Нижче подано результати, які були отримані при моделюванні методом ОХФ стиснення ЕМІ в металевих і діелектричних хвилеводах, оптично прозорих середовищах, а також у дисперсійних Цi задачі дозволили отримати випромінювальних системах. важливі узагальнення принципу ОХФ на випадки, коли дисперсійний елемент, в якому стискається ЕМІ, має втрати (дифракційні, омічні, радіаційні), а також на випадок струмового джерела, що має опір випромінювання.

## 3.2 Стиснення у відрізках порожнистих регулярних хвилеводів

Порожнистий металевий хвилевід – це класичний дисперсійний елемент. Якщо критична частота робочої моди такого хвилеводу не дорівнює нулю (тобто це не *TEM* -хвиля), то залежність її групової швидкості  $v_g$  від частоти k(рис. 3.2) описується такою простою формулою [129, 271]:

$$v_{g}(k) = v_{p}\sqrt{1 - (\tilde{k}_{n}/k)^{2}},$$
 (3.2)

де  $\tilde{k}_n$  – критична частота робочої моди;

v<sub>p</sub> – фазова швидкість хвилі в середовищі, що заповнює хвилевід.

Ця дисперсія групової швидкості може бути використана для ефективного стиснення імпульсів, спектр яких лежить поблизу критичної частоти  $\tilde{k}_n$ . Відомі як теоретичні дослідження цього питання [46], так і експериментальні спроби створення компресорів, в основу яких закладено

дисперсію хвилевідних мод [45, 47]. Проте ці роботи не привели до конструкцій, придатних для промислового виробництва. Спробуємо розібратися в причинах цього, використовуючи техніку ОХВ для моделювання хвильових процесів у таких регулярних хвилеводах.

Зробимо попередньо невелике зауваження відносно термінології, яку буде використано далі. Зазвичай при



Рисунок 3.2 – Залежність групової швидкості в порожнистому металевому хвилеводі від частоти:  $\tilde{k}_n$  – критичні частоти його власних хвиль,  $v_p$  – фазова швидкість у середовищі, що заповнює хвилевід

дослідженні дисперсії і пов'язаних з нею хвильових процесів прийнято вважати, що дисперсія нормальна, якщо фазова швидкість хвилі зменшується з ростом частоти  $(dv_p/d\omega < 0)$ , і аномальна, якщо вона збільшується  $(dv_p/d\omega > 0)$  [293]. Ця термінологія спочатку була розвинена в оптиці, де поняття «нормальність» і «аномальність» пов'язувались із частотною

залежністю показника заломлення диспергуючого середовища відповідно вдалині і поблизу резонансів поглинання. Досліджуючи компресію імпульсів, зручніше оперувати не фазою, а груповою швидкістю. Через це не всі автори дотримуються такої «оптичної» термінології. Наприклад, у [130] використано терміни «нормальна» й «аномальна» дисперсії групової швидкості, маючи на увазі при цьому знак похідної  $dv_g/d\omega$ :  $dv_g/d\omega < 0$  для нормальної дисперсії та  $dv_g/d\omega > 0$  – для аномальної. У даній роботі зроблено вибір на користь такої термінології, як більш зручної для вивчення питань компресії. Відповідно, залежність (3.2) описує аномальну дисперсію групової швидкості.

Розглянемо регулярний порожнистий хвилевід довільного поперечного перерізу з ідеально провідними стінками. Для моделювання компресії хвиль у такому хвилеводі методом ОХФ відділимо спочатку поперечні змінні:

$$U(g,z,t) = \sum_{n} u_n(z,t) \mu_n(g).$$
(3.3)

Тут z – поздовжня вісь хвилеводу, g – координати, ортогональні z, U – одна з поперечних компонент електромагнітного поля,  $u_n(z,t)$  – просторово-часові амплітуди хвилі,  $\mu_n(g)$  – ортонормована система власних функцій хвилеводу (див. також підрозділ 2.2). Для проведення чисельних експериментів необхідно мати можливість перераховувати часовий профіль імпульсу, який поширюється у хвилеводі, від одного його перерізу до іншого. Для амплітуд  $u_n(z,t)$  відомі транспортні оператори в часовій і частотних областях, що дозволяють здійснювати такі розрахунки. Для часової області ці оператори мають такий вигляд (див. підрозділ 2.3 і [10]):

$$u_{n}(z,t) = \mp \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \int_{0}^{t-\sqrt{\varepsilon\mu}|z-z_{0}|} \frac{\partial u_{n}(z_{0},\tau)}{\partial z} \cdot e^{-s(t-\tau)} J_{0}\left(\eta_{n}\sqrt{(t-\tau)^{2}-\varepsilon\mu(z-z_{0})^{2}}\right) d\tau, \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial u_n(z,t)}{\partial z} = \mp \sqrt{\varepsilon \mu} \left[ \frac{\partial u_n(z,t)}{\partial t} + s u_n(z,t) + \eta_n \int_0^t u_n(z,\tau) e^{-s(t-\tau)} \frac{J_1(\eta_n(t-\tau))}{t-\tau} d\tau \right].$$
(3.5)

Тут:  $s = \sigma \eta_0 / 2\epsilon$ ;  $\eta_n = \sqrt{\lambda_n^2 / \epsilon \mu - s^2} (\lambda_n \ge \epsilon \mu s^2)$ ;  $\eta_0 = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0}$ ,  $\epsilon_0$  і  $\mu_0$  – електрична і магнітна сталі вакууму;  $\lambda_n$  – поперечні власні числа хвилеводу;  $\epsilon$ ,  $\mu$ , – відносна діелектрична і магнітна проникності;  $\sigma$  – питома провідність середовища, яке заповнює хвилевід; верхній знак відповідає хвилям, що поширюються в напрямку додатних *z*, нижній – у бік від'ємних.

Співвідношення (3.4) і (3.5) строго випливають з рівнянь Максвелла і коректно описують як хвилі, що поширюються, так і еванесцентні (тобто спектр хвилі може мати складові, що лежать як вище, так і нижче критичної частоти). Ці співвідношення еквівалентні відомим уявленням у частотній області для фур'є-образів амплітуд  $u_n(z,t) \leftrightarrow \tilde{u}_n(z,k)$ [271]

$$\tilde{u}_{n}(z,k) = \begin{cases} A(k)e^{\pm\beta z}, & \beta = \sqrt{\lambda_{n}^{2} - k^{2}}, & \partial \pi & 0 < k < \lambda_{n}, \\ A(k)e^{\pm i\beta z}, & \beta = \sqrt{k^{2} - \lambda_{n}^{2}}, & \partial \pi & 0 < \lambda_{n} < k. \end{cases}$$
(3.6)

(Якщо в (3.6) беруться додатні значення коренів, то верхній знак відповідає хвилям, що поширюються в напрямку додатних z, нижній – у бік від'ємних, і навпаки.) У цьому можна впевнитися, поклавши, наприклад, у (3.4)  $z = z_0$  і перейшовши до нескінченних границь інтегрування за  $\tau$  (ядро інтеграла довизначається нульовими значеннями за умови  $\tau > t$ ). Далі теорема про згортку приводить до (3.6) [10].

Алгоритм перерахунку часового профілю  $u_n(z,t)$  з одного перерізу  $z_0$ хвилеводу в інший  $z_1$ , що базується на формулах (3.4) і (3.5), складається з двох основних кроків. Перший – обчислення для заданої функції  $u_n(z_0,t)$  її повздовжньої похідної  $\partial u_n(z_0,t)/\partial z$  згідно з (3.5). Другий – обчислення за знайденою похідною  $\partial u_n(z_0,t)/\partial z$  амплітуди  $u_n(z_1,t)$  згідно з (3.4). Тут, як і при

162

вбудовуванні точних нелокальних поглинаючих умов у різницеві схеми, виникає проблема швидкого обчислення згорток. Розміри масивів, в яких зберігаються вхідний і вихідний сигнали, і, відповідно, ядра інтегралів можуть становити десятки мільйонів елементів. Їх швидке оброблення – запорука ефективного чисельного моделювання. З цією метою розрахунковий алгоритм оптимізувався шляхом розбивання відповідної матриці на квадратні блоки розміром, що дорівнює степені двійки, з подальшим використанням теореми про згортку і швидкого перетворення Фур'є. З точністю до несуттєвих деталей цей алгоритм відтворює той, що був описаний у п 2.7.2, і враховує те, що тривалість вхідного і вихідного імпульсів може відрізнятися в сотні й тисячі разів і, відповідно, матриця перетворення має не трикутну форму (ненульових елементів), а трапецієподібну [10]. Графік на рис. 3.3 демонструє радикальне

зменшення часу обчислення однієї згортки використанні при розробленого алгоритму оптимізації. Наприклад, для масиву розміром 1 МЛН елементів час обчислення безпосередньо за квадратурною формулою приблизно 1,78 склав години. При використанні оптимізованого алгоритму – приблизно 1 с.

Перейдемо

до

власне

компресії

тепер

В

моделювання

імпульсу

 $10^{0}$ 10- $10^{-2}$  $10^{4}$  $10^{3}$  $10^{5}$  $10^{6}$ Розмір масиву Рисунок 3.3 – Час розрахунку згортки (3.5) сигналу залежно від розміру вхідного масиву.

Розрахунок виконувався безпосередньо за квадратурою формулою трапеції (крива 1) і з використанням оптимізованого алгоритму (крива 2) [10]

хвилеводі. Оберемо для визначеності плоскопаралельний хвилевід з відстанню між стінками W = 1 і його  $TE_1$ -хвилю в якості робочої. Критичні частоти  $TE_n$ -



хвиль такого хвилеводу дорівнюють  $\tilde{k}_n = n\pi$ . Задамо часовий профіль сигналу, який ми маємо отримати в результаті компресії, функцією  $f_{sincos}(t; A, m, t_0, t_1, T, k_c, k_s)$  (2.131) за таких значень параметрів: A = 4, m = 1,  $t_0 = 0$ ,  $t_1 = 50$ , T = 25,  $k_c = 6,25$ ,  $k_s = 2,75$ . Графік цієї функції зображено на рис. 3.4 (а), його амплітудний спектр – на рис. 3.4 (б).



Рисунок 3.4 – Імпульс, який необхідно отримати в результаті компресії (a), та його амплітудний спектр (б)

Запустимо цей імпульс у хвилевід у деякому опорному перерізі і подивимось, як буде трансформуватись його часовий профіль при віддаленні від цього опорного перерізу. На рис. 3.5 (а) показано часові залежності цього імпульсу після проходження ним відстані 100, 1000 і 10000 (ширин хвилеводу). Його тривалість прогнозовано збільшується, а максимальне значення – зменшується. Розрахуємо для них закони амплітудної A(t) і частотної k(t)модуляції (3.1) (рис. 3.5 (б)). Для цього в кожну півхвилю функції  $u_1(z,t)$ впишемо півхвилю синуса так, щоб їх нулі збігалися, а екстремальне значення  $u_1(z,t)$ , яке перебуває між цими нулями, визначало локальне (миттєве) значення амплітуди коливань [10]. Як показав досвід проведення чисельних експериментів, такий спосіб визначення законів найбільш модуляції ефективний з обчислювальної точки зору. Він поєднує в собі високу швидкість



Рисунок 3.5 – Цільовий імпульс (рис. 3.4) на відстані 100, 1000 і 10000 (поперечників хвилеводу) від опорного перерізу (а) і закони його амплітудної (пунктирна лінія) і частотної (суцільна лінія) модуляції (б)

і точність отриманих результатів. Як ілюстрація, на рис. 3.6 показано різницю функції  $u_1(1000, t+1000)$  (рис. 3.5) і функції

$$u^*(A(t),k(t)) = A(t)\sin\left(\varphi_0 + \int_0^t k(\tau)d\tau\right), \qquad (3.7)$$

яка побудована за знайденими для  $u_1(1000, t + 1000)$  законами модуляції. Видно, що похибка відбудови функції  $u_1(1000, t + 1000)$  на декілька десяткових порядків менше ніж значення функції. Цього цілком достатньо для подальшого проведення обчислювальних

експериментів.

Аналізуючи закони модуляції рис. 3.5 (б), на помітити, можна ЩО на відстані 100 від опорного перерізу цi залежності являють собою осцилюючі в часі криві, що свідчить про «розшарування» те, ЩО частот в імпульсі ще не i відбулося, 3 таким



Рисунок 3.6 – Похибка відбудови функції  $u_1(1000, t+1000)$  за знайденими законами амплітудної A(t) і частотної k(t) модуляції

сигналом надалі працювати незручно. На відстанях 1000 і 10000 імпульс описується вже достатньо гладкими законами модуляції, що дає можливість його генерації відносно простими технічними засобами.

Візьмемо тепер сигнал  $u_1(1000, t+1000)$ , обмежимо його тривалістю 2500 (відкинемо всі значення при часі понад 2500) і розвернемо в часі:

$$u_1^{inp}(t) = u_1(1000, 3500 - t), \quad 0 \le t \le 2500.$$
 (3.8)

Часовий профіль отриманого сигналу (3.8) показано на рис. 3.7 (а). Це – шуканий вхідний імпульс. Після проходження хвилевідної секції довжиною 1000 він стиснеться в імпульс заданої форми. Це підтверджує і чисельний експеримент (рис. 3.7 (б)). Цільовий імпульс (рис. 3.3 (а)) відновлено достатньо точно. Невелика різниця між ними обумовлена тим, що ми відкинули в (3.8) довгоосцилюючу частину сигналу при t > 2500. Чим довший буде обраний фрагмент сигналу (3.8) для розвороту у часі, тим точніше буде відтворено заданий імпульс після компресії.

Таким чином, принцип ОХФ дозволив точно розрахувати форму вхідного імпульсу і досягти того, що в рамках чисельного експерименту він стиснувся в імпульс заданої форми на виході з хвилевідної ділянки заданої довжини.



Рисунок 3.7 – Розрахований часовий профіль вхідного сигналу (a) і його профіль після стиснення (б)

Отримані дані дозволяють оцінити основні характеристики компресора, який може бути виконаний із такого відрізка регулярного хвилеводу. Співвідношення максимальних значень вихідного і вхідного сигналів дають оцінку коефіцієнта підсилення за амплітудою  $\alpha \approx 10,998/1,263 \approx 8,708$ . Ступінь компресії (відношення тривалостей вхідного і стисненого імпульсів) –  $\beta = 2500/50 = 50$ , а коефіцієнт корисної дії (тобто відношення енергій, що

накопичені у сформованому і вхідному імпульсах) –  $\gamma = \int \left[ u^{compr}(t) \right]^2 dt / \int \left[ u^{inp}(t) \right]^2 dt \approx 67,76947/67,76961 \approx 1$ . (Тут інтегрування ведеться за інтервалами часу, що відповідають тривалості кожного імпульсу. Стінки хвилеводу, – нагадаємо, – передбачаються ідеально провідними.)

Ці характеристики отримано для хвилевідного відрізка довжиною 1000. Вочевидь, що збільшення цієї довжини приведе до збільшення тривалості вхідного імпульсу (рис. 3.7 (а)), зменшення його піку і, як наслідок, до збільшення коефіцієнтів підсилення  $\alpha$  і компресії  $\beta$ . Теоретично, діючи у такий спосіб, можна отримати наскільки завгодно великі значення цих коефіцієнтів. На практиці омічні втрати в стінках хвилеводу обмежать це зростання і зроблять безглуздим збільшення довжини хвилевідної ділянки більше за деяке граничне значення.

Порівняємо тепер отримані результати з тими, що дають наближені методи аналізу, зокрема кінематичне наближення, при описі руху частотних складових імпульсу («частинок»). На рис. 3.8 (а)–(б) показано результати віконного перетворення Фур'є

$$\tilde{f}(t,k) = \frac{1}{2\pi} \int_{t_{\min}}^{t_{\max}} f(\tau) W\left(\tau - t + \frac{w}{2}\right) e^{ik\tau} d\tau$$
(3.9)

функцій  $f_{sincos}(t;4,1,0,50,25,6,25,2,75)$  (див. рис. 3.4 (а)) і  $u_1(1000,t+1000)$  з вікном Геммінга [294]  $W(t) = 0,54 - 0,46\cos(2\pi t/w)$  шириною w = 8. Якісно ці рисунки підтверджують правильність концепції «частинок». У функції  $f_{sincos}(t;...)$  всі частотні складові зосереджено поблизу максимуму, і можна вважати, що у випадку поширення такого імпульсу у хвилеводі всі вони «стартують» з опорного перерізу одночасно.

Більш детальне вивчення цієї динаміки приводить до виявлення суттєвих розбіжностей між тими даними, що дають кінематичні формули, і даними, які отримані за допомогою методу ОХФ. Якщо вважати, що кожна «частинка» в



Рисунок 3.8 – Результат віконного перетворення Фур'є функцій  $u_1(0,t)$  (a) і $u_1(1000,t+1000)$  (б)

деякий момент часу  $t_0$  ( $t_0 \ge 0$ ) знаходиться в опорному перерізі  $z_0 = 0$ , то відповідно до (3.2) час її приходу в переріз z має дорівнювати

$$\tau = z + t + t_0 = z / \sqrt{1 - \left(\tilde{k_1}/k\right)^2}$$
(3.10)

(нагадаємо, що в обраній системі одиниць швидкість світла у вакуумі дорівнює 1). З (3.10) знаходимо

$$k(t) = \frac{\tilde{k_1}}{\sqrt{1 - \left(\frac{z}{z + t + t_0}\right)^2}}.$$
(3.11)

Для перерізу z = 1000 залежності (3.11) для  $t_0 = 0$ , 25 і 50 зображені на рис. 3.9. Там же наведено закон частотної модуляції (крива 4), що розрахований для імпульсу  $u_1(1000, t+1000)$ . Видно, що як би ми не локалізували в часі початок кожної «частинки» (параметр  $t_0$ ), розрахована за методом ОХФ залежність k(t) суттєво відрізнятиметься від залежності, розрахованої за формулою (3.11). Насправді кожна частотна складова імпульсу поширюється швидше, ніж можна очікувати виходячи із суто механічних уявлень про рух «частинок».

Такий самий висновок можна зробити, якщо порівняти залежність k(t)для імпульсу  $u_1^{inp}(t)$  (рис. 3.7 (а)) і закон частотної модуляції, який отримано за допомогою кінематичного наближення (рис. 3.10). Для цього встановимо межі робочого частотного діапазону  $k_{min} \le k \le k_{max}$ :  $k_{min} = 3,25$ ,  $k_{max} = 9$ . Згідно з роботою [52], час прибуття t «частинки» на вхід дисперсійного елемента пов'язаний з його груповою швидкістю  $v_g$  таким співвідношенням:

$$v_g = v_1 \left/ \left( 1 - \left( 1 - \frac{v_1}{v_2} \right) \frac{t}{T} \right)$$
(3.12)





 $(T - тривалість вхідного імпульсу, <math>v_1$  і  $v_2 - групові швидкості, що відповідають$  $частотам <math>k_{min}$  і  $k_{max}$ ). Для регулярного хвилеводу залежність  $v_g(k)$  визначається за формулою (3.2). Якщо з (3.2) явно виразити  $k(v_g)$  і підставити в неї вираз (3.12), отримаємо закон модуляції вхідного імпульсу. На рис. 3.10 він зображений пунктирною лінією. Суцільною лінією показано залежність k(t), яка була отримана методом ОХФ. Розбіжність цих графіків суттєва. Оптимальна довжина хвилевідної ділянки, на якій, виходячи з кінематичних формул, відбуватиметься найкраща компресія вхідного імпульсу, для наведених вище параметрів складе [52]  $L_{opt} = Tv_1v_2/(v_2 - v_1) \approx 881,14$ , що також неприпустимо відрізняється від точного значення z = 1000.

Таким чином, кінематичне уявлення про рух радіоімпульсу як суперпозиції «частинок» є занадто грубим для адекватного моделювання фізичних процесів навіть у такому простому випадку, коли дисперсійним елементом є відрізок регулярного хвилеводу. За допомогою такого наближення неможливо точно відповісти на питання, яким має бути закон частотної модуляції імпульсу, що подається на вхід компресора, навіть у випадку, коли закон його дисперсії відомий абсолютно точно.

Підкреслимо важливість врахування закону амплітудної модуляції A(t)вхідного сигналу. Як правило, у літературі цим законом нехтують, вважаючи що A(t) є постійним значенням. Таке нехтування може призвести до радикального спотворення форми стисненого імпульсу. На рис. 3.11 це показано на прикладі відрізка регулярного хвилеводу. Закони модуляції вхідного сигналу (рис. 3.11 (а)) розраховані для хвилевідного відрізка довжиною L=1000 і цільового імпульсу, який показано на рис. 3.4. Закон частотної модуляції знайдено методом ОХФ, а амплітудної – взятий рівним 1. На рис. 3.11 (б) показано часовий профіль стисненого імпульсу. Видно, що навіть у такому випадку, коли закон частотної модуляції вхідного сигналу знайдено точно, заміна істинного закону A(t) постійним значенням





амплітудної – дорівнює 1

кардинально змінює форму вихідного сигналу (порівняємо рис. 3.7 (б) та рис. 3.11 (б)). Формально його пікове значення у порівнянні з піковим значення цільового імпульсу збільшилося (внаслідок того, що збільшилася повна енергія вхідного імпульсу), але тривалість і розподіл енергії між головними і боковими «пелюстками» стисненого імпульсу радикально відрізняються від заданих. Аналогічні дані для цільового імпульсу у вигляді гауссової обвідної з частотним заповненням наведені в роботі [9].

Аналіз наведених вище результатів чисельних експериментів показує, що отримати практично цінні характеристики компресора з хвилевідною дисперсійною лінією можна, якщо її довжина L становить близько  $10^3$  і більше її поперечних розмірів W. За умови  $W \approx 1$  см довжина хвилевідної лінії сягатиме декількох десятків метрів, що робить актуальною задачу зменшення габаритів такого дисперсійного елемента. У наступному підрозділі з цією метою досліджуватиметься можливість використання вигинів хвилевідного тракту. Тут коротко зупинимося на можливості заповнення хвилеводу недиспергуючим діелектриком, але таким, що має власні втрати. З одного боку,

таке заповнення збільшує оптичну довжину шляху, який долає хвиля, і, як наслідок, дозволяє досягти заданих коефіцієнтів стиснення та підсилення за амплітудою на хвилевідному відрізку меншої довжини. З іншого боку, втрати в діелектрику можуть звести нанівець цей виграш. Однозначну відповідь на

питання, вигідно чи ні використовувати заповнення діелектриком, можна отримати тільки після проведення точного і ретельного чисельного моделювання відповідної електродинамічної системи.

На рис. 3.12 зображені закони амплітудної і частотної модуляції сигналів, які отримані в результаті поширення на відстань z = 1000імпульсу, ЩО показаний на рис. 3.4 (а), чотирьох у плоскопаралельних хвилеводах, які заповнені середовищами з  $\varepsilon = 1, 4, 9$ та 16. Передбачається, що  $\mu = 1$ ,  $\sigma = 0$  і ширина хвилеводів дорівнює відповідно 1/2, 1/3 i 1/4. При такому виборі ширини частоти відсікання власних мод і закон дисперсії – корінний множник у (3.2) – однакові для всіх чотирьох хвилеводів. По суті, різниця між



Рисунок 3.12 – Закон амплітудної (а) і частотної (б) модуляції імпульсу  $u_1(1000, t + 1000\sqrt{\epsilon})$  для чотирьох хвилеводів, що заповнено однорідним недиспергуючим діелектриком: 1 –  $\epsilon = 1, W = 1; 2 - \epsilon = 4, W = 1/2; 3 \epsilon = 9, W = 1/3; 4 - \epsilon = 16, W = 1/4.$ Проникність середовища  $\mu = 1$ , провідність  $\sigma = 0$ 

ними полягає лише в оптичній довжині шляху, який долає початковий імпульс. Результат цілком очікуваний: чим більший шлях, який проходить імпульс, тим сильніше він розпливається у часі і в просторі. Врахуємо тепер вплив електричних втрат у діелектрику, яким заповнено хвилевід. Серед представлених на рис. 3.12 оберемо сигнал, що був отриманий для хвилеводу з  $\varepsilon = 4$ . Побудуємо за ним вхідний сигнал, використовуючи техніку ОХВ (рис. 3.13 (а)), і подивимось, як він деформується, коли пройде відстань z = 1000 у такому хвилеводі при різних ненульових значеннях  $\sigma$ . Часові профілі вихідних імпульсів для випадків  $\sigma = 10^{-7}$ ,  $10^{-6}$  і  $10^{-5}$  См/м показані на рис. 3.13 (б)–(г). (Для частоти  $k = 2\pi$  ці значення  $\sigma$  відповідають тангенсам кутів діелектричних втрат, що дорівнюють  $1,5 \cdot 10^{-6}$ ,  $1,5 \cdot 10^{-5}$  і  $1,5 \cdot 10^{-4}$ .) На цих же рисунках наведені максимальні значення, яких досягають



Рисунок 3.13 – Часовий профіль імпульсу, що призначений для стиснення в плоскопаралельному хвилеводі із заповненням  $\varepsilon = 4$ , (a) і його часовий профіль $u_1^{compr} \left( 1000, t + 1000 \sqrt{\varepsilon} \right)$  після стиснення в хвилеводах з  $\varepsilon = 4$  і  $\sigma = 10^{-7}$  (б),  $\sigma = 10^{-6}$  (в) і  $\sigma = 10^{-5}$  (г)

стиснені імпульси. Незалежність втрат у діелектрику від частоти ( $\sigma(k) = const$ ) приводить у разі збільшення  $\sigma$  до зменшення амплітуди вихідного сигналу без спотворень його форми. Отримані значення коефіцієнтів підсилення за амплітудою дорівнюють  $\alpha \approx 12,296$ , 11,063 і 3,906, а коефіцієнтів корисної дії –  $\gamma = 0,977$ , 0,791 і 0,102. Кожний з цих обчислювальних експериментів можна вважати успішним – пікові значення стиснених імпульсів більші, ніж пікові значення вхідного сигналу, а відношення їх тривалостей, тобто коефіцієнт стиснення  $\beta$ , дорівнює значенню 100, що набагато перевищує 1 (тобто дійсно спостерігається стиснення імпульсу зі збільшенням його пікової потужності). Таким чином, рис. 3.12 і рис 3.13 демонструють можливість суттєвого покращення параметрів компресії шляхом заповнення лінії передачі діелектриком з достатньо малими власними втратами.

Нарешті, підбиваючи певний проміжний підсумок, хотілося б зазначити таке. Як показав досвід чисельного моделювання, дисперсія групової швидкості власних мод порожнистих хвилеводів може бути використана для ефективного стиснення імпульсів з шириною спектра приблизно до 2 октав (відношення верхньої  $f_{e}$  і нижньої  $f_{H}$  меж частотного діапазону  $f_{e}/f_{H} = 4$ ). Приклад стискуваного імпульсу з такою шириною спектра зображено на рис. 3.14. Цю досить умовну межу знайдено в результаті великої кількості чисельних експериментів. Теоретично припустиме стиснення імпульсів і з ширшим спектром. Однак для цього необхідно використовувати відрізки хвилеводів занадто великої протяжності і працювати з частотами, на яких хвилевід підтримує поширення великої (більше 4) кількості власних мод. Малоймовірно, що такі системи матимуть якесь практичне значення. Проте обмеження ширини спектра в 2 октави не применшує цінності порожнистих хвилеводів як дисперсійних елементів, і навіть робить їх певним еталоном, що дозволяє судити про той чи інший дисперсійний елемент при конструюванні пасивних компресорів. Якщо дисперсійний елемент забезпечує стиснення сигналу з шириною спектра більше 2 октав, то йому слід надавати перевагу в порівнянні з порожнистим хвилеводом. В іншому випадку такий елемент повинен забезпечувати виграш в інших характеристиках компресора (менший рівень втрат, більш гладкі криві законів модуляції та ін.).



Рисунок 3.14 – Часовий профіль стискуваного імпульсу (а), закони його амплітудної і частотної модуляції (б). Стиснений імпульс (в) і його амплітудний спектр (г). Цільовий імпульс задано функцією  $f_{sincos}(t;4,1,0,50,25,7,85,4,65)$  з піковим значенням 18,6. Довжина хвилевідної секції  $L=10^4$ , ширина W=1. Ширина смуги частот, яку займає імпульс, дорівнює приблизно 2 октавам

#### 3.3 Стиснення у вигнутих хвилевідних лініях передачі

Простота конструкції і достатньо широкий діапазон (до 2 октав), де можна ефективно використовувати дисперсію групової швидкості, робить хвилеводи привабливими для конструювання пасивних компресорів ЕМІ. Серйозною перешкодою тут можуть стати занадто великі геометричні розміри такого дисперсійного елемента. Як було показано в попередньому підрозділі, довжина хвилевого відрізка, в якому відбувається стиснення частотно-модульованого імпульсу, може складати тисячі його поперечних розмірів. При ширині широкої стінки  $W \approx 1$  см ця довжина становитиме десятки метрів, що незручно з практичної точки зору. З цієї причини є актуальною задача мінімізації геометричних розмірів дисперсійного елемента.

Одним з можливих і відносно простих у реалізації способів вирішення цієї задачі може стати згинання хвилевідної лінії для надання компактнішого об'єму. У цьому підрозділі розглядається один з найпростіших випадків такого пакування – вигин хвилеводу в *H*-площині. Вся хвилевідна лінія складається з послідовності фрагментів, кожний з яких вигнутий з постійним радіусом кривизни *R*. В окремому випадку, коли  $R \rightarrow \infty$ , має місце прямолінійний відрізок хвилеводу (рис. 3.15).

Перше, з чим стикається дослідник при знайомстві з хвилевідними вигинами у *H*-площині, це ефект їх повного запирання на частотах поблизу частоти відсікання другої моди. Цей ефект обумовлений збудженням у вигині коливання з числом варіацій поля в поперечному напрямку більшим, ніж у хвилі, що падає. Для такого коливання невигнута частина хвилеводу буде позамежною, а саме коливання виявляється замкненим у вигині. Інша назва для цього явища – резонанс на замкненій моді.

Відомості про цей ефект у літературі мають досить фрагментарний характер (при цьому для хвилевідних зламів (рис. 3.16 (а)) його досліджено досконально). Наприклад, у [295] фіксується зростання модуля коефіцієнта



Рисунок 3.15 – Загальний вигляд фрагментів, з яких складається хвилевідна лінія: (а) – пряма ділянка довжиною *L*; (б) – вигнутий з радіусом кривизни *R* і кутом повороту Ф

відбиття для H-площинного вигину прямокутного хвилеводу з нульовим радіусом кривизни, але помилково визначено частоту запирання як частоту, що відповідає виникненню нової моди («...*at the frequency 15.7 GHz corresponds to the appearance of a new mode*»). Крім цього, наведені в цій роботі дані не дозволяють надійно ідентифікувати

резонанс повного відбиття, тобто з модулем коефіцієнта відбиття, який дорівнює 1. У роботі [296] вірно встановлено природу резонансу на замкненій моді, що виникає в Нплощинному вигині, але не розрахункові наведено дані, які свідчили б про повне відбиття резонансній падаючої хвилі на



Рисунок 3.16 – Загальний вигляд *H* - площинного зламу (а) і вигину (б) плоскопаралельного хвилеводу

частоті. (Більш докладний перелік робіт за цією тематикою можна знайти в [13].)

Така фрагментарність поданої в літературі інформації, вкупі з окремими помилковими даними, змушує повернутися до питання дифракції хвиль у хвилевідних вигинах і, певною мірою, систематизувати наявні відомості про них. Таку роботу автор здійснив у процесі тестування алгоритму, що описаний

у розділі 2, і її підсумки наведені в [13]. Головний результат цієї роботи полягає в чіткій прив'язці резонансних сплесків на частотних залежностях коефіцієнтів проходження та відбиття поблизу критичних частот вищих мод зі збудженням у вигині замкнених коливань з конкретною структурою плям стоячої хвилі.

На рис. 3.17 наведено залежності коефіцієнтів трансформації для трьох вигинів плоскопаралельного хвилеводу: з радіусом вигину середньої лінії R = 2і кутами повороту  $\Phi = 180^{\circ}$ ,  $\Phi = 90^{\circ}$  і  $\Phi = 45^{\circ}$ . Ширина хвилеводу W = 1, критичні частоти його  $TE_n$  хвиль  $\tilde{k}_n = n\pi$ . Резонансні частоти поблизу критичної частоти другої моди для таких вигинів дорівнюють відповідно  $\tilde{k} \approx 6,280787$ ,  $\tilde{k} \approx 6,282243$  і  $\tilde{k} \approx 6,282771$ . Поблизу критичної частоти третьої моди —  $\tilde{k} = 9,421395$ ,  $\tilde{k} = 9,422572$  і  $\tilde{k} = 9,42351$ . Розподіли електричної компоненти поля для вільних коливань на цих частотах показані на рис. 3.18.

Оскільки хвилевідний вигин може бути зображений як послідовність хвилевідних зламів з малим кутом  $\psi$  (рис. 3.16), то фізика дифракції хвиль у таких об'ємах має багато схожих моментів. По-перше, всі резонанси повного відбиття виникають в одномодовому режимі поблизу критичної частоти другої моди. По-друге, за умови  $\psi \rightarrow 0$ , у випадку хвилевідних зламів, і за умови  $R \rightarrow \infty$  (або  $\Phi \rightarrow 0$ ), у випадку хвилевідних вигинів, частоти цих резонансів зміщуються вгору, а добротності відповідних коливань необмежено збільшуються [274, 297, 298].

Розуміння цих закономірностей дозволяє коректно підходити до синтезу хвилевідних трактів більшої довжини. Якщо поставлено мету синтезувати компактну лінію передачі для компресії імпульсу з шириною спектра до однієї октави (у межах, де хвилевід підтримує поширення тільки однієї моди), то можливо використовувати хвилевідні фрагменти з відносно малим радіусом вигину ( $R \ge 2$ ), що приведе до дуже ефективного пакування всього хвильового тракту (рис. 3.17). Якщо ширина робочої смуги перевищує одну октаву, то радіуси вигину фрагментів хвилевідної лінії навпаки слід обирати якомога



Рисунок 3.17 – Коефіцієнти трансформації хвили у вигині плоскопаралельного хвилеводу з радіусом кривизни R = 2 і кутами повороту  $\Phi = 180^{\circ}$  (a),  $\Phi = 90^{\circ}$  (б),  $\Phi = 45^{\circ}$  (в). Графіки у другій і третій колонках – збільшені фрагменти залежностей, що наведені у першій колонці. Ширина хвилеводу W = 1, частоти відсікання  $TE_n$  хвиль  $\tilde{k}_n = n\pi$ 

більшими, щоб зменшити: a) відбиття на частотах, що перевищують частоту відсікання другої моди; б) ширину резонансних піків повного відбиття. Такі хвилевідні лінії менш ефективно використовують об'єм, що обмежує їх габарити, але мають більшу смугу пропускання.


(б)

Рисунок 3.18 – Розподіл електричної компоненти для вільних коливань на частотах резонансів, що виникають поблизу частоти відсікання другої (а) і третьої (б) моди для  $\Phi = 180^\circ$ ,  $90^\circ$  і  $45^\circ$ 

Змоделюємо стиснення імпульсу, який модульовано за частотою (і амплітудою), у компактному хвилевідному тракті. Зберемо його з 9-ти прямолінійних відрізків хвилеводу довжиною 100, з'єднаних між собою вигнутими з'єднаннями з радіусом вигину R=3 (рис. 3.19 (а)). Подібну дисперсійну лінію було використано у [45]. Ширина хвилеводу, як і раніше, W=1, робоча мода  $TE_1$  (вектор  $\vec{E}$  перпендикулярний площині креслення). Задамо часовий профіль імпульсу, який необхідно отримати в результаті компресії, такою залежністю:

$$u_1^{obj}(0,t) = f_{sincos}(t;4,1,0,100,50,4,8,1,3).$$
(3.13)

Графік цієї функції показано на рис. 3.19 (б). Її амплітудний спектр (рис. 3.19 (в)) зосереджено переважно в смузі, що нижче частоти відсікання



k

0 500 1000 1500 t 2500 2525 2550 2575 2600 t
 (г)
 (д)
 Рисунок 3.19 – Загальний вигляд дисперсійної хвилевідної лінії передачі (а), часовий профіль імпульсу (ф. (3.13)), який необхідно отримати в результаті компресії (б), його амплітудний спектр (в), закони модуляції вхідного сигналу,

\_/

4

3

що розраховані за допомогою методу ОХФ (г), і часовий профіль стисненого імпульсу (д)

0,2

0,0

другої моди хвилеводу, де коефіцієнт проходження через вигнуті секції близький до 1 (рис. 3.17). Розрахуємо для цього імпульсу за допомогою методу ОХВ профіль вхідного сигналу і закони його модуляції (рис. 3.19 (г)), використовуючи алгоритм, що описаний в попередньому розділі. Обмежимося при цьому тривалістю, що дорівнює 1500. Пікове значення електричного поля в ньому становить приблизно 0,636. Після проходження хвилевідної лінії він сигнал? стискається в імпульс із заданим профілем (рис.3.19 (д)) тривалістю суттєвої частини, яка дорівнює 100, і піковою напруженістю поля, що дорівнює 5,199. У цьому випадку коефіцієнт підсилення за піковою потужністю становить  $\tilde{G} = (5,199/0,636)^2 \approx 66$ , коефіцієнт стиснення –  $\beta = 15$ .

Довжина всього складеного хвилеводу по середній лінії досягає  $L \approx 975,4$ , його габарити –  $106 \times 49$  (без урахування товщини зовнішніх металевих стінок). Таким чином вдається досягти істотного зменшення одного просторового розміру дисперсійного елемента за рахунок збільшення іншого. З практичної точки зору конструкція розміром  $106 \times 49$  виглядає більш привабливою, ніж прямолінійний відрізок хвилеводу розміром  $975 \times 1$ . До її недоліків можна віднести відносно вузьку робочу смугу, що обмежена частотою відсікання другої моди хвилеводу, і відносно велику відстань між сусідніми прямолінійними секціями. У роботах [15, 16] розглянуто більш компактні конфігурації хвилевідної дисперсійної лінії, в яких вигнуті хвилевідні відрізки утворюють витки спіралі в *H*-площині.

Підіб'ємо попередній підсумок. Дані, які наведено на рис. 3.19, свідчать про можливість використання вигинів для оптимізації геометричних параметрів хвилевідної дисперсійної лінії передачі. Розвинутий тут підхід (метод ОХФ) можна застосувувати і для моделювання більш складних паковань хвилевідної лінії передачі. Наприклад, послідовне сполучення вигинів прямокутного хвилеводу в H- і E- площинах дозволить вийти за межі плоскої моделі і конструювати хвилевідні тракти в тривимірних областях. Ще один можливий варіант компактного пакування прямокутного хвилеводу можна знайти в роботі [299].

## 3.4 Стиснення в діелектричному хвилеводі

Техніку ОХФ можна використовувати для вивчення хвилевідних структур, що складніші за порожнистий хвилевід. У цьому підрозділі розглядається процес компресії ЕМІ в планарних діелектричних хвилеводах. Такі хвилеводи, як правило, застосовують при освоєнні міліметрового і субміліметрового діапазонів довжин хвиль, де порожнисті металеві хвилеводи мають надмірно великі втрати і їх використання вкрай складне або взагалі неможливе. Відсутність у цих діапазонах потужних імпульсних джерел робить актуальною задачу компресії малопотужних вхідних імпульсів відносно простими засобами. Стиснення у відрізку хвилеводу може стати одним із таких засобів.

Відомо [300–302], що планарному хвилеводу властива дисперсія навіть тоді, коли сам діелектрик, з якого він виготовлений, дисперсії не має (тобто  $\varepsilon(\omega) = const$ ). Виникнення дисперсії в цьому випадку обумовлене тим, що хвилі різної довжини різною мірою «пов'язані» з напрямним діелектриком. Чим більше довжина хвилі  $\lambda$ , тим більша її частина локалізована поза діелектриком (у вільному просторі) і тим більше її групова швидкість  $v_g$ . Тобто діелектричний хвилевід має нормальну дисперсією групової швидкості  $(dv_g/d\lambda > 0)$ , що принципово відрізняє його від порожнистого металевого хвилеводу, в якому має місце аномальна дисперсія  $(dv_g/d\lambda < 0)$ .

Іншою відмінністю діелектричного хвилеводу від порожнистого металевого є наявність радіаційних втрат. Діелектричний хвилевід – це відкрита лінія передачі, і частина енергії, яка передається, випромінюється у відкритий простір. Цей факт істотно впливає на характеристики компресорів, в яких такі хвилеводи використовуються як дисперсійні елементи. Якщо в процесі дослідження порожнистих металевих хвилеводів (підрозділи 3.2 і 3.3) стінки хвилеводу вважалися ідеально провідними і були отримані значення

коефіцієнта корисної дії компресора, близькі до 1, то для діелектричної відкритої лінії такі значення будуть принципово недосяжними. Проте низка специфічних властивостей діелектричних хвилеводів, зокрема, можливість їх застосування в техніці міліметрових і субміліметрових хвиль, робить їх перспективними для створення дисперсійних елементів пасивних компресорів ЕМІ.

Геометрію розглянутої в цьому підрозділі модельної задачі показано на рис. 3.20. Два однакових рупори (*I* і *II*) орієнтовані назустріч один одному і містять у просторі між собою діелектричну пластину завтовшки *d* з відносною проникністю  $\varepsilon$ . Ця пластина являє собою відрізок відкритого хвилеводу, уздовж якого поширюється імпульсна хвиля, що надходить з рупора *I*. Рупор *II* є приймальним. Область аналізу **Q**<sub>L</sub> обмежена віртуальними межами **L**<sub>1</sub> і **L**<sub>2</sub> у поперечних перерізах плоскопаралельних хвилеводів, що з'єднані з рупорами, і прямокутною віртуальною межею **L** у вільному просторі. Усій структурі властива симетрія як відносно площини y = Y/2, так і відносно площини z = Z/2. Розглянемо *E*-поляризовані хвилі ( $E_x \neq 0$ ,  $E_y, E_z = 0$ ).



Рисунок 3.20 – Геометрія модельної задачі

Як вже було зазначено, діелектричний хвилевід має нормальну дисперсію групової швидкості, а відрізки порожнистих регулярних регулярних хвилеводів (довжиною  $L_0$ ) – аномальну. Основний внесок у компресію імпульсу в такій системі робитиме діелектричний хвилевід. Скористаємося методом ОХФ для

моделювання компресії імпульсу в такій електродинамічній системі. Задамо цільовий імпульс функцією:

$$u_1^{obj}(t) = f_{sincos}(t; 4, 1, 0, 50, 25, 4, 7, 1, 5).$$
(3.14)

Графік цієї функції і її амплітудний спектр показано на рис. 3.21. Параметри функції  $u_1^{obj}(t)$  обрані таким чином, щоб спектр  $\left|\tilde{u}_1^{obj}(k)\right|$  займав смугу, в якій



Рисунок 3.21 – Часовий профіль імпульсу (ф. (3.14)), який необхідно отримати в результаті компресії (а), і його амплітудний спектр (б)

підвідні плоскопаралельні хвилеводи підтримують поширення тільки однієї моди ( $TE_1$ -хвиля). Конкретизуємо геометричні та електричні параметри задачі. Нехай Y = 3,8, Z = 165,8, d = 0,04, L = 150,  $L_0 = L_1 = 1$ ,  $L_2 = 5,68$ ,  $d_1 = 2,96$  і  $\theta = \arctan(d_1 - W)/2L_2 \approx 10^\circ$ . Крім того, оберемо  $\varepsilon = 11,5$  (кремній). Подамо  $u_1^{obj}(t)$  на один з виходів досліджуваного хвилевідного вузла (не принципово якого, оскільки всій структурі властива симетрія), і розрахуємо часовий профіль імпульсу  $u_1^{tran}(t)$  після проходження всього вузла. Залежність  $u_1^{tran}(t)$ показано на рис. 3.22 (а). Видно, що імпульс розтягнувся в часі, а його амплітуда зменшилася. Якщо детальніше вивчити рис. 3.22 (а), можна переконатися, що (як і очікувалось) першими до виходу прийшли низькі частоти, потім – високі. Тобто дисперсія діелектричного хвилеводу в структурі, що розглядається, дійсно переважає дисперсію фрагментів плоскопаралельних хвилеводів.

Розворот у часі імпульсу  $u_1^{tran}(t)$  (рис. 3.22 (а)) і повторне проходження ним хвилевідного вузла не приведуть до відтворення заданого сигналу  $u_1^{obj}(t)$ внаслідок незворотних втрат енергії. Частину енергії первинного імпульсу було втрачено через відбиття від торців діелектрика і від нерегулярних елементів рупорів. Частково ця енергія відбилася у підвідний хвилевід, частково – була випромінена у вільний простір. Рівень цих втрат можна оцінити з рис. 3.22 (б), де зображено амплітудний спектр  $|\tilde{u}_1^{tran}(k)|$  імпульсу, що пройшов, (товста суцільна лінія) і спектр цільового сигналу  $|\tilde{u}_1^{obj}(k)|$  (пунктирна лінія). Відношення цих величин

$$\xi(k) = \frac{\left|\tilde{u}_1^{obj}(k)\right|}{\left|\tilde{u}_1^{tran}(k)\right|}$$
(3.15)



Рисунок 3.22 – Часові і частотні характеристики цільового імпульсу  $u_1^{obj}(t)$ , що пройшов через хвилевідний вузол, який показано на рис. 3.20. (а) – часовий профіль сигналу, що пройшов,  $u_1^{tran}(t+250)$ , (б) – його амплітудний спектр  $\left|\tilde{u}_1^{tran}(k)\right|$ , спектр вхідного сигналу  $\left|\tilde{u}_1^{obj}(k)\right|$  і їх відношення  $\xi(k)$ 

визначає частину енергії, що втрачається на кожній частоті k:

$$W^{loss} = 1 - \xi^{-2}(k). \tag{3.16}$$

Ключовою ідеєю, яка дозволяє ефективно використовувати метод ОХФ для моделювання подібних хвилевідних систем з втратами, є ідея компенсації цих втрат відповідним збільшенням спектральних амплітуд у первинній хвилі.

Виконаємо цю процедуру в системі, що досліджується. Розвернемо в часі сигнал  $u_1^{tran}(t)$ 

$$u_1^{src}(t) = u_1^{tran} \left( \tilde{T} - t \right), \qquad 0 \le t \le \tilde{T}, \qquad (3.17)$$

а потім домножимо спектральні складові імпульсу  $u_1^{src}(t)$  на квадрат величини ξ:

$$u_1^{src^*}(t) = FT^{-1}\left[\xi^2(k) \cdot FT\left[u_1^{src}(t)\right]\right], \qquad (3.18)$$

де FT[...] і  $FT^{-1}[...]$  є пряме і обернене перетворення Фур'є (див. (2.135)). Суть такого перетворення очевидна: одноразове помноження на  $\xi$  компенсує втрати, яких імпульс  $u_1^{obj}(t)$  зазнав, прямуючи з одного рупора до іншого. Повторне множення на  $\xi$  компенсує втрати енергії імпульсу  $u_1^{src^*}(t)$ .

У результаті вхідний імпульс  $u_1^{src^*}(t)$  (рис. 3.23 (а)) після проходження всього хвилевідного вузла практично точно стискається в імпульс заданої форми (рис. 3.23 (б)). На рис. 3.23 (в) і 3.23 (г) показано спектральні амплітуди вхідного  $|\tilde{u}_1^{src^*}(k)|$  і вихідного  $|\tilde{u}_1^{compr}(k)|$  сигналів – амплітудний спектр функції  $u_1^{obj}(t)$  також відбудовано з хорошою точністю. На рис. 3.23 (д) показано

188



Рисунок 3.23 – Часові і частотні характеристики стискуваного імпульсу: (а) – його часовий профіль на вході  $u_1^{src^*}(t)$ , розрахований з урахуванням компенсаційного множника  $\xi^2(k)$ ; (б) – його часовий профіль після стиснення  $u_1^{compr}(t)$ ; (в) – амплітудний спектр вхідного сигналу  $|\tilde{u}_1^{src^*}(k)|$ ; (г) – спектр імпульсу, що сформовано на виході  $|\tilde{u}_1^{compr}(k)|$ ; (д) – похибка відтворення заданого амплітудного спектра, (е) – закони амплітудної і частотної модуляції вхідного сигналу  $u_1^{src^*}(t)$ 

абсолютну похибку, з якою біло відтворено  $\left| \tilde{u}_{1}^{obj}(k) \right|$  на межі  $\mathbf{L}_{2}$ . Оскільки саме значення  $\left| \tilde{u}_{1}^{obj}(k) \right|$  у досліджуваному діапазоні наближається до 1, то похибку  $\left\| \tilde{u}_{1}^{compr}(k) \right| - \left| \tilde{u}_{1}^{obj}(k) \right\|$  можна вважати нехтовно малою.

На рис. 3.23 (е) наведено закони модуляції вхідного імпульсу  $u_1^{src^*}(t)$  за амплітудою A(t) і частотою k(t)

$$u_1^{src^*}(t) = A(t)\sin\left(\varphi_0 + \int_0^t k(\tau)d\tau\right), \qquad (3.19)$$

що розраховані так, як це було описано в підрозділі 3.2. Вигляд цих залежностей вже принципово відрізняється від тих, що мали місце у порожнистих регулярних хвилеводів. Якщо для останніх залежності A(t) і k(t)мали різкий сплеск поблизу заднього фронту імпульсу, то для діелектричного хвилеводу, що розглядається, цього сплеску нема, а функція k(t) наближується до лінійної в ті моменти часу, коли амплітуда імпульсу значно відрізняється від нуля. Лінійна (або майже лінійна) залежність частоти від часу у вхідного сигналу вигідно відрізняє розглянутий відкритий хвилевід від порожнистого металевого, оскільки генерація таких хвилевідних сигналів простіша, ніж сигналів для порожнистих хвилеводів.

Отримані дані чисельного моделювання дозволяють виконати оцінку основних параметрів компресії. Коефіцієнт компресії (відношення тривалості вхідного і вихідного сигналів) дорівнює  $\beta = 220/50 = 4,4$ . Пікове значення стисненого імпульсу  $u_1^{compr}(t)$  дорівнює 5,987, вхідного  $u_1^{src^*}(t) - 1,064$ . Квадрат їх відношення дає значення коефіцієнта підсилення за піковою потужністю  $\tilde{G} = (5,987/1,064)^2 \approx 31$ . Таке саме значення було отримано в [15] для порожнистого хвилеводу, скрученого у спіраль з довжиною середньої лінії 322,1. Відстань між віртуальними межами в досліджуваній структурі дорівнює

 $L + 2(L_0 + L_1 + L_2) = 165,36$ . Відносно велике значення є діелектричного хвилеводу дозволило суттєво скоротити довжину всього дисперсійного елемента.

На рис. 3.24. зображені розподіли компонент поля  $E_x(y,z)$  в розрахунковій області в послідовні моменти часу, що дозволяє наочно уявити процес компресії. Більш детально вивчити динаміку стискання цього імпульсу можна в [303], де викладено відеофайл, який містить довшу і детальнішу послідовність кадрів з розподілами компоненти поля  $E_x(y,z)$ . Нормування кольорової шкали в цьому відеофайлі добране таким чином, щоб візуалізувати хвилі, які відбилися спочатку від рупора *II*, а потім від рупора *I*.



Рисунок 3.24 – Розподіл електричної компоненти поля в розрахунковій області в моменти часу *t* = 200, 250, 300, 350, 400 і 500

Підіб'ємо попередній підсумок. Метод ОХФ можна використовувати для дослідження компресії модульованих імпульсів у дисперсійних елементах, що мають втрати. Як свідчить практика, описана в цій роботі техніка помноження розвернутого в часі сигналу на квадрат величини \$ виявилася дуже потужним засобом математичного моделювання, що дозволяє генерувати на виході сигнал строго заданої форми. До того ж, як буде показано далі, геометрія дисперсійного елемента, в якому стискається ЕМІ, може бути різноманітною. (Згадаємо можливість згортання таких діелектричних хвилеводів у спіраль з метою мінімізації габаритів дисперсійного елемента, яку досліджено в [33]. Складність моделювання та оптимізації спіралеподібних структур збільшується через обмін енергії, що виникає між витками спіралі. Проте і в цьому випадку метод ОХФ продемонстрував високу ефективність.)

Розглянутий тут планарний діелектричний хвилевід – це найпростіша електродинамічна модель дисперсійного елемента, яка дозволила виявити основні фізичні закономірності хвилевих процесів, що відбуваються в ньому, і узагальнити метод ОХВ на випадок хвилевідних систем із втратами. Конструкції діелектричних хвилеводів, що використовуються на практиці, більш різноманітні: як правило, вони розміщуються на діелектричному субстраті з меншим значенням є, використовують призматичні елементи введення енергії та ін. Усі вони також можуть бути досліджені на предмет пасивної компресії імпульсів за допомогою техніки ОХФ.

## 3.5 Стиснення імпульсу, що індукований ниткою зі струмом у хвилеводі

У цьому підрозділі розглядається ще одне важливе узагальнення принципу ОХФ, яке дозволяє моделювати компресію ЕМІ, що індуковані (у рамках математичної моделі) сторонніми струмами. Об'єктом досліджень тут буде нескінченна нитка з рівномірно розподіленим по ній струмом. Розглядаються два найпростіших випадки: у першому нитка знаходиться у вільному просторі, у другому – у плоскопаралельному хвилеводі на однаковій відстані від його стінок. Задача полягає у визначенні часової залежності стороннього струму за заданою часовою залежністю електричної компоненти поля випроміненої ним хвилі в заданій точці простору. Ця задача для двох зазначених випадків розташування нитки зі струмом має аналітичний розв'язок, що дозволить додатково контролювати правильність отриманих результатів.

Нитка зі струмом у вільному просторі. Нехай вісь x декартової системи координат паралельна нитці зі струмом. Поставимо за мету випроменити у вільний простір циліндричну хвилю з часовим профілем, що описується функцією  $f_{sincos}(t; 4, 1, 0, 50, 25, 5, 4, 8)$  (рис. 3.25). Знайдемо часову залежність імпульсу стороннього струму в нитці – джерела такої хвилі.

Ідеологія методу ОХФ при розв'язанні цієї задачі передбачає перегляд «кадрів» на рис. 3.25 у зворотній послідовності: циліндрична хвиля повинна приходити з нескінченно віддаленої точки, стискатися в об'єм, який займає нитка, і повністю поглинатися нею.



Рисунок 3.25 – Циліндрична хвиля у вільному просторі з часовим профілем  $E_x(y,z,t) \sim f_{sincos}(t; 4, 1, 0, 50, 25, 5, 4, 8)$ : розподіл електричної компоненти поля в послідовні моменти часу

Тобто математична модель, що будується, повинна мати так звану точку ідеального «стоку» енергії (подібні абстрактні об'єкти-антиподи струмових джерел дійсно використовуються для моделювання електромагнітних процесів [304–308]), яка дозволила б крім повного поглинання електромагнітної хвилі, що падає на неї, встановити – після обернення у часі – профіль струмового джерела.

Такий підхід є дуже громіздким і навряд чи допускає узагальнення на більш складні конфігурації струмових джерел і можливих розсіювачів поля в їх околі. Існує більш елегантне розв'язання цієї задачі, яке, за своєю суттю, також зводиться до ідеї ОХФ. Розглянемо його докладніше.

Збудимо нитку імпульсом струму з часовою залежністю, що описана заданою цільовою функцією

$$J_{x}(t) = f_{sincos}(t; 4, 1, 0, 50, 25, 5, 4, 8).$$
(3.20)

Оберемо довільним чином деяку точку спостереження поля g і розрахуємо в цій точці часовий профіль компоненти поля  $E_x(g,t)$ . На рис. 3.26 (а) зображено циліндричну хвилю, що збуджена таким імпульсом – поле  $E_x(y,z)$  в деякий фіксований момент часу. На рис. 3.26 (б) показано просторову область, що зайнята стороннім струмом, – проекцію нитки на площину (y,z); вона складається з 5 комірок Yee розміром  $h_s \times h_s = 0,01 \times 0,01$  кожна. На рис. 3.26 (в) і 3.26 (г) показані часові профілі імпульсів  $J_x(t)$  і  $E_x(g,t)$ , на рис. 3.26 (д) – їх амплітудні спектри. (Спектр функції  $E_x(g,t)$  нормований на максимальне значення.) На рис. 3.26 (е) побудоване відношення

$$\varsigma(k) = \left| \tilde{E}_{x}^{norm}(g,k) \right| / \left| \tilde{J}_{x}(k) \right|.$$
(3.21)

Квадрат величини  $\varsigma$  у теорії еквівалентних кіл (з точністю до постійного множника) прийнято називати опором випромінювання. Цей параметр зазвичай вводиться для того, щоб мати можливість оцінити рівень випромінюваної потужності за допомогою класичної електротехнічної формули  $P = RI^2$ . Піднесений у квадрат вираз (3.21), по суті, також встановлює частку випроміненої ниткою енергії або, інакше кажучи, визначає ефективність випромінювання залежно від частоти. Для нитки зі струмом,



Рисунок 3.26 – Результат чисельного моделювання імпульсного випромінення нескінченно протяжної нитки зі струмом. (а) – розподіл компоненти поля  $E_x$  у розрахунковій області в момент часу t = 38,8. (б) – фрагмент сітки Yee, що містить область зі стороннім струмом (виділена сірим). (в) – часовий профіль густини стороннього струму, що заданий функцією (3.20). (г) – поле  $E_x$  у точці

спостереження g, що знаходиться на відстані 18,9 від джерела. (д) – амплітудний спектр густини стороннього струму  $|\tilde{J}_x(k)|$  та нормований амплітудний спектр поля в точці спостереження  $|\tilde{E}_x^{norm}(g,k)|$ . (е) – відношення спектральних амплітуд  $\varsigma(k) = |\tilde{E}_x^{norm}(g,k)| / |\tilde{J}_x(k)|$  і квадрат цієї величини

196

що розглядається, у вільному просторі величина *с* пропорційна квадратному кореню від частоти [279, 281]

$$\varsigma \sim \sqrt{k} \tag{3.22}$$

Графік  $\varsigma^2(k)$  (рис. 3.26 (е)) підтверджує коректність отриманих розрахункових даних.

Виділимо тепер у залежності  $E_x(g,t)$  (рис. 3.26 (г)) фрагмент при  $20 \le t \le 70$ , розвернемо його в часі

$$u^{src}(t) = E_x(g,\tilde{T}-t), \quad \tilde{T} = 70, \quad 0 \le t \le 50,$$
 (3.23)

і домножимо спектральні амплітуди отриманого сигналу  $u^{src}(t)$  на квадрат величини  $\xi = \zeta^{-1}$ :

$$u^{src^*}(t) = FT^{-1}\left[\xi^2(k) \cdot FT\left[u^{src}(t)\right]\right].$$
(3.24)

Імпульс струму густиною  $J_x(t) = u^{src^*}(t)$  з такою часовою залежністю (рис. 3.27 (a)) випроменить у вільний простір хвилю, часовий профіль якої в точці (рис. 3.27 (б)) відтворить функцію задану цільову g  $f_{sincos}(t; 4, 1, 0, 50, 25, 5, 4, 8)$  з точністю до постійного множника. На рис.3.27 (в) і 3.27 (г) показано амплітудні спектри стороннього струму  $J_x(t)$  і поля в точці спостереження  $E_x(g,t)$ . Низькочастотні складові спектра струму  $|\tilde{J}_{x}(k)|$  мають більші амплітуди, ніж високочастотні, внаслідок того, що вони випромінюються з меншою ефективністю і повинні мати більший запас енергії, щоб випромінений імпульс мав заданий рівномірний розподіл спектральних амплітуд (рис. 3.27 (г)).



Рисунок 3.27 – Часовий профіль  $J_x(t)$  імпульсу стороннього струму, що розрахований методом ОХФ (а), поле  $E_x(g,t)$  випроміненої ним хвилі в точці спостереження (б) і амплітудні спектри імпульсу  $J_x(t)$  (в) і  $\left| \tilde{E}_x(g,t) \right|$  (г)

Таким чином, замість розв'язання складної задачі збудження відкритого простору збіжною циліндричною хвилею шукана форма імпульсу струму була знайдена більш простим і ефективним способом. По суті, виконана тут послідовність операцій (збудження імпульсом струму з часовою залежністю, що збігається з цільовою функцією  $\rightarrow$  вимірювання компоненти поля в точці спостереження  $\rightarrow$  розвертання у часі виміряної залежності  $\rightarrow$  домноження її спектральних складових на множник  $\xi^2(k) \rightarrow$  збудження нитки знайденим сигналом) є модифікацією методу ОХФ, хоч і такою, що не має наочного образу, аналогічного до збіжної циліндричної хвилі.

Математично обґрунтувати цю послідовність дій можна завдяки методу комплексних амплітуд, використовуючи властивість перетворення Фур'є

$$FT\left[f\left(T-t\right)\right] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f\left(T-t\right) e^{ikt} dt = e^{ikT} FT\left[f\left(t\right)\right]^{*}.$$
(3.25)

(Символ \* позначає комплексне спряження.) Уявімо розглянуту випромінюючу систему у вигляді деякого чорного ящика, на вхід якого подається одна функція часу (сигнал), а на виході вимірюється інша. Абстрагуючись від фізичної суті цих функцій, можна помітити, що кожна частотна складова сигналу на вході передається на вихід незалежно від інших – через лінійність вмісту чорного ящика. Якщо комплексну амплітуду цільового імпульсу позначити як Ae<sup>iq</sup>, а комплексний коефіцієнт передачі як  $Be^{i\psi}$ , то  $ABe^{i(\phi+\psi)}$  – комплексна амплітуда цільового сигналу після проходження ним чорного ящика,  $ABe^{-i(\phi+\psi)}e^{ikT}$  – його амплітуда після обернення у часі (див. (3.25)),  $\frac{A}{R}e^{-i(\phi+\psi)}e^{ikT}$  – після домноження на компенсуючий множник  $\xi^2 = 1/B^2$ ,  $Ae^{-i\varphi}e^{ikT}$  – після повторного проходження чорного ящика. Експонента e<sup>ikT</sup> в останньому виразі означає зсув сигналу у часі, який зараз несуттєвий, а частина комплексної амплітуди, яка залишилась, *Ае<sup>-іф</sup>* відрізняється від амплітуди цільового сигналу комплексним спряженням, що, через (3.25), еквівалентно повторному розвороту сигналу у часі. Оскільки цільовий імпульс заданий функцією, яка симетрична відносно свого максимуму, то цей повторний розворот у часі не змінює форми вихідного сигналу. Таким чином, виконана послідовність операцій привела нас до заданого цільового сигналу, що і треба було довести.

Нитка зі струмом у плоскопаралельному хвилеводі. Скористаємося тепер цією модифікацією методу ОХФ для моделювання компресії електромагнітного імпульсу, що індукований ниткою зі струмом у плоскопаралельному хвилеводі. Як і раніше, стінки хвилеводу вважаємо ідеально провідними, його ширина W = 1, критичні частоти  $TE_n$  хвиль  $\tilde{k}_n = n\pi$ . Нитка розміщена на однаковій відстані від обох стінок, а область аналізу обмежена віртуальними межами  $L_1$  і  $L_2$  (рис. 3.28 (а)). Задамо цільовий імпульс поля, який необхідно отримати на відстані L від нитки зі струмом, функцією  $f_{sincos}(t; 4, 1, 0, 40, 20, 4, 8, 1, 4)$ . Смуга частот, яку займає цей імпульс, відповідає смузі, в якій хвилевід підтримує поширення тільки однієї власної ( $TE_1$ ) хвилі. Проведемо збудження хвилеводу імпульсом струму з густиною

$$J_{x}(t) = f_{sincos}(t; 4, 1, 0, 40, 20, 4, 8, 1, 4)$$
(3.26)

(див. рис. 3.28 (б)). Задамо спочатку відстань від нитки зі струмом до віртуальної межі  $\mathbf{L}_2$  рівною  $L_2 = 8$  (повна відстань між віртуальними межами  $L_1 + L_2 = 10$ ) і розрахуємо часовий профіль  $u_1(t)|_{\mathbf{L}_2}$  *TE*<sub>1</sub> хвилі (рис. 3.28 (в)), яка згенерована цим імпульсом на межі  $\mathbf{L}_2$ . Амплітудні спектри імпульсів  $J_x(t)$  і  $u_1(t)|_{\mathbf{L}_2}$  показано на рис. 3.28 (г) (спектр функції  $u_1(t)|_{\mathbf{L}_2}$  нормований на своє максимальне значення). На рис. 3.28 (д) показано відношення цих спектральних амплітуд  $\xi(k) = |\tilde{J}_x(k)| / |\tilde{u}_1^{norm}(k)|_{\mathbf{L}_2}$ . Для нитки зі струмом, що розглядається, у плоскопаралельному хвилеводі відомо аналітичне уявлення для опору випромінювання [271]

$$\varsigma \sim \frac{k}{\sqrt{k^2 - \tilde{k}_1^2}} \,. \tag{3.27}$$

(За умови  $k \to \tilde{k_1}$  величина  $\varsigma \to \infty$ , що відповідає резонансному накачуванню енергії в порожнину плоскопаралельного хвилеводу.) Відношення  $\varsigma^{-1}/\xi$ , що



Рисунок 3.28 – Результат чисельного моделювання імпульсного збудження плоскопаралельного хвилеводу нескінченно протяжною ниткою, що знаходиться на однаковій відстані від його стінок. (а) – геометрія досліджуваного хвилеводу. (б) – часовий профіль імпульсу густини стороннього струму (3.26). (Область, що зайнята стороннім струмом, – дві суміжні комірки Yee розміром  $h_s \times h_s = 0,01 \times 0,01$  кожна.) (в) – амплітуда першої моди хвилеводу, що згенерована імпульсом  $J_x(t)$  на межі обчислювальної області  $\mathbf{L}_2$  ( $L_2 = 8$ ). (г) – амплітудний спектр густини стороннього струму  $|\tilde{J}_x(k)|$  і нормований амплітудний спектр хвилі, яку згенеровано на межі  $\mathbf{L}_2$ . (д) – величина  $\xi(k) = |\tilde{J}_x(k)|/|\tilde{u}_1^{norm}(k)|_{\mathbf{L}_2}$  і відношення  $k^{-1}\sqrt{k^2 - \tilde{k}_1^2}/\xi(k)$ . Остання величина добре апроксимується горизонтальною прямою (див. ф. (3.27))

розраховане за отриманими раніше даними (рис. 3.28 (д)), добре апроксимується горизонтальною прямою, що знову опосередковано підтверджує коректність проведеного чисельного експерименту.

Збільшимо тепер відстань  $L_2$  до 118 (повна відстань між віртуальними межами  $L_1 + L_2 = 120$ ) і розрахуємо амплітуду  $TE_1$  хвилі, що згенерована імпульсом (3.26) на межі  $L_2$  (рис. 3.29 (б)). В отриманому сигналі  $u_1^{tran}(118,t)$ виділимо фрагмент  $125 \le t \le 525$  і розвернемо його у часі

$$u_1^{src}(t) = u_1^{tran}(118, \tilde{T} - t), \quad \tilde{T} = 525, \quad 0 \le t \le 400.$$
 (3.28)

Далі, діючи за аналогією з випадком нитки у вільному просторі, синтезуємо шуканий імпульс струму шляхом домноження спектральних складових імпульсу  $u_1^{src}(t)$  на компенсуючий множник  $\xi^2(k)$ 

$$u_{1}^{src^{*}}(t) = FT^{-1} \Big[ \xi^{2}(k) \cdot FT \Big[ u_{1}^{src}(t) \Big] \Big], \qquad (3.29)$$

де сам множник  $\xi^2(k)$  розраховано вище (рис. 3.28 (д)). Імпульс із густиною струму

$$J_{x}(t) = u_{1}^{src^{*}}(t)$$
(3.30)

(рис. 3.29 (в)) збуджує у хвилеводі  $TE_1$  -хвилю, амплітуда якої на відстані 118 від нитки має профіль  $u_1^{compr}(118,t)$ , що показано на рис. 3.29 (г). Закони модуляції імпульсу (3.30) представлені на рис. 3.29 (д). Амплітудні спектри імпульсів  $J_x(t)$  і  $u_1^{compr}(118,t)$ , нормовані на свої максимальні значення, показані на рис. 3.29 (е). Заданий сигнал відбудовано з точністю до постійного



Рисунок 3.29 – Результат чисельного моделювання компресії електромагнітного імпульсу, що збуджений ниткою зі струмом у відрізку регулярного плоскопаралельного хвилеводу. (а) – часовий профіль імпульсу струму  $J_x(t) = f_{sincos}(t; 4, 1, 0, 40, 20, 4, 8, 1, 4)$ . (б) – амплітуда першої власної моди, що сгенерована імпульсом (а) на відстані 118 від нитки. (в) – часовий профіль токового імпульсу (3.30), що розрахований з урахуванням опору випромінювання нитки. (г) – амплітуда власної моди, яка сгенерована імпульсом (в) на відстані 118 – стиснений імпульс. (д) – закони амплітудної і частотної модуляції імпульсу (в). (е) – нормовані спектральні амплітуди струмового джерела (в) і стисненого імпульсу (г)

множника. Те саме можна сказати і про спектральні амплітуди  $\left|\tilde{u}_{1}^{compr}(118,k)\right|$  і  $\left|\tilde{f}(k; 4, 1, 0, 40, 20, 4, 8, 1, 4)\right|$ .

Таким чином, метод ОХФ знову привів до шуканого вхідного сигналу, який ретельному чисельному моделюванні стискається в імпульс заданої форми. Загальний вигляд знайдених залежностей від часу амплітуди і частоти вхідного сигналу (стороннього струму) такий самий, як і у залежностей, що були отримані для власної хвилі, що стискалася у відрізку хвилеводу (див. підрозділи 3.2 і 3.3). Їх більш детальне порівняння (рис. 3.30) показує, що закони частотної модуляції для імпульсу струму ( $k_{current}$ ) і імпульсної  $TE_1$  хвилі (моди) хвилеводу ( $k_{mode}$ ) виявляють добрий збіг (при однакових цільових імпульсах). Закони амплітудної модуляції, після їх унормування, близькі один

до одного, але амплітуда імпульсу струму  $A_{current}^{norm}(t)$  в більше цілому дещо амплітуди модового  $A_{mode}^{norm}(t)$ імпульсу i характеризується більш плавним зростанням у часі, що можна пояснити тим, що амплітуда струму враховує опір випромінювання нитки.

Узагальнюючи отримані результати, можна сказати наступне. Техніка ОХФ допускає застосування в задачах випромінювання імпульсних хвиль, в яких вхідний (сторонні струми) і



203

Рисунок 3.30 – Закони амплітудної (а) і частотної (б) модуляції для імпульсу струму та імпульсної моди хвилеводу. Довжина хвилевідного відрізка L=118, цільовий імпульс f<sub>sincos</sub> (t; 4, 1, 0, 40, 20, 4,8, 1,4) вихідний (компоненти поля) сигнали мають різну фізичну природу. Наочного образу, аналогічного, наприклад, до зворотного відтворення «кадрів» при розв'язанні рівнянь КГФ (рис. 3.1), така модифікація методу ОХФ, очевидно, не має. Але вона передбачає процедуру обернення часового сигналу, що дозволяє віднести розвинений тут підхід саме до методу ОХФ. Ключовим моментом тут є використання – після необхідної обробки – часової залежності виміряної компоненти поля в точці спостереження в якості часової залежності стороннього струму. Така заміна, кажучи взагалі, неочевидна, – хоча б через те, що ці величини мають різні одиниці вимірювання. Безсумнівний інтерес являє також можливість компенсування втрат, яких зазнає сигнал у процесі поширення від джерела до точки спостереження, домноженням його спектральних складових на компенсуючий множник  $\xi^{2}(k)$ . Тут ці втрати були обумовлені опором випромінювання нитки, але очевидно, що в такий спосіб можуть бути враховані і втрати іншої природи, наприклад, втрати в діелектрику чи в металі зі скінченною провідністю. Така точна компенсація втрат дозволяє доставляти в необхідну точку простору електромагнітний імпульс наперед заданої форми шляхом правильного добору часового профілю його джерела.

Розглянуті в цьому підрозділі задачі є найпростішими і, безумовно, їх можна розв'язати з використанням відомих аналітичних уявлень. Але метод ОХФ більш універсальний і дозволяє розглядати більш складні структури, для яких отримання аналітичних уявлень неможливе. Одна з таких задач розглядатиметься в наступному підрозділі.

## 3.6 Випромінювач, що використовує компресію вхідного сигналу

Узагальнення методу ОХВ, що отримане у двох попередніх підрозділах, дозволяє розглядати складніші конфігурації випромінювальних систем, які поєднують процес компресії і процес випромінювання імпульсу у вільний простір. Логічним продовженням розглянутої в підрозділі 3.4 задачі є видалення одного з рупорів і випромінення стисненого імпульсу відкритим кінцем діелектричного хвилеводу. Вивчимо компресію хвиль у подібній структурі в за допомогою методу ОХФ. Невелика модифікація геометрії, яку показано на рис. 3.20, з метою покращення узгодження випромінювача з підвідним хвилеводом і покращення дисперсійних властивостей, приводить до геометрії, схематично зображеної на рис. 3.31. Плоскопаралельний хвилевід з'єднаний з випромінювальним рупором і заповнений діелектриком з

проникністю ε<sub>1</sub>. Вважаємо відсутньою дисперсію діелектричної проникності  $\varepsilon_1(\omega) = const$ . Клиноподібне звуження цього діелектрика, яке починається біля основи зроблено рупора, для покращення узгодження хвилеводу живильного 3 антеною. Такій самій меті слугує i рупор. Випромінювач має симетрію відносно рівновіддаленої від стінок хвилеводу площини.



Рисунок 3.31 – Геометрія модельної задачі (не в масштабі)

У площині симетрії розташовано тонкий шар іншого діелектрика завтовшки *d* з проникністю  $\varepsilon_2$  $(\varepsilon_2(\omega) = const)$ . Ця діелектрична вставка за умови  $\varepsilon_2 \gg \varepsilon_1$  підсилює ефект дисперсії групової швидкості хвиль, що поширюються вздовж випромінювача.

Геометрія розв'язуваної початково-крайової задачі і всі компоненти поля не залежать від координати x, і розглядаються E-поляризовані поля, для яких  $E_x, H_y, H_z \neq 0$ . Поставимо за мету згенерувати і випроменити за допомогою такого випромінювача імпульсну хвилю з часовим профілем

$$E_{x}(g,t)\Big|_{g=g_{1},g_{2}} = u^{obj}(t) = f_{sincos}(t; 4, 1, 0, 50, 25, 3, 042, 0, 8).$$
(3.31)

(Графік цієї функції і її амплітудний спектр показані на рис. 3.32. Ширина смуги частот, яку займає цей імпульс, дорівнює приблизно одній октаві.) При цьому розглянемо два випадки: у першому будемо вимагати, щоб поле з часовою залежністю (3.31) було згенероване в точці  $g_1$ , що розташована на вістрі антени, у другому – в точці  $g_2$ , що розташована у вільному просторі (у площині симетрії на заданій відстані  $L_4$  від точки  $g_1$  (див. рис. 3.31)). Мета модельного експерименту полягає в знаходженні вхідних сигналів амплітуди  $TE_1$  хвилі підвідного хвилеводу на віртуальній межі  $L_1$ .



Рисунок 3.32 – Часовий профіль імпульсу, який необхідно отримати в точках спостереження, (а) і його амплітудний спектр (б)

Конкретизуємо геометричні та електричні параметри випромінювача. Нехай W = 1,  $L_0 = L_1 = 1$ ,  $L_3 = 5,68$ ,  $d_1 = 2,96$  і  $\theta = \operatorname{arctg}(d_1 - W)/2L_2 \approx 10^\circ$  (рупор ідентичний тому, який було використано в підрозділі 3.4). Проникності  $\varepsilon_1 = 2,4$  (фторопласт) і  $\varepsilon_2 = 80$  (діелектрик TL/470 [309]). Довжина  $L_3 = 14,32$ , і повна довжина діелектричної вставки  $\varepsilon_2$  дорівнює  $L_1 + L_2 + L_3 = 16$ . Ширина вставки

206

d = 0,04. Критичні частоти  $TE_n$  хвиль підвідного хвилеводу при обраних параметрах дорівнюють  $\tilde{k}_n = n\pi/W\sqrt{\epsilon_1}$  (частоти  $\tilde{k}_1 \approx 2,028$  і  $\tilde{k}_2 \approx 4,056$  на рис. 3.32 (б) позначені пунктирними лініями). Відстань  $L_4 = 7,8$ .

Для розв'язання поставленої задачі застосуємо модифікацію методу ОХФ, що описаний у попередньому розділі. Проведемо збудження хвилеводу на межі  $L_1$  імпульсною *TE*<sub>1</sub> хвилею з амплітудою, часовий профіль якої збігається з цільовою функцією

$$u(z,t)\Big|_{z\in\mathbf{L}_{1}} = f_{sincos}(t; 4, 1, 0, 50, 25, 3, 042, 0, 8)$$
(3.32)

і виміряємо (розрахуємо) електричну компоненту поля  $E_x(t)$  цього імпульсу в заданих точках спостереження  $g_1$  і  $g_2$ . Ці часові залежності і їх амплітудні спектри, нормовані на свої максимальні значення

$$\left|\tilde{E}_{x}^{norm}\left(g,k\right)\right| = \left|\tilde{E}_{x}\left(g,k\right)\right| / \max_{k} \left|\tilde{E}_{x}\left(g,k\right)\right|, \quad g = g_{1}, g_{2}, \quad (3.33)$$

показані на рис. 3.33. Далі розвернемо виміряні (розраховані) залежності  $E_x(g_1,t) E_x(g_2,t)$  у часі

$$u_1^{src}(t;g) = E_x(g,\tilde{T}-t), \quad 0 \le t \le 110, \quad (3.34)$$

 $(\tilde{T} = 240 - для точки g_1, \tilde{T} = 250 - для точки g_2)$  і домножимо спектральні складові отриманих сигналів на компенсуючий множник  $\xi^2(k)$ :

$$u_{1}^{src^{*}}(t;g) = FT^{-1} \Big[ \xi^{2}(k) \cdot FT \Big[ u_{1}^{src}(t;g) \Big] \Big], \qquad (3.35)$$

де

$$\xi(k) = \left| \tilde{u}_1^{obj}(k) \right| / \left| \tilde{E}_x^{norm}(g,k) \right|.$$
(3.36)

Закони модуляції для отриманих таким чином вхідних сигналів  $u_1^{src^*}(t;g_1)$  і  $u_1^{src^*}(t;g_2)$  показані на рис. 3.34. Результат чисельного моделювання випромінювання цих імпульсів представлено на рис. 3.35. Рис. 3.35 (а) і (ж) – вхідні сигнали, що розраховані за даними, які отримані відповідно для точок спостереження  $g_1$  і  $g_2$ . Рис. 3.35 (б), 3.35 (в), 3.35 (з), 3.35 (и) – часові профілі електричної компоненти поля в точках спостереження  $g_1$  і  $g_2$  для відповідних вхідних імпульсів. Рис. 3.35 (г) – (е) і 3.35 (к) – (м) – розраховані амплітудні спектри часових залежностей вхідних сигналів і поля в точках спостереження.

Видно, що в заданих точках простору форма цільового імпульсу  $u^{obj}(t)$  і, як наслідок, всі його спектральні складові були відтворені з точністю до постійного множника. Метод ОХФ знову дозволив точно відтворити форму вхідного сигналу за заданою формою сигналу на виході (у точці спостереження). Обґрунтувати використання часової залежності в точці спостереження (після обернення в часі) в якості вхідного сигналу так само, як і у випадку струмового джерела (підрозділ 3.5), можна за допомогою методу комплексних амплітуд.

Випромінений стиснений імпульс поширюється у вільному просторі у вигляді циліндричної (квазіциліндричної) хвилі з центром на вістрі випромінювача (рис. 3.36 (a)). Розрахована діаграма направленості  $D(\phi, k)$  випромінювача (рис. 3.36 (б)) має одну головну пелюстку завширшки ~140÷150° майже у всьому робочому діапазоні частот  $(2,03 \le k \le 4,2)$ . На окремих частотних ділянках головна пелюстка роздвоюється і набуває вигляду двогорбої кривої зі слабо вираженим мінімумом (значення *D* в якому перевищує 0,99). На частотах  $k \approx 4.07$  $k \approx 4.134$ i відбувається радикальна перебудова діаграми направленості, що пов'язано зі збудженням резонансних коливань в апертурі антени. Направлене випромінювання імпульсів, що мають



Рисунок 3.33 – Поле  $E_x(t)$ , що згенероване імпульсом (3.32), і його амплітудний спектр  $|\tilde{E}_x(k)|$ , унормований на своє максимальне значення для точок спостереження  $g_1$  (a) і  $g_2$  (б). Пунктирними лініями побудовано спектр цільового імпульсу



Рисунок 3.34 – Закони амплітудної та частотної модуляції вхідних імпульсів, що розраховані за даними для точок спостереження  $g_1$  (a) і  $g_2$  (б)



Рисунок 3.35 – Результат чисельного моделювання компресії і випромінення модульованого сигналу антеною, що зображена на рис. 3.31. Подробиці в тексті

спектральні складові (суттєвої величини) в околі цих частот, стає неможливим.

Отримані результати дозволяють зробити важливий висновок. За допомогою найпростіших випромінювачів на зразок того, що був



Рисунок 3.36 – Розподіл електричної компоненти в обчислювальній області в момент часу *t* = 200 (а) при збудженні антени імпульсом, що зображено на рис. 3.35 (ж) і діаграма направленості випромінювача як функція кута ф і

частоти k (б)

розглянутий вище, використовуючи техніку експерименту на основі методу ОХФ, можна доставити електромагнітний імпульс будь-якої наперед заданої форми в будь-яку задану точку g (за умови, що антена здатна випромінювати, нехай і з різною ефективністю, всі частотні складові імпульсу). При цьому точка g не обов'язково має знаходитися у вільному просторі.

В описуваному експерименті одна з таких цільових точок знаходилась на вістрі випромінювача. Цілком можливо припустити, що для деяких застосувань (наприклад, медичних) цю точку потрібно буде задати всередині будь-якого діелектричного об'єкта (людського тіла), що має втрати, і, можливо, власну дисперсію. У цьому випадку метод ОХФ також працюватиме ефективно.

Слід взяти до уваги, що в процесі поширення від передавальної антени до приймальної імпульс може долати ділянки з різними типами дисперсії, і це ніяк не впливає на методику розрахунку вхідного сигналу. У розглянутому прикладі вхідний імпульс послідовно проходив ділянку з аномальною дисперсією (фрагмент регулярного хвилеводу від віртуальної межі  $L_1$  до торця діелектричної вставки  $\varepsilon_2$ ), а потім ділянку з нормальною дисперсією

(клиноподібне звуження). Більш того, у загальному випадку, випромінювач не обов'язково повинен мати і саму властивість дисперсії. Вибір геометрії випромінювача, який було тут розглянуто, обумовлений зручністю роботи з вхідними сигналами, які можна описати доволі гладкими законами амплітудної і частотної модуляції. Якщо такого обмеження немає, а конструкція антени передбачає можливість синтезу вхідного сигналу з довільним часовим профілем, то відпадає необхідність у дисперсійному елементі і, власне кажучи, компресії. Останнє означає, зокрема, можливість доставки в задану точку середовища імпульсу заданої форми 3a допомогою найпростіших випромінювачів, таких як відкритий кінець хвилеводу, рупор та ін.

Зупинимося коротко на одному потенційно можливому практичному застосуванні отриманих результатів. Можливість позиціювання точки g, в якій випромінений імпульс набуде заданої форми  $u^{obj}(t)$ , у довільному місці простору відкриває перспективи використовування описаної вище техніки моделювання в задачах підповерхневого зондування. Для цього помістимо точку д у приймальну антену (у найпростішому випадку приймання і передавання можуть здійснюватись однією антеною) і вимагатимемо, щоб імпульс після проходження випромінювача, вільного простору, шару ґрунту, відбиття від шуканого об'єкта і зворотного поширення через шар ґрунту був прийнятий приймальною антеною у вигляді стисненого імпульсу з часовим профілем  $u^{obj}(t)$ , що аналогічний до наведеного, наприклад, на рис. 3.32 (а). Така задача, звичайно, має множину параметрів: відстань від антен(и) до рівня грунту, глибину залягання шуканого об'єкта, параметри дисперсії і згасання в грунті та ін. Припустимо, що всі вони можуть бути дискретизовані з певним кроком і у відповідних чисельних моделях розраховані часові профілі вхідних сигналів. Кількість таких моделей і вхідних сигналів може бути, кажучи взагалі, дуже великою. По суті, після дискретизації кожен параметр задачі буде заданий індексом у багатовимірному масиві. Кількість можливих значень, яких може набувати кожен індекс цього масиву, може вимірюватися десятками і сотнями. Відповідно, число вхідних імпульсів, цілком ймовірно, становитиме мільйони і більше. Робота системи підповерхневого зондування може бути організована у такий спосіб. Комп'ютер надсилає у випромінювальну антену вхідні сигнали зі своєї бази даних і виконує пошук того, який у приймальній антені максимально точно відтворюватиме заданий часовий профіль  $u^{obj}(t)$ . Модель, для якої знайдено найбільш точну відповідність прийнятого сигналу до цільового, розглядається як така, що найбільш точно відповідає реальній радіолокаційній обстановці.

Повне перебирання всіх варіантів вхідних імпульсів, що наявні у базі даних, може виявитися занадто витратним. Проте в більшості випадків потреби в такому перебиранні не буде. Наближені значення всіх параметрів задачі можуть бути оцінені вже за допомогою зондування лише одним імпульсом (див., наприклад, [310–314]). Ці наближені значення можуть звузити область пошуку необхідного сигналу в базі даних.

У сучасних радіолокаційних системах підповерхневого зондування частотно-модульовані зондувальні імпульси використовуються, але, як правило, вибір форми цих імпульсів погано обґрунтований. Це стосується як вибору залежності від часу їх миттєвої частоти, так і їх амплітуди. Крім того, відсутній чіткий критерій, відповідно до якого можна було б варіювати параметри зондувального імпульсу з метою більш точного відтворення умов його поширення.

Запропонована тут техніка розрахунку часового профілю зондувального імпульсу таких недоліків не має. Вибір вхідного сигналу в ній виконаний згідно з критерієм «схожості» прийнятого і заданого сигналів. (Ця «схожість» маже бути визначена різними способами, як в часовій області, так і в частотній.) Вибір конкретного профілю цільового сигналу  $u^{obj}(t)$  визначається технічними характеристиками радіолокаційної станції (наприклад, її робочим діапазоном частот) і деякою апріорною інформацією про об'єкти, які зондуються, (наприклад, їх максимальну глибину залягання). Подальші більш детальні дослідження дозволять оцінити основні технічні характеристики подібних систем підповерхневого зондування і обґрунтувати доцільність їх створення.

## 3.7 Стиснення у жолобковому хвилеводі

У цьому підрозділі розглянуто ще один дисперсійний елемент хвилевідного типу, який дозволяє перенести (в деякому сенсі) результати, що були отримані для порожнистих хвилеводів (підрозділи 3.2, 3.3), в область міліметрових і, можливо, субміліметрових хвиль.

Використання порожнистих металевих хвилеводів для передавання електромагнітної енергії на довжинах хвиль, коротших за 10 мм, пов'язане з відомою проблемою зростання омічних втрат (коефіцієнта згасання) зі зменшенням поперечних розмірів хвилеводу. На цей час запропоновано безліч способів зменшення цих втрат, більшість з яких передбачає перехід до відкритих хвилеводів – діелектричних, мікросмужкових та ін. Тут для вирішення цієї проблеми був використаний фрагмент відкритої жолобкової лінії передачі (рис. 3.37 (а)). Відомо [315], що такий хвилевід має менші погонні втрати, ніж металевий хвилевід з прямокутним перерізом у тій же робочій смузі частот, і при збільшенні частоти ця відмінність стає все більш суттєвою. Крім того, він більш технологічний у міліметровому діапазоні довжин хвиль унаслідок того, що має більші внутрішні габарити, ніж закритий металевий хвилевід.

Промоделюємо компресію частотно- і амплітудно-модульованого імпульсу в такій хвилевідній секції, використовуючи розвинену вище методику ОХФ. Головна мета дослідження – обґрунтувати можливість ефективного використання жолобкового хвилеводу для компресії ЕМІ в міліметровому діапазоні довжин хвиль.



Рисунок 3.37 – Жолобковий хвилевід (а); вузол, що містить жолобковий хвилевід і його плавний перехід до хвилеводу прямокутного перерізу (б)

Для проведення чисельних експериментів був використаний програмний продукт *CST Microwave Studio*. Через це в рамках цього підрозділу змінна часу вимірюється у секундах (наносекундах), а частотний параметр f – у герцах (гігагерцах).

Для мінімізації втрат потужності, що передається через жолобковий хвилевід, необхідно використовувати хвилю  $H_{11}$  [315], електричні силові лінії якої схематично показані на рис. 3.37 (а). У літературі ця хвиля ідентифікується як основна хвиля жолобкового хвилеводу, що, кажучи взагалі, невірно. Основною, тобто з найменшою критичною частотою, хвилею для такого хвилеводу є *TEM*-хвиля. Однак *TEM*-хвиля є слабо чутливою до профілю жолобка і, будучи згенерованою в будь-якому місці хвилеводу, буде ефективно висвічуватися у вільний простір через щілину між фланцями. Для хвилі  $H_{11}$  область між фланцями є позамежною, і при достатньо великому розмірі *с* електромагнітна енергія може бути ефективно передана на цій хвилі вздовж жолобків.

Оскільки хвиля  $H_{11}$  не є основною, то попередньо необхідно вирішити проблему її збудження. Найпростішим розв'язком цієї задачі є використання

плавного переходу (рис. 3.37 (б)) до хвилеводу прямокутного перерізу [316]. Досвід моделювання таких узгоджувачів показує [317], що у випадку, коли розміри стінок прямокутного хвилеводу збігаються з розмірами a і bжолобкового хвилеводу, коефіцієнт стоячої хвилі може не перевищувати 1,02 в широкому діапазоні частот (від 30 до 55 ГГц за умови a = 7,2 мм і b = 3,4 мм).

Оберемо в якості об'єкта досліджень хвилевідну секцію з жолобковим хвилеводом, що показана на рис. 3.37 (б), з такими значеннями геометричних параметрів: a = 7,2 мм, b = 3,4 мм, c = 18,3 мм, d = 5,2 мм, h = 1 мм,  $L_1 = 20$  мм,

 $L_3 = 1300 \,\mathrm{MM}.$  $L_2 = 80 \text{ MM},$ Повна довжина секції  $L = 2L_1 + 2L_2 + L_3 = 1500$  MM; повна висота b + 2c = 40 MM; секція симетрична відносно x=0. v = 0 i площин  $z = L_1 + L_2 + L_3/2$ . Перерізи прямокутного хвилеводу z=0 і z=L вважатимемо i вхідним вихідним «портами» (термін, CST запозичений i3 Studio) Microwave дисперсійного елемента.

Оцінимо спочатку рівень втрат, яких зазнає хвиля  $H_{01}$  прямокутного хвилеводу (за такого вибору орієнтації координатних осей ця хвиля буде



Рисунок 3.38 – Енергетичні коефіцієнти проходження (елемент матриці розсіяння S<sub>21</sub>) для хвилевідного вузла, який показано на рис. 3.37 (б), за умови, що всі його металеві стінки є ідеально провідними (а) і виконані з

міді (б). Пунктирною лінією показано коефіцієнт проходження основної хвилі через прямокутний хвилевід перерізом 7,2×3,4 мм<sup>2</sup> і довжиною L=1500 мм
основною хвилею прямокутного хвилеводу [271]) при проходженні з вхідного порту у вихідний унаслідок дифракції на неоднорідностях хвилевідного тракту. Для цього побудуємо залежність коефіцієнта проходження (коефіцієнт матриці розсіяння  $S_{21}$ ) від частоти, за умови, що всі металеві стінки є ідеально провідними. Ця залежність представлена на рис. 3.38. Видно, що дифракційні втрати в жолобковій лінії і двох узгоджувачах значно менші (не перевищують 1,5% за потужністю в смузі пропускання) втрат у відрізку мідного прямокутного хвилеводу з перерізом 7,2×3,4 мм<sup>2</sup> і довжиною 1500 мм (приблизно 0,8 дБ [271]), що є необхідною умовою для заміни прямокутного хвилеводу на жолобковий. Рис. 3.38 (б) також фіксує зміщення в бік високих частот критичної частоти робочої моди при переході від прямокутного хвилеводу до жолобкового. Для прямокутного хвилеводу критична частота становить приблизно 20,8ГГц (хвиля  $H_{01}$ ) для жолобкового – приблизно 24,1 ГГц (хвиля  $H_{11}$ ). Цей факт також необхідно враховувати, обираючи форму цільового імпульсу.

Перейдемо тепер безпосередньо до моделювання компресії. Поставимо на меті згенерувати у вихідному порту хвилевідної секції імпульс з амплітудою, що описується функцією

$$u_1^{obj}(z,t)\Big|_{z=L} = f_{sincos}(t;A,m,ct_0,ct_1,cT,k_c,k_s)$$
(3.37)

з такими значеннями параметрів A=4, m=1,  $t_0=0$ ,  $t_1=2\cdot 10^{-9}$  с,  $T=10^{-9}$  с,  $k_c=705 \text{ m}^{-1}$ ,  $k_s=175 \text{ m}^{-1}$  (рис. 3.39). Зв'язок електричного поля хвилі  $H_{01}$  у вихідному порту з функцією  $f_{sincos}$  описано співвідношенням

$$E_{x}(x, y, z, t)\Big|_{z=L} = u_{1}^{obj}(z, t)\Big|_{z=L} \cos\frac{\pi y}{a}.$$
 (3.38)



Рисунок 3.39 – Часовий профіль імпульсу (3.37), який необхідно отримати на виході хвилевідної секції (а), і його амплітудний спектр (б)

Розрахуємо тепер за заданою залежністю  $f_{sincos}(t;...)$  часовий профіль імпульсу у вхідному порту  $u_1^{inp}(t)$  методом ОХФ з урахуванням множника  $\xi^2$ , що компенсує втрати в лінії передачі. Ця залежність показана на рис. 3.40 (а), її амплітудної A(t) і частотної  $k(t) = 2\pi f(t)/c$  модуляції – на закони рис. 3.40 (б), а амплітудний спектр — на рис. 3.40 (в). (За умови t > 39,5 нс залежність k(t) зазнає сильних осциляцій, які, проте, не впливають істотно на процес моделювання, оскільки амплітуда вхідного імпульсу при таких значеннях часу близька до 0.) Моделювання проходження цього імпульсу через жолобкову хвилевідну секцію з мідними стінками дає вихідний сигнал, який показано на рис. 3.41 (а). Заданий часовий профіль (див. рис. 3.39 (а)) відтворено практично точно. Те ж саме можна сказати і про його спектральні (рис. 3.41 (б)). Досягнуте значення коефіцієнта амплітуди компресії відношення тривалості вхідного і вихідного імпульсів – дорівнює 20, коефіцієнт корисної дії

$$\gamma = \frac{\int \left(u_1^{compr}\left(t\right)\right)^2 dt}{\int \left(u_1^{inp}\left(t\right)\right)^2 dt} \approx 0.81.$$
(3.39)

Дані, що представлені i рис. 3.40 3.41, на показують, що використання жолобкових хвилевілних секцій для компресії ЕМІ можливе. Часові залежності амплітуди i частоти ДЛЯ вхідного сигналу якісно близькі до тих, ЩО були відрізків отримані для порожнистих металевих хвилеводів. Це пояснюється однаковим законом дисперсії групової швидкості у цих двох типів хвилевідних ліній. Втрати, ЩО обумовлені дифракцією хвилі на переходах від жолобкового хвилеводу до прямокутного, за умови правильного добору геометричних параметрів секції можуть бути значно менші омічних втрат y металевих стінках. Сумарні втрати енергії у виготовленій



Рисунок 3.40 – Вхідний імпульс (а), закони його амплітудної A(t) і частотної k(t) модуляції (б) і його амплітудний спектр (в)

з міді хвилевідній секції, що тут досліджується, менші за втрати в прямокутному мідному хвилеводі такої самої довжини. У випадку масштабування геометрії секції в короткохвильову область міліметрового діапазону цей енергетичний виграш буде більш значним (рис. 3.42).



Рисунок 3.41 – Стиснений імпульс  $u_1^{compr}(t)$  на виході з хвилевідної секції (а) і його амплітудний спектр (б)



Рисунок 3.42 – Енергетичні коефіцієнти проходження (елемент матриці розсіяння  $S_{21}$ ) для хвилевідного вузла, який показано на рис. 3.37 (б), (суцільна лінія) і прямокутного хвилеводу (пунктирна лінія) за умови a = 1,8 мм, b = 0,9 мм, c = 4,55 мм, d = 1,3 мм, h = 0,25 мм,  $L_1 = 20$  мм,  $L_2 = 80$  мм,  $L_3 = 1300$  мм, L = 1500 мм; матеріал стінок – мідь

Переваги, які обіцяє використання жолобкового хвилеводу в системах пасивної компресії в міліметровому діапазоні довжин хвиль, не обмежені лише виграшем у коефіцієнті згасання. Крім низького рівня втрат, жолобкові хвилеводи мають також властивість самофільтрації окремих вищих типів хвиль [315]. Як наслідок цього, такі хвилеводи можуть мати більш широку смугу частот, в який вони підтримують поширення тільки однієї моди. Зазначимо

також потенційну можливість застосування вигинів жолобкових ліній з метою зниження їх масогабаритних параметрів (див. підрозділ 3.3) і можливість побудови на їх основі антен дифракційного випромінювання [317].

## **3.8** Основи моделювання компресії в ланцюжку зв'язаних хвилевідних резонаторів

У цьому підрозділі розглянуто більш складний дисперсійний елемент: ланцюжок зв'язаних хвилевідних резонаторів (ЗХР), загальний вигляд яких зображено на рис. 3.43. Для простоти хвилевід передбачається плоскопаралельним, але отримані результати легко узагальнити на випадок порожнистих хвилеводів довільного перерізу. Метою дослідження тут буде виявлення основних фізичних закономірностей хвильових процесів, що

відбуваються В таких об'єктах, розуміння яких дозволить здійснювати ефективний синтез i оптимізацію подібних елементів для дисперсійних створення компресорів унікальними потужності 3 характеристиками. У першу



Рисунок 3.43 – Геометрія досліджуваної структури. Усі хвилевідні резонатори мають однакові розміри

чергу це стосується явища розширення смуги пропускання такого об'єкта при збільшенні кількості резонаторів у ланцюжку. Опис цього ефекту і дисперсійні характеристики ланцюжків ЗХР можна знайти в [318–324]. Однак певні питання, які пов'язані з дифракцією і компресією хвиль у таких ланцюжках, вимагають більш докладного розгляду.

Чому принципово резонансна структура, що показана на рис. 3.43, має принципово смугову характеристику? Для відповіді на це питання проведемо дослідження її коефіцієнта передачі (енергетичний коефіцієнт проходження) для різної кількості резонаторів у ланцюжку.

Фізика процесу проходження електромагнітної хвилі через одиничний хвилевідний резонатор добре відома [274]. Первинна хвиля з лівої частини

хвилеводу (рис. 3.43) збуджує в резонаторі коливання, яке слугує джерелом хвилі, що йде в праву частину. У разі збігу частоти падаючої хвилі та власної частоти амплітуди резонатора падаючої хвилі i хвилі, яка пройшла, збігаються за величиною, і в системі має місце резонанс повного проходження. Ця ситуація проілюстрована на рис. 3.44 (а), де зображено коефіцієнт проходження  $TE_1$ хвилі через одиничний i резонатор розподілення компоненти поля  $E_x$  в ньому в режимі вільних коливань, шо відповідають двом резонансам



Рисунок 3.44 – Коефіцієнт проходження через одиничний хвилевідний резонатор (a) і через два зв'язаних резонатори (б)

повного проходження. Резонансна частота коливання  $TE_{11} - \tilde{k} \approx 3,929\,101\,3$ ,  $TE_{12} - \tilde{k} \approx 5,665\,480\,2$ . (Ширина хвилеводу W = 1, критичні частоти  $TE_n$  хвиль  $\tilde{k}_n = n\pi$ , розміри резонатора  $d_1 = 1,3$ ,  $d_2 = 0,02$ ,  $d_3 = 0,2$ . Стінки всіх провідників ідеально провідні.)

Якщо додати другий резонатор, частотна залежність коефіцієнта проходження через такий ланцюжок якісно змінюється. Кожна спектральна

лінія одиночного резонатора розщеплюється на дві складові, тобто перетворюється в дублет (рис. 3.44 (б)). Це відоме фізичне явище (див., наприклад, [325, 326]), котре також має місце в системі двох зв'язаних коливальних контурів і навіть в системі двох зв'язаних механічних маятників [223, 224].

Це розщеплення зумовлене збудженням двох коливань - синфазного і протифазного. Синфазні коливання відбуваються на частоті  $\tilde{k} \approx 3,916\ 236\ 6,$ дещо меншій, а протифазні – на частоті  $\tilde{k} \approx 3,942\ 285\ 6$ , дещо більшій за резонансну частоту одиночного резонатора. (Зазначимо в дужках, що хоч терміни «синфазне» і «протифазне» коливання достатньо поширені в літературі, їх використання, проте, має свої обмеження. Наприклад, для коливання *TE*<sub>12</sub> низькочастотну лінію дублета можна ідентифікувати як протифазне коливання, а високочастотну – як синфазне. Це прямо протилежно тому, що має місце у випадку коливання ТЕ11, і може призводити до певної плутанини. Очевидно, більш універсальним способом ідентифікації коливань була б прив'язка не до синфазності стоячих хвиль у резонаторах ланцюжка, а до її симетрії чи антисиметрії відносно центральної діафрагми. У цьому випадку низькочастотні коливання дублетів завжди будуть симетричними, а високочастотні \_ антисиметричними. Надалі обмежимося вивченням спектральних ліній, які викликані розщепленням ліній коливання  $TE_{11}$ одиночного резонатора, оскільки такі коливання влаштовані найбільш просто.)

Проходження електричної хвилі через два зв'язаних резонатори так само, як у випадку одиночного резонатора, може бути пояснено з позиції теорії резонансного розсіяння [274] на хвилевідній неоднорідності. Для цього ланцюжок з двох резонаторів слід розглядати як єдиний резонансний об'єм, в якому збуджуються два типи коливань – синфазне і протифазне (симетричне і антисиметричне). Синфазне – це коливання з однією «плямою» поля, але доволі складної 8-подібної форми. Протифазне – це, по суті, коливання  $TE_{12}$  резонатора подвоєної довжини з індуктивною діафрагмою всередині. Первинна

хвиля, яка налаштована на резонансну частоту, збуджує у цьому єдиному резонансному об'ємі відповідне коливання, яке служить джерелом вторинної хвилі в правому хвилеводі з амплітудою, що дорівнює амплітуді первинної хвилі.

Природно, що форма і положення спектральних ліній дублета залежать від геометричних параметрів резонаторів. Змінюючи довжину резонаторів  $d_1$ , можна зміщувати спектральні лінії по частотній осі. Змінюючи ширину щілини зв'язку  $d_3$ , можна керувати шириною кожної лінії (рис. 3.45). При цьому зі збільшенням ширини щілини спостерігаються три ефекти: дублет зміщується в бік низьких частот, зменшується добротність кожного коливання дублета і збільшується відстань між його спектральними лініями. Перші два ефекти обумовлені збільшенням ефективного резонансного об'єму кожного резонатора. Останній – посиленням зв'язку між резонаторами.

Додавання в ланцюжок наступних резонаторів приводить до подальшого розщеплення спектральних ліній у триплет, квартет тощо (рис. 3.46). У загальному випадку прийнято говорити про мультиплет. Водночас виконується правило – число ліній у мультиплеті завжди дорівнює числу резонаторів у ланцюжку. (Така сама закономірність має місце і в ланцюжку зв'язаних коливальних контурів [223, 224].) Кожна лінія відповідає власному коливанню ланцюжка ЗХР, і всі вони вже починають займати смугу частот, яка суттєво перевищує смугу пропускання одиночного резонатора. У середині кожної такої смуги (приблизно) знаходяться резонансні частоти одиночного резонатора, – розщеплення його спектральних ліній по вісі частот на мультиплети відбувається майже симетрично.

Питання ідентифікації коливань, що відповідають кожній лінії у мультиплеті для довільного числа резонаторів N, дещо складніше. Загальноприйнята номенклатура цих коливань у літературі описана доволі недбало і будується на недостатньо строгих припущеннях. Детальна перевірка показує (див. нижче), що при великих N така номенклатура не завжди дозволяє

коректно відтворити картину «плям» стоячої хвилі, що збуджена в ланцюжку ЗХР.







Рисунок 3.46 – Коефіцієнт проходження через ланцюжок з 3х (а), 4-х (б) і 5-ти (в) зв'язаних резонаторів

Щоб зрозуміти суть цієї номенклатури, треба уявити стоячі хвилі в ланцюжку ЗХР у вигляді суперпозиції двох парціальних хвиль, що біжать назустріч одна до одної [324]. Зробити це навіть суто умоглядно дуже непросто, оскільки діафрагми між резонаторами є в принципі позамежними, а ширина

щілин зв'язку  $d_3$  може бути скільки завгодно малою. Аналітичне представлення ще складніше, оскільки кожна щілина слугує джерелом великого набору вищих мод хвилеводу, які не поширюються, проте роблять свій суттєвий внесок.

Якщо суто формально провести таку процедуру, то фаза кожної з цих парціальних хвиль у двох сусідніх резонаторах відрізнятиметься на деяке постійне значення  $\phi$ , котрим позначують тип (вид) коливання. У загальному випадку в ланцюжку з *N* резонаторів мають місце *N* коливань з еквідистантними значеннями  $\phi$  [324]:

$$\phi = \pi q / (N - 1), \quad q = 0, 1, \dots N - 1.$$
 (3.40)

Для знаходження фази стоячої хвилі в кожному резонаторі необхідно скласти комплексні амплітуди парціальних хвиль. Зручніше це зробити за допомогою кругової діаграми, приклад якої наведено на рис. 3.47. Нехай, наприклад, N = 5 і  $\phi = \pi/4$ .

Вважаючи фазу коливань хвилі. парціальної яка поширюється зліва направо, в першому резонаторі рівною 0, отримаємо, що фази в інших резонаторах матимуть значення  $\pi/2$ ,  $3\pi/4$ ,  $\pi/4$ , тобто π. відповідатимуть точкам на верхньому півколі на рис. 3.47 (а). Потім таку саму



Рисунок 3.47 – Діаграми для знаходження фаз коливань в резонаторах ланцюжка: (а) *N* = 5; (б) *N* = 8

процедуру виконаємо для другої парціальної хвилі, яка поширюється зправа наліво. В останньому резонаторі її фаза збігається з фазою першої парціальної хвилі. Тому на круговій діаграмі продовжуємо рух від точки –1 з кроком ф, що

дорівнює π/4, приписуючи отримані значення – точки на нижньому півколі – резонаторам, починаючи з останнього (табл. 3.1).

Номер резонатора	1	2	3	4	5
Фаза першої парціальної хвилі	0	$\pi/4$	$\pi/2$	3π/4	π
Фаза другої парціальної хвилі	0	7π/4	3π/2	5π/4	π
Фаза стоячої хвилі	0	0	—	π	π

Таблиця 3.1 – Фази коливань у ланцюжку з п'яти ЗХР

Нарешті, фазу стоячої хвилі в кожному резонаторі отримуємо шляхом векторного додавання радіус-векторів фаз парціальних складових з другого і третього рядків. Отриманий розподіл фаз (див. останній рядок табл. 3.1) відповідає коливанню, в якого поля у двох перших резонаторах ланцюжка осцилюють синфазно між собою і в протифазі з полями у двох останніх резонаторах. У центральному ж резонаторі стояча хвиля не утворюється – в ньому зберігається режим рухомої хвилі. Такі резонатори називатимемо «порожніми», маючи на увазі під цим відсутність стоячих хвиль.

Цей алгоритм добре працює, коли в ланцюжку невелика кількість резонаторів (N < 8). У цьому можна переконатися, використовуючи дані таблиці 3.2, в якій наведено зображення «плям» стоячих хвиль для відповідних ліній мультиплетів. Однак при N = 8 алгоритм вже дає збій. Для коливань вигляду  $2\pi/7$  і  $5\pi/7$  він приводить до картини стоячих хвиль у всіх резонаторах ланцюжка, в чому можна переконатися за допомогою діаграми на рис. 3.47 (б). У реальності ж 3-й і 6-й резонатори цих коливань залишаються «порожніми» (рис. 3.48 (а)). Водночас для всіх інших видів коливань профілі стоячих хвиль відновлюються правильно.

Аналогічна ситуація виникає і для N = 9: «плями» стоячих хвиль відновлюються коректно для всіх коливань, крім  $2\pi/8$  і  $6\pi/8$ . Для цих видів

Вид	Структура стоячої	Резонансна						
коливань	хвилі	частота $\tilde{k}$						
N = 2								
0	00	3,9162366						
π		3,9422856						
N = 3								
0		3,9109972						
$\pi/2$		3,9290995						
π		3,9478461						
N = 4								
0		3,9084376						
π/3		3,9211119						
$2\pi/3$		3,9372082						
π		3,9506044						
N=5								
0		3,9070112						
$\pi/4$		3,9162354						
$\pi/2$		3,9290987						
$3\pi/4$		3,9422844						
π		3,9521544						
	<i>N</i> = 6							
0		3,9061388						
π/5		3,9131055						
$2\pi/5$		3,9233352						
$3\pi/5$		3,9349255						
$4\pi/5$		3,9455930						
π		3,9531066						
N = 7								
0		3,9055674						
$\pi/6$		3,9109964						
$\pi/3$		3,9192252						
$\pi/2$		3,9290980						
2π/3		3,9391599						
5π/6		3,9478454						
π		3,9537320						

Таблиця 3.2 – Структури стоячих хвиль у ланцюжках ЗХР ( $N \le 7$ )



Рисунок 3.48 – Стоячі хвилі для коливань виду  $2\pi/7$  і  $5\pi/7$  за умови N = 8 (a) і для коливань виду  $2\pi/8$  і  $6\pi/8$  за умови N = 9 (б)

коливань алгоритм залишає 3-й і 7-й резонатори «порожніми». Правильну картину стоячих хвиль показано на рис. 3.48 (б).

Причина такої розбіжності полягає у помилковості початкового припущення щодо можливості уявити поле в ланцюжку ЗХР у вигляді суперпозиції двох парціальних рухомих хвиль з постійною різницею фаз у двох сусідніх резонаторах. У табл. 3.2 наведено структуру «плям» стоячих хвиль для ланцюжків резонаторів з  $2 \le N \le 7$ . Аналізуючи дані цієї таблиці, можна зробити такі висновки. По-перше, будь-який резонатор у ланцюжку може перебувати в одному з трьох можливих станів: резонатор може бути збуджений у фазі з, наприклад, першим резонатором, або в протифазі з ним, або може не бути збудженим взагалі («порожній» резонатор). По-друге, має місце аналогія з ланцюжком зв'язаних коливальних контурів, в якому амплітуди струмів у кожному контурі розподілені за синусоїдним законом уздовж ланцюжка [224]. Для найбільш низькочастотного? коливання В мультиплеті обвідна максимальних (мінімальних) значень поля в кожному резонаторі має вигляд однієї половини синуса. Тому у всіх мультиплетах у цього коливання поля в усіх резонаторах осцилюють синфазно з амплітудою, яка спадає до країв ланцюжка. Для наступного за частотою коливання ця обвідна являє собою дві півхвилі з різними знаками. Через це в усіх мультиплетах картина стоячої хвилі і другого коливання має вигляд двох однакових груп синфазних «плям», що осцилюють у протифазі одна з одною. Для третього коливання обвідна – три півхвилі синуса, і т.д. Для останньої лінії в мультиплеті кількість півхвиль обвідної відповідає кількості резонаторів, і поле в кожному резонаторі осцилює в протифазі з полем сусіднього резонатора (коливання виду  $\pi$ ). Формування

таких синусоїдних обвідних обумовлює зменшення числа ліній у мультиплеті до числа резонаторів (не всі комбінації «плям» поля стоячої хвилі можна реалізувати в ланцюжку ЗХР) і призводить до симетрії чи антисиметрії поля власних коливань відносно середини ланцюжка ЗХР. Стояча хвиля першого коливання в кожному мультиплеті (коливання 0-виду) завжди симетрична, другого – антисиметрична, третього – симетрична і т.д.

Збільшуючи кількість резонаторів Ν можна достатньо швидко пропускання ланцюжка ЗХР. Ширина цієї сформувати смугу СМУГИ збільшується зі зростанням N, але має свою межу. Існування цієї межі випливає з існування сусідніх мультиплетів, що утворені розщепленням сусідніх спектральних ліній окремого резонатора (рис. 3.44 (а)). ∐е ствердження стає очевидним після вивчення картин стоячих хвиль коливання  $\pi$ -виду k-го мультиплету i коливання 0-виду у (k+1)-го мультиплету. На практично одній і тій самій довжині, яка дорівнює довжині всього ланцюжка ЗХР, у першого коливання буде kN пучностей стоячої хвилі, а у другого – (k+1)N. Це вказує на те, що частота другого коливання завжди більша за частоту першого. Оскільки частота коливання 0-виду завжди менша від частоти відповідного коливання одиночного резонатора  $\tilde{k}$ , то ширина смуги обмежена зверху значенням  $\tilde{k}$ . Із цього одразу випливає існування межі для ширини смуги частот, яку займає кожен мультиплет.

Якщо добротність кожного коливання ланцюжка ЗХР зменшити (будькожної чином), то ширина спектральної лінії мультиплеті яким В збільшуватиметься, а коефіцієнт проходження в кожній смузі пропускання прямуватиме до одиничного значення. Рисунок 3.49 демонструє такий плавний перехід. По суті, це перехід від ланцюжка ЗХР до відрізку хвилеводу, стінки якого гофровані металевими виступами дуже малої висоти і товщини. Із цього рисунка видно, що спектральні складові другого мультиплету (який утворено розщепленням лінії коливання TE<sub>12</sub> одиночного резонатора) «зливаються» між собою швидше, ніж у першого. Цей ефект можна пояснити тим, що чим більше

«плям» стоячої хвилі в кожному окремому ближче його крайні резонаторі, ТИМ «плями» розміщені до щілин зв'язку, і тим більший зв'язок црого коливання 3 оточуючим простором. Це приводить до добротностей відповідних зменшення коливань і розширення їх спектральних ліній.

3 графіків рис. 3.49 можна зробити ще одне цікаве спостереження. Смуги сусідніх впритул мультиплетів можуть наближуватися одна до одної (і навіть зливатися між собою), утворюючи дуже вузьку область на вісі частот, де має місце повне відбиття падаючої ТЕ<sub>1</sub>-хвилі. Такий ефект бути використаний може для створення вузькосмугових хвилевілних відбивачів.

Наведені вище результати дозволяють сформулювати основні критерії, згідно з якими необхідно виконувати відбір хвилевідних секцій з ланцюжками ЗХР для подальшого застосування ïχ в якості дисперсійних елементів пасивних компресорів потужності





Рисунок 3.49 – Коефіцієнти проходження через ланцюжки ЗХР з параметрами: (a) N = 20,  $d_1 = 1,2, d_2 = 0,02, d_3 = 0,7$ ; (б)  $N = 40, d_1 = 1,1, d_2 = 0,01$ ,  $d_3 = 0,8$ ; (в)  $N = 60, d_1 = 1,0$ ,  $d_2 = 0, d_3 = 0,9$  По-друге, дисперсія ланцюжка ЗХР має значно підсилювати дисперсію власного хвилеводу, щоб у подібних структурах було можливо досягти більших коефіцієнтів компресії.

По-третє, закони модуляції вхідних сигналів мають бути достатньо гладкими, щоб їх можна було відтворити в реальних технічних пристроях.

Ці умови перебувають у певному протиріччі одна до одної – великі часи затримки в ЗХР передбачають слабкий зв'язок між суміжними резонаторами і, як наслідок, сильно осцилюючий (на вісі частот) коефіцієнт передачі. Такі осциляції, у свою чергу, неминуче призводять до втрат монотонності законів модуляції вхідного сигналу, які розраховані навіть урахуванням 3 компенсуючого множника  $\xi^2$ . І навпаки, коефіцієнт проходження, близький до 1, у широкій смузі частот може бути отриманий шляхом посилення зв'язку між резонаторами і переходом до гофрованих стінок хвилеводу, що зменшує внесок дисперсії ланцюжку ЗХР.

Вибір оптимальної, в тому чи іншому сенсі, геометрії дисперсійного елемента на основі ЗХР, являє собою серйозну оптимізаційну задачу. Її розв'язання в об'ємі, достатньому для отримання практично цінних результатів, виходить за рамки цієї дисертаційної роботи. Тут представлено тільки перші результати чисельного моделювання ланцюжка ЗХР, які демонструють його базові можливості: «розпливання» в ланцюжку цільового імпульсу в імпульс із гладкими кривими законів модуляції?.

На рис. 3.50 (а) показано коефіцієнт проходження  $TE_1$ -хвилі через хвилевідну секцію довжиною 400, яка містить ланцюжок із 652 резонаторів з розмірами  $d_1 = 0, 6, d_2 = 0, 01, d_3 = 0, 9$ . На рис. 3.50 (б) наведено амплітудний спектр цільового імпульсу  $f_{sincos}(t; 4, 1, 0, 100, 50, 4, 8, 1, 5)$ , параметри якого підібрані таким чином, щоб він займав смугу, яку займає перший мультиплет. Після проходження хвилевідної секції цільовий імпульс розпливається у часі, його закони модуляції зображені на рис. 3.51. Там же для порівняння показані закони модуляції цього імпульсу після проходження ним регулярного



Рисунок 3.50 – Коефіцієнт проходження  $TE_1$  хвилі через ланцюжок 652 ЗХР з параметрами  $d_1 = 0, 6, d_2 = 0,01, d_3 = 0,9$  (а) і часовий профіль цільового імпульсу (б). Червона крива – спектр цільового імпульсу



Рисунок 3.51 – Закони амплітудної (а) і частотної (б) модуляції цільового імпульсу після проходження ним регулярної хвилевідної секції (криві 1) і секції, що містить ланцюжок з 652 ЗХР (криві 2). Довжини обох секцій дорівнюють 400

хвилевідного відрізку такої самої довжини. У цілому, перехід до ланцюжка ЗХР приводить до бажаного ефекту: на такій самій довжині хвилеводу імпульс розпливається сильніше, а його частотні складові надходять пізніше, ніж у випадку регулярного хвилеводу. Однак для отримання значних (практично значимих) виграшів в основних параметрах компресії необхідна оптимізація геометрії всієї уповільнюючої структури. Проводити таку оптимізацію, використовуючи FDTD, не раціонально. Для електродинамічного моделювання суто хвилевідних вузлів і неоднорідностей доцільніше використовувати, наприклад, метод часткових областей [283-286] або метод задачі Рімана-Гільберта [327–331] (див. також огляд [332]). Останній потребує виконання серйозних попередніх математичних викладок перед його переведенням у машинний код, але дає натомість великий виграш у швидкості обчислення й отримання спектральних характеристик, ЩО критично важливо для багатопараметричної оптимізації.

## **3.9** Стиснення оптичних та інфрачервоних імпульсів у середовищах з дисперсією діелектричної проникності

Метод ОХФ, який було розвинуто в попередніх підрозділах, без будьяких модифікацій може бути використаний у моделюванні компресії імпульсів, що поширюються в середовищах з дисперсією діелектричної проникності. Найбільш добре ця дисперсія виявляється в оптичному та інфрачервоному діапазонах, і саме для таких частот зібрано, напевно, найбільше всього експериментальних залежностей  $\varepsilon(\omega)$ , які можна покласти в основу надійних числових моделей. Через це в цьому підрозділі буде розглянута компресія ЕМІ в діелектриках з дисперсією  $\varepsilon$  саме в цих спектральних діапазонах.

Як було зазначено в розділі 1, у процесі дослідження компресії імпульсів робиться занадто багато спрощуючих припущень, за якими втрачається багато

важливих (іноді – ключових) деталей цього процесу. Наприклад, припущення про обмеженість ширини смуги, яку займає стискуваний імпульс, про відносну малість втрат у цій смузі, про можливості використання в розрахунках двохтрьох доданків ряду Тейлора, в який розкладається дисперсійна характеристика, призводять до того, що навіть саме поняття групової швидкості в середовищах з дисперсією не має строгого визначення. Відома формула [129, 333–335]

$$v_g = v_p - \lambda \frac{dv_p}{d\lambda}, \qquad (3.41)$$

яка пов'язує групову швидкість  $v_g$  хвилі в діелектрику з фазовою  $v_p = c/n$ , була отримана з використанням зазначених вище припущень і при їх порушенні може приводити до значень  $v_g$ , що перевищують швидкість світла у вакуумі c, або менших за 0. Такі значення мають свій фізичний зміст – це швидкість поширення піку імпульсу [336–338]. Однак за таких умов  $v_g$  вже не відповідає швидкості перенесення енергії, що не дозволяє використовувати (3.41) для моделювання компресії модульованих імпульсів.

Метод ОХФ вільний від подібних обмежень і дозволяє визначати групову швидкість для імпульсів з як завгодно великою шириною займаної спектральної смуги і при будь-якому рівні втрат у цій смузі. Вочевидь, що задавши цільової імпульс, наприклад, функцією  $f_{sincos}$  (2.131) і розрахувавши його часовий профіль після проходження досить великої відстані L в діелектрику з дисперсією, можна виявити, що кожна його частотна складова прийшла до спостерігача в строго визначений час зі швидкістю  $0 < v_g < c$ . Розрахована в такий спосіб групова швидкість  $v_g$  вже не задовольнятиме співвідношенню (3.41), проте вона завжди матиме сенс швидкості перенесення енергії на окремих частотах. Детальне вивчення цього питання виходить за рамки цієї дисертаційної роботи, але становить безперечний інтерес для подальшого теоретичного аналізу.

Отже, розглянемо безмежне середовище з  $\varepsilon = \varepsilon(\omega)$  (рис. 3.52), в якому уздовж декартової осі *z* поширюється плоска імпульсна хвиля, одну з компонент якої позначимо через

u(z,t). Вимагаймо, щоб після проходження з площини  $z = z_0$  в площину  $z = z_1$  ця хвиля стискалася в імпульс заданої форми  $u(z_1,t)$ . Знайдемо часовий профіль  $u(z_0,t)$  за відомою залежністю  $u(z_1,t)$ . Цільовий імпульс будемо задавати функціє параметри якої будемо обирати в



Рисунок 3.52 – Плоска хвиля в просторі, заповненому середовищем з дисперсією діелектричної проникності

імпульс будемо задавати функцією  $g_{sincos}(t; A, m, t_0, t_1, T, \lambda_0, \lambda_1)$  (див. (2.149)), параметри якої будемо обирати в кожному конкретному випадку, виходячи з вигляду залежності  $\varepsilon = \varepsilon(\omega)$ . Покладемо для зручності за одиницю виміру просторових (і, відповідно, часових – див. ф. (2.4)) величин 1 мкм, і всі спектральні характеристики будуватимемо не для частотного параметра k, а для відповідної довжини хвилі у вільному просторі  $\lambda = 2\pi/k$ .

Для перерахунку часового профілю хвилі U(z,t) з площини  $z = z_0$  у площину  $z = z_1$  скористаємося співвідношенням для спектральних амплітуд (див., наприклад, [339])

$$\tilde{u}(z_1,k) = \tilde{u}(z_0,k) e^{i\sqrt{\varepsilon}\cdot k\cdot(z_1-z_0)} = \tilde{u}(z_0,k) e^{inkL}, \quad \varepsilon = \varepsilon(k), \quad n = \sqrt{\varepsilon(k)}, \quad (3.42)$$

де образ  $\tilde{u}(z,k)$  пов'язаний зі своїм оригіналом u(z,t) інтегральним перетворенням (2.135), і  $L = z_1 - z_0$ .

Слід зазначити, що, взагалі кажучи, функцію  $\varepsilon(k)$  не можна обирати довільно, вона має задовольняти співвідношенню

$$\int_{-\infty}^{\infty} \tilde{u}(z,k) e^{ik \left[\sqrt{\varepsilon(k)}L - t\right]} dk = 0$$
 за умови  $t < L$  (3.43)

(див. формули (1.12) і (2.1) у роботі [339]), яке є наслідком принципу причинності. На жаль, пряма перевірка умови (3.43) для конкретних залежностей  $\varepsilon(k)$ , отриманих експериментально в обмеженому частотному діапазоні, неможлива. Тому в процесі чисельних експериментів необхідно окремо контролювати час приходу переднього фронту імпульсу – швидкість його поширення, звичайно, не повинна перевищувати швидкість світла у вакуумі.

Для того щоб перейти безпосередньо до моделювання компресії ЕМІ в диспергуючих середовищах, необхідно попередньо встановити – хоча б якісно – характер залежності  $v_g$  (тут і скрізь у тексті під цією величиною мається на увазі швидкість перенесення енергії) від частоти за умови, що залежність показника заломлення середовища від частоти  $n(\omega) = \sqrt{\varepsilon(\omega)}$  (або від довжини хвилі у вільному просторі  $\lambda$ ) відома. Як правило, остання задана або табличними значеннями, або коефіцієнтами  $a_i$ ,  $b_i$  формули Селмейєра [340]

$$n^{2} = a_{0} + \frac{a_{1}\lambda^{2}}{\lambda^{2} - b_{1}^{2}} + \frac{a_{2}\lambda^{2}}{\lambda^{2} - b_{2}^{2}} + \cdots$$
(3.44)

У контексті методу ОХФ важливо знати, як буде деформуватися цільовий імпульс, поширюючись у середовищі (3.44), які його частоти прийдуть у задану точку першими, а які – останніми, тобто чи має місце в діелектрику нормальна  $(dv_g/d\omega < 0)$  або аномальна  $(dv_g/d\omega > 0)$  дисперсія групової швидкості. Відповісти на це питання, не маючи строгого визначення групової швидкості,

вельми проблематично. У літературі зазначено [130, 340–342], що в рамках припущень, зроблених при виведенні формули (3.41), а також у припущенні придатності методу повільно змінюваних амплітуд – так званого другого наближення теорії дисперсії [130] – «нормальність» або «аномальність» дисперсії групової швидкості визначається знаком другої похідної  $d^2n/d\lambda^2$ (або  $d^2n/d\omega^2$ ). Випадок  $d^2n/d\lambda^2 > 0$  відповідає нормальній дисперсії (довгохвильові складові імпульсу поширюються швидше за короткохвильові), випадок  $d^2n/d\lambda^2 < 0$  – аномальній. Якщо спектр імпульсу лежить у деякому околі точки  $\tilde{\lambda}_0$ :  $d^2n/d\lambda^2|_{\tilde{\lambda}_0} = 0$ , де є допустимою лінійна апроксимація функції  $\varepsilon(\lambda)$ , то такий імпульс поширюється в діелектрику практично без спотворення форми.

Як показали чисельні експерименти, результати яких подано нижче, ці

уявлення якісно відповідають характеристикам промодельованих широкосмугових (більше 1 октави) імпульсів. Це досить дивний факт, оскільки розглянутих В тут середовищах (див. нижче) внесок вищих похідних  $d^m n/d\lambda^m$  (m > 2) у відповідний ряд Тейлора істотний, а В окремих випадках навіть перевищує внесок другої похідної



 $d^2n/d\lambda^2$ . (В якості ілюстрації на рис. 3.53 наведено залежності  $(1/m!)d^mn/d\lambda^m$ ( $1 \le m \le 7$ ) для кристала фториду літію, формулу Селмейєра якого задано співвідношенням (3.52). Зліва від точки  $\tilde{\lambda}_0 \approx 1,234$  мкм, і в деякому околі праворуч від неї, для цих похідних є справедливим співвідношення  $1/2! |d^2n/d\lambda^2| <<1/3! |d^3n/d\lambda^3| << ... <<1/7! |d^7n/d\lambda^7| <<....).$  Слід вказати ще на один момент, який, як правило, залишається непоміченим дослідниками. У літературі є деякий різнобій, що стосується уявлень для групової швидкості  $v_g$ . Крім уже згаданої формули (3.41), відома така залежність  $v_g$  від довжини хвилі [130]:

$$v_{g}(\lambda) = \frac{c}{n(\lambda) - \lambda \frac{dn}{d\lambda}}.$$
(3.45)

Цікаво, що формули (3.41) і (3.45) виведені з одного визначення групової швидкості  $v_g(\lambda) = (dk/d\omega)^{-1}$ , але описують різні залежності від  $\lambda$ . (Ця розбіжність ілюструється на рис. 3.54 на прикладі кристала фториду літію.) Очевидно, що у процесі виведення однієї з формул було допущено помилку.

Пошук цієї помилки становить певний інтерес. проте він не актуальний для подальшого викладу у зв'язку з винаходом методу ОХФ і адаптацією його до задач пасивної компресії. Поперше, обидві ці формули є наближеними. По-друге, непридатність через кінематичного підходу (див. підрозділ 3.2), як (3.41), так і (3.45)можуть бути не



використані для знаходження законів модуляції імпульсів, що стискаються. З цієї причини залишимо осторонь цю розбіжність у формулах і перейдемо безпосередньо до опису отриманих чисельних результатів. (Зауважимо в дужках, що похідна  $dv_g/d\lambda$ , яку було обчислено для (3.45), пропорційна другій похідній  $d^2n/d\lambda^2$  (див. ф. (1.1.12) у роботі [130]), що повністю відповідає описаному вище переходу між режимами нормальної і аномальної дисперсій в точці  $\tilde{\lambda}_0$ . Для похідної  $dv_g/d\lambda$ , обчисленої за (3.41), такої пропорційності немає, що свідчить на користь вибору формули (3.45).)

Нижче подано результати обчислювальних експериментів для різних середовищ з дисперсією є. Конкретні залежності  $\varepsilon = \varepsilon(\lambda)$  були взяті з бази даних [343], яка містить, крім власне коефіцієнтів формули Селмейєра, посилання на відповідні роботи, з яких ці коефіцієнти були перенесені в [343]. Дані, які наведені в [343], повністю відповідають тим, що наведені в [344], але більш зручні в роботі завдяки інтерактивному інтерфейсу. Для вибору діелектриків автор застосував такі критерії: ширину спектральної смуги, відсутність у ній втрат і більш-менш яскраво виражену нелінійність функції  $\varepsilon(\lambda)$ . Ці критерії, як було зазначено вище, не є принциповими для методу ОХФ, але вони дозволили промоделювати ефект компресії в найбільш цікавих (на думку автора) середовищах.

У всіх розглянутих тут діелектриків точки  $\tilde{\lambda}_0$ :  $d^2 n/d\lambda^2 |_{\tilde{\lambda}_0} = 0$  лежать досить близько до середин спектральних діапазонів, в яких задані відповідні формули Селмейєра, що дозволило промоделювати для кожного з них компресію двох імпульсів: у режимах нормальної і аномальної дисперсії групової швидкості. Для наочності було побудовано графіки залежностей  $d^2 n(\lambda)/d\lambda^2$  і  $v_g(\lambda)$  (розрахованої за ф. (3.41)), для яких визначалися точки  $\tilde{\lambda}_0$ :  $d^2 n/d\lambda^2 |_{\tilde{\lambda}_0} = 0$  і  $\tilde{\lambda}_1$ :  $dv_g/d\lambda |_{\tilde{\lambda}_1} = 0$ . Для всіх розглянутих нижче кристалів точки  $\tilde{\lambda}_0$  і  $\tilde{\lambda}_1$  розташовані досить близько одна до одної, що значно спростило підготовку обчислювальних експериментів

Арсенід галію (GaAs). Напівпровідник, що широко використовується в електронній промисловості, у чистому вигляді (без домішок) прозорий в

діапазоні від 0,97 до 17 мкм. Формула Селмейєра для нього в цьому діапазоні має такий вигляд [343, 345]:

$$n^{2} = 5,372514 + \frac{5,466742\lambda^{2}}{\lambda^{2} - 0,4431307^{2}} + \frac{0,02429960\lambda^{2}}{\lambda^{2} - 0,8746453^{2}} + \frac{1,957522\lambda^{2}}{\lambda^{2} - 36,9166^{2}}.$$
 (3.46)

Графік  $n(\lambda)$  в цьому діапазоні показаний на рис. 3.55 (а). Точки  $\tilde{\lambda}_0 \approx 6,601$  мкм і  $\tilde{\lambda}_1 \approx 6,570$  мкм (рис. 3.55 (б)). Два цільових імпульси задані формулами

$$u_1^{obj}(t) = g_{sincos}(t; 4, 1, 0, 100, 50, 1, 6), \qquad (3.47)$$

$$u_2^{obj}(t) = g_{sincos}(t; 4, 1, 0, 200, 100, 8, 5, 17)$$
(3.48)

з кроком  $h_t = 0,01$  мкм. Їх амплітудні спектри наведені також на рис. 3.55 (а). Закони модуляції «вхідних» імпульсів, які розраховані для L=1 м, для цільових імпульсів (3.47) і (3.48) показані на рис. 3.55 (в) і (г). На рис. 3.55 (д) і (е) показані часові профілі стиснених імпульсів – вони з точністю до часового зсуву  $\tilde{t}$  відтворюють цільові функції (3.47) і (3.48). Для зручності на верхніх межах рис. 3.55 (в) – (е) побудовані часові шкали в нано- та фемтосекундах.

Квадрати відношень пікових значень стиснених і «вхідних» імпульсів дають такі значення коефіцієнтів підсилення за піковою потужністю:  $\tilde{G} = (10,471/0,039)^2 \approx 72.085$  і  $\tilde{G} = (0,72/0,021)^2 \approx 1175$ . Коефіцієнти стиснення цих імпульсів формально дорівнюють  $\beta = 850000/100 = 8500$  і  $\beta = 109000/200 = 545$ . При детальному розгляді стиснених імпульсів ці значення  $\beta$  можуть бути переглянуті в бік збільшення. Квадрати компонент поля  $(u^{inc}(t))^2$  і  $(u^{compr}(t))^2$  (вставки на рис. 3.55 (в) – (е)) рівні з точністю до постійного множника потоку вектора Пойнтінга і показують частку енергії, що переноситься плоскою хвилею в одиницю часу через одиницю площі в площині z = const. У першого стисненого імпульсу (рис. 3.55 (д)) центральна частина тривалістю 15,54 фс містить близько 96,6 % енергії, і в разі, коли іншою частиною імпульсу можна знехтувати, коефіцієнт компресії складе β≈180 000. Для другого імпульсу (рис. 3.55 (е)) β≈2800, його центральна частина тривалістю 130,1 фс містить 94,6 % всієї енергії імпульсу.

*Телурид цинку (ZnTe).* Ще один напівпровідник з вікном прозорості в діапазоні від 0,55 до 30 мкм. Формула Селмейєра для нього має вигляд, дещо відмінний від (3.44) [343, 346]:

$$n^{2} = 9,92 + \frac{0,42530}{\lambda^{2} - 0,37766^{2}} + \frac{8414,13}{\lambda^{2} - 56,5^{2}}$$
(3.49)

Графік цієї залежності показаний на рис. 3.56 (а). Точки  $\tilde{\lambda}_0 \approx 6,167$  мкм і  $\tilde{\lambda}_1 \approx 6,144$  мкм (рис. 3.56 (б)). Два цільових імпульси задані формулами

$$u_1^{obj}(t) = g_{sincos}(t; 4, 1, 0, 100, 50, 0, 6, 4, 8),$$
(3.50)

$$u_2^{obj}(t) = g_{sincos}(t; 4, 1, 0, 200, 100, 7, 28).$$
(3.51)

Закони модуляції «вхідних» імпульсів показані на рис. 3.56 (в) і (г), стиснених – на 3.56 (д) і (е). Центральні фрагменти стиснених імпульсів тривалістю 13,6 і 129,1 фс містять у собі відповідно 97,4% і 97,5% енергії всього імпульсу. Довжина L=1 м, досягнуті коефіцієнти підсилення за піковою потужністю  $\tilde{G} = 173548$  і  $\tilde{G} = 851$ .

*Фторид літію (LiF)*. Поширений оптичний матеріал з широким вікном прозорості від ультрафіолетової до інфрачервоної області спектра. Формула Селмейєра для нього в діапазоні від 0,1 до 11 мкм має такий вигляд [343, 347]:

$$n^{2} = 1 + \frac{0,92549\lambda^{2}}{\lambda^{2} - 0,07376^{2}} + \frac{6,96747\lambda^{2}}{\lambda^{2} - 32,790^{2}}.$$
(3.52)

Графік цієї залежності – на рис. 3.57 (а). Точки  $\tilde{\lambda}_0 \approx 1,234$  мкм і  $\tilde{\lambda}_1 \approx 1,228$  мкм (рис. 3.57 (б)). Два цільових імпульси задані формулами

$$u_1^{obj}(t) = g_{sincos}(t; 4, 1, 0, 100, 50, 0, 12, 1),$$
(3.53)

$$u_2^{obj}(t) = g_{sincos}(t; 4, 1, 0, 100, 50, 1, 65, 10)$$
(3.54)

з кроком за часом  $h_t = 0,005$  мкм. Закони модуляції «вхідних» імпульсів показані на рис. 3.57 (в) і (г), часові профілі стиснених імпульсів – на 3.57 (д) і (е). Центральні фрагменти стиснених імпульсів тривалістю 1,8 і 23,61 фс містять у собі відповідно 95% і 96,6% енергії всього імпульсу. Довжина L=1 м, коефіцієнти підсилення за піковою потужністю  $\tilde{G} = 362750$  і  $\tilde{G} = 4400$ .

*Йодид рубідію (RbI)*. Матеріал, що широко використовується в оптичному та інфрачервоному діапазонах [344]. У діапазоні довжин хвиль від 0,24 до 64 мкм його формула Селмейєра має такий вигляд [343, 347]:

$$n^{2} = 1,60563 + \frac{0,00947\lambda^{2}}{\lambda^{2} - 0,120^{2}} + \frac{0,01073\lambda^{2}}{\lambda^{2} - 0,134^{2}} + \frac{0,00136\lambda^{2}}{\lambda^{2} - 0,156^{2}} + \frac{0,41864\lambda^{2}}{\lambda^{2} - 0,179^{2}} + \frac{0,41771\lambda^{2}}{\lambda^{2} - 0,179^{2}} + \frac{0,13707\lambda^{2}}{\lambda^{2} - 0,223^{2}} + \frac{2,36091\lambda^{2}}{\lambda^{2} - 132,45^{2}}$$
(3.55)

Графік цієї залежності показаний на рис. 3.58 (а). Точки  $\tilde{\lambda}_0 \approx 5,282$  мкм і  $\tilde{\lambda}_1 \approx 5,276$  мкм (рис. 3.58 (б)). Два цільових імпульси задані формулами

$$u_1^{obj}(t) = g_{sincos}(t; 4, 1, 0, 100, 50, 0, 25, 4),$$
(3.56)

$$u_2^{obj}(t) = g_{sincos}(t; 4, 1, 0, 100, 50, 7, 5, 60)$$
(3.57)

з кроком за часом  $h_t = 0,005$  мкм. Закони модуляції «вхідних» імпульсів – на рис. 3.58 (в) і (г), часові профілі стиснених імпульсів – на 3.58 (д) і (е).

Центральні фрагменти стиснених імпульсів тривалістю 3,58 і 155,1 фс містять у собі відповідно 94,7% і 99,6% енергії всього імпульсу. Довжина L=1 м, досягнуті коефіцієнти підсилення за піковою потужністю  $\tilde{G}=1096440$  і  $\tilde{G}=587$ .

*Хлорид цезію (CsCl)*. Ще один поширений оптичний матеріал з вікном прозорості від 0,18 до 40 мкм. У цьому діапазоні його формула Селмейєра має вигляд (рис. 3.59 (а)) [343, 347]

$$n^{2} = 1,33013 + \frac{0,98369\lambda^{2}}{\lambda^{2} - 0,119^{2}} + \frac{0,00009\lambda^{2}}{\lambda^{2} - 0,137^{2}} + \frac{0,00018\lambda^{2}}{\lambda^{2} - 0,145^{2}} + \frac{0,30914\lambda^{2}}{\lambda^{2} - 0,162^{2}} + \frac{4,320\lambda^{2}}{\lambda^{2} - 100,50^{2}}$$
(3.58)

Точки  $\tilde{\lambda}_0 \approx 3,521$  мкм і  $\tilde{\lambda}_1 \approx 3,515$  мкм (рис. 3.59 (б)). Два цільових імпульси задані формулами

$$u_1^{obj}(t) = g_{sincos}(t; 4, 1, 0, 100, 50, 0, 185, 2, 96), \qquad (3.59)$$

$$u_2^{obj}(t) = g_{sincos}(t; 4, 1, 0, 100, 50, 4, 75, 38)$$
(3.60)

з кроком за часом  $h_t = 0,01$  мкм. Закони модуляції «вхідних» імпульсів – на рис. 3.59 (в) і (г), часові профілі стиснених імпульсів – на 3.59 (д) і (е). Центральні фрагменти стиснених імпульсів тривалістю 2,67 і 98,07 фс містять у собі відповідно 94,5% і 99,1% енергії всього імпульсу. Довжина L=1 м, досягнуті коефіцієнти підсилення за піковою потужністю  $\tilde{G} = 229240$  і  $\tilde{G} = 949$ .

Для зручності порівняння в таблиці 3.3 наведено основні параметри компресії, які були отримані у чисельних експериментах: коефіцієнт підсилення за піковою потужністю  $\tilde{G}$ , коефіцієнт стиснення  $\beta$  та тривалість головної «пелюстки» (тобто півхвилі, в якій зосереджено більшу частину



Рисунок 3.55 – Результат чисельного моделювання компресії двох ЕМІ в кристалі GaAs. (a) – залежності  $n(\lambda)$  (3.46) і спектральні амплітуди двох цільових імпульсів. (б) – залежності  $v_g(\lambda)$  (за ф.(3.41)) і  $d^2n(\lambda)/d\lambda^2$ . (в) і (г) – закони модуляції для першого (3.47) і другого (3.48) цільових імпульсів, розраховані методом ОХФ. (д) і (е) – часові профілі стиснених імпульсів. На вставках показані квадрати відповідних часових залежностей. Часові затримки

 $\tilde{t}_1$ =4167731 і  $\tilde{t}_2$ =3428600 мкм або, відповідно, 13,902 і 11,437 нс. Довжина, на









Рисунок 3.57 – Те саме, що і на рис. 3.55, але для кристала LiF. Параметри  $\tilde{t}_1 = 2155150$  мкм (7,189 нс),  $\tilde{t}_2 = 2.295400$  мкм (7,657 нс), L = 1м



Рисунок 3.58 – Те саме, що і на рис. 3.55, але для кристала RbI. Параметри  $\tilde{t}_1 = 4.451100$  мкм (14,847 нс),  $\tilde{t}_2 = 2.095110$  мкм (6,989 нс), L = 1м



Рисунок 3.59 – Те саме, що і на рис. 3.55, але для кристала CsCl. Параметри  $\tilde{t}_1 = 4\,892\,950\,$  мкм (16,321 нс),  $\tilde{t}_2 = 2\,093\,140\,$  мкм (6,982 нс), L = 1м

Таблиця 3.3 – Дані чисельного моделювання компресії імпульсів у кристалах

	Смуга частот	Ĝ	β	Δ
GaAs	1÷6 мкм (≈2,6октави	ı) 72 085 (≈48,5дБ)	8 500	1,91
	8,5÷17 мкм (≈1 октава	a) 1 175 (≈ 30,7 дБ)	545	18,73
ZnTe	0,6÷4,8 мкм (≈3) октави	ı) 173 548 (≈52,4 дБ)	15 300	1,78
	$7 \div 28$ мкм ( $\approx 2$ октави	л) 851 (≈29,3дБ)	2 050	18,61
LiF	0,12÷1 мкм (≈3) октави	и) 362 750(≈55,6дБ)	7 600	0,36
	1,65÷10мкм (≈2,6октави	ı) 4 400(≈36,4дБ)	9 000	4,72
RbI	0,25÷4 мкм (≈4 октави	$1)$ 1 096 440( $\approx$ 60, 4 дБ)	28 360	0,80
	7,5÷60 мкм (≈3) октави	ı) 587(≈27,7дБ)	4 800	21,86
CsCl	0,185÷2,96 мкм (≈4 октави	ı) 229 240(≈53,6дБ)	32 700	0,58
	4,75÷38мкм (≈3 октави	ı) 949(≈29,7дБ)	4 700	13,94

енергії імпульсу) стисненого імпульсу  $\Delta$  (фс). Аналізуючи дані цієї таблиці, можна зробити такі висновки. По-перше, за допомогою таких поширених і відносно недорогих матеріалів можна стискати імпульси в оптичному і інфрачервоному діапазонах, водночас збільшуючи їх пікову потужність на 30 – 60 дБ на 1 метрі кристала. По-друге, в окремих експериментах тривалість головної «пелюстки» стисненого імпульсу, яка розрахована як інтервал між сусідніми нулями, що обмежують цю «пелюстку», була менше 1 фс. Це вказує на те, що такими відносно простими засобами можна ефективно генерувати субфемтосекундні імпульси. По-третє, має місце загальна тенденція збільшення коефіцієнта підсилення за потужністю зі збільшенням ширини смуги, яку займає стискуваний імпульс. У цій закономірності, однак, можуть бути винятки. Наприклад, імпульс з шириною спектра в 1 октаву (діапазон 8,5÷17 мкм) в кристалі арсеніду галію отримав більше посилення, ніж імпульс в 2 октави (діапазон 7÷28 мкм) в кристалі телуриду цинку. Тут важливим фактором є не тільки нелінійність функції  $n(\lambda)$ , але й абсолютні значення n - 1для арсеніду галію останні виявляються дещо більшими, ніж у телуриду цинку, що приводить до збільшення оптичної довжини шляху, який проходить

імпульс, і, як наслідок, до збільшення часу його взаємодії з диспергуючим середовищем.

Наведені вище дані (рис. 3.55 – 3.59 та табл. 3.3), незважаючи на те, що були отримані для безмежних середовищ, мають як теоретичну, так і практичну цінність. Перші обчислювальні експерименти, в рамках яких було виконано моделювання (спільно з Богуславською А.О.) компресії імпульсів у дисперсних діелектричних шарах скінченної товщини, показали, що в окремих випадках закони модуляції вхідних сигналів для таких шарів близькі до тих, що розраховані для безмежного середовища. Тому отримані тут результати в подальшому можуть бути використані для оцінок характеристик компресії хвильових пучків у реальних кристалах скінченної товщини.

Підбиваючи попередній підсумок, можна зазначити таке. Метод ОХФ ідеально пристосований для дослідження компресії ЕМІ в середовищах з дисперсією діелектричної проникності. У цьому підрозділі за його допомогою вперше була точно промодельована компресія оптичних та інфрачервоних імпульсів у декількох широко використовуваних оптичних кристалах з дисперсією є. Водночас вдалося уникнути багатьох спрощуючих припущень, які зазвичай використовуються в рамках другого наближення теорії дисперсії [130<sup>-</sup>]. Наслідком цього стало точне визначення законів частотної і амплітудної модуляції стискуваних імпульсів, ширина спектра яких становила від 1 до 4 октав.

Результати, аналогічні до наведених у цьому підрозділі, але для кристала полістиролу, представлені в [34].

3.10 Перспективні напрямки подальших досліджень

Аналіз результатів, поданих у цьому розділі, показує, що метод ОХФ виключно простий, ефективний при комп'ютерній реалізації і гарантує точність результатів моделювання трансформацій імпульсів у досить складних електродинамічних об'єктах. Може викликати певне здивування той факт, що він до цього часу не був адаптований для застосувань, що використовують пасивну компресію імпульсів. Цьому можна знайти раціональне пояснення. Для ефективного використання методу ОХФ необхідне поєднання трьох чинників. По-перше, потрібна сама ідея обернення динамічної картини поля у часі. Подруге, потрібні алгоритми швидкого перетворення Фур'є (без них отримання більшості результатів цього розділу було б практично нездійсненною задачею). По-третє, необхідна наявність в арсеналі дослідників обчислювальних машин з об'ємом оперативної пам'яті в кілька гігабайтів (характерні об'єми, які використовувалися в обчислювальних експериментах, описаних в цьому розділі). Перші дві умови були виконані приблизно в 1960-ті роки. Остання – на початку 2010-х років. Така хронологія дозволяє сподіватися, що метод ОХФ пребуває тільки на початку свого становлення, і в подальшому можна очікувати появи безлічі нових теоретично і практично цінних фізичних результатів, отриманих за допомогою цього методу. У цьому підрозділі стисло позначені основні напрямки подальших досліджень і застосувань методу ОХФ, реалізація яких, на думку автора, може привести найближчим часом до істотного прогресу в області пасивної компресії ЕМІ і появи нових пристроїв з унікальними характеристиками.

Узагальнення на випадок нелінійних середовищ. Потенційно важливе узагальнення методу ОХФ, яке, в разі його успішної реалізації, обіцяє перспективу застосування в радіофізичних системах, що використовують пасивну компресію, не тільки дисперсійних, але і нелінійних ефектів. Важко передбачити заздалегідь, наскільки трудомістким виявиться це узагальнення. З
одного боку, поява в рівняннях Максвелла нелінійного показника заломлення, який в найпростішому випадку має вигляд (див., наприклад, [348])

$$n(\omega) = n_0(\omega) + n_2(\omega) \left| \vec{E} \right|^2, \qquad (3.61)$$

принципово ніяк не позначається на загальному алгоритмі методу ОХФ – ускладнюється лише розв'язання задачі поширення. І результат цілком передбачуваний: форма вхідного сигналу залежатиме не тільки від параметрів середовища і форми цільового імпульсу, але і від амплітуди (максимального значення) останнього. З іншого боку, нелінійності складніші ніж (3.61) можуть призводити до диференціальних рівнянь, що містять непарні похідні за часом, для яких заміна змінної  $t \rightarrow -t$  не приводить до обернення фазових фронтів електромагнітної хвилі. У будь-якому випадку можна стверджувати, що пошук такого узагальнення є актуальною задачею.

Просторово-часове фокусування. Компресію імпульсу іноді трактують як фокусування у часі ([130], стор. 39), підкреслюючи тим самим деяку схожість цих двох фізичних процесів. Нескладно уявити собі пристрій, що поєднує одночасно фокусування як у

часі. так i y просторі. Двовимірну модель такого пристрою схематично показано на рис. 3.60. Нитка 3i струмом (в ідеалі нескінченно тонка) розташована В одному 3 фокусів  $F_1$ замкнутого



Рисунок 3.60 – Двовимірна модель пристрою просторово-часової компресії

еліптичного дзеркала і слугує джерелом імпульсної циліндричної хвилі. Через основну властивість еліпса довжина оптичного шляху від одного фокуса до іншого не залежить від напрямку поширення, і, отже, у фокус  $F_2$  випромінений

імпульс надійде у вигляді збіжної хвилі, яка в безпосередньому околі  $F_2$  знову набуде форми циліндричної хвилі. Якщо еліптичну порожнину заповнити діелектриком з дисперсією є, то можна так підібрати закони модуляції імпульсу стороннього струму (див. підрозділ 3.5), щоб у точку  $F_2$  прийшов вже стиснений імпульс. У цьому випадку вся випроменена ниткою енергія буде сконцентрована (сфокусована) протягом малого проміжку часу в малому околі точки  $F_2$ . Можна очікувати, що в разі успішної реалізації такий пристрій матиме унікальні характеристики і може бути використаний, наприклад, у прискорювальній техніці.

Частково Посилення хвилевідної дисперсії. ШЯ можливість вже розглядалася в підрозділі 3.8. Гофрування стінок хвилеводу канавками або металевими виступами (що, по суті, одне і те саме, тому що ця термінологія залежить лише від співвідношень між геометричними параметрами, див. рис. 3.43) може приводити до посилення ефекту дисперсії і, як наслідок, до поліпшення характеристик компресії. Такі спроби посилення дисперсії робилися, зокрема, за допомогою гвинтового гофрування хвилевідних стінок [50-58], проте всі вони ґрунтувалися на кінематичному наближенні і були орієнтовані на стиснення вузькосмугових імпульсів. Більший інтерес становить стиснення в подібних дисперсійних елементах широкосмугових імпульсів з шириною спектра більше 1 октави. Метод ОХФ зіграє ключову роль у моделюванні таких хвильових процесів.

Акцентуємо тут увагу на інший можливості, а саме на посиленні дисперсії хвилевідної лінії передачі дисперсією діелектричної проникності. Якщо, наприклад, порожнистий металевий хвилевід заповнити діелектриком, у якого в робочій смузі частот  $d^2n/d\lambda^2 < 0$ , то низькочастотні складові імпульсу, що поширюється в такому хвилеводі, набудуть більшого сповільнення, ніж високочастотні, і він буде більшою мірою відчувати вплив дисперсії групової швидкості, ніж імпульс в суто порожнистому хвилеводі. У разі успішної реалізації такого посилення дисперсії порожнистих хвилеводів можна

очікувати радикального зменшення довжини хвилевідних ліній, які можна покласти в основу пасивних компресорів ЕМІ, і, ймовірно, знайти таке сполучення їх геометричних і електричних параметрів, в якому вхідні сигнали матимуть закони модуляції за амплітудою і частотою, наближені до лінійних. Остання властивість важлива з практичної точки зору, тому що техніка генерації лінійно-модульованих сигналів розвинена найкраще.

Ще більшого виграшу в компресійних характеристиках (коефіцієнти стиснення, підсилення потужності та ін.) можна очікувати в оптичному та інфрачервоному діапазонах. Дані, які наведені в підрозділі 3.9, показують, що, використовуючи тільки дисперсію діелектричної проникності, можна досягти підсилення за піковою потужністю на 30-60 дБ на одному метрі оптичного кристала. Виготовивши діелектричний хвилевід з таких матеріалів, можна домогтися (див. підрозділ 3.4) ще більшого посилення, за умови, що  $d^2n/d\lambda^2 > 0$  – тобто діелектрик, як і хвилевід, повинен мати нормальну дисперсією групової швидкості. Поперечний розмір діелектричного хвилеводу в цьому випадку становитиме частки мікрона (тобто мова йде про тонку плівку), і він повинен розташовуватися на підкладці з проникністю меншою, ніж проникність хвилевідного шару. Додавання двох призматичних відгалужувачів [301] перетворює відрізок такого діелектричного хвилеводу на функціональний дисперсійний елемент пасивного компресора. Для нього також є можливість оптимізації з метою отримання вхідних сигналів із законами модуляції, близькими до лінійних. Беручи до уваги результати підрозділів 3.4 і 3.9, можна спрогнозувати можливість стиснення в такому дисперсійному елементі імпульсу з коефіцієнтом підсилення за піковою потужністю, що значно перевищує 60 дБ на довжині діелектричного хвилеводу (плівка RbI, наприклад), що дорівнює 1 м.

Компресія в системі двох дифракційних траток. Така система (рис. 3.61 (а)) стала вже класичною при стисканні оптичних імпульсів [130, 341, 342, 348–350]. Різні частотні складові імпульсу, що падає (під деяким кутом  $\alpha$ ) на одну з ґраток, мають різні кути дифракції і після відбиття від другої ґратки

відновлюють початковий напрям поширення, але вже з різною часовою затримкою, що приводить до дисперсії групової швидкості. Характер цієї дисперсії аномальний – високочастотні складові проходять через таку конструкцію швидше, ніж низькочастотні [348]. Моделювання подібних компресорів будується на кінематичних формулах, що неминуче призводить до появи неконтрольованих похибок навіть за умови, що задачу дифракції хвилі на одиночній ґратці розв'язано точно. (Останнє вимагає окремої перевірки, оскільки ґратки мають скінченний розмір, і, строго кажучи, необхідно ретельне врахування крайових ефектів.) Метод ОХФ у таких задачах може значно поліпшити характеристики компресорів.



Рисунок 3.61 – Схема компресії в системі двох однакових паралельних дифракційних ґраток (а) і в системі двох планарних антен дифракційного випромінювання (б)

Ще одна серйозна проблема, яка виникає у випадку використання схеми компресії, зображеної на рис. 3.61 (а), полягає в поперечному зміщенні частотних компонент вихідного імпульсу один щодо одного [130]. Це зміщення тим сильніше, чим більша відмінність довжин пройдених різними частотними складовими відстаней (тобто тим більше, чим більша дисперсія), і значно ускладнює роботу зі стисненим імпульсом. Для вирішення цієї проблеми зазвичай використовують дзеркало M, що розташоване нормально щодо хвилі, яка пройшла. Дзеркало відбиває її назад, і імпульс, після повторного

проходження через систему двох ґраток, повертається в напрямку свого джерела вже без поперечного зсуву частотних компонент. З одного боку, така схема компресії має свої переваги – в ній двічі використовується прохід через дисперсійний елемент. З іншого боку, потрібно вирішити нову проблему – проблему комутації режимів надходження в компресор вхідного імпульсу і випускання з нього стисненого. Ця проблема, звичайно, має своє технічне рішення, але воно, певною мірою, ускладнює всю конструкцію.

Потенційно існує більш елегантна схема стиснення, яка також базується на двох однакових паралельно розташованих дифракційних ґратках. Ця схема представлена на рис. 3.61 (б) і передбачає стиснення НВЧ імпульсів. Два однакових планарних діелектричних хвилеводи розташовані поблизу однакових ґраток і, по суті, утворюють дифракційних пару ідентичних антен дифракційного випромінювання. Первинна хвиля діелектричного хвилеводу, взаємодіючи з граткою, трансформується в об'ємну і випромінюється в навколишній простір. Кут випромінювання залежить від частоти i геометричних параметрів ґратки. (Більш детально познайомитися 3 функціонуванням подібних антен дифракційного випромінювання можна в роботах [351–354].) Друга пара «діелектричний хвилевід – дифракційна гратка» працює як приймальна антена, яка спрямовує прийняті частотні складові уздовж другого діелектричного хвилеводу. Виникнення дисперсії в такій системі, як і для ґраток на рис. 3.61 (а), зумовлене різною довжиною шляху, який проходять різні частотні складові, проте в такій конструкції, вочевидь, немає згаданого вище поперечного зміщення частотних складових стисненого імпульсу.

Конструювання пасивного компресора за такою схемою є складною науковою та інженерною задачею. Метод ОХФ тут незамінний, але і він повинен бути задіяний лише на фінальній стадії моделювання всього пристрою. Йому має передувати великий обсяг робіт з оптимізації геометрії одиночної антени (приклад такої серйозної оптимізації, але з іншими цілями, можна знайти в роботі [355]) з метою зменшення бічних пелюсток її діаграми спрямованості на всіх частотах робочого діапазону для максимально широкого діапазоні кутів, під якими відбувається випромінювання по головній пелюстці. Водночас антена також повинна мати мінімальні втрати, а напрямок головної пелюстки має змінюватися монотонно зі зміною частоти. Урахування всіх цих факторів вимагає значних зусиль, але його можна реалізувати – перші обнадійливі результати чисельного моделювання антени дифракційного



Рисунок 3.62 – Двовимірна модель прототипу антени дифракційного випромінювання (а), яка може бути використана в системі пасивної компресії за схемою рис. 3.61 (б), і її діаграма направленості (б) як функція кута φ і частоти k. (в), (г) і (д) – діаграми направленості антени на частотах 2,5, 3 і 3,5. Ширина хвилеводу W = 1, проникність діелектрика  $\varepsilon = 2,4$ , період гратки d = 1,6, ширина канавки  $d_1 = 0,8$ , глибина h = 0,8. Число канавок – 25

випромінювання, яка (після описаної вище оптимізації) може бути використана в такій системі компресії, наведені на рис. 3.62.

збуджується  $TE_1$ -хвилею Антена плоскопаралельного хвилеводу шириною W = 1, заповненого діелектриком з  $\varepsilon = 2,4$  (фторопласт). Критичні частоти такого хвилеводу  $\tilde{k_1} \approx 2,028$ ,  $\tilde{k_2} \approx 4,056$ . Видно, що в діапазоні частот від 2,4 до 3,3 діаграма направленості мованості антени має яскраво виражену головну пелюстку, напрямок якої змінюється від приблизно 111° до 79°. (Імпульс, який використовувався для побудови діаграми направленості, задавався ф. (3.31); більш детальний опис техніки моделювання подібних структур можна знайти в [259, 356].) З ростом частоти кут ф, під яким відбувається випромінювання уздовж головної пелюстки, зменшується, що в системі з двох таких антен (рис. 3.61 (б)) призведе до аномальної дисперсії групової швидкості. Узагальнення схеми компресії, показаної на рис. 3.61 (б), на випадок стиснення оптичних та інфрачервоних імпульсів також можливе, але ще більш трудомістке. Металеві елементи конструкції призводять до великих втрат на таких частотах і мають бути по можливості виключені з дисперсійного пристрою. Розумна альтернатива для них – діелектричні неоднорідності в ближньому полі діелектричного хвилеводу, наприклад, у вигляді циліндричних брусків. З практичної точки зору, працювати з ґратками з таких брусків зручно, коли їх поперечні розміри набагато перевищують характерні довжини хвиль робочого діапазону. У цьому випадку кожен такий брусок являє собою відкритий надрозмірний резонатор, в якому за певних комбінацій електричних і геометричних параметрів можуть збуджуватися високодобротні моди шепочучої галереї. Ці моди ефективно відбирають з хвилеводу енергію і випромінюють її у відкритий простір [356]. Відносно густий спектр коливань такого резонатора дозволяє сподіватися синтезувати смугові характеристики антени дифракційного випромінювання за допомогою резонаторів (брусків). Характеристики найпростіших невеликого числа одиночних резонаторів (з формою поперечного перерізу у вигляді кола, еліпса

та усіченого кола) в ближньому полі діелектричного хвилеводу були вивчені в [3].

*Електромагнітний снаряд*. Під цим терміном у літературі мають на увазі імпульс, енергія якого після випромінювання у вільний простір



Рисунок 3.63 – Еліптичне дзеркало, що фокусує випромінювання з фокуса *F*<sub>1</sub> у фокус *F*<sub>2</sub>

упродовж певної відстані від випромінювача загасає повільніше, ніж обернений квадрат пройденої відстані (див. роботи [358–361] і посилання на літературу в них). Така ситуація можлива у випадку, коли випромінювання антени фокусується в деякій віддаленій, але скінченній точці простору. Наприклад, за еліптичного дзеркала (рис. 3.63) сфокусувати допомогою можна випромінювання точкового джерела, розташованого в одному з його фокусів  $(F_1)$ , в інший фокус  $(F_2)$ . Теоретично фокус  $F_2$  може бути розташований як завгодно далеко від поверхні дзеркала, і відбита від нього хвиля, проходячи відстань до цього фокуса, загасає повільніше (а в окремих випадках посилюючись), ніж в просторі на відстанях, що значно перевищують велику вісь еліптичного дзеркала. На практиці виготовити точний профіль дзеркала з великою фокусною відстанню неможливо – дуже чутливим стає положення фокусів до неточностей цього профілю. Тому основну увагу дослідників тут зосереджено на заданні такого розподілу сторонніх струмів на апертурі антени, за якого імпульс, що випромінюється ними, фокусувався б (стискався в поперечному перерізі) на заданій відстані від антени.

Дослідження електромагнітного снаряда носять більше теоретичний характер, і отримані результати поки не дозволяють говорити про будь-які серйозні практичні застосування такого об'єкта. Метод ОХФ може радикально змінити цю ситуацію. Для цього необхідно узагальнити поняття фокусування на випадок імпульсів, що стискаються внаслідок дисперсії групової швидкості. (Таке узагальнення, як згадувалося вище, використовується в літературі [130].) Очевидно, що такий імпульс на етапі стискання загасає повільніше, ніж обернений квадрат відстані до антени, і він також може розглядатися як електромагнітний снаряд.

Менш очевидним є те, що для стискання поширюваного імпульсу можна використовувати атмосферне повітря. Перші чисельні експерименти, які були проведені автором, свідчать про те, що така компресія на атмосферній хвильовій трасі здійсненна. Нижче коротко викладено основні результати цих чисельних експериментів.

Залежність показника заломлення повітря від довжини хвилі (у вільному просторі) має такий вигляд [343, 362]:

$$n(\lambda) = 1,0000806051 + \frac{2,4800990 \cdot 10^{-2}}{132,274 - \lambda^{-2}} + \frac{1,74557 \cdot 10^{-4}}{39,32957 - \lambda^{-2}}$$
(3.62)

(спектральний діапазон 0,185 ≤ λ ≤ 1,7 мкм). Після приведення правої частини (3.62) до вигляду (3.44) отримаємо

$$n(\lambda) = 1,0000806051 + \frac{1,874971 \cdot 10^{-4} \lambda^2}{\lambda^2 - 8,694863 \cdot 10^{-2}} + \frac{4,438314 \cdot 10^{-6} \lambda^2}{\lambda^2 - 0,1594558}.$$
 (3.63)

Графік цієї залежності показаний на рис. 3.64 (а). У зазначеному діапазоні  $n(\lambda)$  змінюється монотонно, але слабо: відмінності в крайніх точках діапазону в шостому десятковому знаку. Проте відстань L, яку проходить імпульс у повітряному середовищі (виміряну в мікрометрах), можна обрати досить великою для того, щоб після її проходження в імпульсі стався помітний просторовий і часовий зсув його частотних складових. (Див. (3.42), де в показнику експоненти стоїть добуток nL.) Це твердження ілюструє рис. 3.64. Імпульс, який задано часовою залежністю

$$u_1^{obj}(t) = g_{sincos}(t; 4, 1, 0, 100, 50, 0, 19, 0, 76)$$
(3.64)

 $ilde{u}^{\scriptscriptstyle obj}(\lambda)$  $n(\lambda)$ 1,0 1,00033 1,00031 0,5 1,00029 1,00027 0,0 T 0,5 1,1 0,2 0,8 1,4 1,7 λ, мкм (a) 60 r 100 200 300 *t*, фс  $u^{obj}(t)$ 49,604 30 0 -100 25 50 75 100*t*, мкм (б) k(t)A(t)1 2 t, пс 0 40 3,803 4,030 2,0 20 10 0,0 300 400 500 700 *t*, мкм 200 600

Рисунок 3.64 – Дисперсійне розпливання цільового імпульсу, що поширюється в повітрі. (а) – залежність показника заломлення повітря від λ і спектр цільового імпульсу (3.64). (б) – часовий профіль цільового імпульсу. (в) – обвідна і закон частотної модуляції імпульсу після проходження відстані 1 м. Часова затримка *t* = 1 м (3,3356 нс), нижня шкала на рис. (в) охоплює діапазон 0,5 мм

(B)

(рис. 3.64 (б)), з шириною спектральної смуги (рис. 3.64 (а)) в 2 октави після проходження в повітрі (за нормальних умов) відстані 1 м розпливається в імпульс, закони модуляції якого показані на рис. 3.64 (в). Його пікове значення зменшилося більш ніж в 10 разів, а тривалість збільшилася більш ніж в 3 рази. Ці дані наочно показують, наскільки великим може бути вплив навіть такої порівняно малої дисперсії у випадку досить тривалої взаємодії імпульсу з середовищем.

Обернення у часі імпульсу на рис. 3.64 (в) і проходження 1 м у повітрі приведе до його стиснення в імпульс із заданим часовим профілем (3.64). Коефіцієнт підсилення за піковою потужністю за таких умов складе  $\tilde{G} = (49,604/3,803)^2 \approx 170,13 \approx 22,3$  дБ. Ця величина сама по собі не є великою, але збільшуючи L до значень, з якими, як правило, мають справу в радіолокації, можна домогтися більшого підсилення імпульсної потужності. На рис. 3.65 показано закони модуляції, розраховані методом ОХФ, для імпульсу (3.64) для відстаней L = 0,1, 1 і 10 км. Відповідні коефіцієнти підсилення за піковою потужністю  $\tilde{G}$  для цих випадків дорівнюють приблизно 43, 53 і 63 дБ. (Оцінки  $\tilde{G}$  для відстані 100 км дають величину 73 дБ.)

Ці цифри, звісно, мають оціночний характер – вони отримані для нормальних умов (сухе повітря, температура 15 °C, тиск 1 атм., концентрація  $CO_2$  450 млн<sup>-1</sup>) і в припущенні, що хвильова траса однорідна. Як правило, на практиці атмосферу не можна вважати однорідною, особливо на великих відстанях. Крім цього, показник заломлення повітря залежить від температури, концентрації водяного пару, вуглекислого газу, метану та ін. Проте ретельне врахування всіх цих факторів (одна з перших спроб врахування впливу неоднорідностей хвильової траси при стисканні імпульсу була виконана в роботі [363]) може наблизити реальні коефіцієнти підсилення до отриманих вище оцінок.

Комбінуючи методи компресії оптичних і інфрачервоних імпульсів у кристалах з дисперсією показника заломлення і в атмосферній трасі, можна,

264



Рисунок 3.65 – Закони амплітудної і частотної модуляції для імпульсів, що стискаються в повітрі. Довжина хвильової траси *L* дорівнює 100 м (а), 1 км (б) і 10 км (в). Цільовий імпульс заданий формулою (3.64)

напевно, досягти значно більших значень коефіцієнтів підсилення за потужністю. Наприклад, попереднє стиснення імпульсу в кристалі йодиду рубідію (60 дБ на довжині 1 м) з подальшою компресією в повітрі (приблизно50 дБ на довжині 1 км) дає оцінку сумарного коефіцієнта підсилення 110 дБ. Розходження випромінювання антенної системи може дещо зменшити величину. Використання посилення дисперсії  $\epsilon(\omega)$ дисперсією цю діелектричної хвилеводу (див. вище) може привести до її збільшення. Такі оцінки дають можливість сподіватися на те, що найближчим часом поняття «електромагнітний снаряд» буде переведено з площини суто теоретичних досліджень у площину практичних застосувань.

Підбиваючи попередній підсумок, можна зазначити таке. Вище були коротко означені деякі найбільш цікаві (на думку автора) напрямки подальших досліджень, де метод ОХФ відіграватиме ключову роль і де можна очікувати появи нових цікавих фізичних результатів і пристроїв з унікальними електродинамічними характеристиками. Перелік цих напрямків далеко не повний (наприклад, тут не згадується така важлива область досліджень, як стиснення імпульсів у плазмі), але він вже дозволяє зробити висновок про виняткову цінність методу ОХФ для подальших досліджень пасивної компресії ЕМІ.

### 3.11 Висновки до розділу 3

У цьому розділі узагальнено результати робіт, в яких метод ОХФ адаптовано для задач строгого моделювання пасивного стиснення ЕМІ у хвилевідних трактах з дисперсією групової швидкості. У рамках цього напрямку досліджень:

265

- Метод ОХФ узагальнено на випадок дисперсійних елементів із втратами різної природи: дифракційними, радіаційними, омічними, а також опором випромінювання.
- Розроблено узагальнення методу ОХФ, яке дозволяє визначати часовий профіль ЕМІ на вході випромінювача з довільною геометрією за заданим профілем цього імпульсу в довільній точці простору.
- На прикладі порожнистих металевих хвилеводів показано непридатність відомого кінематичного наближення для визначення законів модуляції імпульсу, що стискається. Також встановлено придатність таких хвилеводів для стискання імпульсів з шириною спектральної смуги до двох октав.
- 4. Уперше методом ОХФ промодельовано пасивне стиснення ЕМІ у хвилевідній секції, що містить відрізок жолобкового хвилеводу. Показано, що у міліметровому діапазоні такі секції, внаслідок менших втрат, більш привабливі для компресії імпульсів, ніж прямокутні хвилеводи такої самої довжини.
- 5. Уперше методом ОХФ промодельовано стиснення оптичних і інфрачервоних імпульсів у кристалах GaAs, ZnTe, LiF, RbI, CsCl з дисперсією діелектричної проникності. Доведено можливість стиснення ЕМІ у таких кристалах з шириною частотної смуги від однієї до чотирьох октав і збільшенням пікової потужності від 27 до 60 дБ на одному метрі оптичної траси.

Результати цього розділу опубліковані в роботах [3, 9, 10, 12, 13, 15, 16, 18–21, 24, 33, 34].

#### **РОЗДІЛ 4**

# МОДЕЛЬНИЙ СИНТЕЗ АКТИВНИХ КОМПРЕСОРІВ МІКРОХВИЛЬОВИХ ІМПУЛЬСІВ

#### 4.1 Вступ

У даному розділі розглядаються кілька типових задач синтезу активних компресорів НВЧ імпульсів: як одно- так і двоступеневих. При цьому оптимізація їх геометричних і електричних параметрів не проводиться. На цьому етапі досліджень важливо було розробити власне схему синтезу подібних пристроїв, тобто поставити теоретичні завдання, що виникають при створенні компресорів, і визначити можливі способи їх вирішення. Тут, як, мабуть, ніде ще, в повній мірі проявляються виняткові можливості методу точних поглинаючих умов (див. розділ 2), що дозволяє ефективно знаходити рішення задач дифракції хвиль у відкритих областях аналізу, що містять параметричні елементи. Натурний експеримент при цьому замінюється на експеримент чисельний, який, при правильній постановці, надає масив достовірних даних, що стосуються хвильових процесів, які протікають в досліджуваному прототипі компресора. Ці дані дозволяють ще на етапі матмоделювання відповісти на багато актуальних питань, що виникають при конструюванні активних компресорів, пропонувати нові конструкторські рішення, оптимізувати вже відомі. Такий підхід дозволяє істотно скоротити витрати на створення діючих прототипів і фізичний експеримент з ними. Останній, в кінцевому підсумку, і повинен підтвердити коректність виконаних робіт. У цій главі (так само як і в решті дисертаційній роботі) чисельний експеримент є основним джерелом нових знань про фізику компресії ЕМІ.

## 4.2 Модель одноступеневого компресора з накопиченням енергії у *TM*<sub>01n</sub> - коливанні циліндричного резонатора

Накопичувальний резонатор являє собою відрізок круглого хвилеводу, що обмежений з одного боку позамежною діафрагмою, а з іншого – центральним провідником круглого коаксіального хвилеводу (рис. 4.1 (а)). З боку позамежної діафрагми резонатор живиться *ТМ*<sub>01</sub>-хвилею круглого

виведення хвилеводу: накопиченої енергії здійснюється *ТЕМ* -хвилею коаксіального. Відвідний хвилевід закривається радіальним коливанням, збуджується вузькій ЩО y вісесиметричній щілини У центральному провіднику [1]. Передбачається, провідність що об'єму всередині щілини (на рис. 4.1 виділена червоним кольором) може змінюватися за заданим законом у часі  $\sigma = \sigma(t)$ , імітуючи тим самим, наприклад, електричний пробій газу.

Моделювання характеристик резонансних вузла (б) такого вузла почнемо з його декомпозиції на два резонансних елемента: власне накопичувальний резонатор і запірну щілину в хвилеводі (рис. 4.1 (б)). Подальше акуратне стикування цих елементів шляхом підбору відстані  $c_4$  між ними дозволить виконати точну настройку всього складеного резонатора на робочу частоту.

Конкретизуємо геометричні розміри задачі (рис. 4.1 (б)). Нехай  $a_1 = 1,2$ (критичні частоти підвідного хвилеводу  $\tilde{k_1} \approx 2,004$  і  $\tilde{k_2} \approx 4,600$ ),  $a_2 = 1,56$ 



Рисунок 4.1 – Геометрія накопичувального резонатора (а) і її декомпозиція на два складових резонансних вузла (б)

(критичні частоти резонаторного відрізка хвилеводу  $\tilde{k}_1 \approx 1,542$  і  $\tilde{k}_2 \approx 3,539$ ) і b = 0,9 (критичні частоти відвідного хвилеводу  $\tilde{k}_0 = 0$ ,  $\tilde{k}_1 \approx 4,742$ ). Крім цього a = 0,5, c = 0,06,  $c_1 = 0,5$ ,  $c_2 = 6,0$ ,  $c_3 = 0,8$ ,  $c_5 = 2,0$ . Обмежимося розглядом діапазону частот 2,3 < k < 4,5, – в ньому, в рамках припущення про осьову симетрію задачі, підвідний і відвідний хвилеводи підтримують поширення тільки однієї моди.

Дослідимо спочатку властивості накопичувального резонатора без перемикача (лівий фрагмент на рис. 4.1 (б)). Закриємо відвідний хвилевід ідеально провідної металевої стінкою, що співпадає з границею  $L_2$ , – при зборці складеного резонатора в цьому перерізі буде вузол стоячої хвилі. Збудження його імпульсом (задача (2.59), кроки дискретизації  $h_s = 2h_t = 0,01$ )

$$u_1^{inc}(t) = f_{sincos}(t; 4, 0, 0, 60, 30, 3, 4, 1, 1)$$
(4.1)

(див. (2.131)) і фіксація поля  $H_{\phi}(g,t)$  в деякій точці спостереження gвсередині резонатора приводить до частотної залежності  $|\tilde{H}_{\phi}(g,k)|$ , в якій спостерігається серія резонансних максимумів (рис. 4.2). Кожен максимум відповідає певному власному  $TM_{0mn}$ -коливанню поля резонатора. Виберемо в якості робочого коливання, резонансний максимум якого на рис. 4.2 позначено стрілкою. Це коливання з однією варіацією поля по координаті  $\rho$ (m=1),структура його стоячої хвилі приведена там же. Резонансна частота  $\overline{k} \approx 2,728$ .

Наступний крок пов'язаний з організацією каналу виведення енергії з накопичувача (фрагмент, обмежений на рис. 4.1 (б) границями  $L_3$  і  $L_4$ ). Головна вимога тут – конструкція замка після приєднання його до відкритого порту  $L_2$  не повинна істотно змінювати електродинамічні характеристики накопичувача на частоті  $\overline{k}$ . Резонатори щілинного типу легко налаштовуються на потрібну робочу частоту підбором глибини щілини, а зміною ширини



Рисунок 4.2 – Амплітудний спектр поля  $H_{\phi}(g,t)$  в точці спостереження g, нормований на своє максимальне значення, і просторовий розподіл значень

 $H_{\phi}$ -компоненти поля, що вільно коливається (t = 450), який відповідає

резонансній частоті k = 2,728 (позначена стрілкою)

щілини – і на необхідний для здійснення пробою, темп зростання  $E_z$ компоненти поля. [1]. Однак в рамках побудованої комп'ютерної моделі (розділ 2) варіація всіх геометричних розмірів хвилевідного вузла можлива тільки з кроком, кратним кроку дискретизації  $h_s$  задачі, що може в деякій мірі ускладнити прецизійне налаштування запірної щілини на потрібну частоту. (Слід підкреслити, що це обмеження не є властивістю власне методу FDTD, а лише його конкретної реалізації. Сучасні модифікації методу FDTD дозволяють точно вписувати в регулярні різницеві сітки навіть криволінійні границі розсіювачів – т.зв. local subcell models [227], – що, однак, призводить до значного ускладнення комп'ютерного коду.) Проте, така настройка може бути виконана і при використанні регулярної різницевої сітки із ступінчастою апроксимацією границь. Для цього достатньо припустити, що об'єм всередині щілини заповнено деяким віртуальним діелектриком з  $\varepsilon > 1$ . При невеликих значеннях  $\varepsilon$  цей діелектрик практично ніяк не позначається на фізиці хвильових процесів, що досліджуються, і дозволяє виконати точну настройку щілини (резонатора) на потрібну частоту за допомогою порівняно простих обчислювальних програм.

Рисунок 4.3 демонструє результат такої точної настройки: тут наведено модуль і фазу коефіцієнта відбиття *ТЕМ*-хвилі від щілини шириною 0,06 і глибиною 0,44, яка заповнена віртуальним діелектриком з  $\varepsilon = 1,055$ . На частоті  $\varepsilon = 1,055$  модуль коефіцієнта відбиття не гірше 0,996.



Рисунок 4.3 – Модуль (а) і фаза (б) коефіцієнта відбиття *ТЕМ* -хвилі на віртуальній границі  $L_3$  замка в поблизу резонансної частоти накопичувача  $\overline{k} \approx 2,728$ . Довжина резонатора  $c_5 = 2,0$  (відстань між віртуальними границями  $L_3$  і  $L_4$ ). глибина щілини 0,44, ширина – 0,06, діелектричне заповнення

Наступний крок – узгодження накопичувального резонатора з щілинним замком в відвідному коаксіальному хвилеводі. Для цього необхідно, щоб  $|\tilde{E}_{\rho}(z \in \mathbf{L}_2, \bar{k})| = 0$ , – тобто на частоті  $\bar{k}$  відбита від замка хвиля в перерізі  $\mathbf{L}_2$ повинна складатися з хвилею, що падає, в протифазі і повністю компенсувати її. Або, що те ж саме, аргумент коефіцієнта відображення  $R_{00}(k)$  (розрахований для зручності по  $\rho$ -компоненті поля), який перераховано на границю  $\mathbf{L}_2$ , має дорівнювати  $\pm \pi$  [364]. Цій вимозі можна задовольнити, підбираючи параметр  $c_4$  (рис. 4.1 (б)). Для границі  $\mathbf{L}_3 R_{00}(\bar{k})|_{\mathbf{L}_3} \approx 0,9961 \exp(-i0,6731)$ . Тоді

$$c_{4} = \frac{\pm \pi - \arg R_{00} \left(\bar{k}\right) \Big|_{\mathbf{L}_{3}}}{2\bar{k}} = \left(\pm \pi + 0,6731\right) / 2 \cdot 2,728 \approx \begin{cases} +0,7\\ -0,45 \end{cases}.$$
(4.2)

Оберемо в (4.2) варіант з від'ємним  $c_4$  (віртуальна границя  $L_2$  розташовується за границею  $L_3$  при проходженні вздовж осі z). Зібраний резонатор компресора буде виглядати так, як це зображено на рис. 4.4 (а).

Результат збудження цієї структури довгим квазімонохроматичним  $TM_{01}$ імпульсом з амплітудою (2.23)  $u_1^{\rho}(z,t)\Big|_{z\in L_1} = f_{narrow}(t;1,0,5,1995,2000,0,5,\bar{k})$ , де функція  $f_{narrow}$  визначена формулою (2.151), представлено на рис. 4.4 (б)–(в). Поле в накопичувачі з закритим замком практично точно повторює поле коливання в накопичувачі з закритим каналом відводу енергії (див. рис. 4.2).  $E_{\rho}$ -компонента поля, як і вимагалося, обертається в нуль на віртуальній границі  $L_2$ , що співпадає з заглушеним кінцем коаксіального хвилеводу в резонаторінакопичувачі. Але характер поведінки функції  $H_{\phi}(g,t)$  в точці  $g = g_1$  не відповідає очікуваному: замість регулярного накопичення енергії, отримуємо биття, періодичність яких вказує на те, що робоча частота синтезованого компресора ненабагато, але відхилилася від розрахункової. Це сталося в силу наближеного характеру рівності (4.2), – значення  $c_4$  довелося округлити до найближчого кратного  $h_s$ .

Збудимо компресор  $TM_{01}$ -імпульсом з амплітудою  $u_1^{\rho}(z,t)\Big|_{z\in L_1} = f_{narrow}(t;1,0,5,595,600,0,5,\bar{k})$  і визначимо, по спектральним амплітудам  $H_{\phi}(g_1,t)$  компоненти поля, що вільно коливається (при t > 600, рис. 4.5), нове значення робочої частоти  $\bar{k} = 2,723$ . Модуль коефіцієнта відбиття  $R_{00}$  в цілинному резонаторі на цій частоті дорівнює 0,9952. Він нижче значення  $|R_{00}(\bar{k})| = 0,9961$ , що використовувалося при синтезі замку, але ще достатній для збудження високодобротного коливання. Оцінка його добротності за



Рисунок 4.4 – Геометрія (а) і електродинамічні характеристики (б), (в) накопичувального резонатора компресора при його збудженні довгим квазімонохроматичним *TM*<sub>01</sub>- імпульсом з центральною частотою *k* = 2,728:
(б) – просторовий розподіл значень компонент поля в момент часу *t* =1000; (в) – поведінка *H*<sub>φ</sub>-компоненти поля в точці *g* = *g*<sub>1</sub>



Рисунок 4.5 – До визначення спектральних характеристик відкритої системи «живильний хвилевід – вікно зв'язку – накопичувач – закритий замок в каналі скидання енергії». Подробиці в тексті

швидкістю загасання (див. п.2.8.5) поля, що вільно коливається, (рис. 4.5) дає величину  $Q \approx 7160$ . Це дозволяє вже провести моделювання роботи цього резонатора в «гарячому» режимі, тобто промоделювати як процес накопичення в ньому енергії, так і її скидання у відвідний хвилевід при перемиканні щілинного замка.

Для цього задамо питому провідність віртуального діелектрика, що заповнює запірну щілину в хвилеводі, наступною квазіступеневою функцією часу

$$\sigma(t) = \begin{cases} 0; & t \le 4000\\ 5,8 \cdot 10^5; & t > 4001. \end{cases}$$
(4.3)

В моменти часу 4000 < t < 4001 функція  $\sigma(t)$  лінійно зростає, – так імітується пробій в щілини при досягненні  $E_z$ - компонентою поля певного порогового значення (див. рис. 4.6 (а)). Цей пробій перетворює щілинний резонатор у відрізок коаксіального хвилеводу зі слабкою неоднорідністю і відкриває замок компресора (див. рис. 4.6 (в)). На рис. 4.7 наведено енергетичні характеристики первинного, відбитого від компресора і стиснутого імпульсів, – потоки вектора Пойнтінга через відповідні віртуальні границі. Первинний імпульс задано функцією

$$u_1^{inc}(t) = f_{narrow}(t; 1, 0, 5, 4195, 4200, 0, 5, \overline{k})$$
(4.4)

З графіків, наведених на рис. 4.6 (б) і 4.7 (б), видно, що в модельної ситуації, що аналізується, момент часу, коли замок повністю відкривається, можна змістити в область, більших t – ефективне накопичення енергії компресором триває до значень  $t \approx 6000 \div 8000$ . Спектральний склад і амплітуди сигналів (шуму), обумовлених пробоєм (поздовжня компонента струму наведеного в щілини,





Рисунок 4.6 – Динаміка зростання напруженості поля в замку (а – точка  $g_3$  розташована в нижній частині щілини) і в накопичувачі (б). Просторовий розподіл напруженості поля ( $H_{\phi}(g,t)$ -компонента) в момент часу t = 4001 (в) – замок накопичувача повністю відкритий. Первинний імпульс задано (4.4)



Рисунок 4.7 – Миттєва потужність – та, що підводиться,  $(-P^{inc}(t))$  і та, що випромінюється,  $(P^{refl}(t)$  і  $P^{compr}(t))$  через віртуальні границі компресора  $\mathbf{L}_1$  (живильний круглий хвилевід) і  $\mathbf{L}_4$  (коаксіальний вихід). Вставка на рис. (в) – збільшений фрагмент графіка  $P^{compr}(t)$  грає роль вторинного джерела поля), залежать від швидкості зміни  $\sigma(t)$  і порогового значення  $E_z(g_3,t)$ .

Ефективна тривалість вхідного сигналу дорівнює  $T^{inc} = 4000$ ( $0 < t \le 4000$ ), а сигналу, що отримано в результаті компресії, –  $T^{compr} = 21$ ( $4002 < t \le 4023$ ). Інтегруючи миттєві потужності – $P^{inc}(t)$  і  $P^{compr}(t)$  на відповідних часових інтервалах, отримуємо наступні значення для величин енергії, що запасені у вхідному і в стиснутому імпульсах:  $W^{inc} \approx 41,19$  і  $W^{compr} \approx 21,12$ . За цими даними розраховуємо основні характеристики синтезованого компресора: ступінь компресії –  $\beta = T^{inc}/T^{compr} \approx 190$ ; ККД –  $\gamma = W^{compr}/W^{inc} \approx 0,51$ ; коефіцієнт посилення потужності –  $G = \beta \cdot \gamma \approx 97$ .

В якості попереднього підсумку зазначимо наступне. Н- поляризовані хвилі в активних НВЧ компресорах використовуються досить рідко. У списку літератури, що наведено в кінці цієї дисертаційної роботи, з більш ніж п'ятдесяти робіт, присвячених активній компресії імпульсів, лише в одиничних використовується ця поляризація поля [95, 103, 205]. Причина – в меншій електричній міцності ТМ-хвиль в порівнянні з ТЕ-хвилями. Однак їх безперечною перевагою є можливість швидкого виведення з резонатора накопиченої енергії. У розглянутій вище чисельної моделі час цього виведення склав величину приблизно рівну часу подвійного пробігу хвилі вздовж резонатора (див. рис. 4.6 (в); відстань між віртуальними границями L<sub>1</sub> і L<sub>4</sub> дорівнює 9,8), що близька до своєї теоретичної межі, зумовленої скінченною швидкістю поширення хвилі в хвилеводі. З цієї причини, компресори, подібні до того, що розглянуто вище, становлять інтерес в першу чергу в тих радіоелектронних системах, в яких ключовим параметром є не стільки потужність вихідного імпульсу, скільки його тривалість. У наступних підрозділах буде розглянуто кілька моделей активних компресорів, в яких в якості робочої обрана Е-полярізація. Швидке виведення енергії в цьому випадку становить вже серйозну технічну проблему.

4.3 Модель одноступеневого компресора з накопиченням енергії у *TE*<sub>01n</sub>-коливанні прямокутного резонатора та активною ґраткою в якості перемикача

У цьому підрозділі розглянемо один з найпростіших варіантів активного компресора, виконаного 3 відрізка багатомодового прямокутного (плоскопаралельного) хвилеводу. Його геометрію показано на рис. 4.8. Резонансний об'єм має симетрію відносно площини y = 0 і обмежений з одного боку позамежною індуктивною діафрагмою, а з іншого – граткою з п'яти однакових трубок, заповнених плазмою газового розряду. Подібна активна гратка використовувалася в [117]. Відмінність випадку, що тут розглядається, від [117] – крім власне конструкції накопичувального резонатора – в тому, що тут перемикання компресора з режиму накопичення в режим скидання енергії відбувається при гасінні розряду, а не при його виникненні. Припускається, що цей процес протікає у всіх трубках однаково й одночасно. Це припущення – ідеалізація даної моделі, яка дозволить виявити основні закономірності процесу накопичення енергії в резонаторі.

У плані постановки обчислювального експерименту така конструкція простіше, ніж та, що розглянута в попередньому підрозділі, тому що вона не



Рисунок 4.8 – Геометрія компресора на відрізку прямокутного хвилеводу:  $a_1 = 1,28, a_2 = 3,0, d_1 = 3,0, d_2 = 10,0, d_3 = 3,0, d_4 = 0,06, l = 0,6, h = 0,4$ 

вимагає декомпозиції на два окремих вузла (накопичувач і перемикач), а може бути промодельована безпосередньо, як є.

Проведемо таке моделювання. У смузі частот 3,2 < k < 4,1 прямокутні регулярні хвилеводи (рис. 4.8) підтримують поширення однієї (лівий живильний хвилевід) і трьох (правий, відвідний хвилевід)  $TE_{0n}$ -хвиль. Ґратка з п'яти трубок (матеріал стінок – кварц с  $\varepsilon = 3,8$ , товщина стінок 0,02), що заповнені плазмою ( $\varepsilon = 1$  і  $\sigma = 5,7 \cdot 10^4$ ), практично повністю відбиває  $TE_{01}$ -хвилю, що падає на неї (при такому виборі координатних осей ця хвиля буде основною для прямокутного хвилеводу [271]) з модулем коефіцієнта відбиття (див. (2.153)) близьким до 1, і практично прозора для цієї хвилі при відсутності плазми (рис. 4.9). Замикання об'єму хвилеводу такою ґраткою приводить до утворення резонансного об'єму, який можна використовувати для накопичення енергії.

На рис. 4.10 представлено результат чисельного моделювання збудження такого резонансного об'єму (ширина щілини зв'язку a = 0,4) імпульсною  $TE_{01}$ -хвилею

$$u_1^{inc}(t) = f_{sincos}(t; 4, 0, 0, 100, 50, 3, 65, 0, 5).$$
(4.5)

У робочій смузі частот (3, 2 < k < 4, 1) спектральна амплітуда  $|\tilde{E}_x(g_1, k)|$  поля в заданій точці спостереження  $g_1$  має сім яскраво виражених резонансних максимумів (рис. 4.10 (б)). Кожен з них відповідає власному коливанню резонатора. Збуджуючи його вузькосмуговими імпульсами з центральною частотою, що дорівнює частоті кожного максимуму, можна встановити структуру «плям» стоячої хвилі кожного коливання (рис. 4.10 (в)) і, як наслідок, його тип. Піку під номером 6 на рис. 4.10 (б) відповідає  $TE_{0,1,12}$ -коливання з добротністю (див. п. 2.8.5)  $Q \approx 6600$ . Цієї величини достатньо для побудови моделі компресора.



Рисунок 4.9 – Електродинамічні характеристики замка в режимі накопичення (a) і в режимі скидання енергії (б)



Рисунок 4.10 – Спектральні характеристики накопичувального резонатора: (а) – просторовий розподіл значень  $E_x(g,t)$ , t = 902 при збудженні його імпульсною  $TE_{01}$ -хвилею (4.5); (б) – спектральні амплітуди поля в точці  $g = g_1$ ; (в) – розподіл компоненти  $E_x(g,t)$  поля, що вільно коливається, на частотах, які відповідають 5-му, 6-му і 7-му резонансним пікам

На рис. 4.11 для чотирьох значень *a* представлені амплітуди (2.15) первинної і розсіяних хвиль, а також поле  $E_x(g_2,t)$  в точці  $g_2$ , що розташована в пучності стоячої хвилі (див. рис. 4.10 (в)) при збудженні резонатора довгим квазімонохроматичним сигналом



Рисунок 4.11 – Збудження компресора довгим квазімонохроматичним  $TE_{01}$ імпульсом (4.6): (a) – a = 0,4,  $\bar{k} = 3,953$ ; (б) –a = 0,36,  $\bar{k} = 3,9546$ ; (в) – a = 0,32,  $\bar{k} = 3,95625$ ; (г) – a = 0,28,  $\bar{k} = 3,9575$ . Перший ряд графіків – амплітуда первинної хвилі, другий – відбитої, третій – хвилі, що пройшла через резонатор, четвертий – поле  $E_x$  в точці спостереження  $g_2$  (див. рис. 4.10 (в))

$$u_1^{inc}(t) = f_{narrow}(t; 1, 0, 5, 3000, 3005, 1, \overline{k}).$$
(4.6)

281

(Тут  $\overline{k}$  – значення резонансної частоти  $TE_{0,1,12}$ -коливання для кожного з чотирьох резонаторів.) Перше, що звертає на себе увагу при вивченні цих залежностей, це наявність «перетяжок» в обвідних функцій  $u_1^{refl}(t)$ , тобто таких моментів часу, в яких ці обвідні стають рівними нулю. В околі такого моменту часу резонатор практично повністю забирає енергію імпульсу накачки. Це відомий ефект [84], який тут фіксується в рамках строгої електродинамічної моделі.

Розрахувавши по амплітудам  $u_1^{inc}(t)$ ,  $u_1^{refl}(t)$  і  $u_1^{tran}(t)$  відповідні їм потоки вектора Пойнтінга  $P^{inc(refl,tran)}(t)$  (див. п.2.8.3) і їх первісні

$$W^{inc(refl,tran)}(t) = \int_{0}^{t} P^{inc(refl,tran)}(\tau) d\tau, \qquad (4.7)$$

можна визначити ефективність накопичення енергії в резонаторі як функцію часу:

$$\gamma_{accum}(t) = \frac{\left|W^{inc}(t)\right| - \left|W^{refl}(t)\right| - \left|W^{tran}(t)\right|}{\left|W^{inc}(t)\right|}.$$
(4.8)

Характер залежності  $\gamma_{accum}(t)$  якісно однаковий для резонаторів з більшою і меншою добротністю [84]: вона має глобальний максимум в (приблизному) діапазоні часів  $\tau_{res} < t < 2\tau_{res}$ , де  $\tau_{res}$  – постійна часу резонатора (див. п. 2.8.5). В ідеальному випадку, коли вся накопичена енергія йде в сформований імпульс, цей максимум відповідає максимуму коефіцієнта корисної дії компресора.

Покладемо тепер розмір вікна зв'язку рівним a = 0,32 (рис. 4.11 (в)), і розглянемо більш докладно характеристики такого компресора. Його резонансна частота  $\bar{k} = 3,95625$ , період коливання  $T \approx 1,588$ , добротність  $Q \approx 7910$ , резонаторний час  $\tau_{res} \approx 4000$ . Збудимо такий компресор довгим квазімонохроматичним  $TE_{01}$ -імпульсом з амплітудою

$$u_1^{inc}(t) = f_{narrow}(t; 1, 0, 5, 10100, 10105, 1, \bar{k}),$$
(4.9)

і задамо наступний режим роботи замка (рис. 4.9): до моменту часу t = 10000замок замкнений, а з моменту часу t = 10001 - відкритий; на часовому інтервалі  $10000 \le t \le 10001$  питома провідність матеріалу, що заповнює газорозрядні трубки, змінюється від значення  $\sigma = 5, 7 \cdot 10^4$  до значення  $\sigma = 0$ .

При зміні часу *t* в інтервалі  $2500 \le t \le 10000$  ефективність накопичення енергії  $\gamma_{accum}(t)$  і досягнутий рівень напруженості поля в пучності поля робочого коливання  $\alpha(t) = \max_{0 < \tau \le t} |E_x(g_2, \tau)| / \max_{\tau > 0} |E_x(g_2, \tau)|$  змінюються таким чином (див. табл. 4.1 і рис. 4.12).

	t = 2500	5000	7500	10000
$\gamma_{accum}(t)$	0,691	0,800	0,736	0,637
$\alpha(t)$	0,509	0,774	0,906	0,981

Таблиця 4.1 – Параметри накопичення енергії в залежності від часу

З табл. 4.1 видно, що максимум функції  $\gamma_{accum}(t)$  доводиться на інтервал часів 5000  $\leq t \leq$  7500, – трохи більше одного резонаторного часу  $\tau_{res}$ , що добре узгоджується з даними, отриманими наближеними методами (див. рис. 2 роботи [84]). У цьому інтервалі напруженість поля стоячої хвилі не досягає і 90% від свого максимального значення. Відповідно і тривалість імпульсу



Рисунок 4.12 – Накопичення і скидання енергії в компресорі: (а) – миттєва потужність, що підводиться; (б) – миттєва відбита від резонатора потужність; (в) – напруженість електричного поля в точці  $g = g_2$  (див. рис. 4.10 (в)); (г) – миттєва потужність в стиснутому імпульсі. Розмір вікна зв'язку a = 0,32

накачки *T<sup>inc</sup>* може обиратися виходячи або з критерію максимуму коефіцієнта корисної дії, або максимуму (близькості до максимуму) потужності стиснутого імпульсу.

Виберемо в компресорі, що розглядається, останній критерій. Встановимо  $T^{inc} = 10000$ . У момент часу  $t = T^{inc}$  замок відкривається і потужний короткий  $\mathbf{L}_{2}$ радіоімпульс (рис. 4.12 (г)) проходить границю за час  $T^{compr} \approx 10025, 5 - 10004 = 21, 5$ . Коефіцієнт стискання при цьому досягає  $\beta = T^{inc} / T^{compr} \approx 465;$  коефіцієнт корисної значення дії  $\gamma =$  $=W^{compr}(10025,5)/W^{inc}(T^{inc}) \approx 0,62;$  коефіцієнт посилення імпульсної потужності –  $G = \beta \cdot \gamma \approx 290$ . Коефіцієнт корисної дії  $\gamma$  трохи менше ефективності накопичення  $\gamma_{accum}(10000)$ , – частина накопиченої енергії розподіляється між коротким інтенсивним викидом у відбитому сигналі (рис. 4.12 (б)) і «хвостом», що супроводжує основний імпульс (рис. 4.12 (г)). Тривалість *Т<sup>сотрг</sup>* сформованого імпульсу близька до подвоєної довжині накопичувальної камери (рис. 4.8). Це очікуваний результат, – накопичувач з відкритим замком не є резонансною структурою.

Підведемо попередній підсумок. У цьому підрозділі в рамках строгої математичної моделі, вперше детально досліджено динаміку перехідних процесів, що протікають в компресорі з прямокутним надрозмірним накопичувальним резонатором, як в режимі накачування енергії, так і в режимі її скидання. Важливим результатом, що тут отримано, є теоретичне обгрунтування можливості скидання накопиченої в  $TE_{0,1,n}$ -коливанні енергії у відвідний надрозмірний хвилевід на основній моді за час, що приблизно дорівнює подвоєному часу пробігу хвилі вздовж резонатора. Цього вдалося досягти, припускаючи, що провідність внутрішнього об'єму всіх трубок ґратки, що замикає резонансний об'єм, змінювалася від максимального значення до нуля синхронно і за час менше періоду робочого коливання. Технічна реалізація такого перемикача може представляти серйозні труднощі. Однак

перспективний, як можна вважати на сьогоднішній день, перемикач, який може бути створений в найближчому майбутньому на ефекті переходу ВТНП-плівки з надпровідного стану в ненадпровідний [187, 188], задовольняє всім умовам, які ставилися в рамках розглянутої тут ідеалізації. Це робить актуальними отримані тут результати: заміна активної ґратки (рис. 4.9) на такий ВТНПперемикач не позначиться істотно на фізиці хвильових процесів, що протікають в розглянутому прототипі компресора.

Врешті, згадаємо ще кілька прототипів активних компресорів ЕМІ, розглянутих в [5, 8, 24, 31], фізика роботи яких якісно така ж, як і та, що була вивчена в цьому підрозділі. Ці прототипи (рис. 4.13 і 4.14) поєднують в собі як власне стискання імпульсу, так і подальше його випромінювання у відкритий простір. Перший з них (рис. 4.13 (a)) являє собою відрізок одномодового заповненого діелектриком хвилеводу, відкритий кінець якого закритий для випромінювання одиночним активним перемикачем, подібним до розглянутих вище трубок активної ґратки (рис. 4.9). В [8] промодельована робота такого компресора-випромінювача на робочому коливанні ТЕ<sub>0.1.3</sub>. Було отримано приблизно 120-кратне підсилення миттєвої потужності імпульсу при коефіцієнті стискання  $\beta \approx 200$ .

Інший прототип (рис. 4.14) являв собою гратку, зібрану з 13 однакових випромінювачів, показаних на рис. 4.13, і керованих (в рамках чисельної моделі) як синхронно, так і з певним часовим запізненням. Така (постійна) часова затримка між перемиканнями двох сусідніх компресорів дозволила промоделювати передбачений теоретично [365, 366] ефект повороту головного напрямку випромінювання стиснутого імпульсу на необхідний кут.



Рисунок 4.13 – Прототип імпульсного випромінювача, побудованого на принципі компресії вхідного сигналу [8, 24]: (а) – загальний вигляд випромінювача; (б) – випромінений їм імпульс в точці спостереження; (в) – випромінений імпульс без компресії



Рисунок 4.14 – Прототип імпульсної ґратки з 13 однакових випромінювачів, побудованих на принципі компресії вхідних імпульсів [8, 24]

4.4 Модель одноступеневого компресора з накопиченням енергії в  $TE_{01n}$ -коливанні прямокутного резонатора і активним перемикачем у H-площинному запірному розширенні

У цьому підрозділі розглядається два прототипи активних компресорів, накопичувальний резонатор відрізком прямокутного яких € (плоскопаралельного) хвилеводу, що обмежений з одного боку позамежною індуктивною діафрагмою, а з іншого – запірним розширенням хвилеводу в Нплощині. Подібні конструкції найбільш затребувані при створенні діючих зразків компресорів мікрохвильових ЕМІ. Причина – в більшій електричній міцності елементів конструкції компресора при роботі з ТЕ-хвилями (в порівнянні з ТМ-хвилями) і в можливості порівняно простої організації перемикання резонатора з режиму накопичення в режим скидання енергії. Останне досягається шляхом зсуву активним елементом резонансної частоти запірного розширення (див. підрозділ 1.3). Разом з тим залишається ряд невирішених питань, пов'язаних з функціонуванням подібних накопичувальних елементів. В першу чергу вони пов'язані з процесами накопичення енергії і її швидкого – за часи порядку подвоєного часу пробігу хвилі вздовж резонатора – виведення з резонатора. Потрібно зрозуміти, за яких умов в резонаторі збуджуватиметься стояча хвиля з максимально можливою амплітудою, і яким чином ця стояча хвиля при перемиканні активного елементу трансформується в хвилю що йде. У цьому підрозділі ці питання розглядаються в рамках строгої електродинамічної моделі. Відповіді на них, можна сподіватися, дозволять в подальшому пошуку оптимальних в тому чи іншому сенсі геометрій накопичувальних резонаторів.

#### 4.4.1 Накопичувальний резонатор з трьома портами вводу-виводу

Синтез компресора почнемо з побудови інтерференційного перемикача (замка), в основі роботи якого лежить ефект зампирання хвилевідного тракту його розширенням. Загальний вигляд такого розширення показано на рис. 4.15 (а). Прямокутний (плоскопаралельний) хвилевід спрямований уздовж осі z і збуджується основною  $TE_{01}$ -хвилею, що набігає з боку від'ємних z.

Порожнина поза хвилевідним трактом заповнена діелектриком з відносною проникністю  $\varepsilon$ . Цей діелектрик буде грати роль активного елементу: його питома провідність  $\sigma$  при перемиканні буде змінюватися від 0 до деякого максимального значення  $\sigma_{max}$ . На дальній стінці хвилевідного розширення зроблена симетрична канавка глибиною, яка дорівнює кроку дискретизації  $h_s$  і шириною  $L_0$ . Ця канавка імітує роботу підстроювального поршня, що дозволяє налаштовувати запірне розширення точно на необхідну частоту. (У



Рисунок 4.15 – Геометрія інтерференційного запірного розширення хвилеводу (а), структура стоячої хвилі поблизу розширення на частоті повного запирання (б) і коефіцієнт відбиття від нього (в). Параметри розширення W = 1, a = 0,5, b = 0,55,  $L_0 = 0,31$ ,  $h_s = 0,01$ ,  $\varepsilon = 2$ ,  $\sigma = 0$
підрозділі 4.2 таке налаштовування проводилося підбором проникності віртуального діелектрика, що заповнює об'єм запірної щілини.)

Нехай ширина хвилеводу W = 1 і параметри розширення  $a = 0,5, b = 0,55, L_0 = 0,31, \varepsilon = 2, \sigma = 0$ . Розрахуємо коефіцієнт відбиття R(k) від такого розширення в смузі частот 3,2 < k < 6,2 (рис. 4.15 (в), крок дискретизації по просторовим змінним  $h_s = 0,01$  по часовій  $h_t = 0,005$ , імпульс збудження  $u_1^{inc}(t) = f_{sincos}(t;4,1,0,50,25,4,7,1,5)$ ). На частоті  $\tilde{k} \approx 4,997.93$  в розширенні хвилеводу збуджується запірне коливання, і вся енергія, що підводиться на цій частоті, повністю відбивається назад в ліве плече хвилеводу. Структура стоячої хвилі, що виникає при цьому, показана на рис. 4.15 (б). Одна з «плям» цієї стоячої хвилі розташована частково в хвилеводі, частково в його розширенні і заважає проходженню хвилі, що падає, з лівого плеча, в праве плече хвилевода. Можна вважати, що ця «пляма» звужує хвилевід і робить його (на резонансній частоті) позамежним для хвилі, що падає.

Задамо режим перемикання замку наступною залежністю  $\sigma(t)$ 

$$\sigma(t) = \begin{cases} 0, & t < t_0, \\ \sigma_{max} \cdot (t - t_0) / (t_1 - t_0), & t_0 \le t \le t_1, \\ \sigma_{max}, & t > t_1. \end{cases}$$
(4.10)

Промоделюємо спочатку роботу інтерференційного перемикача при різних значеннях  $\sigma_{max}$  і фіксованого інтервалу перемикання активного елементу  $\Delta t = t_1 - t_0 = 2,5$  ( $t_0 = 1000$ ,  $t_1 = 1002,5$ ). Цей час перемикання дорівнює приблизно двом періодам коливання поля на резонансній частоті. Нехай амплітуда хвилі, що падає,  $u_1^{inc}(t) = f_{narrow}(t;1,0,1,4999,5000,1,\tilde{k})$ . Тоді амплітуда хвилі, що пройшла в праве плече хвилеводу, при перемиканні замку з  $\sigma_{max} = 10$ ,  $\sigma_{max} = 0,1$ ,  $\sigma_{max} = 0,05$  і  $\sigma_{max} = 0,01$  буде мати вигляд, показаний на рис. 4.16.



Рисунок 4.16 – Амплітуди хвиль, що пройшли в праве плече хвилеводу (рис. 4.15), при різних значеннях  $\sigma_{max}$ : (a) –  $\sigma_{max} = 10$ ; (б) –  $\sigma_{max} = 0,1$ ; (в) –  $\sigma_{max} = 0,05$ ; (г) –  $\sigma_{max} = 0,01$ . Час перемикання активного елементу  $\Delta t = 2,5$ 

Обвідна вихідного імпульсу близька до ступінчастої, однак має характерні осциляції, тривалість яких може перевищувати сотню періодів робочого коливання. Ці осциляції обумовлені тією частиною запірної «плями», яка виступає в хвилевід. При достатньо великих  $\sigma_{max}$  запірне розширення порівняно швидко «відрізається» від решти хвилеводу, і ця частина «плями», що залишилася в хвилеводі, починає багаторазово відбиватися від його стінок. Енергія, що запасена в цій частині «плями» досить велика, щоб в результаті інтерференції з хвилею, що падає, призводити до осциляцій амплітуди вихідного сигналу. Це небажаний ефект, особливо якщо стоїть мета отримати на виході компресора імпульс з обвідною прямокутної форми. Боротися з цим ефектом можна частково зменшенням  $\sigma_{max}$  або збільшенням часу перемикання  $\Delta t$ . В обох цих випадках зі зростанням  $\sigma$  запірна «пляма» стоячої хвилі буде повільно згасати, і частка енергії в її частини, яка виступає в хвилевід, буде зменшуватися. Це видно і з рис. 4.16. При  $\sigma_{max} = 0,01$  (рис. 4.16 (г)) осциляцій обвідної вже практично немає, проте платою за це стало зменшення амплітуди вихідного імпульсу. При достатньо великих часах її значення виходить на рівень приблизно рівний 0,89 від амплітуди вхідного сигналу. Це сталося внаслідок того, що при таких малих  $\sigma_{max}$  первинна хвиля в сталому режимі (режим проходження) вже істотно проникає в розширення і втрачає в ньому частину своєї енергії. Більш докладно вивчити динаміку переходу хвилеводу із замкненого стану у відкрите можна за допомогою відеофайлів, що викладені у відкритому доступі в [367].

В цілому, аналіз даних, що представлені на рис. 4.16, виявляє таку проблему. Швидке переведення матеріальних параметрів об'єму, який займає активний елемент, з одного стану в інше не приводить до такого ж швидкого переведення хвилевідного тракту із замкненого стану у відкрите. Істотна частина запірної «плями» стоячої хвилі розташована в хвилеводі, і її швидке (за часи не більше декількох періодів робочого коливання) видалення з хвилеводу є серйозною електродинамічною задачею. Ця задача в більшій мірі вимагає оптимізації геометрії запірного розширення, ніж конкретизації фізичного процесу, відповідального за зміну матеріальних параметрів.

Зберемо тепер накопичувальний резонатор з відрізка хвилеводу, що закорочений з одного боку металевої стінкою, а з іншого резонансним розширенням, що розглянуто вище. Його загальний вигляд представлено на рис. 4.17. Закачувати енергію в резонатор будемо з хвилевідного плеча (порту) I через три однакові щілини зв'язку в боковій стінці. Порт II пов'язано з узгодженим навантаженням, порт III служить для виведення сформованого імпульсу. Така трипортова схема зменшує частину енергії, яка буде відбиватися назад до генератора, оскільки її частина в процесі накачування буде йти в плече II. Ширина підвідного хвилеводу також W = 1, ширина кожної щілини зв'язку  $d_2 = 0,14$ , відстань між ними  $d_3 = 0,66$ , відстань від торцевої стінки



Рисунок 4.17 – Геометрія хвилевідного резонатора для накопичення енергії

резонатора до першої щілини 0,33, товщина стінки, що розділяє підвідний хвилевід від накопичувального резонатора  $d_1 = 0,02$ .

Довжину резонатора L<sub>1</sub> підберемо так, щоб в ньому збуджувалося коливання квазі-*TE*<sub>0,1,10</sub>: десять «плям» стоячої хвилі вздовж резонатора і одна запірна «пляма» в розширенні (рис. 4.17). При цьому довжина  $L_1$  і параметри a, b, L<sub>0</sub> запірного розширення мають бути узгоджені між собою так, щоб у всьому резонансному об'ємі виконувалася умова збудження стоячої хвилі. Для цього спочатку фіксуємо значення a, b і  $L_0$  і змінюємо довжину  $L_1$  з кроком дискретизації h<sub>s</sub> в пошуках такого значення, при якому максимум коефіцієнта відбиття R(k) в плече I був би найбільший. Ця умова досягається при  $L_1 = 7,79$  (рис. 4.18 (а), крива 4), при якому максимум коефіцієнта відбиття дорівнює приблизно 0,93. Після цього варіацією параметра L<sub>0</sub> проводимо «тонке» налаштування запірного розширення так, щоб максимум коефіцієнта відбиття від резонатора був близький до 1 (резонанс повного відбиття). На рис. 4.18 (б) показано коефіцієнт відбиття від хвилевідного резонатора при  $L_1 = 7,79$  і різних значеннях  $L_0$ . При  $L_0 = 0,34$  коефіцієнт відбиття на резонансній частоті досягає глобального максимуму (приблизно дорівнює 0,98), а сама резонансна частота зміщується і стає рівною  $\tilde{k} \approx 4,996\,937$ . Резонатор налаштовано. Оцінка добротності робочого коливання на цій частоті дає величину  $Q \approx 54\,000$ . Це велике, але досяжне значення. (В резонаторах,

охолоджених до кріогенних температур можливе отримання коливань з добротністю до  $Q \approx 10^9 \div 10^{10}$  [85].)

Збудження резонатора з  $L_1 = 7,79$  і  $L_0 = 0,34$  квазімонохроматичним імпульсом

$$u_1^{inc}(t) = f_{narrow}(t; 1, 0, 5, 120000, 120005, 1, \tilde{k})$$
(4.11)

дозволяє дослідити динаміку накопичення енергії в резонаторі. На рис. 4.19 показано розраховану залежність поля  $E_x$  від часу в точці спостереження g, що



Рисунок 4.18 – Коефіцієнт відбиття від накопичувального резонатора: (а) – грубе налаштування резонатора  $L_0 = 0,31$  і  $L_1 = 7,76...7,82$ , (б) – тонке налаштування  $L_1 = 7,79$  і  $L_0 = 0,31,...,0,36$ . При  $L_1 = 7,79$  і  $L_0 = 0,34$  максимум коефіцієнта відбиття  $R \approx 0,98$  на частоті  $\tilde{k} \approx 4,996\,937$ 



Рисунок 4.19 – Поле в точці спостереження *g* (див. рис. 4.17) в пучності стоячої хвилі в резонаторі в режимі накопичення

розташована в пучності стоячої хвилі (рис. 4.17). Видно, що за часів близько 120 000 (приблизно 95 500 періодів робочого коливання; прогін різницевої схеми на 24 млн. часових шарах) процес накопичення виходить в режим насичення, і подальше накачування енергії в систему втрачає сенс. Амплітуда стоячої хвилі досягає тут значення приблизно рівного 72.5. Якщо припустити, що процес перемикання запірного розширення відбудеться без втрат енергії і за нехтовно малий час, то дві парціальні хвилі, що становлять стоячу хвилю, висвітяться в відвідний хвилевід, утворюючи вихідний імпульс з тривалістю в 20 півперіодів коливання (10 повних періодів) і амплітудою 72,5/2 ≈ 36,2. При одиничній обвідної амплітуди хвилі накачування (4.11) це дає оцінку очікуваного коефіцієнта посилення по пікової потужності  $\tilde{G} = 36.2^2 \approx 1300$ . Моделювання роботи компресора в режимі скидання енергії дає трохи менші значення  $\tilde{G}$ . На рис. 4.20 представлені амплітуди імпульсів  $u_1^{compr}(t)$ , сформованих компресором при перемиканні питомої провідності в запірному розширенні за лінійним законом до значень  $\sigma_{max} = 0,1$  і  $\sigma_{max} = 10$ . Час перемикання, як і при розрахунку характеристик на рис. 4.16,  $\Delta t = 2.5$  $(t_0 = 99990$  і  $t_1 = 99992,5)$ . Також на цьому малюнку показані розраховані потоки вектора Пойнтінга  $P^{compr}(t)$  сформованих імпульсів через поперечний переріз хвилеводу. Максимальні значення, яких досягає  $P^{compr}(t)$  в цих двох режимах перемикання, дорівнюють 1,689 і 2,042. Потік вектора Пойнтінга для первинного імпульсу має прямокутну обвідну, величиною 0,002. Це дає значення коефіцієнта посилення по пікової потужності відповідно  $\tilde{G} = 844$  і  $\tilde{G} = 1021$ . Ці значення близькі до теоретичної границі, наближена оцінка якої може бути розрахована наступним чином [191].

Згідно з визначенням, добротність коливання резонатора є

$$Q = 2\pi f \frac{E}{P}, \qquad (4.12)$$



Рисунок 4.20 – Амплітуди  $u_1^{compr}(t)$  сформованих компресором імпульсів і потоки вектора Пойнтінга  $P^{compr}(t)$  цих імпульсів через поперечний переріз хвилеводу: (a) – режим перемикання питомої провідності до значення  $\sigma_{max} = 0,1$ ; (б) – до значення  $\sigma_{max} = 10$ 

де E – енергія, що запасена в резонаторі; P – потужність втрат робочого коливання; f = 1/T – лінійна частота коливання; T – його період

У сталому режимі, потужність втрат в точності компенсується потужністю  $P^{inc}$ , що підводиться, тому  $P = P^{inc}$ . Якщо в накопичувальному резонаторі порушено коливання з p «плямами» стоячої хвилі, то, в ідеальному, випадку воно може бути висвітлено у відвідний хвилевід за час, що дорівнює  $t = 2p \cdot T/2 = p/f$ . Поділивши (4.12) на t, матимемо

$$\tilde{G}_{max} = \frac{P^{out}}{P^{inc}} = \frac{Q}{2\pi f t} = \frac{Q}{2\pi p},$$
(4.13)

де  $P^{out} = E/t$  – потужність сформованого імпульсу.

У нашому випадку p = 10,  $Q \approx 54\ 000$ , і з (4.13) отримаємо  $\tilde{G}_{max} = 860$ .

Сформовані компресором імпульси мають форму, близьку до прямокутної, проте їх обвідна містить сильні осциляції. Як вже говорилося вище, ці осциляції є наслідком інтерференції хвилі, що виходить з резонатора і фрагмента запірної «плями», що залишилася в хвилеводі після переходу діелектричного заповнення в провідний стан. Крім погіршення форми імпульсу і зменшення коефіцієнта посилення ця інтерференція призводить і до збільшення тривалості вихідного імпульсу. Замість очікуваних 20 півхвиль на вихід компресора прийшло приблизно 36 півхвиль.

Проведений тут модельний синтез активного компресора дозволяє зробити наступні висновки. По-перше, розглянутий тут резонатор (як і будьякий інший резонатор) для своєї ефективної роботи вимагає прецизійного налаштування. Це означає, що геометричні розміри запірного розширення повинні бути акуратно узгоджені з розмірами хвилевідного фрагмента резонатора. Наприклад, відхилення довжини останнього від свого приблизно оптимального значення  $L_1 = 7,79$  (рис. 4.18 (а), крива 4) всього на 0,01 ( $L_1 = 7,80$ , крива 5) призводить до падіння коефіцієнта відбиття від приблизно одиничного значення до приблизно 0,5, що, в свою чергу, тягне за собою зменшення амплітуди стоячої хвилі в резонаторі і, відповідно, енергетичних характеристик компресора. По-друге, швидке перемикання активного елементу з непровідного стану в провідний не тягне за собою настільки ж швидкого переходу всього інтерференційного перемикача із замкненого стану у відкрите. Навіть миттєва зміна провідності активного елементу до значення, що відповідає провідності гарних провідників, лише відсікає внутрішню область

296

такого провідника від решти задачі, а частина запірної «плями» стоячої хвилі, взаємодіяти ШО залишилася, продовжує 3 полем стоячої хвилі накопичувального плеча резонатора і перешкоджати його виходу у відвідний хвилевід. Серйозною проблемою є його швидке (за часи не більше декількох періодів робочого коливання) видалення з хвилевідного тракту. Її рішення оригінальних конструкторських ідей та оптимізації геометрії вимагає резонатора.

Важливою особливістю розглянутого тут трипортового накопичувального резонатора є простота його налаштування в резонансний режим, що демонструється представленими вище результатами чисельного експерименту. У наступному пункті буде розглянуто двопортовий резонатор, налаштування якого є вже не таким простим завданням.

#### 4.4.2 Накопичувальний резонатор з двома портами вводу-виводу

На рис. 4.21 схематично зображено накопичувальний резонатор з двома портами. Відрізок хвилеводу обмежений з одного боку позамежною

діафрагмою, через яку В резонатор закачується енергія зовнішнього генератора, a 3 іншого – запірним розширенням, в якому розташовано активний елемент (найчастіше ше трубка). газорозрядна Такі конструкції найчастіше використовуються в активних



Рисунок 4.21 – Геометрія двопортового накопичувального резонатора активного компресора ЕМІ

компресорах (див. список літератури), причому перші експериментальні роботи припадають вже на 1980-ті роки [92, 98]. За минулий час було запропоновано і

випробувано безліч модифікацій такого накопичувального резонатора, однак ряд принципово важливих питань, пов'язаних з його функціонуванням, залишився поза увагою дослідників. Наприклад, чи буде хвиля, що падає, в резонансному режимі повністю проходити через такий об'єкт, як це має місце в «класичному» хвилевідному резонаторі (рис. 3.44 (а)), або повністю відбиватися від нього, як це відбувається при дифракції на одиночному хвилевідному розширенні (рис. 4.15 (в))? Нижче буде показано, що такий складовий резонатор допускає обидва ці режими. Відповідно, наступне питання, – який з них більш кращий при створенні компресора? В якому режимі стояча хвиля в резонаторі має найбільшу амплітуду? Ще більше такого роду питань виникає при дослідженні фізики перехідних процесів в інтерференційному перемикачі. І без відповіді на них важко розраховувати на скільки-небудь значиме поліпшення характеристик компресорів, виконаних за такою схемою.

У цьому пункті методом чисельного моделювання синтезується прототип активного компресора з двома портами введення-виведення, в основі якого лежить відрізок прямокутного хвилеводу з запірним розширенням в *H*площині. Його основна відмінність від схеми, представленої на рис. 4.21, в конструкції запірного розширення. Тут зроблена спроба модифікувати його так, щоб в подальшому всю конструкцію компресора можна було б масштабувати в діапазон міліметрових довжин хвиль, де, на сьогоднішній день, проблема створення нових потужних імпульсних джерел особливо актуальна.

## 4.4.2.1 Інтерференційний перемикач

Модельний синтез накопичувального резонатора почнемо з хвилевідного запірного розширення. Використання газорозрядних трубок для зміни електричних параметрів перемикача (і всього накопичувального резонатора в цілому) має свої обмеження, пов'язані з необхідністю точного дотримування їх геометричних розмірів і положення всередині запірного розширення. Ця вимога стає особливо гострою при довжинах хвиль коротше 1 см: в цьому випадку варіація практично будь-якого геометричного параметра на долі міліметра буде помітно позначатися на частотних характеристиках всього хвилевідного вузла.

Крім цього, існує обмеження, пов'язане зі швидкістю перемикання активного елементу з непровідного стану в провідний. Очевидно, що час цього перемикання повинен бути порівнянним або меншим періоду робочого коливання. Для довжини хвилі 8 мм це дає оцінку, що дорівнює приблизно 30 пс, що не завжди можна досягти простими технічними засобами.

Більш перспективним в цьому відношенні є перемикання активного елементу потоком електронів, що генеруються або зовнішнім [186] або вбудованим в інтерференційний перемикач [181, 183, 185] джерелом (електронною гарматою). Якщо такий потік достатньої щільності інжектується в порожнину резонатора зі швидкістю близькою до швидкості світла, то, можна очікувати, що час перемикання буде близьким до необхідної величини.

Спроба врахування перерахованих вище факторів приводить до ідеї поділу об'єму запірного розширення на дві зони. Перша – вакуумована, провідність якої буде змінюватися зовнішнім потоком електронів. Друга – заповнена діелектриком, в якій буде збуджуватися коливання на замкненій моді, а сам діелектрик одночасно буде служити перешкодою, що захищає вакуумовану частину від атмосферного повітря. Одну з можливих схем такого перемикача показано на рис. 4.22.

Область *I* розміром  $l_1 \times d_1$  заповнена діелектриком з проникністю  $\varepsilon_1$ , – тут зосереджена основна частина стоячої хвилі замкненого коливання. Область *II* для поля на резонансній частоті є відрізком позамежного хвилеводу, в дальній стінці якого зроблена щілина шириною  $W_1$ , через яку в резонатор вводиться зовнішній електронний потік. Ця область в розглянутій моделі грає роль активного елементу. Область *III* розміром  $l_3 \times d_3$  імітує підстроювальний поршень, який дозволяє точно налаштовувати перемикач на необхідну частоту.





Параметр *d*<sub>0</sub> дозволяє управляти (в певних рамках) добротністю запірного розширення і рівнем нерезонансного відбиття.

Конкретизуємо геометричні та електричні параметри цього перемикача і промоделюємо його роботу. Виберемо для визначеності ширину підвідного хвилеводу W = 10мм. Критичні частоти його  $TE_{0n}$ -хвиль дорівнюють  $\tilde{k}_n = 100n\pi$  м<sup>-1</sup> або  $\tilde{f}_n \approx 14,9896 \cdot n$  ГГц. В якості діелектрика в цій моделі будемо

використовувати кварц ( $\varepsilon_1 = 3,84$ ) – втрати в цьому матеріалі досить малі, щоб ними в подальших розрахунках можна було знехтувати. Довжину  $l_1$  підберемо так, щоб уздовж цієї відстані вкладалося не більше однієї пучності стоячої хвилі для будь-якої з частот робочого діапазону ( $\tilde{k}_1 < k < \tilde{k}_2$ ):

$$\sqrt{\varepsilon_1} l_1 < \frac{2\pi}{\tilde{k}_2} \,. \tag{4.14}$$

Звідки

$$l_1 < 1/100\sqrt{\epsilon_1} \approx 5.1$$
 MM. (4.15)

Виберемо  $l_1 = 4$  мм. Розмір  $l_2 = 3$  мм приводить до хвилевідного відрізку, що утворює область *II*, з критичною частотою першої моди  $\tilde{k}_1 \approx 1047, 2 \text{ m}^{-1}$ , тобто, як і було потрібно, до позамежного хвилеводу в діапазоні  $\tilde{k}_1 < k < \tilde{k}_2$ . Розмір  $d_2$  за умови  $d_2 >> l_2$  може бути практично довільним. Як показують результати чисельного моделювання, цю умову можна послабити: вже при  $d_2 = 10$  мм наявність щілини в далекій стінці і її розміри практично ніяк не позначаються на частотних характеристиках даного хвилевідного вузла. Покладемо  $W_1 = 1$  мм.

Коефіцієнт відбиття R(k)  $TE_{01}$ - хвилі від такого перемикача, розрахований при  $d_1 = 7,5$  мм,  $l_3 = 0$  і  $\sigma_2 = 0$ , представлено на рис. 4.23 (а). (У всіх численних експериментах, результати яких представлені в цьому пункті, кроки дискретизації задачі (2.56) дорівнювали  $h_s = 2h_t = 0,1$  мм.) У діапазоні  $\tilde{k}_1 < k < \tilde{k}_2$  спостерігається три резонанси повного відбиття, кожен з яких пов'язаний зі збудженням в хвилевідному розширенні замкненого коливання. Частоти цих резонансів  $\tilde{k}_{res,1} \approx 432,835$ ,  $\tilde{k}_{res,2} \approx 520,658$  і  $\tilde{k}_{res,3} \approx 616,213$ , а відповідні їм добротності  $Q_1 \approx 2040$ ,  $Q_2 \approx 920$  і  $Q_3 \approx 330$ . Структуру поля вільних коливань на цих частотах показано там же.

На рис. 4.23 (б) приведені коефіцієнти відбиття R(k) ( $TE_{01}$ -хвилі) від такого перемикача при різних значеннях  $d_1$  в діапазоні частот, в якому в діелектричній вставці збуджується запірне коливання з двома пучностями поля. Для  $d_1 = 7,5$  мм показано резонансні максимуми R(k) при зміщенні «підстроювального поршня» від  $l_3 = 0,1$  мм до  $l_3 = 0,6$  мм з кроком 0,1 мм (криві 6–1, ширина «поршня»  $d_3 = 2,5$  мм).

В цілому, залежності на рис. 4.23 демонструють можливість акуратного налаштування розглянутого хвилевідного вузла на необхідну частоту шляхом підбору відповідних геометричних розмірів. Можливі помилки в цих розмірах на практиці можуть бути скомпенсовані переміщенням «підстроювального поршня».

Цього, однак, ще недостатньо для використання такої конструкції в якості повноцінного перемикача. Для того щоб ефективно використовувати її для скидання накопиченої енергії необхідно, щоб після переводу активного елементу (області *II*) в провідний стан коефіцієнт відбиття на частоті замикання був близький до нуля. Інакше частина енергії, накопиченої в резонаторі



Рисунок 4.23 – Коефіцієнт відбиття хвилі  $TE_{01}$  від інтерференційного перемикача, показаного на рис. 4.22, за умови, що  $\sigma_2 = 0$ . (a) –  $\varepsilon_1 = 3,84$ ,  $l_1 = 4$  мм,  $d_1 = 7,5$  мм,  $l_2 = 3$  мм,  $d_2 = 10$  мм,  $l_3 = 0$  мм,  $d_0 = 2$  мм, W = 10 мм,  $W_1 = 1$  мм. (б) –  $d_1 = 6,5,...,9,5$  мм (числа з десятковою комою біля графіків),  $l_3 = 0,6, 0,5,..., 0,1$  (номера 1,2,...,6 біля відповідних кривих),  $d_3 = 2,5$  мм. Інші параметри такі ж, як і у випадку (a). Графіки отримані за допомогою збуджуючого імпульсу  $u_1^{inc}(t) = f_{sincos}(t;4,1,0,2,1,470,150)$ . Число врахованих доданків в поглинаючих умовах на віртуальних межах у хвилеводі шириною Wдорівнювало п'яти, в хвилеводі шириною  $W_1$  – одному

активного компресора, при його перемиканні відіб'ється від інтерференційного перемикача, що призведе до втрати в енергетичних характеристиках стиснутого імпульсу.

Тому побудуємо зараз коефіцієнт R(k) при різних фіксованих значеннях  $\sigma_2$ , вважаючи, що ці значення в подальшому, при конкретизації часової залежності  $\sigma_2(t)$ , можуть бути взяті в якості граничних, тобто тих, яких  $\sigma_2(t)$  досягає після завершення процесу перемикання (див. нижче).

Нехай  $d_1 = 7,5$  мм і розміри області III між діелектричною вставкою і «підстроювальним поршнем»  $d_3 = 2,5$  мм і  $l_3 = 0,3$  мм. Резонансна частота такого перемикача

$$\tilde{k}_{res} \approx 514,604 \text{ m}^{-1}$$
 (4.16)

-1

або  $\tilde{f}_{res} \approx 24,554$  ГГц. Вважаючи, що в області II  $\varepsilon_2 = 1$  і  $\sigma_2 = 10^{-1}, 10^0, ..., 10^6$  См/м, отримаємо залежності R(k), що приведені на рис. 4.24. Ці графіки показують, що є два принципово різних механізми перемикання інтерференційного перемикача, що розглядається, (рис. 4.22). Перший з них домінує при невеликих  $\sigma_2$  ( $\sigma_2 < 10^2$  См/м), і полягає в більшменш плавному згасанні запірного коливання внаслідок його контакту з областю з ненульовим значенням питомої провідності. Другий з них проявляється при великих  $\sigma_2$  ( $\sigma_2 > 10^3$  См/м), і полягає зміщенні резонансної частоти повного відбиття внаслідок того, при таких  $\sigma_2$  електромагнітне поле погано проникає в область II, і ефективний об'єм запірного розширення стає менше.

Рисунок 4.24 – Коефіцієнт відбиття хвилі *TE*<sub>01</sub> від інтерференційного перемикача, показаного на рис. 4.22, при різних значеннях питомої провідності σ<sub>2</sub> (См/м) середовища, що заповнює область *II*. Геометричні розміри

перемикача наведені в тексті

Більш повну картину перемикання можна скласти, моделюючи роботу перемикача при  $\sigma_2 = \sigma_2(t)$ . Для цього спочатку визначимо характерний час, за який він замикає підвідний хвилевід, — цей час дозволить задати момент початку перемикання  $t_{beg}$ . Збудимо перемикач з наведеними вище геометричними розмірами (і  $\sigma_2 = 0$ ) квазімонохроматичною хвилею

$$u_1^{inc}(t) = f_{narrow}(t; 1, 0, 1, 49, 50, 1, \tilde{k}_{res}), \qquad (4.17)$$

де  $\tilde{k}_{res}$  задано значенням (4.16), і розрахуємо його основні перехідні характеристики (рис. 4.25). На рис. 4.25 (а) показано розподіл електричної компоненти поля в стоячій хвилі, що утворена складанням первинної і відбитої від хвилевідної неоднорідності хвиль. На рис. 4.25 (б) і 4.25 (в) – амплітуди відбитої  $u_1^{refl}(t)$  хвилі, та хвилі  $u_1^{tran}(t)$ , що пройшла крізь перемикач. На рис. 4.25 (г) і 4.25 (д) – електричне поле в точках  $g_1$  і  $g_2$ , розташованих в пучностях стоячої хвилі в хвилеводі і в запірному розширенні. В точці  $g_1$ обвідна коливань  $E_x(g_1,t)$  при великих часах прямує до значення  $2\sqrt{200} \approx 28,28$ , тобто до подвоєного значення максимуму напруженості електричного поля первинної хвилі (див. (2.18)). В точці  $g_2$  обвідна  $E_x(g_2,t)$ прямує до значення, що приблизно в десять разів більше (279,7).

З цих рисунків видно, що за часів t > 25м (або приблизно t > 80 нс) хвильові процеси в ключі стають (квазі-) стаціонарними, що дозволяє вибрати час початку його перемикання у відкритий стан рівний, наприклад,  $t_{beg} = 25$  м.

Припустимо тепер, що в процесі перемикання провідність  $\sigma_2$  залежить від часу за лінійним законом, змінюючись від нуля при  $t = t_{beg}$  до деякого максимального значення  $\sigma_{max}$  при  $t = t_{end}$ , після чого  $\sigma_2 = \sigma_{max}$  для будь-якого моменту часу t (рис. 4.26). Як показує практика чисельного моделювання подібних пристроїв, така лінеаризація реальних залежностей  $\sigma(t)$ , –



Рисунок 4.25 – Розподіл компоненти поля *E<sub>x</sub>* в стоячій хвилі, утвореної при резонансному відбиванні від інтерференційного перемикача (а), амплітуди відбитої хвилі (б), хвилі, що пройшла крізь перемикач (в), і поля в точках



Рисунок 4.26 – Закон зміни питомої провідності від часу при перемиканні перемикача у відкритий стан

експоненційних, наприклад, – несуттєво позначається на фінальних характеристиках перемикача, що пов'язано з малим часом переходу  $\Delta = t_{end} - t_{beg}$  активного елементу в провідний стан. (Як правило, цей час становить кілька періодів робочого коливання.)

Виберемо час перемикання  $\Delta = 0,06$  м (приблизно 0,2 нс), що для робочої частоти (4.16) становить приблизно 5 періодів коливання, і промоделюємо роботу перемикача при збудженні його імпульсом (4.17) і такій залежності  $\sigma_2(t)$ .

Ha 4.27 рис. показано фрагменти залежностей від часу  $u_1^{tran}(t)$ амплітуд хвиль, ШО пройшли, для різних значень  $\sigma_{max}$ . Цi графіки підтверджують зроблений раніше висновок про наявність двох різних механізмів переходу цього вузла в режим пропускання. При малих  $\sigma_{max}$  $(\sigma_{max} = 10^{1} \text{ См/м і менше})$  має місце замкнутого плавне загасання В хвилевідному розширенні коливання. Його енергія практично висвічується відвідний не V хвилевід, а дисипується в області ІІ. При цьому амплітуда  $u_1^{tran}(t)$  хвилі,



Рисунок 4.27 – Амплітуди хвиль, що пройшли через хвилевідний перемикач, після його перемикання у відкритий

стан

що пройшла, після перемикання хвилевідного перемикача характеризується плавним наростанням обвідної, яка при великих часах прямує до значення (0,971), що менше, ніж амплітуда (1) первинної хвилі. Тобто в сталому стані частина потужності (приблизно 5% для випадку  $\sigma_{max} = 10^1$  См/м) хвилі, що проходить, втрачається в області *II* з не нульовою питомою провідністю. Час перемикання при цьому може бути порівняно великим (десятки періодів робочого коливання).

При великих  $\sigma_{max}$  ( $\sigma_{max} > 10^1$  См/м) на перше місце виходить механізм «виштовхування» енергії, накопиченої в хвилевідному розширенні, у відвідний та підвідний плечі хвилеводу. Швидке наростання провідності в області *II* до великих абсолютних значень призводить до зсуву фаз парціальних хвиль, що складають поле стоячої хвилі в хвилевідному розширенні, і вони починають інтерферувати з хвилею в основній частині хвилеводу. В результаті цієї інтерференції в вихідному імпульсі  $u_1^{tran}(t)$  спостерігаються биття, амплітуда яких може значно перевищувати амплітуду первинної хвилі в підвідному плечі хвилеводу (дорівнює 1 в розглянутому прикладі). Платою за таке локальне збільшення пікової потужності при великих  $\sigma_{max}$  є генерація великої кількості вищих мод основного хвилеводу, спектр яких може частково потрапляти в смугу пропускання. Ці моди також беруть участь в інтерференції і призводять до втрати гладкості обвідної вихідного імпульсу.

Динамічні характеристики, що представлені на рис. 4.27, показують, що хвилевідний перемикач, що розглянуто, ще далекий від того, що можна було б вважати «ідеальним перемикачем». Використання таких пристроїв в якості стінки, що відбиває, накопичувального резонатора (рис. 4.21) передбачає, що резонансний об'єм хвилеводу має обмежену довжину, і, відповідно, тривалість імпульсу, що висвічується, також обмежена. (Як правило, вона становить кілька десятків періодів робочого коливання.) Вочевидь, що «ідеальний перемикач» повинен забезпечувати перехід обвідної  $u_1^{tran}(t)$  в новий (квазі-) стаціонарний стан за часи багато менші цієї тривалості. Синтез такого перемикача, навіть в

рамках чисельних моделей, є серйозною радіофізичною та матфізічною задачею. Можна стверджувати, що на сьогоднішній день саме відсутність перемикачів з такими малими часами перемикання стримує прогрес в області активної компресії імпульсів. Тут оптимізація геометрії перемикача не виконувалася, а основну увагу приділено виявленню фізичних закономірностей хвильових процесів, що протікають в компресорі.

## 4.4.2.2 Накопичувальний резонатор

Розміщуючи ідеально провідну металеву стінку в будь-якому з вузлів стоячої хвилі, показаної на рис. 4.25 (а), можна сформувати резонансний об'єм між цією стінкою і хвилевідним перемикачем. Для практичного використання цього об'єму така стінка резонатора повинна мати щілину зв'язку із зовнішнім підвідним хвилеводом (рис. 4.28 (а)), тобто являти собою позамежну діафрагму. При цьому оптимальне (для збудження резонансного об'єму) положення цієї діафрагми буде вже дещо відрізнятися від вузла стоячої хвилі на рис. 4.25 (а). Чисельне моделювання дозволяє акуратно визначити довжину такого резонатора.

Позначимо через L відстань від діафрагми до найближчої до неї стінки хвилевідного перемикача (рис. 4.28 (а)). Через w і  $\delta$  – відповідно ширину щілини зв'язку і товщину діафрагми. Покладемо w=3,4 мм,  $\delta=0,5$  мм. Виберемо спочатку відстань L=75,1 мм. Це значення – відстань від хвилевідного перемикача до вузла стоячої хвилі, позначеного на рис. 4.25 (а) прямою  $A_1A_2$ , що округлена до найближчого кратного  $h_s$ . Коефіцієнт проходження T(k) через такий складений резонатор показано на рис. 4.28 (б).

У більшій частині дослідженого частотного діапазону цей коефіцієнт не перевищує приблизно 0,1, за винятком околу частоти 514,5 (якщо точніше, то околу частоти (4.16)), де спостерігається яскраво виражений резонансний



Рисунок 4.28 – Схема складеного накопичувального резонатора (а); коефіцієнт проходження через нього при L = 75,1 мм, w = 3,4 мм і  $\delta = 0,5$  мм (б). Графік (в) – збільшений фрагмент графіка (б)

сплеск. Важливою особливістю цього сплеску є наявність як власне максимуму кривої T(k), так і сусіднього з ним нульового значення T(k). Тобто накопичувальний резонатор (рис. 4.28) може бути налаштований або в режим резонансного проходження, або в режим резонансного відбиття падаючої на нього хвилі накачування.

Будемо тепер змінювати відстань L з кроком  $h_s$  в околі цього значення 75,1 мм, і дослідимо поведінку кривої T(k) при такій варіації цього параметра. На рис. 4.29 показано залежності T(k) для L=73,9,...,75,2 мм, – криві з номерами відповідно від 14 до 1. Там же наведено добротності відповідних коливань, які знайдені по ширині спектральної лінії (2.188) і по точній формулі (2.192). Структура стоячих хвиль, що збуджуються в резонаторах на частотах, які відповідають максимумам T(k), якісно однакова (рис. 4.29 (a)) і являє собою десять пучностей поля в основній частині хвилеводу, і дві в запірному розширенні. Аналіз цих графіків дозволяє зробити наступні висновки.

1. Частота, на якій спостерігається повне відбиття від розглянутого резонатора, не залежить від його довжини *L* і завжди дорівнює частоті запирання хвилевідного перемикача (4.16). Це свідчить про високу

309



Рисунок 4.29 – Структура стоячих хвиль, що збуджуються в резонаторі, показаному на рис. 4.28 (а), на частотах, що відповідають максимумам T(k)

(а). Добротності *Q* відповідних коливань (б), розраховані по ширині
 спектральної лінії (2.188) (кружечки) і за постійною часу резонатора (2.192)
 (квадратики). Коефіцієнт проходження *T(k)* через резонатор (в). Номера

1, 2, ..., 14 відповідають значенням L = 75, 2, ..., 73, 9 мм

ефективність збудження запірного розширення, яка не залежить від умов збудження всього накопичувального резонатора.

2. Варіацією довжини L можна домогтися одиничного коефіцієнта проходження хвилі через резонатор, що розглядається, тобто режиму повного проходження. При цьому для заданого числа пучностей стоячої хвилі в накопичувальному резонаторі, існує два значення L, для яких виконується цей режим. Для одного з них резонансна частота лежить трохи нижче частоти повного відбиття, для іншого – трохи вище.

- 3. Частота, що відповідає режиму повного проходження хвилі накачування через резонатор, вельми чутлива до варіації об'єму накопичувального резонатора. (Порів. криві 9 і 11: варіація довжини L на 0,002 від свого значення призводить до зменшення максимуму коефіцієнта проходження з майже одиничного значення до приблизно 0,55.) Частота повного відбиття, навпаки, не чутлива до такої варіації (див. п.1).
- Максимальна добротність коливання, збудженого в накопичувальному резонаторі, і максимальний коефіцієнт проходження T(k)=1 досягаються при різних значеннях L і, відповідно, на різних частотах.

Дослідимо тепер динаміку накопичення енергії в такому резонаторі. Виберемо спочатку чотири конфігурації накопичувального об'єму: при L=75,0 мм (крива 3 на рис. 11), L=74,8 мм (крива 5), L=74,4 мм (крива 9) і L=74,2 мм (крива 11). Перший і останній з цих резонаторів налаштовані так, що максимум коефіцієнта проходження T дорівнює приблизно 1. Частоти  $\tilde{k}_{res}$ , що відповідають максимумам T(k) цих резонаторів, дорівнюють 514,4975 м<sup>-1</sup>, 514,545 м<sup>-1</sup>, 514,646 м<sup>-1</sup> і 514,690 м<sup>-1</sup>. Режим відбиття, як уже зазначалося вище, у всіх чотирьох випадках реалізується на частоті 514,604 м<sup>-1</sup>. Збудимо ці чотири резонатора вузькосмуговими імпульсами

$$u_1^{inc}(t) = f_{narrow}(t; 1, 0, 0, 1, 249, 9, 250, 1, \tilde{k}_{res}),$$
(4.18)

з  $\tilde{k}_{res}$  що дорівнює перерахованим вище значенням. Виберемо точку спостереження поля в максимумі сьомої (відраховуючи від діафрагми) «плями» стоячої хвилі (рис. 4.29 (а)) і побудуємо залежності електричної компоненти поля від часу в цій точці (рис. 4.30) при збудженні резонаторів на частоті максимуму коефіцієнта пропускання (ліва колонка графіків) і повного запирання (права колонка). У першому випадку амплітуди стоячих хвиль



Рисунок 4.30 – Електричне поле в точці спостереження g (див. рис. 4.29 (a)) для чотирьох резонаторів з різною довжиною L в режимі резонансного проходження хвилі  $TE_{01}$  (ліва колонка графіків) і її повного відбиття (права колонка). В дужках вказано номер кривої T(k) на рис. 4.29 (в), що відповідає вказаним значенням L. Накачування імпульсом (4.18) тривалістю 250 м

наростають монотонно і в сталому режимі сягають значень, зазначених на графіках стрілками. Вони значно перевищують амплітуду стоячої хвилі, утвореної при відбитті від одиночного хвилевідного перемикача (рис. 4.25 (а)), що дозволяє в принципі використовувати будь-який з розглянутих резонаторів в якості накопичувача енергії в активних компресорах потужності.

У другому випадку (права колонка графіків) обвідні  $E_x(g,t)$  в режимі накопичення (тобто при t < 250 м) зазнають биття, що свідчить про те, що всі чотири розглянуті конфігурації накопичувального резонатора не налаштовані точно на частоту 514,604 м<sup>-1</sup>, хоча і реалізують на цій частоті повне відбиття. Амплітуди стоячих хвиль тут також перевищують амплітуду хвилі, показаної на рис. 4.25 (а), але можуть бути ще збільшені шляхом більш прецизійного налаштування резонатора.

Таке налаштування є непростою задачею навіть в рамках суто чисельного експерименту. В першу чергу через те, що для режиму повного відбиття важко підібрати фізичний параметр, частотна залежність якого мала б звичний яскраво виражений резонансний пік. В деякій мірі цю проблему допомагає вирішити залежність добротності робочого коливання від частоти (рис. 4.29 (б)), проте на практиці точне вимірювання добротності пов'язане з певними труднощами. Так, наприклад, визначення Q по ширині спектральної лінії дає занадто велику похибку поблизу частоти повного відбиття (рис. 4.29 (б)). Визначення Q за часом релаксації коливань значно ускладнює як чисельний, так і натурний експеримент.

Аналізуючи дані, наведені на рис. 4.29 (а також на рис. 4.30), можна припустити, що на частоті (4.16) резонатор, що досліджується, збуджується найбільш ефективно при значенні *L*, що лежить між 74,5 мм (крива 8 на рис. 4.29 (в)) і 74,6 мм (крива 7), і цьому режиму відповідає максимум добротності робочого коливання.

Для того щоб перевірити це припущення в чисельному експерименті, модифікуємо конструкцію накопичувального резонатора. Варіювати його довжину *L* з кроком меншим за 0,1 мм нераціонально, як з точки зору

чисельного моделювання (дрібний крок сітки, великий час рахунку та ін.), так і з точки зору можливого проведення натурних експериментів (складність точного юстування рухомої стінки резонатора). Розумне рішення – використовувати ще один підстроювальний поршень в боковій стінці хвилеводу (рис. 4.31 (а)), який дозволить прецизійно змінювати об'єм резонатора, не переміщуючи його торцеву стінку з щілиною зв'язку.

Виберемо довжину резонатора L = 74,5 мм. Для нього максимум коефіцієнта проходження T(k) дорівнює приблизно 0,176 і лежить праворуч від частоти запирання (4.16). Збільшуючи резонансний об'єм за допомогою локального розширення хвилеводу, розміром  $l_4 \times d_4$  на відстані  $L_1$  від

діафрагми, зрушуємо цей максимум вліво по осі частот к до тих пір, поки цей максимум не Після зникне. невеликого ітеративного пошуку знаходимо один з можливих наборів шуканих параметрів:  $L_1 = 16,8$  MM, i  $l_4 = 0, 2$  MM.  $d_{4} = 3,8$  MM Коефіцієнт проходження через такий резонатор 3 двома підстроювальними поршнями показано на рис. 4.31 (б). (Графік праворуч – збільшений фрагмент графіка.) Подальше лівого збільшення резонансного об'єму призводить появи црого ЛО максимуму, але вже зліва від частоти 514,604 м<sup>-1</sup>.

Перевіримо тепер роботу



Рисунок 4.31 – Схема накопичувального резонатора (не в масштабі) з двома підстроювальними поршнями (а), і коефіцієнт проходження T(k) хвилі  $TE_{01}$  при L=74,5 мм,  $L_1=16,8$  мм,  $d_4=3,8$  мм і  $l_4=0,2$  мм (б). Інші параметри вказані в тексті

такого накопичувача в динамічному режимі. Для цього використовуємо сигнал

$$u_1^{inc}(t) = f_{narrow}(t; 1, 0, 0, 1, 499, 9, 500, 1, \tilde{k}_{res}), \qquad (4.19)$$

де  $\tilde{k}_{res}$  задано значенням (4.16) (рис. 4.32 (а)). На рис. 4.32 (б) і (в) показано амплітуди відбитої  $u_1^{refl}(t)$  хвилі та хвилі, що пройшла  $u_1^{tran}(t)$  через такий резонатор, на рис. 4.32 (г) – електричне поле в середині сьомої «плями» стоячої хвилі (див. рис. 4.29 (а)). Видно, що амплітуда стоячої хвилі (приблизно рівна 187,7), збудженої в такому резонаторі, в сталому режимі значно перевищує амплітуди стоячих хвиль, представлених на рис. 4.30, що робить такий резонанс найпривабливішим для накопичення енергії. Оцінка добротності, виконана за допомогою розрахунку постійної часу резонатора (2.192), дає величину  $Q \approx 20300$ , яка відповідає максимуму кривої  $Q(\tilde{k}_{res})$  ( $\tilde{k}_{res}$  – резонансна частота), рис. 4.29 (б) квадратиками. При наявності «ідеального» показаної на перемикача, здатного відкрити такий хвилевідний резонатор за час багато менший періоду робочого коливання, дві парціальні складові стоячої хвилі висвітяться у відвідний хвилевід у вигляді імпульсу з двадцяти півхвиль з обвідної, близькою до прямокутної, і амплітудою коливань електричної компоненти поля  $E_x(t)$ , рівною приблизно 187,7/2  $\approx$  93. Амплітуда  $E_x(t)$  в імпульсі накачки дорівнювала  $\sqrt{200}$  (див. (2.18)), що дає оцінку для потенційно досяжного коефіцієнта підсилення по пікової потужності

$$\tilde{G} \approx \left(93/\sqrt{200}\right)^2 \approx 43, \qquad (4.20)$$

або, приблизно, 16 дБ.

Використання ключа, синтезованого в цій моделі, дає більше значення посилення за рахунок того, що частина енергії в запірному розширенні



Рисунок 4.32 – Результат чисельного моделювання перехідних процесів в резонаторі, показаному на рис. 4.31 (а): (а) – амплітуда імпульсу накачування, (б) – відбитої хвилі, (в) – хвилі, що пройшла, (г) – поле в точці спостереження *g* (див. рис. 4.29 (а)). Червоним виділено експоненційну обвідну, за параметрами якої визначалася добротність робочого коливання

висвічується в відвідний хвилевід разом з імпульсом, сформованим в основній частині накопичувального резонатора. При цьому обвідна сформованого імпульсу перестає бути прямокутною, а його тривалість збільшується (див. нижче).

## 4.4.2.3 Компресія імпульсу

Резонатор, характеристики якого наведені на рис. 4.32, готовий до моделювання компресії імпульсу стороннього джерела. Задамо закони зміни  $\sigma_2(t)$  такі ж, які використовувалися при моделюванні роботи поодинокого перемикача (рис. 4.27), тобто  $\Delta = 0,06$ м і  $\sigma_{max} = 10^1, 10^2, 10^3$  і  $10^4$  См/м. Момент початку перемикання полагаємо  $t_{beg} = 450$  м (або приблизно 1,5 мкс), – до цього часу перехідні процеси в резонаторі в цілому закінчуються (рис. 4.32), і амплітуда стоячої хвилі в резонаторі вже практично не наростає. Імпульс накачування (4.19). Його потік вектора Пойнтінга через переріз хвилеводу  $P^{inc}(t)$  має прямокутну обвідну з горизонтальною ділянкою на рівні приблизно 2,107792 ×10<sup>-3</sup>.

На рис. 4.33 представлено розраховані часові профілі стиснутих імпульсів (ліва колонка графіків) і їх потоки вектора Пойнтінга (права колонка) через поперечний переріз хвилеводу, що співпадає з віртуальною границею розрахункового простору. Там же наведено досягнуті значення коефіцієнта посилення по піковій потужності  $\tilde{G}$ . Видно, що цією величиною можна управляти, підбираючи значення питомої провідності  $\sigma_{max}$ .

Форма обвідної стиснутих імпульсів має порівняно короткий передній фронт і протяжний задній, який експоненціально загасає що, як правило, спостерігається в натурних експериментах [102, 183, 185, 203, 211, 226]. Тривалість кожного імпульсу набагато перевищує час подвійного пробігу



Рисунок 4.33 – Часовий профіль стиснутих в компресорі імпульсів (ліва колонка графіків) і їх потоки вектора Пойнтінга через переріз хвилеводу (права колонка)

уздовж резонатора, що свідчить про занадто довгі перехідні процеси в перемикачі (див. рис. 4.27). Подальша оптимізація конструкції перемикача може привести до зменшення цього параметра.

Осциляції в обвідної стиснутих імпульсів, які спостерігаються при великих  $\sigma_{max}$  ( $\sigma_{max} > 10^1$  См/м), обумовлені інтерференцією хвиль, що виходять з накопичувального резонатора і перемикача. Крім цього, в сформованому імпульсі присутні вищі моди, згенеровані перехідним процесом  $\sigma(t)$ , внесок яких тим більше, чим більше  $\sigma_{max}$ .

В [368] представлено декілька відеофайлів, в яких візуалізовано динаміку електромагнітного поля при переході розглянутого резонатора в режим скидання накопиченої енергії.

Таким чисельний показав, чином, проведений експеримент ЩО накопичувальний резонатор з двома хвилевідними портами (рис. 4.21) може бути налаштований як в режим резонансного проходження, так і резонансного відбиття падаючої на нього хвилі накачування. У першому випадку налаштування не являє собою складну задачу, але добротність робочого коливання при цьому буде завідомо нижче, ніж при налаштуванні резонатора в режим резонансного відбиття. Налаштування же його в режим (резонансного) відбиття вимагає серйозної організації експерименту – як чисельного, так і натурного. У певному сенсі це є недоліком розглянутої двопортової накопичувальної системи.

# 4.5 Модель двоступеневого компресора з дводзеркальним відкритим резонатором у першому ступені

У цьому підрозділі розглядається модель двоступеневого компресора, виконаного за схемою, що зображена на рис. 1.2 (див. розділ 1). Його загальний

вигляд показано на рис. 4.34. Резонатор першого ступеня складається з двох циліндричних дзеркал (що ідеально проводять) радіусом r, поперечником D і розташованих одне відносно іншого на відстані d. Для другого ступеня використано резонатор, розглянутий в п. 4.4.2. Ці два резонатора пов'язані через щілину в загальній стінці шириною w. (Товщина стінки  $\delta$  між резонаторами



Рисунок 4.34 – Геометрія двоступеневого компресора

вважається постійною в перерізі хвилеводу шириною *W*.) Параметри іншої щілини, що зв'язує резонатор першого ступеня з підвідним хвилеводом, такі ж самі. Модель – двомірна в декартовій системі координат, відповідна їй початково-крайова задача задана (2.56).

Перемикання між режимами накопичення енергії в першому ступені, її перекачування в другу і скидання у відвідний хвилевід здійснюються зовнішнім електронним потоком, що вводиться в порожнину запірного розширення (інтерференційного ключа). В чисельній моделі вплив цього електронного потоку на хвильові процеси моделюється зміною питомої провідності локального об'єму, як це робилося в пп. 4.4.2.1. Важливою відмінністю розглянутого тут інтерференційного ключа від того, що моделювався в пп. 4.4.2.1, є його режим роботи, що складається з двох перехідних процесів (див. підрозділ 1.3). Під час першого з них локальна область у перемикачі переводиться з провідного стану в непровідний, і, тим самим, формується резонансний об'єм другого ступеня. Після такого перемикання енергія, що накопичена в першому ступені, перекачується в другу. Другий перехідний процес – локальний об'єм всередині перемикача повертається в провідний стан, і енергія, що перекачана в другий ступень, скидається вже у відвідний хвилевід. Велика швидкість (близька до швидкості світла) інжекції електронів в резонансну порожнину і велика швидкість релаксації сформованого об'ємного заряду дає підставу сподіватися, що характерний час цих перехідних процесів може бути вибрано сумірним з періодом робочого коливання (див. нижче).

Синтез компресора почнемо з декомпозиції всієї конструкції на три резонансних вузла: резонатор першого ступеня, інтерференційний ключ і резонатор другого ступеня. Всі ці три елементи повинні бути точно налаштовані на одну і ту ж частоту. Виконаємо спочатку настройку резонатора першого ступеня, — в даному випадку ця настройка буде полягати у виборі геометрії резонатора та робочого коливання в ньому. Всі інші вузли компресора будемо налаштовувати вже на частоту робочого коливання першого ступеня.

#### 4.5.1 Резонатор першого ступеня

Відомо [341], що в разі сферичних дзеркал найменші радіаційні втрати має конфокальний резонатор. При цьому його власні моди частотно вироджені, тобто кілька коливань з різною просторовою структурою стоячої хвилі мають одну і ту ж власну частоту. У випадку циліндричних дзеркал фізика якісно така ж. Тому перша проблема, яку треба вирішити при виборі геометрії дводзеркального резонатора, це зняття частотного виродження мод. Це важливо для того, щоб виключити міжмодову взаємодію і небажане збільшення радіаційних втрат. Найпростіший спосіб зняття такого виродження – змістити

дзеркала один щодо одного в ту чи іншу сторону. При цьому частоти власних коливань розходяться (на частотної осі), але платою за це є деяке зменшення їх добротностей.

Виберемо геометричні параметри резонатора (рис. 4.34): r = 300 мм, D = 350 мм, d = 315 мм. Параметри щілин зв'язку: w = 3,5 мм,  $\delta = 0,5$  мм. Ширина підвідного та відвідного хвилеводів, як і в п. 4.4.2, W = 10 мм (критичні частоти  $TE_{0n}$ -хвиль  $\tilde{k}_n = 100n\pi$  м<sup>-1</sup>). Смугові характеристики такого резонатора отримаємо, збуджуючи його імпульсом

$$u_1^{inc}(t) = f_{sincos}(t; 4, 1, 0, 1, 0, 5, 500, 50).$$
(4.21)

На рис. 4.35 показано коефіцієнт проходження хвилі ТЕ<sub>01</sub> у відвідний хвилевід. (Тут і далі кроки дискретизації задачі (2.56) дорівнювали  $h_s = 2h_t = 2,5 \cdot 10^{-4}$  м.) Він складається з декількох груп спектральних ліній, – при зрушуванні дзеркал в сторону конфокальної конфігурації (r = d) лінії з кожної з цих груп зливаються в одну. Виберемо групу резонансів поблизу частоти  $k = 500 \,\mathrm{m}^{-1}$ діапазону (приблизно середина ОДНОМОДОВОГО підвідного хвилеводу). пронумеруємо їх в порядку зростання резонансних частот (рис. 4.35 (a)) і визначимо тип коливань, які відповідають цим резонансам. Для цього послідовно збудимо резонатор вузькосмуговими імпульсами з носівними частотами  $\tilde{k}_{res}$ , що відповідають максимумам коефіцієнта проходження, і побудуємо розподіли електричної компоненти поля, що вільно коливається (рис. 4.35 (б)). Ці коливання ідентифіковані, як TE<sub>1,49</sub>, TE<sub>3,48</sub>, ... TE<sub>19,40</sub>, тобто індекси в цих позначеннях відповідають числу пучностей стоячої хвилі в поперечному і поздовжньому напрямках. Така індексація коливань в дводзеркальних резонаторах не є загальноприйнятою (як правило, індекси обираються рівними числу вузлів стоячої хвилі на дзеркалі [341]), але використовується тут для того, щоб уникнути різночитань з індексацією, що прийнята для чисто хвилевідних резонаторів, де індекси обираються за



Рисунок 4.35 – коефіцієнт проходження T(k)  $TE_{01}$  - хвилі крізь дводзеркальний резонатор першого ступеня і добротності власних коливань  $Q(k_{res})$ , оцінені по

ширині спектральних ліній на їх напіввисоті (а); структура стоячих хвиль вільних коливань резонатора на частотах, що відповідають резонансним пікам з

номерами 1,2, ..., 10 (б)

кількістю пучностей стоячій хвилі. Там же, на рис. 4.35 (а), наведені значення добротностей власних коливань резонатора, розраховані за наближеною формулою (2.188). Коливання з найбільшою добротністю в обраній групі –  $TE_{13,43}$  (резонансний пік під номером 7). Його резонансна частота

$$\tilde{k}_{res} \approx 493,410372 \,\mathrm{m}^{-1}.$$
 (4.22)

Оберемо це коливання в якості робочого. Коефіцієнт проходження  $TE_{01}$ -хвилі на частоті (4.22)  $T \approx 0,37$ , коефіцієнт відбиття  $R \approx 0,14$ , інша частка енергії, що дорівнює 1–0,37–0,14 = 0,49, випромінюється у відкритий простір.

Добротність коливання  $TE_{13,43}$ , розрахована за (2.188), дорівнює приблизно 37 370. Більш точне значення отримаємо, збудивши резонатор квазімонохроматичним імпульсом  $u_1^{inc}(t) = f_{narrow}(t;1,0,1,599,600,1,\tilde{k}_{res})$  (рис. 4.36). Розрахунок параметрів обвідних поля, що експоненційно спадає, яке фіксується в точках спостереження всередині резонатора, при часах t > 600 дає оцінку постійної часу резонатора  $\tau_{res} \approx 147,792$  141 м і  $Q \approx 36500$ .

З рис. 4.36 також випливає, що тривалості імпульсу накачки в діапазоні 300–900 м (або, приблизно, 2–3 мкс) достатньо для того, щоб амплітуда стоячої хвилі в резонаторі вийшла на приблизно постійний рівень.

#### 4.5.2 Інтерференційний перемикач

Перейдемо тепер до синтезу інтерференційного перемикача і його налаштування на частоту (4.22). Виберемо за основу ключ, схема якого наведена на рис. 4.22. Оскільки цей перемикач буде вбудовуватися в резонатор другого ступеня, то вимоги, що висуваються до нього, жорсткіші, ніж до перемикача першого ступеня, розглянутого в п. 4.4.2. По-перше, час переходу


Рисунок 4.36 – Електричне поле в точках спостереження g<sub>1</sub> i g<sub>2</sub>, розташованих в пучностях стоячої хвилі коливання *TE*<sub>13,43</sub> при збудженні резонатора квазімонохроматичним імпульсом

ключа в замкнений стан має бути мінімально можливим, оскільки протягом цього інтервалу часу енергія зовнішнього джерела частково втрачається в відвідному хвелеводі. Для одноступінчатих конструкцій цей фактор не грав важливої ролі, оскільки в них енергія, що накачується в інтерференційний перемикач, береться з зовнішнього джерела. У двоступеневих же конструкціях ця енергія частково або повністю береться з резонатора першого ступеня, що робить час замикання ключа критично важливим параметром. По-друге, амплітуда стоячої хвилі всередині перемикача також повинна бути мінімально можливою, що також пояснюється енергетичними міркуваннями. (Наприклад, на рис. 4.25 амплітуда стоячої хвилі в сталому режимі всередині перемикача приблизно в 10 разів більше амплітуди в хвилевідному плечі. Відповідно, енергія, що міститься в двох «плямах» поля в розширенні набагато більше енергії, що міститься в десяти «плямах» поля в хвилеводі. Така ситуація є

неприйнятною для перемикача другого ступеня.) Ці два пункти тісно пов'язані один з одним і, по суті, зводяться до вибору інтерференційного перемикача з невеликим значенням добротності робочого коливання. Останнє, однак, також небажано, – для таких ключів у відкритому стані важко домогтися коефіцієнта відбиття близького до нуля. Все це свідчить про виняткову складність задачі синтезу інтерференційного перемикача.

Положимо параметр  $d_0 = 0$  мм (рис. 4.22). Такий вибір збільшує зв'язок резонансного об'єму з хвилеводом і зменшує добротність запірного коливання. Вибір  $d_1 = 8,5$  мм і  $l_1 = 4$  мм зсуває максимум резонансної кривої R(k) в окіл значення (4.22). (Параметри  $\varepsilon_1 = 3,84$ ,  $d_2 = 10$  мм,  $l_2 = 3$  мм.) Більш прецизійне налаштування – вибором розмірів області III – приводить до значень  $d_{_3} = 0,5$ мм,  $l_{_3} = 0,25$ мм. Частота повного відбиття від такого ключа  $\tilde{k} = 494,032$ ще недостатньо добре збігається з (4.22). Подальша варіація параметрів  $d_3$  і  $l_3$  з кроком h<sub>s</sub> не приводить до істотного поліпшення цього збігу. Тому, щоб уникнути переходу до різницевих сіток з більш дрібним кроком і, як наслідок, невиправданого зростання комп'ютерних ресурсів, для точного налаштування перемикача використовуємо заповнення області ІІІ віртуальним діелектриком (див. підрозділ 4.2). Оскільки поблизу стінок резонатора енергія магнітного поля превалює над енергією електричного, то в даному випадку зручно використовувати діелектрик з неодиничним значенням магнітної проникності. Методом послідовних наближень знаходимо віртуального параметри діелектрика, що заповнює область III  $\varepsilon_3 = 1$ ,  $\mu_3 = 3,121$ . Частота повного запирання перемикача з такими параметрами  $\tilde{k} = 493,4101 \,\mathrm{m}^{-1}$  збігається з заданим значенням (4.22) в шести десяткових знаках.

На рис. 4.37 (а) показано частотну залежність коефіцієнта відбиття від синтезованого інтерференційного перемикача в разі, коли він замкнений (крива 1,  $\sigma_2 = 0$ ), і коли він відкритий (крива 2,  $\sigma_2 = 10^3$ ). В останньому випадку  $R(\tilde{k}_{res}) \approx 0,06$ . На рис. 4.37 (б) – розподіл електричної компоненти поля в



Рисунок 4.37 – Коефіцієнт відбиття хвилі *TE*<sub>01</sub> від інтерференційного перемикача в режимі відбиття (крива 1) і в режимі пропускання (крива 2) (а); структура стоячої хвилі, утвореної при резонансному відбиті (б); амплітуди відбитої хвилі (в) і хвилі, що пройшла, (г) при збудженні перемикача в режимі запирання квазімонохроматичним імпульсом (4.23)

стоячій хвилі, утвореної при відбиванні від перемикача на частоті (4.22). На рис. 4.37 (в) – (г) представлені амплітуди відбитої хвилі, і хвилі, що пройшла, при збудженні перемикача квазімонохроматічним імпульсом

$$u_1^{inc}(t) = f_{narrow}(t; 1, 0, 0, 1, 4, 9, 5, 1, \tilde{k}_{res}).$$
(4.23)

Ці залежності дозволяють оцінити (по частини імпульсу, що вільно згасає) постійну часу резонатора  $\tau_{res} \approx 0,455127$  м і добротність запірного коливання  $Q \approx 115$ .

На рис. 4.38 показані фрагменти профілів хвиль, що пройшли через перемикач, при його перемиканні із замкненого стану у відкрите. Ці залежності допоможуть вибрати відповідне значення  $\sigma_{max}$  при моделюванні режиму скидання накопиченої енергії з другого ступеня компресора (див. нижче).



Рисунок 4.38 – Фрагменти часового профілю хвилі  $u_1^{tran}(t)$ , що пройшла, при перемиканні інтерференційного перемикача із замкненого стану у відкрите. Лінійний закон  $\sigma(t)$  (див. рис. 4.26),  $t_{beg} = 5$ ,  $t_{end} = 5,127$ , час перемикання активного елементу  $\Delta = t_{end} - t_{beg}$  дорівнює приблизно 10 періодам коливання поля на частоті (4.22)

### 4.5.3 Резонатор другого ступеня

Тепер все готово для синтезу і налаштування резонатора другого ступеня. Його утворюємо, поміщаючи діафрагму зі щілиною зв'язку у вузол стоячої хвилі, що показаний на рис. 4.37 (б) прямою  $A_1A_2$ . Техніка налаштування такого резонатора детально описана в пп. 4.4.2.2, тому, опускаючи всі проміжні результати, наведемо лише параметри синтезованого резонатора. Його геометричні розміри (рис. 4.31 (а)): L = 63,25 мм,  $L_1 = 8$  мм,  $d_4 = 8$  мм,  $l_4 = 0,25$  мм. Для точного налаштування область  $d_4 \times l_4$  заповнена віртуальним діелектриком з  $\varepsilon_4 = 1$ ,  $\mu_4 = 1,63$ . Частотна залежність коефіцієнта відбиття, по якій виконувалася настройка резонатора, наведена на рис. 4.39 (б). Частота, на якій T = 0, дорівнює  $\tilde{k} = 493,412$  м<sup>-1</sup> і збігається із заданою (4.22) в п'яти десяткових знаках. Більш точне налаштування резонатора можливо, але вимагає вже значних обчислювальних витрат. На рис. 4.39 (в) показана часова залежність електричної компоненти поля в пучності стоячої хвилі (рис. 4.39 (а)) при накачуванні резонатора імпульсом

$$u_1^{inc}(t) = f_{narrow}(t; 1, 0, 0, 1, 99, 9, 100, 1, \tilde{k}_{res}).$$
(4.24)

с центральною частото.  $\tilde{k}_{res}$ , яка задана (4.22). Максимум, на який виходить амплітуда стоячої хвилі в (квазі-) стаціонарному режимі, дорівнює приблизно 177,17. На рис. 4.39 (г)–(д) представлені амплітуди відбитої хвилі, і хвилі, що пройшла. Ці залежності дозволяють розрахувати постійну часу резонатора ( $\tau_{res} \approx 11,421049$  м) і добротність робочого коливання ( $Q \approx 2800$ ).

Промоделюємо тепер роботу налаштованого резонатора в режимі компресії. Це дозволить вибрати відповідний режим перемикання інтерференційного перемикача при моделюванні роботи всього двоступеневого компресора. На рис. 4.40 показані часові профілі стиснутих імпульсів при накачуванні резонатора імпульсом (4.24) і трьох різних залежностях  $\sigma(t)$  в активній області перемикача, для яких на рис. 4.38 наведені перехідні характеристики одиночного перемикача. Як вже зазначалося в пп. 4.4.2.3, великі значення  $\sigma_{\scriptscriptstyle max}$  дозволяють досягти великих абсолютних значень амплітуди стиснутого імпульсу, платою за що є генерація в процесі перемикання вищих мод і втрата гладкості обвідної вихідного імпульсу.



Рисунок 4.39 – Резонатор другого ступеня компресора і розподіл електричної компоненти поля, що вільно коливається, на робочій частоті (а); коефіцієнт проходження через резонатор (б); поле  $E_x(g,t)$  в пучності стоячої хвилі (в); амплітуда відбитої хвилі (г) і хвилі, що пройшла (д) через резонатор, при збудженні його квазімонохроматічним імпульсом (4.24)



Рисунок 4.40 – Часові профілі стиснутих імпульсів в одиночному хвилевідному резонаторі при різних значеннях  $\sigma_{max}$  (див. рис. 4.26),  $t_{beg} = 99,9$ ,  $t_{end} = 100,027$ , час перемикання активного елементу  $\Delta = t_{end} - t_{beg}$ , як і для даних на рис. 4.38, дорівнює приблизно 10 періодам коливання поля на частоті (4.22)

# 4.5.4. Двоступеневе стиснення

Два накопичувальних резонатора готові до компонування в двоступеневу конструкцію і моделювання її роботи. Виберемо наступний імпульс накачування

$$u_1^{inc}(t) = f_{narrow}(t; 1, 0, 1, 749, 750, 1, \tilde{k}_{res})$$
(4.25)

( $\tilde{k}_{res}$  задано (4.22)). Його тривалість дорівнює 750 м або, приблизно, 2,5 мкс. У цьому інтервалі часів провідність активного об'єму всередині інтерференційного перемикача дорівнює  $\sigma(t) = \sigma_{max} = 10^3$  См/м, ключ відкритий, енергія зовнішнього джерела накачується в перший ступень – в дводзеркальний резонатор. Далі, в інтервалі часів 743,873 < t < 744 (приблизно

10 періодів коливання на частоті (4.22)) провідність активного об'єму зменшується за лінійним законом від  $\sigma_{max}$  до 0, формується резонансний об'єм другого ступеня, і в нього перекачується енергія з двозеркального резонатора. Частина енергії зовнішнього джерела в інтервалі 744 < t < 750, яка пройшла у другий ступень, накачується в інтерференційний ключ, зменшуючи тим самим втрати енергії при перекачуванні з першого ступеня у другий. Результат чисельного моделювання двоступеневої системи в такому режимі представлено на рис. 4.41.

У момент часу t = 760,8 м (приблизно 1329 періодів робочого коливання після початку перемикання активного елементу) накопичена в першому ступені енергія за вирахуванням радіаційних втрат практично повністю перекачана в другу, після чого перший резонатор починає зворотне перекачування енергії. На рис. 4.41 (в) і 4.41 (г) показані часові залежності поля  $E_x(t)$  в двох точках спостереження  $g_1$  і  $g_2$ , розташованих в пучностях стоячих хвиль в першому і другому резонаторах: перша з них, як і на рис. 4.36, - в геометричному центрі дводзеркального резонатора, друга, як і на рис. 4.39 (а), – в максимумі п'ятої від щілини зв'язку «плями» стоячої хвилі. Максимум осциляцій обвідної однієї функції в точності відповідає мінімуму осциляцій обвідної інший. Ці мінімуми не збігаються в точності з нулем внаслідок невеликої відмінності власних частот двох розглянутих резонаторів. Ця різниця всього лише в шостому десятковому знаку, і такої точності налаштування резонаторів не вистачає для перекачування всієї енергії. На рис. 4.41 (а) і 4.41 (б) показані розподілення електричної компоненти поля в обчислювальної області в момент часу t = 743,8 м (перед перемиканням) і в момент t = 760,8 м (мінімум поля в першому резонаторі).

На рис. 4.41 (д) показано часовий профіль імпульсу на виході компресора, що працює в режимі скидання накопиченої енергії. Останній включався зміною питомої провідності в активній області перемикача від нульового значення при t = 760,8 м до  $\sigma = 100$  См/м при t = 760,927 м (лінійне зростання в часі).



Рисунок 4.41 – Результат чисельного моделювання двоступеневого компресора: (a), (б) – розподілення поля  $E_x$  в моменти часу, коли практично вся енергія зосереджена в першому і другому резонаторах; (в), (г) – поле  $E_x(t)$ в точках спостереження  $g_1$  і  $g_2$  в першому і другому резонаторах без скидання енергії у відвідний хвилевід; (д) – часовий профіль стиснутого імпульсу на виході компресора

Максимальне миттєве значення модуля амплітуди стиснутого імпульсу дорівнює приблизно 10,5. При одиничному значенні максимуму амплітуди імпульсу накачування це дає коефіцієнт посилення імпульсної потужності  $\tilde{G} = (10,5)^2 \approx 110$ . При використанні для компресії тільки одного хвилевідного резонатора з тими ж геометричними і електричними параметрами пікове значення амплітуди стиснутого імпульсу склало 6,9 (рис. 4.40), а відповідне значення коефіцієнта пікового посилення  $\tilde{G} = (6,9)^2 \approx 47,6$ . Таким чином, виграш в коефіцієнті  $\tilde{G}$  після додавання в компресор ступені з дводзеркальним накопичувальним резонатором склав приблизно 110/47,6  $\approx$  2,3 рази. Це порівняно невелике значення, але воно, очевидно, може бути збільшено шляхом оптимізації геометричних і електричних параметрів розглянутої конструкції компресора, і в першу чергу вибором більш добротного робочого коливання в першій ступень.

В [369] зберігається відеофайл, в якому візуалізована динаміка перекачування енергії з першого ступеня компресора в другу і її скидання у відвідний хвилевід.

Аналіз результатів, представлених вище, залишає також ряд важливих питань, відповідь на які принципово важливий для подальшого прогресу в конструюванні подібних двоступеневих конструкцій. Окрім очевидної задачі збільшення добротності робочого коливання першого ступеня особливо гостро стоїть питання використання для другого ступеня резонатора, виконаного за двопортовою схемою (див. п. 4.4.2). Складність налаштування такого резонатора навіть в рамках чисельного експерименту ставить під сумнів практичну цінність такої популярної в літературі конструкції. Вибір трипортової схеми (п. 4.4.1) виглядає більш кращім в силу того, що в такому варіанті коефіцієнт відбиття від резонатора має яскраво виражений резонансний максимум.

Також важливим результатом проведених тут численних експериментів є обґрунтування можливості побудови подібних двоступеневих компресорів з

використанням тільки одного інтерференційного ключа, що, в силу складності настройки резонатора другого ступеня, робить їх привабливими в порівнянні з конструкціями, в яких використовуються два перемикача [220].

## 4.6 Перспективні напрямки подальших досліджень

Аналіз даних, представлених в літературі, а також результатів чисельних експериментів, представлених в цьому розділі, дозволяє зробити наступні висновки. Основний прогрес в характеристиках компресорів можна очікувати від двоступеневих конструкцій. Можливих варіантів побудови таких компресорів багато. Разом з тим велике і число їх геометричних і електричних параметрів, кожен з яких виявляється чутливим до варіацій будь-якого іншого. Ефективний відбір конструкцій з відповідними характеристиками і їх оптимізація можливі тільки при скрупульозному моделюванні хвильових процесів, що протікають в них. З цієї причини створення ефективних математичних моделей компресорів є актуальною задачею.

Перспективні високодобротні резонатори (в поєднанні з вузлами зв'язку), як правило, мають власні коливаннями, структура яких не допускає поділу на поляризації. Тому перехід до тривимірних моделей, які оперують з шістьма компонентами поля, – одна з основних матфізичних задач, яку потрібно вирішити в найближчому майбутньому. Доповнити початково-крайові задачі типу (2.56) ще трьома диференційними рівняннями для інших компонент поля і відповідними початковими і крайовими умовами не становить труднощів. Основні труднощі виникають при перенесенні таких шостикомпонентих задач в машинний код. При переході від задач з розмірністю 2 до задач з розмірністю 3 потрібні процесорний час і об'єм оперативної пам'яті зростають нелінійно. Можливості сучасних персональних комп'ютерів дозволяють моделювати поки що найпростіші тривимірні резонатори з відносно невеликими робочими добротностями. Критично важливим тут є оптимізація комп'ютерного коду, як за швидкістю його роботи, так і по пам'яті, що витрачається їм.

При проведенні численних (і натурних) експериментів головною і чи не єдиною невирішеною на сьогоднішній день проблемою є проблема синтезу інтерференційного перемикача. Саме від вирішення цієї проблеми в більшій мірі залежать практично всі електродинамічні характеристики активного компресора і його вихідного імпульсу. Як показано в п. 4.4.1 та п. 4.4.2, швидке переключення активного елементу в перемикачі не приводить (для ТЕ-хвиль) до настільки ж швидкого переходу хвилевідного тракту із замкненого стану у відкрите. Причина цього в тому, що неможливо швидко видалити з хвилеводу запірну «пляму» поля стоячої хвилі. Вона або занадто довго (в порівнянні з періодом робочого коливання) віддає свою енергію активному елементові, або занадто довго (в масштабі стиснутого імпульсу) інтерферує з хвилею, що виходить з накопичувача. Це призводить до збільшення часу виходу з резонатора стиснутого імпульсу і зменшення його потужності. Швидке – за часи порядку одного періоду коливання поля – видалення запірної «плями» з хвилевідного резонатора є наріжною проблемою при побудові активних компресорів.

Простого і універсального рішення цієї Основні задачі немає. інтерференційного перемикача знаходяться характеристики В деякому протиріччі один з одним. Наприклад, вимога мінімізації часу його перемикання приводить до використання порівняно нізкодобротного запірного коливання, що, з іншого боку, спричиняє зростання коефіцієнта відбиття на робочій частоті від відкритого ключа (див. рис. 4.37 (а), де цей коефіцієнт дорівнював приблизно 0,06). Останнє означає, що накопичена в хвилевідному резонаторі енергія не зможе висвітитися швидко через те, що збільшилося значення коефіцієнта відбиття.

Слід згадати тут ще одну важливу задачу – задачу випромінювання стиснутих імпульсів у відкритий простір. Для практичного застосування важливо вміти а) направлено випромінювати згенеровані імпульси; б) випромінювати їх з мінімальними спотвореннями форми. Ці дві вимоги також знаходяться в певному протиріччі одна з одною, оскільки важко, а часто неможливо, синтезувати антену з досить вузьким головним пелюстком діаграми спрямованості, напрямок і ширина якого були б постійні у всій робочій смузі частот. Для вузькосмугових імпульсів, згенерованих активними компресорами, можливість спрямованого випромінювання розглядалася в [2, 5, 8, 24, 31]. Для широкосмугових імпульсів домогтися такого випромінювання значно складніше (див. підрозділ 3.6, рис. 3.36).

Насамкінець, необхідно відзначити, що дослідження активної компресії ще далекі від свого логічного завершення. Теоретичні оцінки [84, 85] максимально можливого коефіцієнта посилення імпульсної потужності в одноступінчатих (кріогенних) системах дають значення порядку 70дБ. Реально досягнутий рівень посилення в експериментальних установках становить не більше 40дБ. Ця різниця цілком може бути вибрана в рамках подальших досліджень цієї проблематики.

#### 4.7 Висновки до розділу 4

В цьому розділі розроблено покрокову схему модельного синтезу активних компресорів ЕМІ, в основу якої покладено розв'язання початковокрайових задач, що описують трансформації ЕМІ у відповідних електродинамічних вузлах. У рамках цього напрямку досліджень:

 Синтезовано прототип активного компресора з накопиченням енергії у *TM*<sub>01n</sub>-коливанні аксіально-симетричного резонатора з інтерференційним перемикачем у вигляді запірної щілини у внутрішньому провіднику відвідної коаксіальної лінії. Показано, що тривалість вихідного імпульсу такого компресора близька до теоретичної межі, що дорівнює подвоєному часу пробігу хвилі вздовж резонатора.

- 2. Синтезовано прототип накопичувального резонатора на відрізку прямокутного хвилеводу із запірним розширенням у *H*-площині та щілиною зв'язку у торцевій стінці. Показано, що такий резонатор може збуджуватися як у режимі резонансного проходження, так і в режимі резонансного відбиття хвилі накачки. В останньому випадку добротність робочого *TE*<sub>01n</sub>-коливання досягає максимуму.
- 3. Уперше строго промодельовані перехідні процеси, які відбуваються під час перемикання активного елемента (об'єму резонатора, в який вводиться зовнішній електронний потік) у запірному *H*-площінному розширенні прямокутного хвилеводу. Показано, що існують два механізми перемикання такого розширення у відкритий стан: дисипація енергії стоячої хвилі та зміщення його резонансної частоти.
- 4. Синтезовано нову модель двоступеневого компресора з відкритим дводзеркальним резонатором у першому ступені та одним інтерференційним перемикачем у другому хвилевідному ступені. У цій моделі отримано більш ніж дворазове підвищення імпульсної потужності в порівнянні з компресором, в якому використовується тільки один хвилевідний ступінь.

Результати цього розділу опубліковані в роботах [1, 2, 4, 5, 7, 8, 17, 23, 24, 27–32, 35].

#### ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі вирішено ряд важливих для теорії і практики проблем, пов'язаних з коректним моделюванням і синтезом основних вузлів активних і пасивних компресорів ЭМІ. Отримані результати вперше дозволяють будувати коректні матфізичні моделі таких пристроїв, вивчати фізику хвильових процесів, що протікають в них, отримувати достовірні електродинамічні характеристики. Розвинена в роботі строга методологія дозволяє сподіватися на істотний прогрес в характеристиках компресорів ЕМІ і, можливо, на появу принципово нових пристроїв, що використовують компресію ЕМІ. Такий прогрес може зробити істотний вплив на техніку, яка використовується в радіолокації, підповерхневому зондуванні, нагріванні плазми, прискоренні заряджених частинок, в системах передачі цифрових даних та ін.

До числа оригінальних наукових результатів, отриманих в дисертаційній роботі, можна віднести наступні.

- Розвинуто метод ТПУ, який в сукупності зі скінченно-різницевим методом дозволив ефективно будувати строгі розв'язки відкритих початковокрайових задач електродинаміки з довільною геометрією джерел та розсіювачів поля. В рамках цього напрямку досліджень:
  - а. Отримано нову ТПУ для прямокутної віртуальної межі у вільному просторі. Ця умова є локальною як за просторовими, так і за часовою змінними.
  - б. Визначено оптимальну в обчислювальному плані ТПУ для поперечних перерізів регулярних металевих хвилеводів. Ця умова є каузальною згорткою «історії» імпульсної хвилі на віртуальній межі з функцією Бесселя, поділеною на свій аргумент (нелокальна за часовою змінною), та потребує менших проміжних обчислень при комп'ютерній реалізації, ніж аналогічні відомі поглинаючі умови.

- в. Запропоновано новий алгоритм обчислення каузальних згорток, з яких складаються нелокальні ТПУ, який дозволяє зберігати більшу частину «історії» імпульсних хвиль на жорсткому диску комп'ютера. Це радикально (у сотні разів) знизило вимоги до ємності оперативної пам'яті комп'ютерів, що використовуються для розв'язання початково-крайових задач, та привело до значного зменшення загального часу такого розв'язання.
- г. Запропоновано новий алгоритм вбудовування у різницеві схеми імпульсних хвиль, що приходять з напівнескінченних хвилеводів, зі спектром, що розташований як завгодно близько до критичної частоти робочої моди.
- Уперше метод ОХФ було адаптовано для строгого моделювання пасивного стиснення ЕМІ у хвилевідних трактах з дисперсією групової швидкості. У рамках цього напрямку досліджень:
  - а. Метод ОХФ узагальнено на випадок дисперсійних елементів з втратами різної природи: дифракційними, радіаційними, омічними, а також опором випромінювання.
  - б. Отримано узагальнення методу ОХФ, яке дозволяє визначати часовий профіль ЕМІ на вході випромінювача з довільною геометрією за заданим профілем цього імпульсу в довільній точці простору.
  - в. На прикладі порожнистих металевих хвилеводів показано непридатність відомого кінематичного наближення для визначення законів модуляції імпульсу, що стискається. Встановлено придатність таких хвилеводів для стиснення імпульсів з шириною спектральної смуги до 2-х октав.
  - г. Уперше методом ОХФ промодельовано пасивне стиснення ЕМІ у хвилевідній секції, що містить відрізок жолобкового хвилеводу. Показано, що у міліметровому діапазоні такі секції, внаслідок менших втрат, більш привабливі для компресії імпульсів, ніж прямокутні хвилеводи такої самої довжини.

- д. Уперше методом ОХФ промодельовано стиснення оптичних та інфрачервоних імпульсів у кристалах GaAs, ZnTe, LiF, RbI, CsCl з дисперсією діелектричної проникності. Доведено можливість стиснення EMI у таких кристалах з шириною частотної смуги від однієї до чотирьох октав зі збільшенням їх пікової потужності від 27 дБ до 60 дБ на одному метрі оптичної траси.
- Розроблено покрокову схему модельного синтезу активних компресорів ЕМІ, в основу якої покладено розв'язання початково-крайових задач, що описують трансформації ЕМІ у відповідних електродинамічних вузлах. У рамках цього напрямку досліджень:
  - а. Синтезовано прототип активного компресора з накопиченням енергії у *TM*<sub>01n</sub>-коливанні аксіально-симетричного резонатора з інтерференційним перемикачем у вигляді запірної щілини у внутрішньому провіднику відвідної коаксіальної лінії. Показано, що тривалість вихідного імпульсу такого компресора близька до теоретичної межі, що дорівнює подвоєному часу пробігу хвилі вздовж резонатора.
  - б. Синтезовано прототип накопичувального резонатора на відрізку прямокутного хвилеводу із запірним розширенням у *H*-площині та щілиною зв'язку у торцевій стінці. Показано, що такий резонатор може збуджуватися як у режимі резонансного проходження, так і в режимі резонансного відбиття хвилі накачки. В останньому випадку добротність робочого *TE*<sub>01n</sub>-коливання досягає максимуму.
  - в. Уперше строго промодельовані перехідні процеси, які відбуваються під час перемикання активного елемента (об'єму резонатора, в який вводиться зовнішній електронний потік) у запірному *H*-площінному розширенні прямокутного хвилеводу. Показано, що існують два механізми перемикання такого розширення у відкритий стан: дисипація енергії стоячої хвилі та зміщення його резонансної частоти.

г. Синтезовано нову модель двоступеневого компресора з відкритим дводзеркальним резонатором у першому ступені та одним інтерференційним перемикачем у другому хвилевідному ступені. У цій моделі отримано більш ніж дворазове підвищення імпульсної потужності в порівнянні з компресором, в якому використовується тільки один хвилевідний ступінь.

Подяки. Автор висловлює свою щиру подяку науковому консультанту Ю.К. Сіренку за цінні поради, здорову критику і всебічну допомогу в роботі над дисертаційною роботою; співробітникам лабораторії математичної фізики IPE ім. О.Я. Усикова HAH України Л.О. Пазиніну, В.З. Мазуру, М.В. Майбороді, А.П. Євдокимову, Г.О. Слюсаренко, В.Ф. Науменку, А.І. Амосовій і Л.Г. Величко; своїм співавторам К.Ю. Сіренку, І.К. Кузьмічову, П.М. Мележику, I.В. Іванченку, Н.О. Попенко, М.М. Хруслову, В.Ю. Филиппенку, А.О. Богуславській і Н.П. Яшиній. Автор також вдячний професорові кафедри НВЧ Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна О.О. Шматьку та співробітникам лабораторії обчислювальної електродинаміки IPE ім. О.Я. Усикова HAH України С.О. Стешенку, А.О. Кириленку і Д.Ю. Кулику за суттєву допомогу і низку зауважень, які сприяли поліпшенню цієї дисертаційної роботи.

# СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- 1. В. Л. Пазынин, К. Ю. Сиренко, "Преобразование импульсных *TE*<sub>0n</sub> и *TM*<sub>0n</sub> волн аксиально-симметричными волноводными узлами. Щелевые резонансы", Электромагнитные волны и электронные системы, Т. 10, № 10, с. 21–26, 2005.
- 2. И. В. Ванченко, А. М. Королёв, В. Л. Пазынин, Н. А. Попенко, М. М. Хруслов, "Особенности формирования диаграмм направленности монопольной антенны в присутствии конечных экранов", *Радиофизика и* электроника: Сб. трудов ИРЭ НАН Украины, Т. 11, № 1, с. 55–60, 2006.
- 3. В. Л. Пазынин, В. Е. Филиппенко, "Преобразование поверхностных волн в объёмные в системе «частично экранированный планарный волновод открытый диэлектрический резонатор»", Электромагнитные волны и электронные системы, Т. 13, № 10, с.21–29, 2008.
- 4. I. K. Kuzmitchev, P. M. Melezhyk, V. L. Pazynin, K. Yu. Sirenko, Yu. K. Sirenko, O. S. Shafalyuk, L. G. Velychko, "Model synthesis of energy compressors", *Радиофизика и электроника*: *Сб. трудов ИРЭ НАН Украины*, T. 13, № 2, c.166–172, 2008.
- 5. В. Ф. Кравченко, В. Л. Пазынин, К. Ю. Сиренко, Ю. К. Сиренко, "Плоские задачи электродинамики несинусоидальных волн для компактных открытых резонаторов с волноводной питающей линией. Решетки как диаграммообразующие структуры", Электромагнитные волны и электронные системы, Т. 14, № 6, с. 4–20, 2009.
- 6. K. Sirenko, V. Pazynin, Y. Sirenko, H. Bagci, "An FFT-accelerated FDTD scheme with exact absorbing conditions for characterizing axially symmetric resonant structures", *Progress in Electromagnetics Research*, vol. 111, pp. 331–364, 2011.
- K. Sirenko, V. Pazynin, Y. Sirenko, H. Bagci, "Compression and radiation of high-power short radio pulses. I. Energy accumulation in direct-flow waveguide compressors", *Progress in Electromagnetics Research*, vol. 116, pp. 239–270, 2011.
- 8. K. Sirenko, V. Pazynin, Y. Sirenko, H. Bagci, "Compression and radiation of high-power short radio pulses. II. A novel antenna array design with combined compressor/radiator elements", *Progress in Electromagnetics Research*, vol.116. pp. 271–296, 2011.

- 9. В. Л. Пазынин, "О возможности строгого моделирования компрессии частотно-модулированных импульсов в полых регулярных волноводах", *Радиофизика и Электроника*, Т. 3, № 3, с. 30–34, 2012.
- V. L. Pazynin, "Compression of frequency-modulated electromagnetic pulses in sections of regular waveguides" *Telecommunication and Radio Engineering*, vol. 71, no. 20, pp. 1833–1857, 2012.
- M. B. Orazbekova, V. L. Pazynin, S. S. Sautbekov, K. Y. Sirenko, Yu. K. Sirenko, A. A. Vertiy, "The exact absorbing conditions method in the analysis of open electrodynamic structures. Axially-symmetrical objects in free space and effective calculations", Физические Основы Приборостроения, T. 3, № 4. с. 40–58, 2014.
- 12. В. Л. Пазынин, "Свойства мультиплета в спектре колебаний цепочки связанных волноводных резонаторов", *Радиофизика и Электроника*, Т. 8(22), № 1, с. 3–14, 2017.
- 13. В. Л. Пазынин, "Эффект запирания изгиба волновода вблизи критической частоты второй моды", *Радиофизика и Электроника*, Т. 22, № 2, с. 3–10, 2017.
- 14. В. Л. Пазынин, К. Ю. Сиренко, Ю. К. Сиренко, Н. П. Яшина, "Точные поглощающие условия в начально-краевых задачах вычислительной электродинамики. Обзор", *Физические Основы Приборостроения*, Т. 6, № 4(26), с. 2–33, 2017.
- 15. V. L. Pazynin, M. V. Maiboroda, "Electromagnetic pulse compression in sections of helically coiled waveguides", *Telecommunications and Radio Engineering*, vol. 76, no. 3, pp.209–225, 2017.
- 16. V. L. Pazynin, M. V. Maiboroda, "Compression of electromagnetic pulses with piecewise linear laws of amplitude and frequency modulation", *Telecommunications and Radio Engineering*, vol. 76, no. 4, pp. 277–284, 2017.
- 17. V. L. Pazynin, "Simulation of the characteristics of an active microwave power compressor", *Telecommunications and Radio Engineering*, vol. 76, no. 12, pp. 1033–1047, 2017.
- 18. V. L. Pazynin, M. V. Maiboroda, "Compression of electromagnetic pulses in dielectric waveguides of a finite length", *Telecommunications and Radio Engineering*, vol. 76, no. 14, pp. 1219–1230, 2017.
- 19. V. L. Pazynin, M. V. Maiboroda, "Modeling of the compression of wave packets induced by a current filament in a plane-parallel waveguide", *Telecommunications and Radio Engineering*, vol. 76, no. 16, pp. 1391–1404, 2017.

- 20. V. L. Pazynin, "Microwave pulse radiator with passive compression of input signal", *Telecommunications and Radio Engineering*, vol. 77, no. 1, pp. 13–25, 2018.
- 21. V. L. Pazynin, V. Z. Mazur, A. O. Boguslavskaya, "On the feasibility of using a groove waveguide as a dispersive element in a passive microwave power compressor", *Telecommunications and Radio Engineering*, vol. 77, no. 5, pp. 373–381, 2018.
- V. L. Pazynin, S. S. Sautbekov, K. Yu. Sirenko, Yu. K. Sirenko, A. A. Vertiy, N. P. Yashina, "Comparison of exact and approximate absorbing conditions for initial boundary value problems of the electromagnetic theory of gratings", *Telecommunications and Radio Engineering*, vol. 77, no. 18, pp. 1581–1595, 2018.
- 23. В. Л. Пазынин, "Строгая электродинамическая модель накопительного резонатора активного компрессора СВЧ мощности", *Физические Основы* Приборостроения, Т. 7, № 3(29), с. 86–106, 2018.
- 24. V. Pazynin, K. Sirenko, Y. Sirenko High-Power Short Pulses Compression: Analysis and Modeling Ch. 6 in book Electromagnetic waves in complex systems. Selected theoretical and applied problems, Springer, 2016. – P.327– 385.
- 25. Y. K. Sirenko, V. L. Pazynin, A. I. Vyazmitinova, K. Y. Sirenko, "Exact 'absorbing' conditions in initial boundary-value problems of the theory of pulse wave radiation", *Proc. of the 4-th International Conference on Antenna Theory and Techniques, Sevastopol, Ukraine*, pp. 110–112, 2003.
- 26. Y. K. Sirenko, V. L. Pazynin, V. F. Naumenko, L. G. Velychko, A. I. Vyazmitinova, "The package of programs for solving model initial boundary-value problems in the theory of nonsinusoidal electromagnetic waves", Proc. of the 2-nd International Workshop "Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals", Sevastopol, Ukraine, pp. 91–93, 2004.
- 27. Yu. K. Sirenko, V. L. Pazynin, O. S. Shafalyuk, "Forming and radiation of highpower short radio pulses", *Proc. of the 6-th International Conference on Antenna Theory and Techniques, Sevastopol, Ukraine*, pp. 107–109, 2007.
- 28. R. Chernobrovkin, I. Ivanchenko, A. Korolev, L. P. Ligthart, N. Popenko, V. Pazynin, "Wide-band antenna array", *Proc. of the 38-th European Microwave Conference, Amsterdam, the Netherlands*, pp. 1628–1631, 2008.
- 29. K. Sirenko, V. Pazynin, "Analysis and model synthesis of resonant units for radiators of high-power short radio pulses" *Proc. of the URSI International Symposium on Electromagnetic Theory, Berlin, Germany*, pp. 522–524, 2010.

- 30. A. I. Amosova, A. A. Krivchikova, V. L. Pazynin, Y. K. Sirenko, "The formation and radiation of high-power short radio pulses: new approaches to modelling and analysis of microwave compressors", *Proc. of the 5-th International Conference on Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals, Sevastopol, Ukraine*, pp. 16–21, 2010.
- 31. K. Sirenko, V. Pazynin, H. Bagci, "Compression of beamed short pulses radiated by a phased array", *Proc. of the USNC-URSI National Radio Science Meeting, Spokane, USA*, pp. 1, 2011.
- 32. S. Sautbekov, K. Sirenko, Yu. Sirenko, V. Pazynin, A. Vertiy, "The exact absorbing conditions method in the analysis of open electrodynamic structures. The expansion on axially-symmetrical objects in free space and effective calculations", *Proc. of the 7-th International Conference "Acoustooptic and radar methods for information measurements and processing", Moscow-Suzdal, Russia*, pp. 90–92, 2014.
- 33. M. V. Maiboroda, V. L. Pazynin, H. O. Sliusarenko, "Electromagnetic Pulses Compression in Helically Coiled Dielectric Waveguide", *Proc. of the 22-nd International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory, Lviv-Dnipro, Ukraine*, pp. 104– 107, 2017.
- 34. M. V. Maiboroda, V. L. Pazynin, H. O. Sliusarenko, "Passive Compression of Optical Pulses in Uniform Isotropic and Dispersive Medium", *Proc. of the IEEE International Young Scientists Forum on Applied Physics and Engineering, Lviv, Ukraine*, pp. 228–230, 2017.
- 35. V. Pazynin, K. Sirenko, Y. Sirenko, N. Yashina, "Comparative analysis of various domain truncation techniques for initial-boundary value problems for periodic structures", *The Progress in electromagnetics research symposium abstracts, Toyama, Japan*, pp. 1, 2018.
- 36. J. R. Klauder, A. C. Price, S. Darlington, W. J. Albersheim, "The theory and design of chirp radars", *The Bell System Technical Journal*, vol. 39, no. 4, pp. 745-808, 1960.
- 37. Х. О. Рамп, Е. Р. Уингров, "Принципы сжатия импульса", Зарубежная Радиоэлектроника, № 9, с. 15-26, 1962.
- 38. Р. Тор "Техника сжатия импульса с большим произведением длительности на ширину спектра", *Зарубежная Радиоэлектроника*, № 12, с. 31-38, 1963.
- 39. Д. Е Вакман, Сложные сигналы и принцип неопределенности в радиолокации. М.: Советское радио, 1965.

- 40. М. Сколник, Введение в технику радиолокационных систем. М.: Мир, 1965.
- 41. Я. Д. Ширман, Теоретические основы радиолокации. М.: Советское радио, 1970.
- 42. Я. Д. Ширман, Б. В. Найденов, В. Н. Манжос, В. В. Трубников, "О первых отечественных исследованиях эффекта укорочения (сжатия) радиоимпульсов", *Радиотехника*, Т. 25, № 3, с. 105–111, 1970.
- 43. Ч. Кук, М. Бернфельд, Радиолокационные сигналы. М.: Советское радио, 1971.
- 44. Я. Д. Ширман, Разрешение и сжатие сигналов. М.: Советское радио, 1974.
- 45. Р. Бромлей, Б. Коллэн, "Применение волноводной дисперсионной линии в системе сжатия частотно-модулированных импульсов", *Зарубежная Радиоэлектроника*, № 2, с. 35–45, 1969.
- 46. J. B. Laflen, T. M. Talavage, "A method for delivering spatio-temporally focused energy to a dynamically adjustable target along a waveguiding structure", *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 58, no. 3, pp. 1416–1426, 2010.
- 47. H. S. Gökgör, B. Minakovic, "Circular  $TE_{01}$  periodic waveguide as delay line for pulse compression", *Electronics Letters*, vol. 7, no. 20, pp. 607–608, 1971.
- 48. E. C. Thirios, D. I. Kaklamani, N. K. Uzunoglu, "Pulse compression using a periodically dielectric loaded dispersive waveguide", *Progress in Electromagnetics Research*, vol. 48, pp. 301–333, 2004.
- 49. E. C. Thirios, D. I. Kaklamani, N. K. Uzunoglu, "Microwave pulse compression using a periodically dielectric loaded dispersive waveguide section", *Electromagnetics*, vol. 26, no. 5, pp. 345–358, 2006.
- S. V. Samsonov, A. D. R. Phelps, V. L. Bratman, G. Burt, G. G. Denisov, A. W. Cross, K. Ronald., K. He., H. Yin, "Compression of frequency-modulated pulses using helically corrugated waveguides and its potential for generating multigigawatt rf radiation", *Physical Review Letters*, vol. 92, no. 11, pp. 118301-1–118301-4, 2004.
- 51. G. Burt, S. V. Samsonov, A. D. R. Phelps, V. L. Bratman, K. Ronald, G. G. Denisov, W He., A. R. Young, A. W. Cross, I. V. Konoplev, "Microwave pulse compression using a helically corrugated waveguide", *IEEE Transactions on Plasma Science*, vol. 33, no. 2, pp. 661–667, 2005.
- 52. В. Л. Братман, Г. Г. Денисов, С. В. Самсонов, А. У. Кросс, К. Рональд, А. Д. Р. Фелпс, "Метод достижения мультигигаваттной пиковой мощности

путём компрессии импульсов СВЧ излучения релятивистской лампы обратной волны в винтовом волноводе, *Изв. ВУЗов. Радиофизика*, Т. 50, № 1. с. 40–53, 2007.

- 53. С. В. Самсонов, Гирорезонансные приборы и СВЧ компрессоры на основе волноводов с винтовой гофрировкой поверхности, Дисс. д.ф.-м.н., 01.04.04 физическая электроника, Нижний Новгород, 2007.
- 54. С. В. Мишакин, С. В. Самсонов, "Оптимизация компрессии частотномодулированных импульсов в секционированном волноводе с винтовой гофрировкой поверхности", *Журнал Технической Физики*, Т. 79, вып. 11. с. 93–101, 2009.
- 55. M. McStravick, S. V. Samsonov, K. Ronald, S. V. Mishakin, W. He, G. G. Denisov, C. G. Whyte, V. L. Bratman, A. W. Cross, A. R. Young, pp. MacInnes, C. W. Robertson, A. D. R. Phelps, "Experimental results on microwave pulse compression using helically corrugated waveguide", *Journal* of Applied Physics, vol. 108, no. 5, pp. 054908-1–054908-4, 2010.
- 56. V. L. Bratman, G. G. Denisov, N. G. Kolganov, S. V. Mishakin, S. V. Samsonov, A. W. Cross, W. He, L. Zhang, M. McStravick, C. G. Whyte, A. R. Young, K. Ronald, C. W. Robertson, A. D. R. Phelps, "Generation of 3 GW microwave pulses in X-band from a combination of a relativistic backwardwave oscillator and a helical-waveguide compressor", *Physics of Plasmas*, vol. 17, no. 11, pp. 110703-1–110703-3, 2010.
- Г. Г. Денисов, 57. В. Л. Братман, Н. Г. Колганов, С. В. Мишакин, С. В. Самсонов, Д. И. Соболев, "Микроволновый источник мультигигаваттной пиковой мощности на комбинации основе релятивистской лампы обратной и компрессора", волны Журнал Технической Физики, Т. 81, вып. 2, с. 113-117, 2011.
- L. Zhang, S. V. Mishakin, W. He, S. V. Samsonov, M. McStravick, G. G. Denisov, A. W. Cross, V. L. Bratman, C. G. Whyte, C. W. Robertson, A. R. Young, K. Ronald, A. D. R Phelps, "Experimental study of microwave pulse compression using a five-fold helically corrugated waveguide", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 63, no. 3, pp. 1090– 1096, 2015.
- 59. W. M. Manheimer, B. H. Ripin, "Highpower microwave plasma pulse compression", *Physics of Fluids*, vol. 29, no. 7, pp. 2283–2291, 1986.
- 60. B. H. Ripin, W. Manheimer, "Microwave pulse compression in dispersive plasmas", U. S. Patent 4758795, 1988.

- 61. S. V. Kuzikov, "Optimization and synthesis of passive pulse compressors based on reflectionless cavities", *International Journal of Infrared and Millimeter Waves*, vol. 19, no. 5, pp.771–784, 1998.
- 62. Y. Lee, "Pulse compression using coupled-waveguide structures as highly dispersive elements", *Applied Physical Letters*, vol. 73, no. 19, pp. 2715–2717, 1998.
- 63. L. B. Felsen, "Asymptotic theory of pulse compression in dispersive media", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. AP-19, no. 3, pp. 424–432, 1971.
- 64. K. A. Connor, L. B. Felsen, "Complex space-time rays and their application to pulse propagation in lossy dispersive media", *Proceedings of the IEEE*, vol. 62, no. 11, pp. 1586–1598, 1974.
- 65. S. E. El-Khamy, "On pulse compression in dispersive media", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. AP-27, no. 3, pp. 420–422, 1979.
- 66. П. В. Блиох, "Сжатие импульса излучения в диспергирующей среде со случайными неоднородностями", Изв. ВУЗов. Радиофизика, Т. 7, № 3, с. 460–470, 1964.
- 67. R. E. McIntosh, S. E. El-Khamy, "Compression of transmitted pulses in plasma", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. AP-18, no. 2, pp. 236–241, 1970.
- 68. Y. Avitzour, G. Shvets, "Manipulating electromagnetic waves in magnetized plasmas: compression, frequency shifting, and release", *Physical Review Letters*, vol. 100, no. 6, pp. 065006-1–065006, 2008.
- 69. G. M. Whitman, L. B. Felsen, "FM pulses in stratified isotropic plasma", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 28, no. 3, pp. 342–359, 1980.
- 70. D. B. Schwarzkopf, "The travelling wave resonator as a short pulse generator", *Microwave Journal*, vol. 5, no. 10, pp. 172–180, 1962.
- 71. А. П. Диденко, В. И. Зеленцов, Ю. Г. Штейн, Ю. Г. Юшков, "Генерирование мощных СВЧ-импульсов наносекундной длительности", *Радиотехника и Электроника*, Т. 17, № 7, с. 1545–1547, 1972.
- 72. D. Birx, G. J. Dick, W. A. Little, J. E. Mercereau, D. J. Scalapino "Microwave power gain utilizing superconducting resonant energy storage", *Applied Physics Letters*, vol. 32, no. 1, pp. 68–70, 1978.

- 73. D. Birx, G. J. Dick, W. A. Little, J. E. Mercereau, D. J. Scalapino, "Pulsed frequency modulation of superconducting resonators", *Applied physics Letters*, vol. 33, no. 5, pp. 466–468, 1978.
- 74. K. Minami, K. Hosoyama, "Proposal of a high-power microwave pulse source utilizing a superconducting cavity for energy storage", *Japanese Journal of Applied Physics*, vol. 18, no. 1, pp. 85–89, 1979.
- 75. C. E. Baum, "Compression of sinusoidal pulses for high-power microwaves", *Circuit and Electromagnetic System Design Notes*, Note 48, pp. 1–15, 27 March 2003.
- 76. A. D. Andreev, E. G. Farr, E. Schamiloglu, "A simplified theory of microwave pulse compression", *Circuit and Electromagnetic System Design Notes*, Note 57, pp. 1–11, August 2008.
- 77. C. E. Baum, "Raising cavity Q for microwave-pulse compression by reducing aperture skin-effect losses", *Circuit and Electromagnetic System Design Notes*, Note 60, pp. 1–12, 28 June 2009.
- 78. C. E. Baum, "Increasing *Q* of waveguide pulse-compression cavities", *Circuit* and *Electromagnetic System Design Notes*, Note 61, pp. 1–10, 3 July 2009.
- 79. C. E. Baum, "Tradeoff between pulse amplitude and pulse length from a microwave-pulse-compression source", *Circuit and Electromagnetic System Design Notes*, Note 62, pp. 1–12, 6 July 2009.
- 80. C. E. Baum, "Use of the  $H_{01}$  mode in circular waveguide for microwave pulse compression", *Circuit and Electromagnetic System Design Notes*, Note 64, pp. 1–9, 30 October 2009.
- 81. C. E. Baum, "Options in microwave pulse compression", *Circuit and Electromagnetic System Design Notes*, Note 68, pp. 1–12, 24 May 2010.
- 82. R. A. Alvarez, D. Birx, D. Byrne, M. Mendonca, R. M. Johnson, "Generation of high-power microwave pulses using a spherical superconducting cavity and interference-type switch", *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. MAG-17, no. 1, pp. 935–938, 1981.
- С. Н. Артеменко, А. Н. Диденко, В. Л. Каминский, Ю. Г. Юшков, "Вывод СВЧ энергии из сверхпроводящего резонатора", *Журнал Технической* Физики, Т. 53, № 9, с. 1885–1887, 1983.
- 84. С. В. Бараев, О. П. Коровин, "Повышение эффективности накачки резонансного СВЧ накопителя", *Журнал Технической Физики*, Т. 50, вып. 11, с. 2465–2467, 1980.

- 85. С. Н. Артеменко, Г. М. Самойленко, "Коммутация режимов накопления и вывода сверхвысокочастотного электромагнитного излучения в сверхпроводящих резонансных компрессорах с интерференционным переключателем", Изв. ВУЗов. Радиофизика, Т. 57, № 1, с. 23–34, 2014.
- 86. С. Н. Артеменко, Ю. Г. Юшков, "О предельных параметрах резонансных СВЧ компрессоров", Изв. ВУЗов. Физика, Т. 54, № 11/2, с. 215–219, 2011.
- 87. С. Н. Артеменко, Ю. Г. Юшков, "Определение оптимальных параметров резонансных СВЧ-компрессоров", *Изв. ВУЗов. Радиоэлектроника*, Т. 52, № 12, с.62–69, 2009.
- 88. S. G. Tantawi, R. D. Ruth, A. E. Vlieks, M. Zolotarev, "Active high-power RF pulse compression using optically switched resonant delay lines", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 45, no. 8, pp. 1486–1492, 1997.
- 89. J. Guo, S. Tantawi, "Active RF pulse compression using electrically controlled semiconductor switches", *Proc. of 12th Advanced Accelerator Concepts Workshop (AAC 2006), Lake Geneva, Wisconsin (USA), 2006.*
- 90. L. Beilin, A. Shlapakovski, Ya. E. Krasik, "Resonant microwave pulse compressor operating in two frequencies", *Journal of Applied Physics*, vol. 114, no. 3, pp. 034503-1–034503-8, 2013.
- 91. L. Beilin, A. Shlapakovski, M. Donskoy, Y. Hadas, U. Dai, Ya. E. Krasik, "Fast-framing optical imaging of plasma formationin resonant microwave pulse compressor", *IEEE Transactions on Plasma Science*, vol. 42, no. 5, pp. 1346– 1352, 2014.
- 92. Н. Д. Девятков, А. Н. Диденко, Л. Я. Замятина, С. В. Разин, Ю. Г. Юшков, "Формирование мощных импульсов при накоплении СВЧ-энергии в резонаторе", *Радиотехника и Электроника*, № 6, с. 1227–1230, 1980.
- 93. В. А. Августинович, С. А. Новиков, С. В. Разин, Ю. Г. Юшков, "Формирование мощных радиоимпульсов наносекундной длительности трехсантиметрового диапазона", Изв. ВУЗов. Радиофизика, Т. 28, № 10, с. 1347–1348, 1985.
- 94. С. А. Новиков, С. В. Разин, П. Ю. Чумерин, Ю. Г. Юшков, "Получение мощного СВЧ-излучения при сложении радиосигналов на выходе резонансных формирователей", *Письма в ЖТФ*, Т. 16, вып. 20, с. 46–48, 1990.
- 95. С. А. Новиков, С. В. Разин, Ю. Г. Юшков, "Резонансный формирователь наносекундных сверхвысокочастотных импульсов", *Приборы и Техника* Эксперимента, № 3, с. 239–240, 1991.

- 96. Ю. Г. Юшков, Н. Н. Бадулин, А. П. Бацула, А. И. Мельников, С. А. Новиков, С. В. Разин, Е. Л. Шошин, "Наносекундный радиолокатор с временной компрессией СВЧ-импульсов передатчика", Электромагнитные Волны и Электронные Системы, Т. 2, № 6, с. 71–76, 1997.
- 97. С. Н. Артеменко, В. Л. Каминский, Ю. Г. Юшков, "Вывод энергии из резонансного СВЧ накопителя", *Письма в ЖТФ*, Т. 7, вып. 24, с. 1529–1533, 1981.
- 98. С. Н. Артеменко, В. Л. Каминский, Ю. Г. Юшков, "Накопление и вывод энергии на *H*<sub>01</sub> волне из цилиндрического резонатора", *Журнал Технической Физики*, Т. 56, № 7, с. 1424-1425, 1986.
- 99. С. Н. Артеменко, В. А. Августинович, В. Л. Каминский, П. Ю. Чумерин, Ю. Г. Юшков, "Анализ процесса формирования радиоимпульсов в сверхразмерном резонаторе с интерференционным ключом", *Радиотехника и Электроника*, Т. 42, № 8, с. 1011–1018.
- 100. С. Н. Артеменко, В. А. Августинович, В. Л. Каминский, П. Ю. Чумерин, Ю. Г. Юшков, "Экспериментальное исследование макета 25-мегаваттного СВЧ компрессора трехсантиметрового диапазона длин волн", Журнал Технической Физики, Т. 70, вып. 12, с. 102–105, 2000.
- 101. В. А. Августинович, С. Н. Артёменко, С. А. Новиков "Быстрый вывод С.В.Ч.-энергии из сверхразмерного накопительного резонатора", *Приборы* и Техника Эксперимента, № 5, с. 105–107, 2002.
- 102. В. А. Августинович, С. Н. Артеменко, А. С. Шлапаковский, "Резонансные сверхвысокочастотные компрессоры с перестройкой частоты", *Радиотехника и Электроника*, Т. 54, № 6, с. 756–768, 2009.
- 103. С. Н. Артеменко, С. А. Новиков, Ю. Г. Юшков, "Коаксиальные резонаторы в компрессорах СВЧ импульсов", Известия Томского Политехнического Университета, Т. 314, № 4, с. 127–131, 2009.
- 104. В. А. Августинович, С. Н. Артеменко, С. А. Новиков, "Резонансный СВЧкомпрессор с выводом энергии через волноводный мост круглого волновода", Известия Томского Политехнического Университета, Т. 316, № 4, с. 82–84, 2010.
- 105. С. Н. Артёменко, Ю. Г. Юшков, "Компрессия СВЧ импульсов в резонансной системе на основе двух волноводных тройников", Изв. ВУЗов. Радиоэлектроника, Т. 54, № 5, с. 61–64, 2011.
- 106. V. A. Avgustinovich, S. N. Artemenko, V. L. Kaminsky, S. A. Novikov, Yu. G. Yushkov, "Resonant microwave compressor with two output ports for

synchronous energy extraction", *Review of scientific instruments*, vol. 82, no. 4, pp. 046104-1–046104-3, 2011.

- 107. В. А. Августинович, А. Ю. Арбузов, С. Н. Артеменко, А. А. Жуков, В. Л. Каминский, С. А. Новиков, Ю. Г. Юшков, "Синхронный вывод С.В.Ч.-энергии из двух резонаторов через волноводный мост", Приборы и Техника Эксперимента, № 2, с. 58–61, 2013.
- 108. В. А. Августинович, С. Н. Артеменко, В. С. Игумнов, Ю. Г. Юшков, "Формирование импульсов с регулируемыми параметрами в резонансном СВЧ-компрессоре с трансформацией моды колебаний", Письма в ЖТФ, Т. 39, вып. 17, с. 1–7, 2013.
- 109. A. S. Shlapakovski, S. N. Artemenko, Yu. Chumerin pp., Yu. G. Yushkov, "Formation of pulses with adjustable parameters in a resonant microwave pulse compressor", *Advanced Materials Research*, vol. 1084, pp. 256–261, 2015.
- 110. V. A. Avgustinovich, S. N. Artemenko, S. A. Gorev, V. S. Igumnov, V. L. Kaminsky, S. A. Novikov, Yu. G. Yushkov, "High power microwave compressor with two output units for synchronous energy extraction", *Advanced Materials Research*, vol. 1084, pp. 262–265, 2015.
- 111. А. Л. Вихарев, А. М. Горбачев, О. А. Иванов, В. А. Исаев, С. В. Кузиков, А. Л. Колыско, М. И. Петелин, "Активный компрессор СВЧ-импульсов на осесимметричной моде круглого волновода", *Письма в ЖТФ*, Т. 24, № 20, с. 6–11, 1998.
- 112. A. L. Vikharev, A. M. Gorbachev, O. A. Ivanov, V. A. Isaev, S. V. Kuzikov, A. L. Kolysko, A. G. Litvak, M. I. Petelin, J. L. Hirshfield, "Active microwave pulse compressors employing oversized resonators and distributed plasma switches", *AIP Conference Proceedings, Baltimore, Maryland, USA*, vol. 472, pp. 975–982, 1999.
- 113. А. Л. Вихарев, А. М. Горбачев, О. А. Иванов, В. А. Исаев, С. В. Кузиков, Дж. Л. Хиршфилд, О. А. Нежевенко, С. Х. Голд, А. К. Кинкид, "Исследование активных СВЧ компрессоров, возбуждаемых излучением магникона на частоте 11,4 ГГц", Изв. ВУЗов. Радиофизика, Т. 46, № 10, с. 897–905, 2003.
- 114. А. Л. Вихарев, А. М. Горбачев, О. А. Иванов, В. А. Исаев, С. В. Кузиков, Б. З. Мовшевич, Дж. Л. Хиршфилд, С. Х. Голд, "Активный брэгговский компрессор СВЧ импульсов трехсантиметрового диапазона длин волн", Изв. ВУЗов. Радиофизика, Т. 51, № 7, с. 597–616, 2008.
- 115. А. Л. Вихарев, А. М. Горбачев, О. А. Иванов, В. А. Исаев, В. А. Колданов, С. В. Кузиков, Дж. Л. Хиршфилд, С. Х. Голд, "Двухканальный 100-

мегаваттный СВЧ компрессор трехсантиметрового диапазона длин волн", *Изв. ВУЗов. Радиофизика*, Т. 51, № 8, с. 660–674, 2008.

- 116. A. L. Vikharev, A. M. Gorbachev, O. A. Ivanov, V. A. Isaev, S. V. Kuzikov, M. A. Lobaev, J. L. Hirshfield, S. H. Gold, A. K. Kinkead, "High power active X-band pulse compressor using plasma switches", *Physical Review Special Topics Accelerators and Beams*, vol. 12, no. 6, pp. 062003-1–062003-12, 2009.
- 117. O. A. Ivanov, A. A. Vikharev, A. M. Gorbachev, V. A. Isaev, M. A. Lobaev, A. L. Vikharev, S. V. Kuzikov, J. L. Hirshfield, M. A. LaPointe, "Active quasioptical Ka-band rf pulse compressor switched by a diffraction grating", *Physical Review Special Topics – Accelerators and Beams*, vol. 12, no. 9, pp. 093501–1 – 093501–9, 2009.
- 118. A. L. Vikharev, O. A. Ivanov, A. M. Gorbachev, M. A. Lobaev, S. G. Tantawi, J. R. Lewandowski, J. L. Hirshfield, "X-band active-passive rf pulse compressor with plasma switches", *Physical Review Special Topics – Accelerators and Beams*, vol. 14, no. 12, pp. 121302-1–121302-6, 2011.
- 119. O. A. Ivanov, M. A. Lobaev, A. L. Vikharev, A. M. Gorbachev, V. A. Isaev, J. L. Hirshfield, S. H. Gold, A. K. Kinkead, "Active microwave pulse compressor using an electron-beam triggered switch", *Physical Review Letters*, vol. 110, no. 11, pp. 115002-1–115002-5, 2013.
- 120. V. P Yakovlev, O. A. Nezhevenko, J. L. Hirshfield, "Active RF pulse compressor with a ferroelectric switch", *Proc. of the 2003 Particle Accelerator Conference*, 2003, *Portland, Oregon, USA*, pp. 1150–1152.
- 121. С. Н. Артеменко, В. А. Августинович, Ю. Г. Юшков, "Последовательная компрессия СВЧ импульсов в системе связанных резонаторов", Изв. ВУЗов. Радиофизика, Т. 43, № 10, с. 917–922, 2000.
- 122. П. Ю. Чумерин, Ю. Г. Юшков, "Формирователь гигаваттных наносекундных С.В.Ч.-импульсов с применением временной компрессии энергии излучения магнетрона", *Приборы и Техника Эксперимента*, № 3, с. 85–87, 2000.
- 123. В. А. Августинович, С. Н. Артеменко, В. Л. Каминский, С. А. Новиков, Ю. Г. Юшков, "Двухступенчатая система компрессии сверхвысокочастотных импульсов в последовательно связанных резонаторах", Приборы и Техника Эксперимента, № 2, с. 96–99, 2007.
- 124. А. Н. Манько, В. Н. Слинко, П. Ю. Чумерин, Ю. Г. Юшков, "Установка с резонансной импульсной компрессией для получения мощных сверхвысокочастотных импульсов двухсантиметрового диапазона", *Приборы и Техника Эксперимента*, № 3, с. 106–109, 2004.

- 125. S. N. Artemenko, V. A. Avgustinovich, S. A. Novikov, P. Yu. Chumerin, Yu. G. Yushkov, "Microwave pulse series compression with second stage cavity being transmission – type one", *Proc. of the 16-th International Symposium on High Current Electronics, Tomsk, Russia*, pp. 470–473, 2010.
- 126. Сенюков В. А. Линейные ускорители электронов с компрессией энергии ВЧ-поля генератора // Дисс. д.т.н., 01.04.20 – физика пучков заряженных частиц и ускорительная техника, – Москва. – 1996.
- 127. S. Y. Kazakov "Pulse shape correction for rf pulse compression system", *Proc. of the 3-rd European Particle Accelerator Conference*, 1992, *Berlin, Germany*, pp. 1247–1248.
- 128. P. Wang, H. Zha, I. Syratchev, J. Shi, H. Chen, "RF design of a pulse compressor with correction cavity chain for klystron-based compact linear collider", *Physical Review Accelerators and Beams*, vol. 20, pp. 112001-1– 112001-9, 2017.
- 129. Д. А. Стрэттон, Теория электромагнетизма. М.: Гостехиздат, 1948.
- 130. С. А. Ахманов, В. А. Выслоух, А. С. Чиркин, Оптика фемтосекундных лазерных импульсов. М.: Наука, 1988.
- 131. Б. Я. Зельдович "Обращение волнового фронта при вынужденном рассеянии света", Успехи Физических Наук, Т. 138, вып. 2, с. 249–288, 1982.
- 132. Б. Я. Зельдович, Н. Ф. Пилипецкий, В. В. Шкунов. Обращение волнового фронта, М.: Наука, 1985.
- 133. О. В. Кулагин, Г. А. Пасманик, А. А. Шилов, "Усиление и обращение волнового фронта слабых сигналов", *Успехи Физических Наук*, Т. 162, № 6, с. 129–157, 1992.
- 134. А. П. Брысев, Л. М. Крутянский, В. Л. Преображенский, "Обращение волнового фронта ультразвуковых пучков", *Успехи Физических Наук* Т. 168, № 8, с. 877–890, 1998.
- 135. M. Fink, "Time reversed acoustics", *Physics Today*, vol. 50, no. 3, pp. 34–40, 1997.
- 136. M. Fink, D. Cassereau, A. Derode, C. Prada, P. Roux, M. Tanter, J.-L. Thomas, F. Wu, "Time-reversed acoustics", *Reports on Progress in Physics*, vol. 63, no. 12, pp. 1933–1995, 2000.
- 137. H. T. Nguyen, J. B. Andersen, G. F. Pedersen, "The potential use of time reversal techniques in multiple element antenna systems", *IEEE Communications Letters*, vol. 9, no. 1, pp. 40–42, 2005.

- 138. G. F. Edelmann, T. Akal, W. S. Hodgkiss, S. Kim, W. A. Kuperman, H. C. Song, "An initial demonstration of underwater acoustic communication using time reversal", *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, vol. 27, no. 3, pp. 602–609, 2002.
- 139. P. Blomgren, "Super-resolution in time-reversal acoustics", *The Journal of The Acoustical Society of America*, vol. 111, no. 1, pp. 230–248, 2002.
- 140. H. Ammari Mathematical Modeling in Biomedical Imaging I: electrical and ultrasound tomographies, anomaly detection, and brain imaging. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2009.
- 141. P. Rou, M. Fink, "Time reversal in a waveguide: study of the temporal and spatial focusing", *The Journal of The Acoustical Society of America*, vol. 107, no. 5, pp. 2418–2429, 2000.
- 142. C. Draeger, M. Fink, "One-channel time reversal of elastic waves in a chaotic 2D-silicon cavity", *Physical Review Letters*, vol. 79, no. 3, pp. 407–410.
- 143. А. Е. Пономарев, С. И. Булатицкий, О. А. Сапожников, "Компрессия и усиление ультразвукового импульса, отраженного от одномерной слоистой структуры", *Акустический Журнал*, Т. 53, № 2, с. 157–167, 2007.
- 144. G. Lerosey, J. de Rosny, A. Tourin, A. Derode, G. Montaldo, M. Fink, "Time reversal of electromagnetic waves", *Physical Review Letters*, vol. 92, no. 19, pp. 193904-1–193904-3, 2004.
- 145. G. Lerose, J. de Rosny, A. Tourin, A. Derode, G. Montaldo, M. Fink, "Time reversal of electromagnetic waves and telecommunication", *Radio Science*, vol. 40, no. 06, RS6S12, 2005.
- 146. G. Lerose, J. de Rosny, A. Tourin, A. Derode, M. Fink, "Time reversal of wideband microwaves", *Applied Physics Letters*, vol. 88, no. 15, pp. 154101-1–154101-3, 2006.
- 147. M. Davy, and J. de Rosny, M. "Focusing and amplification of electromagnetic waves by time-reversal in an leaky reverberation chamber", in *Antennas and Propagation Society International Symposium*, 2009, Charleston , USA, M. Davy, J. de Rosny, M. Fink, pp. 37–43.
- 148. S. K. Hong, E. Lathrop, V. M. Mendez, J. Kim, "Ultrashort microwave pulse generation by passive pulse compression in a compact reverberant cavity", *Progress in Electromagnetics Research*, vol. 153, pp. 113–121, 2015.
- 149. V. M. Mendez, S. K. Hong, J. T. Kim, "Ultrashort high power pulse generator", U. S. Patent US2017/0257084A1, 2017.

- 150. 3.5 GSPS Direct Digital Synthesizer with 12-Bit DAC. Data Sheet AD9914, Analog Devices, Inc, 2012 43 p.
- 151. Артеменко С. Н. Динамика импульсной компрессии СВЧ-мощности в многоволновых объемных резонаторах // Автореф. дисс. д.ф.-м.н., 01.04.20 – физика пучков заряженных частиц и ускорительная техника, – Томск. – 1998.
- 152. Г. А. Месяц, *Генерирование мощных наносекундных импульсов*. М.: Сов. Радио, 1974.
- 153. Г. А. Месяц, М. И. Яландин, "Пикосекундная электроника больших мощностей", *Успехи Физических Наук*, Т. 175, № 3, с. 225–246, 2005.
- 154. C. K. Chong, D. B. McDermott, M. M. Razeghi, Jr. N. C. Luhmann, J. Pretterebner, D. Wagner, M. Thumm, M. Caplan, B. Kulke, "Bragg reflectors", *IEEE Transactions on Plasma Science*, vol. 20, no. 3, pp. 393–402, 1992.
- 155. А. Л. Вихарев, Н. Ф. Ковалев, М. И. Петелин, "Распределенные переключатели волновых пучков и компрессоры микроволновых импульсов", *Письма в ЖТФ*, Т. 22, вып. 19, с. 41–46, 1996.
- 156. А. Л. Вихарев, А. А. Вихарев, А. М. Горбачев, О. А. Иванов, В. А. Исаев, С. В. Кузиков, "Квазиоптический фазовращатель 8-мм диапазона на основе активной дифракционной решетки", *Письма в ЖТФ*, Т. 35, вып. 9, с. 67–75, 2009.
- 157. A. Sayapin, A. Levin, Ya. E. Krasik, "Relativistic magnetron-driven microwave pulse compressor based on the traveling wave resonator", in *Proc. of the14-th IEEE International vacuum electronics conference*, 2013, Paris, France, [Online]. Available: IEEE Xplore, http://www.ieee.org. [Accessed: 3 June. 2019].
- 158. Ю. Ю. Данилов, С. В. Кузиков, В. Г. Павельев, Ю. И. Кошуринов, С.М. Лещинский, "Компрессия микроволновых импульсов квазиоптическим резонатором с гофрированным зеркалом", Письма в ЖТФ, Т. 27, вып. 19, с. 5–10, 2001.
- 159. Ю. Ю. Данилов, М. Л. Тай, "Компрессия микроволновых импульсов цепочкой резонаторов кольцевого типа", *Журнал Технической Физики*, Т. 71, вып. 4, с. 99–101, 2001.
- 160. И. К. Кузьмичев, А. Ю. Попков, Л. А. Рудь, "Возбуждение *TE*<sub>11</sub> и *TE*<sub>01</sub> волн в коаксиальном волноводе, включенном в состав открытого резонатора Часть 1. Эффективность возбуждения", *Физические Основы Приборостроения*, № 3, с. 92–100, 2012.

- 161. И. К. Кузьмичев, А. Ю. Попков, Л. А. Рудь, "Возбуждение *TE*<sub>11</sub> и *TE*<sub>01</sub> волн в коаксиальном волноводе, включенном в состав открытого резонатора Часть 2. Моделирование ключа", *Физические Основы Приборостроения*, № 4, с. 14–23.
- 162. И. К. Кузьмичев, "Открытый резонатор с отрезком прямоугольного волновода", *Радиофизика и Радиоастрономия*, Т. 19, № 3, с. 249–257, 2014.
- 163. C. E. Baum, "A High-Power Dielectric-Rod Resonator for Microwave Pulse Compression", *Circuit and Electromagnetic System Design Notes*, Note 66, pp. 1–5, 25 February 2010.
- 164. F. Tamura, S. G. Tantawi, "Development of high power X-band semiconductor microwave switch for pulse compression systems of future linear colliders", *Physical Review Special Topics, Accelerators and Beams*, vol. 5, no. 6, pp. 062001-1–062001-16, 2002.
- 165. В. А. Ваулин, А. С. Пересыпкин, В. Н. Слинко, П. Ю. Чумерин, Ю. Г. Юшков, "Резонансный СВЧ-компрессор с полупроводниковым переключателем", Известия ВУЗов. Физика, Т. 56, № 11/2, с. 235–237, 2013.
- 166. В. А. Ваулин, А. С. Пересыпкин, В. Н. Слинко, П. Ю. Чумерин, "Экспериментальное исследование режимов работы серийного p-i-n диода для использования в устройствах резонансной СВЧ компрессии", Изв. ВУЗов. Физика, Т. 56, № 11/2, с. 243–246, 2013.
- Г. Г. Денисов, В. В. Кочаровский, С. В. Кузиков, 167. А. А. Вихарев, А. Н. Степанов, В. В. Паршин, Н. Ю. Песков. Д. И. Соболев, "Быстродействующий квазиоптический переключатель М. Ю. Шмелёв, пучка, основанный на эффекте индуцированной фазы волнового фотопроводимости в кремнии", Письма в ЖТФ, Т. 33, вып. 17, с. 38-45, 2007.
- 168. А. А. Вихарев, Г. Г. Денисов, В. В. Кочаровский, С. В. Кузиков, В. В. Паршин, Н. Ю. Песков, А. Н. Степанов, Д. И. Соболев, М. Ю. Шмелёв, "Быстродействующий квазиоптический фазовращатель, основанный на эффекте индуцированной фотопроводимости в кремнии", Изв. ВУЗов. Радиофизика, Т. 50, № 10–11, с. 866–874, 2007.
- 169. G. G. Denisov, V. V. Kocharovsky, S. V. Kuzikov, V. V. Parshin, N. Yu. Peskov, A. N. Stepanov, D. I. Sobolev, M. Yu. Shmelyov, I. Syratchev, "Fast quasi-optical phase shifter based on induced photoconductivity in silicon", in Proc of the Joint 32-nd International Conference on Infrared and Millimeter Waves and the 15th International Conference on Terahertz Electronics, 2007,

*Cardiff, UK.* [Online]. Available: IEEE Xplore, http://www.ieee.org. [Accessed: 15 May 2019].

- 170. Альварес, Берн, Джонсон, "Подавление предимпульса в СВЧ-резонаторах со сжатием импульса", *Приборы для Научных Исследований*, № 10, с. 60–66, 1986.
- 171. В. А. Августинович, С. Н. Артеменко, С. А. Новиков, Ю. Г. Юшков, "Исследование газоразрядного коммутатора мощного резонансного С.В.Ч.компрессора", Приборы и Техника Эксперимента, № 2, с. 100–103, 2007.
- 172. С. Н. Артеменко, В. А. Августинович, Ю. Г. Юшков, С. А. Новиков, "Коммутация *H*<sub>11</sub>-волны в круглом многомодовом волноводе интерференционных СВЧ-переключателей", Электромагнитные Волны и Электронные Системы, Т. 18, № 7, с. 41–45, 2013.
- 173. A. L. Vikharev, O. A. Ivanov, A. M. Gorbachev, V. A. Isaev, S. V. Kuzikov, V. A. Koldanov, M. A. Lobaev, S. H. Gold, A. K. Kinkead, O. A. Nezhevenko, J. L. Hirshfield, S. Tantawi, C. Nantista, "Experiments on active RF pulse compressors using plasma switches", *AIP Conference Proceedings*, vol. 807, no. 1, pp. 463–473, 2006.
- 174. А. Л. Вихарев, А. М. Горбачев, О. А. Иванов, В. А. Исаев, С. В. Кузиков, М. А. Лобаев, "Плазменный переключатель для мощных СВЧкомпрессоров сантиметрового диапазона, основанный на преобразовании мод *TE*<sub>02</sub> → *TE*<sub>01</sub> круглого волновода", *Письма в ЖТФ*, Т. 33, вып. 18, с. 54– 60, 2007.
- 175. C.E. Baum, "Microwave pulse compression experiments at low and high power", *Circuit and Electromagnetic System Design Notes*, Note 63, pp. 1–30, January 2010.
- 176. J. R. Woodworth, Jr.P. J. Hargis, L. C. Pitchford, R. A. Hamil, "Laser triggering of a 500kV gas-filled switch: A parametric study", *Journal of Applied Physics*, vol. 56, no. 5, pp. 1382–1386, 1984.
- 177. F. Gekat, H. H. Klingenberg, "Design of microwave pulse compression circuits for the excitation of pulsed high power gas lasers",in *Proc of the 20-th Conference Record on Power Modulator Symposium, Myrtle Beach, USA.* 1992, pp. 37–40.
- 178. P. R. Bolton, M. Park, "Microwave pulse compression from a storage cavity with laser induced switching", U. S. Patent 5148129, 1992.
- 179. М. С. Артеев, В. А. Августинович, С. Н. Артеменко, В. Л. Каминский, С. А. Новиков, Ю. Г. Юшков, "Синхронный вывод энергии из резонаторов

СВЧ компрессоров при лазерном поджиге коммутирующих разрядов", Изв. ВУЗов. Физика, Т. 55, № 11/2, с. 109–111, 2012.

- 180. М. С. Артеев, "Формирование коммутирующих СВЧ разрядов в резонансных компрессорах при лазерном поджиге", Изв. ВУЗов. Физика, Т. 56, № 4/2, с. 39–41, 2013.
- 181. А. Л. Вихарев, А. А. Вихарев, А. М. Горбачев, О. А. Иванов, В. А. Исаев, С. В. Кузиков, М. А. Лобаев, "Резонансный фазоинвертор миллиметрового диапазона длин волн, переключаемый пучком электронов", *Журнал Технической Физики*, Т. 79, вып. 11, с. 86–92, 2009.
- 182. O. A. Ivanov, V. A. Isaev, M. A. Lobaev, A. L. Vikharev, J. L. Hirshfield, "A resonance switch employing an explosive-emission cathode for high-power rf pulse compressors", *Applied Physics Letters*, vol. 97, no. 3 pp. 031501-1–031501-3. 2010.
- 183. O. A. Ivanov, V. A. Isaev, M. A. Lobaev, A. L. Vikharev, J. L. Hirshfield, "High power microwave switch employing electron beam triggering with application to active rf pulse compressors", *Physical Review Special Topics– Accelerators and Beams*, vol. 14, no. 6, pp. 061301-1–061301-8, 2011.
- 184. А. А. Вихарев, Е. В. Иляков, С. В. Кузиков, И. С. Кулагин, "Исследование возможности коммутации волны *TE*<sub>01</sub> круглого волновода с помощью мультипакторного разряда в скрещенных полях", *Изв. ВУЗов. Радиофизика*, Т. 57, № 7, с. 580–587, 2014.
- 185. М. А. Лобаев, О. А. Иванов, А. Л. Вихарев, А. М. Горбачев, В. А. Исаев, "Исследование взаимодействия пучка электронов с сильным высокочастотным полем в волноводном переключателе мощного сверхвысокочастотного компрессора", Изв. ВУЗов. Радиофизика, Т. 58, № 11, с. 913–922, 2015.
- 186. D. L. Birx, D. J Scalapino, "Microwave energy compression using a highintensity electron beam switch", *Journal of Applied Physics*, vol. 51, no. 7, pp. 3629–3631, 1980.
- 187. С. Н. Артеменко, Г. М. Самойленко, "Криоэлектронный резонансный компрессор СВЧ-импульсов", Изв. ВУЗов. Физика, Т. 57, № 12/2, с. 111–115, 2014.
- 188. С. Н. Артеменко, Г. М. Самойленко, "Сверхпроводящий коммутатор охлаждаемого резонансного СВЧ-компрессора", Изв. ВУЗов России. Радиоэлектроника, вып. 3, с. 47–51, 2014.
- 189. А. Н. Диденко, С. Н. Артеменко, В. Л. Каминский, Г. М. Самойленко, Ю. Г. Юшков, "Разработка и исследование сверхпроводящих ниобиевых
резонаторов с добротностью 10<sup>9</sup>-10<sup>10</sup>", *Письма в ЖТФ*, Т. 9, вып. 22, с. 1368-1370, 1983.

- 190. С. Н. Артеменко, В. Л. Каминский, Г. М. Самойленко, Ю. Г. Юшков, "К вопросу использования жидкого гелия в качестве заполняющей среды сверхпроводящих СВЧ-систем", *Письма в ЖТФ*, Т. 10, вып. 11, с. 700–702, 1984.
- 191. K. Solbach, "RF pulse compressor for kW-pulse power", in *Proc. of the 6-th German Microwave Conference, 2011, Darmstadt, Germany,* [Online]. Available: IEEE Xplore, http://www.ieee.org. [Accessed: 20 May 2019]
- 192. С. Н. Артеменко, В. А. Августинович, Ю. Г. Юшков, "Вывод СВЧ энергии из резонатора при трансформации вида колебаний на окне связи", *Журнал Технической Физики*, Т. 68, № 7, с. 92–96, 1998.
- 193. С. Н. Артеменко, В. А. Августинович, "Влияние межвидовой связи на компрессию радиоимпульсов в сверхразмерном резонаторе с интерференционным переключателем", *Журнал Технической Физики*, Т. 69, вып. 2, с. 84–86, 1999.
- 194. В. А. Августинович, С. Н. Артеменко, В. С. Игумнов, С. А. Новиков, Ю. Г. Юшков, "Компрессия СВЧ-импульсов двумя связанными модами сверхразмерного резонатора", Электромагнитные Волны и Электронные Системы, Т. 16, № 7, с. 43–46, 2011.
- 195. В. А. Августинович, С. Н. Артеменко, В. С. Игумнов, С. А. Новиков, Ю. Г. Юшков, "Формирование нано- и субнаносекундных СВЧ-импульсов при выводе энергии из резонатора трансформацией моды колебаний", *Изв. ВУЗов. Физика*, Т. 54, № 11/2, с. 229–234, 2011.
- 196. С. Н. Артеменко, В. С Игумнов, "Усиление мощности резонансного СВЧ компрессора с выводом энергии трансформацией моды колебаний", Известия Томского Политехнического Университета, Т. 323, № 2, с. 116–120, 2013.
- 197. С. Н. Артеменко, В. С. Игумнов, С. С. Чурсин, Ю. Г. Юшков, "Эффективность вывода энергии из резонатора СВЧ-компрессора с трансформацией вида колебаний на окне связи", Изв. ВУЗов. Физика, Т. 57, № 11/2, с. 89–93, 2014.
- 198. В. С. Игумнов, В. А. Августинович, С. Н. Артеменко, Ю. Г. Юшков, "Вывод СВЧ энергии из резонатора управляемой трансформацией вида колебаний", Изв. ВУЗов. Физика, Т. 57, № 12/2, с. 190-194, 2014.

- 199. С. Н. Артеменко, В. С. Игумнов, "Анализ процесса вывода СВЧ энергии из резонатора управляемой трансформацией вида колебаний", *Изв. ВУЗов. Радиоэлектроника*, Т. 58, № 8, с. 3–13, 2015.
- 200. V. A. Avgustinovich, S. N. Artemenko, V. S. Igumnov, Y. G. Yushkov, "Formation of high power microwave pulses with adjustable parameters in active X-band RF compression systems", in *Proc. of the 16th International Conference of Young Specialists on Micro/Nanotechnologies and Electron Devices*, 2015, Erlagol, Russia, pp. 189–192.
- П. Ю. Чумерин, 201. С. Н. Артеменко, В. А. Августинович, Ю. Г. Юшков, резонатора "Вывод энергии ИЗ сверхразмерного через «пакет» интерференционных переключателей суммированием c выходных сигналов", Журнал Технической Физики, Т. 70, вып. 11, с. 105–107, 2000.
- 202. В. А. Августинович, С. Н. Артеменко, С. А. Новиков, "Волноводный мост как элемент вывода энергии резонансного СВЧ компрессора", *Изв. ВУЗов. Радиофизика*, Т. 51, № 3, с. 216–222, 2008.
- 203. С. Н. Артеменко, В. А. Августинович, М. С. Артеев, "Синхронный вывод СВЧ-энергии из резонаторов через пакет интерференционных переключателей", *Письма в ЖТФ*, Т. 39 вып. 23, с. 26–33, 2013.
- 204. С. В. Бараев, О. П. Коровин, К. Г. Минькин, "Способ увеличения эффективности передачи энергии в резонатор", *Журнал Технической* Физики, Т. 53, вып. 2, с. 413–415, 1983.
- 205. С. Н. Артеменко, В. Л. Каминский, Юшков Ю. Г., "Формирование наносекундных радиоимпульсов в ламповом СВЧ автогенераторе", *Журнал Технической Физики*, Т. 62, вып. 8, с. 138–146, 1992.
- 206. A. L. Vikharev and A. M. Gorbachev, "Two-channel active high-power X-band pulse compressor", in *AIP Conference Proceedings, Sante Fe, New Mexico, USA, 2001,* A. L. Vikharev, A. M. Gorbachev, O. A. Ivanov, V. A. Isaev, V. A. Koldanov, S. V. Kuzikov, A. G. Litvak, M. I. Petelin, J. L. Hirshfield, O. A. Nezhevenko, vol. 569, no. 1, pp. 741–750.
- 207. Vikharev A. L., Ivanov O. A., Gorbachev A. M., Isaev V. A., Kuzikov S. V., Gold S. H., Kinkead A. K., Nezhevenko O. A., Hirshfield J. L. First high-power experiments on a two-channel X-band active RF pulse compressor, *Proc. of the* 2003 Particle Accelerator Conference, 2003 Portland, USA, pp. 1147–1149.
- 208. Vikharev A. L., Ivanov O. A., Gorbachev A. M., Isaev V. A., Kuzikov S. V., Gold S. H., Kinkead A. K., Nezhevenko O. A., Hirshfield J. L. High-power tests of a two-channel X-band active RF pulse compressor using plasma switches, *AIP Conference Proceedings, 2003, Berkeley Springs, West Virginia, USA*, vol. 691, no. 1, pp. 197–202.

- 209. В. А. Августинович, С. Н. Артеменко, В. Л. Каминский, Ю. Г. Юшков, "Суммирование сигналов при выводе энергии из сверхразмерных резонаторов 3-сантиметрового диапазона", *Журнал Технической Физики*, Т. 70, вып. 2, с. 130–132, 2000.
- 210. В. А. Августинович, М. С. Артеев, С. Н. Артеменко, С. А. Новиков, Ю.Г. Юшков, "Синхронизация резонансных СВЧ-компрессоров лазером", *Письма в ЖТФ*, Т. 36, вып. 22, с. 63–68, 2010.
- 211. S. N. Artemenko, V. S. Igumnov, Y. G. Yushkov, "Multichannel systems of resonant microwave pulse compression", *IEEE Transactions on Plasma Science*, vol. 43, no. 10, pp. 3537–3540, 2015.
- 212. A. Yu. Arbuzov, V. A. Avgustinovich, S. N. Artemenko, V. L. Kaminsky, S. A. Novikov, "Synchronous energy extraction from oversized cavities designed with smooth transitions", in *Proc. of the 7th International Forum on Strategic Technology, 2012, Tomsk, Russia,* [Online]. Available: IEEE Xplore, http://www.ieee.org. [Accessed: 10 Sept. 2019].
- 213. G. O. Buyanov, A. P. Klachkov, A. G. Ponomarenko, "Multisectional RF compressor for the mobile electron accelerator", *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 747, no. 1, pp. 1–6, 2016.
- 214. В. И. Иванников, Ю. Д. Черноусов, И. В Шеболаев, "Быстрый вывод СВЧ энергии из резонатора", *Журнал Технической Физики*, Т. 65, вып. 5, с. 194–197, 1995.
- 215. В. И. Иванников, Ю. Д. Черноусов, И. В. Шеболаев, "Переходные процессы в паре связанных резонаторов", *Журнал Технической Физики*, Т. 66, вып. 5, с. 162–167, 1996.
- 216. В. И. Иванников, Ю. Д. Черноусов, И. В. Шеболаев, "Схема формирования высокочастотных импульсов переключаемым резонатором", *Журнал Технической Физики*, Т. 67, № 11, с. 139–141, 1997.
- 217. В. И. Иванников, Ю. Д. Черноусов, И. В. Шеболаев, "Свойства связанных резонаторов", *Радиотехника и Электроника*, Т. 45, № 2, с. 180–184, 2000.
- 218. О. А. Анисимов, С. В. Анищик, В. И. Боровиков, В. И. Иванников, Ю. Д. Черноусов, И. В. Шеболаев, "Устройство формирования коротких сверхвысокочастотных импульсов в высокодобротном резонаторе", *Приборы и Техника Эксперимента*, № 3, с. 102–105, 2004.
- 219. Ю. Д. Черноусов, В. И. Иванников, И. В. Шеболаев, А. Е. Левичев, В. М. Павлов, "Полосовые характеристики связанных резонаторов", *Радиотехника и Электроника*, Т. 55, № 8, с. 923–929, 2010.

- 220. S. N. Artemenko, G. M. Samoilenko, A. S. Shlapakovski, Yu. G. Yushkov, "Cryogenic resonant microwave compressors with energy extraction through "warm" interference switches", *Journal of Applied Physics*, vol. 119, no. 1, pp. 014501-1–014501-6, 2016.
- 221. С. Н. Артеменко, "Эффективность последовательной резонансной компрессии радиоимпульсов", *Журнал Технической Физики*, Т. 69, вып. 4, с. 131–133, 1999.
- 222. С. Н. Артеменко, "Эффективность последовательной компрессии радиоимпульсов в цепочке связанных резонаторов", *Журнал Технической Физики*, Т. 69, вып. 7, с. 118–119, 1999.
- 223. С. П. Стрелков, Введение в теорию колебаний. М.:Наука, 1964.
- 224. В. В. Мигулин, В. И. Медведев, Е. Р. Мустель, В. Н. Парыгин, Основы теории колебаний, М.:Наука, 1988.
- 225. С. Н. Артеменко, "Анализ процессов накопления и вывода СВЧ-энергии в многомодовых резонаторах", *Радиотехника и Электроника*, Т. 40, вып. 8, с. 1184–1194, 1995.
- 226. В. А. Августинович, С. Н. Артеменко, С. А. Горев, С. А. Новиков, Ю. Г. Юшков, "Управляемый вывод СВЧ-энергии из резонатора", Изв. ВУЗов. Физика, Т. 57, № 12/2, с. 96–100, 2014.
- 227. A. Taflove, S.C. Hagness *Computational Electrodynamics: the Finite-Difference Time-Domain Method*. Boston, London: Artech House, 2000.
- 228. W. Yu, X. Yang, Y. Liu, R. Mittra, *Electromagnetic Simulation Techniques Based on the FDTD Method.* Hoboken: John Wiley&Sons, Inc, 2009.
- 229. K. Sirenko, "Time-domain methods in problems of model synthesis of microwave power compressors", *Proc. of the 10-th International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory, Lviv, Ukraine,* pp. 35–38, 2005.
- 230. Y. K. Sirenko, O. S. Shafalyuk, K. Y. Sirenko, L. G. Velychko, "Analysis and model synthesis of resonant units for radiators of high-power short radio pulses", *Proc. of the 4-th International Conference on Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals, Sevastopol, Ukraine*, pp. 51–52, 2008.
- 231. N. Burambayeva, S. Sautbekov, Yu. Sirenko, A. Vertiy "Compact open resonator as the power-storage unit for a microwave compressor", *Telecommunications and Radio Engineering*, vol. 74, no. 1, pp. 29–40, 2015.
- 232. K. Sirenko Y. Sirenko, N. Yashina, G. Granet, M. Ney, "Electromagnetic energy accumulation in resonant cavities in photonic crystals", *Proc. of the IEEE*

International Conference on Computational Electromagnetics, Kumamoto, Japan, pp. 133–135, 2017.

- 233. И. Л. Софронов, "О применении прозрачных граничных условий в задачах аэроакустики", *Математическое Моделирование*, Т. 19, № 8, с. 105–112, 2007.
- 234. И. Л. Софронов, Л. Е. Довгилович, Н. А. Краснов, "Об аппроксимации прозрачных граничных условий с высоким порядком точности для волнового уравнения", *Компьютерные Исследования и Моделирование*, Т. 6, № 1, с. 45–56, 2014.
- 235. М. А. Ильгамов, А. Н. Гильманов, *Неотражающие условия на границах* расчетной области. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003.
- 236. B. Engquist, A. Majda, "Absorbing boundary conditions for the numerical simulation of waves", *Mathematics of Computation*, vol. 31, no. 139, pp. 629–651, 1977.
- 237. G. Mur, "Absorbing boundary conditions for the finite difference approximation of the time-domain electromagnetic field equations", *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 23, no. 4, pp. 377–382, 1981.
- 238. P. A. Tirkas, C. A. Balanis, R. A. Renaut, "Higher order absorbing boundary conditions for the finite-difference time-domain method", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 40, no. 10, pp. 1215–1222, 1992.
- 239. K. K. Mei, J. Fang, "Superabsorption a method to improve absorbing boundary conditions method", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 40, no. 9, pp. 1001–1010, 1992.
- 240. J.-P. Berenger, "A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves", *Journal of Computational Physics*, vol. 114, no. 1, pp. 185–200, 1994.
- 241. J.-P. Berenger, "Three-dimensional perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves", *Journal of Computational Physics*, vol. 127, no. 2, pp. 363–379, 1996.
- 242. C. E. Reuter, R. M. Joseph, E. T. Thiele, D. S. Katz, A. Taflove, "Ultrawideband absorbing boundary condition for termination of waveguiding structures in FD-TD simulations", *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, vol. 4, no. 10, pp. 344–346, 1994.
- 243. Z. S. Sacks, D. M. Kingsland, R. Lee, J. F. Lee, "A perfectly matched anisotropic absorber for use as an absorbing boundary condition", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 43, no. 12, pp. 1460–1463, 1995.

- 244. E. Becache, P. G. Petropoulos, S. D. Gedney, "On the long-time behavior of unsplit perfectly matched layers", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 52, no. 5, pp. 1335–1342, 2004.
- 245. S. Abarbanel, H. Qasimov, S. Tsynkov, "Long-time performance of unsplit PMLs with explicit second order schemes", *Journal of Scientific Computing*, vol. 41, no. 1, pp. 1–12, 2009.
- 246. А. Р. Майков, А. Г. Свешников, С. А. Якунин, "Разностная схема для нестационарных уравнений Максвелла в волноводных системах", *Журнал Вычислительной Математики и Математической Физики*, Т. 26, № 6, с. 851–863, 1986.
- 247. А. Д. Поезд, С. А. Якунин, "Нестационарные нелокальные по времени граничные условия для полуоткрытых волноводных систем", *Вестник. МГУ. Серия 15. Вычислительная Математика и Кибернетика*, № 3, с. 15–21, 1988.
- 248. А. Р. Майков, А. Д. Поезд, А. Г. Свешников, С. А. Якунин, "Разностные схемы начально-краевых задач для уравнений Максвелла в неограниченной области", *Журнал Вычислительной Математики и Математической Физики*, Т. 29, № 2, с. 239–250, 1989.
- 249. А. Р. Майков, А. Д. Поезд, Якунин С. А., "Экономичный метод вычисления нестационарных нелокальных по времени условий излучения для волноводных систем", *Журнал Вычислительной Математики и Математической Физики*, Т. 30, № 8, с. 1267–1271, 1990.
- 250. А. Р. Майков, А. Г. Свешников, С. А. Якунин, "Нелокальные условия излучения для нестационарной системы уравнений Максвелла", *Журнал Вычислительной Математики и Математической Физики*, Т. 30, № 12, с. 1785–1796, 1990.
- 251. А. О. Перов, "Точные «поглощающие» условия для FDTD-алгоритмов в неклассических областях", *Радиофизика и Электроника: Сб. Трудов ИРЭ им. А. Я. Усикова НАН Украины*, Т. 3, № 1, с. 36–44, 1998.
- 252. A. Perov, Y. Sirenko, N. Yashina, "Explicit conditions for virtual boundaries in initial boundary value problems in the theory of wave scattering", *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol. 13, no. 10, pp. 1343–1371, 1999.
- 253. А. О. Перов, Ю. К. Сиренко, "Точные условия для виртуальных границ в начально-краевых задачах теории рассеяния волн", Электромагнитные Волны и Электронные Системы, Т. 5, № 3, с. 25–40, 2000.
- 254. Yu. K. Sirenko, "Exact 'absorbing' conditions in outer initial boundary-value problems of the electrodynamics of nonsinusoidal waves. Part 2: waveguide

units and periodic structures", *Telecommunications and Radio Engineering*, vol. 57, no. 12, pp. 1–30, 2002.

- 255. Yu. K. Sirenko, "Exact 'absorbing' conditions in outer initial boundary-value problems of the electrodynamics of nonsinusoidal waves. Part 3: compact inhomogeneities in free space", *Telecommunications and Radio Engineering*, vol. 59, no. 1-2, pp. 1–31, 2003.
- 256. К. Ю. Сиренко, Ю. К. Сиренко, "Точные «поглощающие» условия в начально-краевых задачах теории открытых волноводных резонаторов", Журнал Вычислительной Математики и Математической Физики, Т. 45, № 3, с. 509–525, 2005.
- 257. O. Shafalyuk, P. Smith, L. Velychko, "Rigorous substantiation of the method of exact absorbing conditions in time-domain analysis of open electrodynamic structures", *Progress in Electromagnetics Research B*, vol. 41, pp. 231–249, 2012.
- 258. Ю. К. Сиренко, Моделирование и анализ переходных процессов в открытых периодических, волноводных и компактных резонаторах. Харьков: ЭДЭНА, 2003.
- 259. В. Ф. Кравченко, Ю. К. Сиренко, К. Ю. Сиренко, Преобразование и излучение электромагнитных волн открытыми резонансными структурами. Моделирование и анализ переходных и установившихся процессов. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011.
- 260. Y. Sirenko, L. Velychko, Eds., *Electromagnetic Waves in Complex Systems*. Selected Theoretical and Applied Problems. Springer, 2016.
- 261. Y. K. Sirenko, L. G. Velychko, F. Erden, "Time-domain and frequency-domain methods combined in the study of open resonance structures of complex geometry", *Progress in Electromagnetics Research*, vol. 44, pp. 57–79, 2004.
- 262. Г. Корн, Т. Корн, Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1973.
- 263. D. H. Roper, J. M. Baird, Analysis of overmoded waveguides using the finitedifference time domain method, *Proc. of the IEEE MTT-S Microwave Symposium Digest*, 1992, *Albuquerque*, USA, [Online]. Available: IEEE Xplore, http://www.ieee.org. [Accessed: 17 May. 2018]
- 264. M. Mansourabadi, A. Pourkazemi, "FDTD hard source and soft source reviews and modifications, *Progress in Electromagnetics Research C*, vol. 3, pp. 143–160, 2008.
- 265. А. И. Вязьмитинова, В. Л. Пазынин, Ю. К. Сиренко, "Моделирование излучения импульсных волн коаксиального круглого волновода",

Радиофизика и Электроника: Сб. Трудов ИРЭ им. А. Я. Усикова НАН Украины, Т. 6,. № 1, с. 22–29, 2001.

- 266. A. I. Vyazmitinova, V. L. Pazynin, A. O. Perov, Yu. K. Sirenko, H. Akdogan, E. Yaldiz, "Pulse antennas: accurate solution of two-dimensional model problems for structures with gratings as dispersive elements", *Telecommunications and Radio Engineering*, vol. 55, no. 8, pp. 1–14, 2001.
- 267. М. Абрамовиц, И. Стиган, Ред., Справочник по специальным функциям. М.: Мир, 1979.
- 268. Е. Янке, Ф. Эмде, Ф. Лёш, Специальные функции. Формулы, графики, таблицы. М.: Наука, 1964.
- 269. Л. Фелсен, Н. Маркувиц, Излучение и рассеяние волн. Т. 1. М.: МИР, 1978.
- 270. Р. Миттра, С. Ли, Аналитические методы теории волноводов. М.: МИР, 1974.
- 271. Я. Д. Ширман, *Радиоволноводы и объёмные резонаторы*. М.: «Связьиздат», 1959.
- 272. "Fastest Fourier Transform in the West", *fftw.org*. [Online]. Available: <u>https://www.fftw.org</u> [Accessed: Sept. 3, 2019].
- 273. Дж. Форсайт, М. Малькольм, К. Моулер, Машинные методы математических вычислений. М.: МИР, 1980.
- 274. В. П. Шестопалов, А. А. Кириленко, Л. А. Рудь, *Резонансное рассеяние* волн. Т. 2. Волноводные неоднородности, Киев: Наук. думка, 1986.
- 275. Ю. В. Шубарин, *Антенны сверхвысоких частот*. Харьков: Изд-во ХГУ, 1960.
- 276. Г. Т. Марков, Д. М. Сазонов, Антенны. Учебник для студентов радиотехнических специальностей вузов. М.: Энергия, 1975.
- 277. А. Мэйтлэнд, М. Данн, Введение в физику лазеров. М.: Наука, 1978.
- 278. М. Борн, Э. Вольф, Основы оптики, М.: «Наука», 1973.
- 279. Л. Фелсен, Н. Маркувиц, Излучение и рассеяние волн. Т. 2. М.: МИР, 1978.
- 280. Г. Б. Двайт, *Таблицы интегралов и другие математические формулы*. М.: Наука, 1978.
- 281. Д. Р. Уэйт, Электромагнитное излучение из цилиндрических систем. М.: Советское радио, 1963.

- 369
- 282. В. В. Никольский, Электродинамика и распространение радиоволн. Уч. пособие. М.: Наука, 1973.
- 283. Г. В. Кисунько Электродинамика полых систем. Ленинград: Изд-во ВКАС, 1949.
- 284. С. А. Приколотин, А. А. Кириленко, "Метод частичных областей с учетом особенностей BO внутренних задачах с произвольными кусочнограницами. Часть Спектры собственных 1. координатными волн ортогонных волноводов", Радиофизика и Электроника, Т. 15. № 1, с. 17-29, 2010.
- С. А. Приколотин, А. А. Кириленко, 285. С. А. Стешенко, Д. Ю. Кулик, С. Л. Сенкевич, "Метод частичных областей Л. А. Рудь, с учетом особенностей BO внутренних задачах С произвольными кусочнокоординатными границами. Часть 2. Плоско-поперечные соединения и «inline» объекты", Радиофизика и Электроника, Т. 4(18). № 3. с. 13-21, 2013.
- 286. A. A. Kirilenko, V. I. Tkachenko, L. A. Rud', D. Yu. Kulik, *The mode-matching technique and fast numerical models of arbitrary coordinate waveguide objects: Quasi-Optical Control of Intense Microwave Transmission*, Ch.4, Springer, 2005.
- 287. Л. Г. Величко, А. А. Кривчикова, Ю. К. Сиренко, "Двумернопериодические решетки. Часть І. Начально-краевые задачи и точные поглощающие условия для прямоугольного канала Флоке", *Радиофизика и Электроника*, Т. 3(17), № 2, с. 3–9, 2012.
- 288. Л. Г.Величко, А. А. Кривчикова, "Двумерно-периодические решетки. Часть II. Некоторые закономерности в поведении нестационарных и установившихся полей в прямоугольном канале Флоке", *Радиофизика и* Электроника, Т. 3(17), № 2, с. 10–19, 2012.
- 289. Л. Г. Величко, А. А. Кривчикова, Ю. К. Сиренко, "Двумернопериодические решетки. Часть З. Элементы спектральной теории", *Радиофизика и Электроника*, Т. 3(17), № 3, с. 3–7, 2012.
- 290. Y. K. Sirenko, H. O. Sliusarenko, K. N. Balabekov, "Doubly-periodic electrodynamic structures: Methods and analysis results. A review", *Telecommunications and Radio Engineering*, vol. 75, no. 19, pp. 1705–1719, 2016.
- 291. Г. О. Слюсаренко, Розсіяння електромагнітних хвиль двомірноперіодичними структурами: розробка і реалізація строгих методів аналізу в часовій області – діс. к.ф.-м.н, 01.04.03 – радіофізика, 2017.

- 292. Дж. К. Саусворт, Принципы и применения волноводной передачи, пер. с англ. М.: Советское радио, 1955.
- 293. Б. М. Яворский, А. А. Детлаф, Справочник по физике для инженеров и студентов ВУЗов. М.: Наука, 1968.
- 294. С. Л. Марпл.-мл, Цифровой спектральный анализ и его приложения, пер. с англ. М.: Мир, 1990.
- 295. P. Cornet, R. Dusséaux, J. Chandezon, "Wave propagation in curved waveguides of rectangular cross section", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 47, no. 7, pp. 965–972, 1999.
- 296. В. И. Лозяной, И. В. Петрусенко, И. Г. Прохода, В. П Прудкий, Дифракция электромагнитных волн в изогнутом многомодовом прямоугольном волноводе., *Тез. докл. науч. семинара «Решение внутренних краевых задач электродинамики»*, 1984, Ростов-на-Дону, с.23.
- 297. Л. А. Рудь, В. П. Шестопалов, "Излом волновода открытый резонатор волноводного типа", Доклады АН СССР, Т. 294, № 4, с. 848–850, 1987.
- 298. Л. А. Рудь, "Свободные колебания и резонансные явления в Нплоскостных изломах прямоугольных волноводов", *Радиотехника и Электроника*, Т. 33, № 6. с. 1117–1125, 1988.
- 299. R. A. Waldron,"Theory of the helical waveguide of rectangular cross-section", *Journal Brit.l.R.E*, pp. 577–592, 1957.
- 300. Л. А. Вайнштейн, Электромагнитные волны, М.: Радио и связь, 1990.
- 301. Х.-Г. Унгер, Планарные и волоконные оптические волноводы, пер с англ. М.: Мир, 1980.
- 302. Н. А. Семенов, *Техническая* электродинамика. Уч. пособ. для вузов. М.: Связь, 1973, 480 с.
- 303. "Розподіл електричної компоненти поля в діелектричному хвилеводі", Google Disk, 2017 [Video file]. Available: <u>https://drive.google.com/drive/folders/0B6bExjyOkJGHdVM1cHNnQ254ZEk?</u> <u>usp=sharing</u>. [Accessed: July 8, 2019].
- 304. U. Leonhardtand, S. Sahebdivan, "Theory of maxwell's fish eye with mutually interacting sources and drains", *Physical Review A*, vol. 92, no. 5, 2015.
- 305. P. Kinsler, "Active drains and causality", *Physical Review A*, vol. 82, no. 5, 2010.

- 306. J. C. Gonzalez, P. Benez, J.C. Minano, "Perfect drain for the maxwell fish eye lens", *New J. Phys*, vol. 13, no. 2, 2011.
- 307. J. C. Gonzalez, D. Grabovickic, P. Benitez, J. C. Mi nano. "Circuital model for the spherical geodesic waveguide perfect drain", *New J. Phys*, vol. 14, no. 8, 2012.
- 308. L. Xu, H. Chen, "Coherent perfect absorber makes a perfect drain for maxwell's fish-eye lens", *Europhys. Lett*, vol. 100, no. 3, pp. 34001-20, 2012.
- 309. В. И. Вольман, Ред., Справочник по расчету и конструированию СВЧ полосковых устройств. М.: Радио и связь, 1982.
- 310. V. G. Sugak, "Particularities of signal processing at subsurface radar sounding in dispersive media", *Telecommunications and Radio Engineering*, vol. 66, no. 16, pp. 1425–1440, 2007.
- 311. V. G. Sugak, A. V. Sugak "Phase spectrum of signals in ground-penetrating radar applications", *IEEE Trans. On Geoscience & Remote Sensing*, vol. 48, pp. 1760–1767, 2010.
- 312. V. G. Sugak, "SFCW GPR Sensor with Phase Processing for Buried Small Objects Detection and Recognition", *Telecommunications and Radio Engineering*, vol. 74, no. 19, pp. 1–3, 2015.
- 313. В. Г. Сугак, "Восстановление электрических характеристик грунта и глубины залегания объектов по результатам подповерхностного зондирования", *Радиофизика и Электроника: Сб. Трудов ИРЭ им. А. Я. Усикова НАН Украины*, Т. 7, № 3, с. 491–497, 2002.
- 314. В. Г. Сугак, "Особенности обработки сигналов при подповерхностном радиолокационном зондировании в диспергирующей среде", *Радиофизика и Электроника: Сб. Трудов ИРЭ им. А. Я. Усикова НАН Украины*, Т. 11, № 3, с. 385–392, 2006.
- 315. С. В. Беляков, В. И. Казанцев, А. И. Харитонов, "Желобковый волновод. Часть І. Общие сведения и методы теоретического анализа", Обзоры по Электронной Технике. Серия 1 Электроника СВЧ, вып. 7(1451), с. 1–65, 1989.
- 316. А. Г. Кохно, Н. Г. Мендрул, В. И. Правда, А. П. Скляров, "Широкополосный возбудитель желобкового волновода", Изв. ВУЗов. Радиоэлектроника, Т. 30, № 10, с. 92–93, 1987.
- 317. А. П. Евдокимов, В. З. Мазур, К. Ю. Сиренко, Ю. К. Сиренко "Антенны дифракционного излучения на базе желобковой линии передачи", *Физические Основы Приборостроения*, Т. 7, № 1(27), с. 24–36, 2018.

- 318. З. И. Тараненко, Я. К. Трохименко, Замедляющие системы. Киев: Техніка, 1965.
- 319. Р. А. Силин, В. П. Сазонов, Замедляющие системы. М.: Советское радио, 1966.
- 320. М. Ф. Воскобойник, А. И. Черников, *Техника и приборы СВЧ*. М.: Радио и связь, 1982.
- 321. А. Д. Григорьев, В. Б. Янкевич, *Резонаторы и резонаторные замедляющие системы СВЧ. Численные методы расчета и проектирования*. М.: Радио и связь,1984.
- 322. А. Д. Григорьев, Электродинамика и техника СВЧ. М.: Высшая школа, 1990.
- 323. Э. Л. Бурштейн, Г. В. Воскресенский, Линейные ускорители электронов с интенсивными пучками. М.: Атомиздат, 1970.
- 324. А. Н. Лебедев, А. В. Шальнов, Основы физики и техники ускорителей: в 3 т. Т. 3. Линейные ускорители. М.: Энергоатомиздат, 1983.
- 325. S, Jr. Humphries, *Principles of Charged Particle Acceleration*. New York: Wiley, 1986.
- 326. М.А. Калитеевский, "Оптические свойства системы двух связанных вертикальных микрорезонаторов", *Журнал Технической Физики*, Т. 68, № 5, с. 94–97, 1998.
- 327. В. В. Щербак, "Двойные равнощелевые волноводные препятствия", *Радиотехника*, вып. 1, с. 42–57, 1965.
- 328. В. В Щербак, "Поперечные металлические решетки в прямоугольном волноводе", *Радиотехника*, № 7, с. 49–51, 1968.
- 329. В. П. Шестопалов, В. В. Щербак, "Неоднородности в прямоугольных волноводах. Двойные ленточные препятствия", *Радиотехника и Электроника*, Т. 11, вып. 6, с. 1066–1075, 1966.
- 330. В. П. Шестопалов, *Метод задачи Римана-Гильберта в теории дифракции* и распространения электромагнитных волн. Харьков: Изд-во Харьковского ун-та, 1971.
- 331. В. В. Щербак, "Диэлектрические окна с плосковершинной характеристикой радиопрозрачности", *Радиофизика и Радиоастрономия*, Т. 18, № 3, с. 272–277, 2013.

- 332. С. А. Масалов, В. В. Щербак, "Методы школы В. П. Шестопалова в теории дифракции волн", *Радиофизика и Электроника: Сб. Трудов ИРЭ им. А. Я. Усикова НАН Украины*, Т. 5, № 2, с. 13–34, 2000.
- 333. И. В. Савельев, Курс общей физики: уч. пособ. В 3-х томах. Т. 2. Электричество и магнетизм. Волны. Оптика. М.: Наука, 1988.
- 334. Н. И. Калитеевский, Волновая оптика, Учеб. пособие для ун-тов. М.: Высш. школа, 1978.
- 335. М. Б. Виноградова, О. В. Руденко, А. П. Сухоруков, *Теория волн*. М.:Наука, 1979.
- 336. E. Sonnenschein, I. Rutkevich, D. Censor, "Wavepackets and group velocity in absorbing media: solutions of the telegrapher's equation", *Progress in Electromagnetics Research*, vol. 14, no. 4, pp. 563–565, 2000.
- 337. C. G. B. Garrett, D. E. McCumber, "Propagation of a Gaussian light pulse through an anomalous dispersion medium," *Phys. Rev. A*, vol. 1. pp. 305–313, 1970.
- 338. S. Chu, S. Wong, "Linear pulse propagation in an absorbing media", *Phys. Rev. Lett*, vol. 48, pp. 738–741, 1982.
- 339. Л. А. Вайнштейн, "Распространение импульсов", *Успехи Физических Наук*, Т. 118, вып. 2, с. 339–367, 1976.
- 340. Дж. Гауэр, Оптические системы связи: Пер. с англ. М.: Радио и связь, 1989.
- 341. О. Звелто, Принципы лазеров: Пер. с англ, 3-е изд. М.: Мир, 1990.
- 342. Й. Херман, Б. Вильгельми, Лазеры сверхкоротких световых импульсов. М.: Мир, 1986.
- 343. "Refractive index database", refractiveindex.info. [Online]. Avaliable: <u>https://refractiveindex.info</u> [Accessed: July 8, 2019].
- 344. E.D. Palik, Ed., Handbook of Optical Constants of Solids. Vol. 3. 1998.
- 345. T. Skauli, P. S. Kuo, K. L. Vodopyanov, T. J. Pinguet, O. Levi, L. A. Eyres, J. S. Harris, M. M. Fejer, B. Gerard, L. Becouarn, E. Lallier, "Improved dispersion relations for GaAs and applications to nonlinear optics", *Journal of Applied Physics*, vol. 94, no. 10, pp. 6447–6455, 2003.
- 346. H. H. Li, "Refractive index of ZnS, ZnSe, and ZnTe and its wavelength and temperature derivatives", *Journal of Physical and Chemical Reference Data*, vol. 13, pp. 103–150, 1984.

- 347. H. H. Li, "Refractive index of alkali halides and its wavelength and temperature derivatives", *Journal of Physical and Chemical Reference Data*, vol. 5, pp. 329–528, 1976.
- 348. Г. Агравал, Нелинейная волоконная оптика, пер. с англ. М.: Мир, 1996.
- 349. E. B. Treacy, "Optical pulse compression with diffraction gratings, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. QE-5, no. 9, pp. 454–458, 1969.
- 350. С. Н. Власов, Н. Г. Казакова, Е. В. Копосова, "Компрессия СВЧ импульсов с помощью дифракционных решеток", *Журнал Технической Физики*, Т. 68, № 2, с. 82–90, 1998.
- 351. А. П. Евдокимов, В. В. Крыжановский, "Новое направление в технике антенных решеток", Изв. ВУЗов. Радиоэлектроника Т. 39, № 9, с. 54–61, 1996.
- 352. А. П. Евдокимов, А. П. Крыжановский, Ю. К. Сиренко, "Планарная антенна дифракционного излучения КВЧ-диапазона", Электромагнитные Волны и Электронные Системы, Т. 16, № 6, с. 53–61, 2011.
- 353. S. Sautbekov, K. Sirenko, Y. Sirenko, A. Yevdokimov, "Diffraction radiation effects: a theoretical and experimental study", *IEEE Antennas & Propagation Magazine*, vol. 57, no. 5, pp. 73–93, 2015.
- 354. А. П. Евдокимов, "Антенны дифракционного излучения", *Физические* Основы Приборостроения, Т. 2, № 1, с. 108–125, 2013.
- 355. С. А. Стешенко, "Синтез антенны вытекающих волн по заданному распределению поля на апертуре", *Радиофизика и Радиоастрономия*, Т. 18, № 4, с. 373–380, 2013.
- 356. Ю. К. Сиренко, А. И. Вязьмитинова, В. Л. Пазынин, К. Ю. Сиренко, "Численное моделирование электродинамических характеристик", Электромагнитные Волны и Электронные Системы, Т. 12, № 1, с. 24–34, 2007.
- 357. В. Ф. Взятышев, В. И. Калиничев, "Собственные и вынужденные колебания открытых резонансных систем на базе дисковых диэлектрических резонаторов", *Изв. ВУЗов. Радиофизика*, Т. 26, № 4, с. 475–482, 1983.
- 358. Л. Г. Содин, "Импульсное излучение антенны (электромагнитный снаряд)", *Радиотехника и Электроника*, Т. 36, № 5, с. 1014–1022, 1991.
- 359. Л. Г. Содин, "Характеристики импульсного излучения антенн (электромагнитного снаряда)", *Радиотехника и Электроника*, Т. 37, № 5, с. 849–857, 1992.

- 360. Л. Г. Содин, "Импульсное излучение антенны с круглой апертурой, возбужденной единичным скачком тока (переходная диаграмма)", *Радиотехника и Электроника*, Т. 37, № 10, с. 1783–1787, 1992.
- 361. Л. Г. Содин, "Фокусировка электромагнитного снаряда", *Радиотехника и* Электроника, Т. 43, № 2, с. 238–243, 1998.
- 362. E. R. Peck, K. Reeder, "Dispersion of air", Journal of the Optical Society of America, vol. 62, no. 8, pp. 958–962, 1972.
- 363. П. В. Блиох, "Сжатие импульса излучения в диспергирующей среде со случайными неоднородностями", Изв. ВУЗов. Радиофизика, Т. 7, № 3, с. 460–470, 1964.
- 364. В. П. Шестопалов, Л. Н. Литвиненко, С. А. Масалов, В. Г. Сологуб, Дифракция волн на решетках. Харьков: Изд-во Харьков. ун-та, 1973.
- 365. А. Ю. Бутрым, Н. Н. Колчигин, С. Н. Пивненко, "Управление направлением импульсного излучения апертуры с помощью несинхронного возбуждения", *Радиотехника*, № 6, с. 29–33, 2001.
- 366. А. Ю. Бутрым, С. Н. Пивненко, В. А. Катрич, Н. Н. Колчигин, "Влияние несинхронности возбуждения апертуры на излучение импульсных сигналов", Вісник Дніпропетровського університету: Фізика, Радіоелектроніка, № 9, с. 74–85, 2002.
- 367. "Динаміка переходу хвилеводу із замкненого стану у відкритий", Google Disk, 2017 [Video file]. Available: <u>https://drive.google.com/drive/folders/0B6bExjyOkJGHcDk0bmVvVHNINk0?u</u> <u>sp=sharing</u>. [Accessed: July 8, 2019].
- 368. "Динаміка електричного поля при переході резонатора в режим скидання накопиченої енергії", Google Disk, 2018 [Video file]. Available: <u>https://drive.google.com/open?id=1zKtcm9CpQR9ney32OVQl7fOZIOQHXN0l</u> [Accessed: July 8, 2019].
- 369. "Перекачування енергії з першого ступеня компресора в другу і її скидання в відвідний хвилевід", Google Disk, 2018 [Video file]. Available: <u>https://drive.google.com/open?id=1h2jS434lHSEtsn387laZK7K8VtKwF0k9</u> [Accessed: July 8, 2019].

## **ДОДАТОК А**

## СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИССЕРТАЦІЇ

- 1. В. Л. Пазынин, К. Ю. Сиренко, "Преобразование импульсных *TE*<sub>0n</sub> и *TM*<sub>0n</sub> волн аксиально-симметричными волноводными узлами. Щелевые резонансы", Электромагнитные волны и электронные системы, Т. 10, № 10, с. 21–26, 2005.
- 2. И. В. Ванченко, А. М. Королёв, В. Л. Пазынин, Н. А. Попенко, М. М. Хруслов, "Особенности формирования диаграмм направленности монопольной антенны в присутствии конечных экранов", *Радиофизика и* электроника: Сб. трудов ИРЭ НАН Украины, Т. 11, № 1, с. 55–60, 2006.
- 3. В. Л. Пазынин, В. Е. Филиппенко, "Преобразование поверхностных волн в объёмные в системе «частично экранированный планарный волновод открытый диэлектрический резонатор»", Электромагнитные волны и электронные системы, Т. 13, № 10, с.21–29, 2008.
- 4. I. K. Kuzmitchev, P. M. Melezhyk, V. L. Pazynin, K. Yu. Sirenko, Yu. K. Sirenko, O. S. Shafalyuk, L. G. Velychko, "Model synthesis of energy compressors", *Радиофизика и электроника*: *Сб. трудов ИРЭ НАН Украины*, T. 13, № 2, c.166–172, 2008.
- 5. В. Ф. Кравченко, В. Л. Пазынин, К. Ю. Сиренко, Ю. К. Сиренко, "Плоские задачи электродинамики несинусоидальных волн для компактных открытых резонаторов с волноводной питающей линией. Решетки как диаграммообразующие структуры", Электромагнитные волны и электронные системы, Т. 14, № 6, с. 4–20, 2009.
- 6. K. Sirenko, V. Pazynin, Y. Sirenko, H. Bagci, "An FFT-accelerated FDTD scheme with exact absorbing conditions for characterizing axially symmetric resonant structures", *Progress in Electromagnetics Research*, vol. 111, pp. 331–364, 2011.
- K. Sirenko, V. Pazynin, Y. Sirenko, H. Bagci, "Compression and radiation of high-power short radio pulses. I. Energy accumulation in direct-flow waveguide compressors", *Progress in Electromagnetics Research*, vol. 116, pp. 239–270, 2011.
- 8. K. Sirenko, V. Pazynin, Y. Sirenko, H. Bagci, "Compression and radiation of high-power short radio pulses. II. A novel antenna array design with combined compressor/radiator elements", *Progress in Electromagnetics Research*, vol.116. pp. 271–296, 2011.

- 9. В. Л. Пазынин, "О возможности строгого моделирования компрессии частотно-модулированных импульсов в полых регулярных волноводах", *Радиофизика и Электроника*, Т. 3, № 3, с. 30–34, 2012.
- V. L. Pazynin, "Compression of frequency-modulated electromagnetic pulses in sections of regular waveguides" *Telecommunication and Radio Engineering*, vol. 71, no. 20, pp. 1833–1857, 2012.
- M. B. Orazbekova, V. L. Pazynin, S. S. Sautbekov, K. Y. Sirenko, Yu. K. Sirenko, A. A. Vertiy, "The exact absorbing conditions method in the analysis of open electrodynamic structures. Axially-symmetrical objects in free space and effective calculations", Физические Основы Приборостроения, T. 3, № 4. с. 40–58, 2014.
- 12. В. Л. Пазынин, "Свойства мультиплета в спектре колебаний цепочки связанных волноводных резонаторов", *Радиофизика и Электроника*, Т. 8(22), № 1, с. 3–14, 2017.
- 13. В. Л. Пазынин, "Эффект запирания изгиба волновода вблизи критической частоты второй моды", *Радиофизика и Электроника*, Т. 22, № 2, с. 3–10, 2017.
- 14. В. Л. Пазынин, К. Ю. Сиренко, Ю. К. Сиренко, Н. П. Яшина, "Точные поглощающие условия в начально-краевых задачах вычислительной электродинамики. Обзор", *Физические Основы Приборостроения*, Т. 6, № 4(26), с. 2–33, 2017.
- 15. V. L. Pazynin, M. V. Maiboroda, "Electromagnetic pulse compression in sections of helically coiled waveguides", *Telecommunications and Radio Engineering*, vol. 76, no. 3, pp.209–225, 2017.
- 16. V. L. Pazynin, M. V. Maiboroda, "Compression of electromagnetic pulses with piecewise linear laws of amplitude and frequency modulation", *Telecommunications and Radio Engineering*, vol. 76, no. 4, pp. 277–284, 2017.
- V. L. Pazynin, "Simulation of the characteristics of an active microwave power compressor", *Telecommunications and Radio Engineering*, vol. 76, no. 12, pp. 1033–1047, 2017.
- 18. V. L. Pazynin, M. V. Maiboroda, "Compression of electromagnetic pulses in dielectric waveguides of a finite length", *Telecommunications and Radio Engineering*, vol. 76, no. 14, pp. 1219–1230, 2017.
- 19. V. L. Pazynin, M. V. Maiboroda, "Modeling of the compression of wave packets induced by a current filament in a plane-parallel waveguide", *Telecommunications and Radio Engineering*, vol. 76, no. 16, pp. 1391–1404, 2017.

- 20. V. L. Pazynin, "Microwave pulse radiator with passive compression of input signal", *Telecommunications and Radio Engineering*, vol. 77, no. 1, pp. 13–25, 2018.
- 21. V. L. Pazynin, V. Z. Mazur, A. O. Boguslavskaya, "On the feasibility of using a groove waveguide as a dispersive element in a passive microwave power compressor", *Telecommunications and Radio Engineering*, vol. 77, no. 5, pp. 373–381, 2018.
- V. L. Pazynin, S. S. Sautbekov, K. Yu. Sirenko, Yu. K. Sirenko, A. A. Vertiy, N. P. Yashina, "Comparison of exact and approximate absorbing conditions for initial boundary value problems of the electromagnetic theory of gratings", *Telecommunications and Radio Engineering*, vol. 77, no. 18, pp. 1581–1595, 2018.
- 23. В. Л. Пазынин, "Строгая электродинамическая модель накопительного резонатора активного компрессора СВЧ мощности", *Физические Основы* Приборостроения, Т. 7, № 3(29), с. 86–106, 2018.
- 24. <u>V. Pazynin</u>, K. Sirenko, Y. Sirenko High-Power Short Pulses Compression: Analysis and Modeling Ch. 6 in book Electromagnetic waves in complex systems. Selected theoretical and applied problems, Springer, 2016. – P.327– 385..

## Апробация результатов, представленных в диссертации, на международных научных конференциях

- 1. Y. K. Sirenko, V. L. Pazynin, A. I. Vyazmitinova, K. Y. Sirenko, "Exact 'absorbing' conditions in initial boundary-value problems of the theory of pulse wave radiation", *Proc. of the 4-th International Conference on Antenna Theory and Techniques, Sevastopol, Ukraine*, pp. 110–112, 2003.
- Y. K. Sirenko, V. L. Pazynin, V. F. Naumenko, L. G. Velychko, A. I. Vyazmitinova, "The package of programs for solving model initial boundary-value problems in the theory of nonsinusoidal electromagnetic waves", *Proc. of the 2-nd International Workshop "Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals", Sevastopol ,Ukraine*, pp. 91–93, 2004.
- 3. Yu. K. Sirenko, V. L. Pazynin, O. S. Shafalyuk, "Forming and radiation of highpower short radio pulses", *Proc. of the 6-th International Conference on Antenna Theory and Techniques, Sevastopol, Ukraine*, pp. 107–109, 2007.
- 4. R. Chernobrovkin, I. Ivanchenko, A. Korolev, L. P. Ligthart, N. Popenko, V. Pazynin, "Wide-band antenna array", *Proc. of the 38-th European Microwave Conference, Amsterdam, the Netherlands*, pp. 1628–1631, 2008.

- 5. K. Sirenko, V. Pazynin, "Analysis and model synthesis of resonant units for radiators of high-power short radio pulses" *Proc. of the URSI International Symposium on Electromagnetic Theory, Berlin, Germany*, pp. 522–524, 2010.
- 6. A. I. Amosova, A. A. Krivchikova, V. L. Pazynin, Y. K. Sirenko, "The formation and radiation of high-power short radio pulses: new approaches to modelling and analysis of microwave compressors", *Proc. of the 5-th International Conference on Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals, Sevastopol, Ukraine*, pp. 16–21, 2010.
- 7. K. Sirenko, V. Pazynin, H. Bagci, "Compression of beamed short pulses radiated by a phased array", *Proc. of the USNC-URSI National Radio Science Meeting, Spokane, USA*, pp. 1, 2011.
- 8. S. Sautbekov, K. Sirenko, Yu. Sirenko, V. Pazynin, A. Vertiy, "The exact absorbing conditions method in the analysis of open electrodynamic structures. The expansion on axially-symmetrical objects in free space and effective calculations", *Proc. of the 7-th International Conference "Acoustooptic and radar methods for information measurements and processing", Moscow-Suzdal, Russia*, pp. 90–92, 2014.
- 9. M. V. Maiboroda, V. L. Pazynin, H. O. Sliusarenko, "Electromagnetic Pulses Compression in Helically Coiled Dielectric Waveguide", *Proc. of the 22-nd International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory, Lviv-Dnipro, Ukraine,* pp. 104– 107, 2017.
- 10. M. V. Maiboroda, V. L. Pazynin, H. O. Sliusarenko, "Passive Compression of Optical Pulses in Uniform Isotropic and Dispersive Medium", *Proc. of the IEEE International Young Scientists Forum on Applied Physics and Engineering, Lviv, Ukraine,* pp. 228–230, 2017.
- 11. V. Pazynin, K. Sirenko, Y. Sirenko, N. Yashina, "Comparative analysis of various domain truncation techniques for initial-boundary value problems for periodic structures", *The Progress in electromagnetics research symposium abstracts, Toyama, Japan,* pp. 1, 2018.