

Національна академія наук України  
Інститут радіофізики та електроніки ім. О.Я. Усикова

**СЛЮСАРЕНКО ГАННА ОЛЕКСАНДРІВНА**



УДК 537.86: 517.954

**РОЗСІЯННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ ДВОВИМІРНО-  
ПЕРІОДИЧНИМИ СТРУКТУРАМИ: РОЗРОБКА І РЕАЛІЗАЦІЯ  
СТРОГИХ МЕТОДІВ АНАЛІЗУ В ЧАСОВІЙ ОБЛАСТІ**

01.04.03 – радіофізика

**АВТОРЕФЕРАТ**  
дисертації на здобуття наукового ступеня  
кандидата фізико-математичних наук

Харків – 2017

Дисертація на правах рукопису

Робота виконана в Інституті радіофізики та електроніки ім. О.Я. Усикова  
Національної академії наук України, місто Харків

**Науковий керівник**

доктор фізико-математичних наук, професор  
**Сіренко Юрій Костянтинович**,  
Інститут радіофізики та електроніки  
ім. О.Я. Усикова НАН України (м. Харків),  
головний науковий співробітник  
лабораторії математичної фізики  
відділу статистичної радіофізики

**Офіційні опоненти:**

доктор фізико-математичних наук, професор  
**Просвірнін Сергій Леонідович**,  
Радіоастрономічний інститут НАН України (м. Харків),  
завідувач відділу теоретичної радіофізики


доктор технічних наук, професор  
**Сухаревський Олег Ілліч**,  
Харківський національний університет Повітряних Сил  
імені Івана Кожедуба МО України (м. Харків),  
провідний науковий співробітник  
наукового центру Повітряних Сил

Захист відбудеться «30» листопада 2017 р. о 15<sup>30</sup> годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 64.157.01 в Інституті радіофізики та електроніки ім. О.Я. Усикова НАН України (61085, м. Харків, вул. Академіка Проскури, 12).

З дисертацією можна ознайомитись в бібліотеці Інституту радіофізики та електроніки ім. О.Я. Усикова НАН України (61085, м. Харків, вул. Академіка Проскури, 12).

Автореферат розісланий «27» грудня 2017 р.

Учений секретар  
спеціалізованої вченої ради

 І.В. Іванченко

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

**Актуальність теми.** Дослідження двовимірно-періодичних структур є перспективним з точок зору як фундаментальної, так і прикладної науки. Періодичні структури – найбільш затребувані дисперсійні елементи, що дозволяють вести ефективну поляризаційну, частотну й просторову селекцію сигналів. Нові знання щодо фізики відповідних хвильових і коливальних процесів, які отримано під час аналізу одновимірно-періодичних структур, знаходять втілення в принципово нових вузлах і пристроях гіга-, терагерцевого й оптичного діапазонів, в нових матеріалах з включеннями, розміри яких вимірюються в мікро- і нанометрах, у нових схемах оперативного вимірювання параметрів різних штучних і природних матеріалів і середовищ. Однак, можливості класичних скалярних моделей теорії періодичних структур, що широко використовуються, обмежені. Як у теорії, так і на практиці все частіше виникають задачі, що вимагають аналізу тривимірних векторних моделей періодичних структур.

Фундамент для ефективного розв'язання таких задач було закладено в роботі Ю.К. Сіренка, S. Strom, Н.П. Яшиної (*Modeling and Analysis of Transient Processes in Open Resonant Structures. New Methods and Techniques. Springer, New York, 2007*), де були побудовані й широко апробовані нелокальні та локальні точні поглинаючі умови, що дозволяють замінювати відкриті початково-крайові задачі обчислювальної електродинаміки еквівалентними закритими задачами. Відповідні результати набули подальшого розвитку в дисертаційній роботі стосовно векторних модельних задач теорії ґраток і теорії 2-D фотонних кристалів. В роботі К.Ю. Сіренка, В.Л. Пазиніна Ю.К. Сіренка і Н. Bagci (*An FFT-accelerated FDTD scheme with exact absorbing conditions for characterizing axially symmetric resonant structures. PIER, vol.111, 2011*) для дослідження резонансних структур різного типу були запропоновані й реалізовані прискорені кінцево-різницеві схеми розв'язку задач із точними нелокальними поглинаючими умовами. Прискорення забезпечувалося використанням швидкого перетворення Фур'є під час обчислення згорткових інтегралів. Це значно знизило вимоги до ресурсів комп'ютерів, що використовуються в обчислювальних експериментах. До того ж, доступними для багатьох стали і швидкі багатопроцесорні обчислювальні комплекси, зокрема, кластери комп'ютерної мережевої технології ГРІД Європейського центру ядерних досліджень.

Однак очевидно, що наявності потужної обчислювальної техніки недостатньо для успішного розв'язку навіть найпростіших векторних ґраткових задач і задач аналізу фотонних кристалів. Реалізована на комп'ютері обчислювальна схема повинна бути стійкою та збіжною, похибка розрахунку – передбачуваною, а результати розрахунків мають допускати однозначне фізичне тлумачення. Ці вимоги забезпечуються теоретичним аналізом, який проводиться на всіх етапах побудови моделі двовимірно-періодичних структур (постановка крайових і початково-крайових задач, визначення класів

коректності цих задач, дослідження якісних характеристик особливостей аналітичного продовження розв'язків модельних крайових задач в область комплексних значень частотного параметра і т. д.). Від того, наскільки точно розраховуються всі електродинамічні характеристики таких структур, багато в чому залежить якість важливих, як для теорії, так і для практики, результатів, що отримуються на відповідній основі. Ряд пов'язаних з таким аналізом **актуальних** наукових задач, що мають важливе фундаментальне і прикладне значення, розв'язується в дисертаційній роботі.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.**

Дисертаційна робота виконана в лабораторії математичної фізики Інституту радіофізики та електроніки ім. О.Я. Усикова НАН України (ІРЕ ім. О.Я. Усикова НАН України) та відповідає одному з напрямків наукових досліджень (електроніка та радіофізика міліметрових і субміліметрових хвиль), затверджених постановою Президіуму НАН України №30 від 11.02.2009 р. Дослідження за темою дисертації здійснювалися згідно з планом науково-дослідних робіт ІРЕ ім. О.Я. Усикова НАН України в рамках фундаментальної держбюджетної НДР «Розробка та впровадження нових методів обчислювальної радіофізики; теоретичне та експериментальне дослідження трансформації електромагнітних полів гіга-, терагерцевого та оптичного діапазонів в об'єктах і середовищах антропогенного та природного походження; аналіз та синтез нових вузлів і пристроїв резонансної квазіоптики, твердотільної електроніки, імпульсної та антенної техніки; розробка і тестування нових вимірювальних схем рефлекто- і діелектрометрії» (номер державної реєстрації 0112U000210, строк виконання 2012–2016 рр.) (виконавець) і цільової програми НАН України «Розробка нових методів і програмного комплексу ГРІД обчислень для задач радіофізики, біофізики і фізики твердого тіла» (номер державної реєстрації 0113U002581, строк виконання 2011–2013 рр.) (виконавець).

**Мета і задачі дослідження.** Мета дослідження:

- розробити та реалізувати універсальні, надійні й ефективні методи розв'язання модельних початково-крайових задач теорії двовимірно-періодичних структур – ґраток і просторово обмежених 2-D фотонних кристалів;
- отримати аналітичні результати, які можуть бути основою для побудови спектральної теорії двовимірно-періодичних ґраток і 2-D фотонних кристалів;
- виявити, з'ясувати умови виникнення та проаналізувати конкретні фізичні ефекти, які супроводжують процеси випромінювання, поширення та розсіяння імпульсних і монохроматичних хвиль в просторово обмежених 2-D фотонних кристалах з «дефектами» різного типу.

Для досягнення поставленої в роботі мети необхідно було вирішити такі **завдання**:

- здійснити коректну постановку модельних початково-крайових задач електродинамічної теорії двовимірно-періодичних ґраток у разі «похилого

падіння» на структуру збуджуючих хвиль;

- впровадити в обчислювальні схеми методу кінцевих різниць у часовій області точні поглинаючі умови, що дозволяють замінити принципово відкриті модельні задачі задачами закритими;

- отримати аналітичні результати, що описують ряд важливих властивостей імпульсних і монохроматичних електромагнітних хвиль, які поширюються в зонах відбиття і проходження двовимірно-періодичних ґраток, і на цій основі розробити, зокрема, метод транспортних операторів для швидкого розрахунку багатосарових структур;

- отримати аналітичні результати, що дозволяють перейти до аналізу якісних характеристик частотних спектрів двовимірно-періодичних ґраток і 2-D фотонних кристалів;

- проаналізувати проблемні питання, пов'язані з алгоритмізацією та числовим розв'язанням спектральних задач електродинамічної теорії 2-D фотонних кристалів;

- провести проблемно-орієнтовані обчислювальні експерименти, зафіксувати й проаналізувати цікаві для теорії і практики режими розсіяння і випромінювання імпульсних і монохроматичних хвиль, що поширюються в просторово обмежених 2-D «дефектних» фотонних кристалах.

*Об'єктом дослідження* в даній роботі є просторово-часові та просторово-частотні трансформації електромагнітного поля в умовах можливого резонансного розсіяння хвиль.

*Предметом дослідження* є електромагнітні хвилі в двовимірно-періодичних структурах – у ґратках і просторово обмежених 2-D фотонних кристалах.

**Методи дослідження.** Для вирішення поставлених у дисертації задач використовувалися строгі аналітичні та числові методи: метод неповного розділення змінних, метод інтегральних перетворень, метод фундаментальних розв'язків диференціальних операторів, метод точних поглинаючих умов, метод кінцевих різниць у часовій області. Під час підготовки та аналізу результатів обчислювальних експериментів у часовій області до уваги бралися відомі результати частотної області.

#### **Наукова новизна одержаних результатів.**

1. Вперше здійснена фізично коректна постановка модельних початково-крайових задач теорії двовимірно-періодичних ґраток, яка дозволяє аналізувати випадок похилого падіння плоских хвиль.

2. Розвинено та вперше реалізовано стосовно до початково-крайових задач для просторово обмежених 2-D фотонних кристалів метод строгого розв'язку, що базується на побудові точних поглинаючих умов.

3. Вперше отримано аналітичні зображення закону збереження енергії і співвідношення взаємності, що дозволили зробити ряд важливих висновків щодо властивостей монохроматичних електромагнітних хвиль, які поширюються в зонах відбиття і проходження двовимірно-періодичних ґраток,

що збуджуються поперечно-електричними або поперечно-магнітними плоскими хвилями.

4. Розвинуто метод транспортних операторів (просторово-часовий аналог методу узагальнених матриць розсіяння), що дозволяє істотно скоротити витрачувані обчислювальні ресурси під час розрахунку багатопарових двовимірно-періодичних ґраток або ґраток на товстих підкладках.

5. Вперше вирішено низку важливих питань спектральної теорії двовимірно-періодичних ґраток і 2-D фотонних кристалів – результат, вкрай необхідний для достовірного фізичного аналізу процесів резонансного розсіяння імпульсних і монохроматичних хвиль відповідними структурами.

6. Вперше проаналізовано коректність стандартних підходів до розв'язання спектральних задач теорії 2-D фотонних кристалів та розроблено ефективну схему їх аналітичної регуляризації.

7. Отримано нові фізичні результати, що дозволяють якісно і кількісно охарактеризувати процеси формування заборонених зон в просторово обмежених 2-D фотонних кристалах, процеси накопичення енергії в резонансних порожнинах таких структур, процеси поширення і випромінювання імпульсних і монохроматичних хвиль у компактних фотонних кристалах, дефекти в структурі яких відіграють роль різних класичних функціональних елементів.

**Практичне значення отриманих результатів** полягає у тому, що вони суттєво доповнюють відомі уявлення про хвильові процеси в двовимірно-періодичних структурах, які широко використовуються в техніці міліметрових і субміліметрових хвиль, електроніці та оптиці, й усувають ряд проблем, які перешкоджали строгому аналізу і модельному синтезу цих та інших, більш складних, електродинамічних об'єктів. Основні результати роботи можуть бути використані під час розв'язання як наукових, так і інженерних задач радіофізики та оптики. Так, наприклад, важливим для практики результатом є продемонстрована в роботі можливість адекватного опису просторово-часових і просторово-частотних трансформацій електромагнітних хвиль, що поширюються в «дефектних» фотонних кристалах, можливість зведення цього опису до оцифрування стандартного набору загальноприйнятих характеристик. Таких, наприклад, як ті, які використовуються в класичній теорії хвилеводів або в електродинамічній теорії ґраток.

Методи аналізу просторово обмежених фотонних кристалів, що розвинені в роботі, реалізовано в пакетах прикладних програм, які орієнтовані на ефективне числове розв'язання широкого кола фундаментальних і прикладних радіофізичних задач. Ці програми забезпечені зручним інтерфейсом і допускають візуалізацію перехідних станів поля в об'єктах, що аналізуються. Це вкрай важливо для достовірного фізичного аналізу процесів, які моделюються, та дозволяє рекомендувати їх до використання під час навчання студентів, що спеціалізуються в галузі теоретичної радіофізики.

**Особистий внесок здобувача.** Усі основні аналітичні та фізичні результати, що представлено в роботі, отримані здобувачем особисто.

Дисертантом було створено ряд сервісних програм для пакетів, орієнтованих на чисельний аналіз просторово обмежених фотонних кристалів, проведено обчислювальні експерименти, проаналізовано відповідні числові результати й сформульовано подальші висновки.

Особистий внесок здобувача в роботи [1–14], в яких опубліковані результати дисертації і частина з яких написана в співавторстві, полягає в наступному. Під час підготовки робіт [1–3, 9, 11, 14], які присвячено двовимірному-періодичним ґраткам, здобувач брала участь у розробці строгого підходу до постановки й алгоритмізації початково-крайових задач, що дозволяють аналізувати, в тому числі, і випадок похилого падіння плоских хвиль. Автором були отримані всі аналітичні зображення закону збереження енергії і співвідношень взаємності, здобувач брала участь у формулюванні основних фізичних наслідків з цих зображень і в отриманні результатів, які є основою для побудови спектральної теорії відповідних електродинамічних структур. Внесок здобувача в роботи [4, 6], які присвячено аналізу та алгоритмізації спектральних задач для 2-D фотонних кристалів, полягав у постановці відповідних задач, в якісному аналізі їх розв’язків, в розробці та реалізації підходу до їх аналітичної регуляризації. Робота [5] – оглядова, в якій автор проаналізувала велику частину літературних джерел і взяла участь у формулюванні остаточних висновків і рекомендацій. Для роботи [7] дисертант виконала всі обчислювальні експерименти, взяла участь в обговоренні їх результатів і у формулюванні основних фізичних висновків. Роботи [8, 10, 12, 13] написані здобувачем особисто.

**Апробація результатів дисертації.** Матеріали, що складають зміст дисертації, доповідались на наукових семінарах ІРЕ ім. О.Я. Усикова НАН України, на IEEE International symposium on Antennas and Propagation and USNC-URSI National Radio science Meeting (Chicago, USA, 8–14 July, 2012). Особисто здобувачем матеріали дисертації доповідались на таких міжнародних наукових конференціях:

- 11<sup>th</sup> Kharkiv Young Scientist Conference on Radiophysics, Electronics, Photonics and Biophysics (Kharkiv, Ukraine, 28 November – 2 December, 2011);
- 6<sup>th</sup> International Conference on Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals (Sevastopol, Ukraine, 17–21 September, 2012);
- International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (Kharkiv, Ukraine, 28–30 August, 2012);
- 7<sup>th</sup> International Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics (Bordeaux, France, 16–21 September, 2013);
- International Young Scientists Forum on Applied Physics (Dnipro, Ukraine, 29 September – 2 October, 2015);
- 9<sup>th</sup> International Kharkiv Symposium on Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter and Submillimeter Waves (Ukraine, Kharkiv, 20–24 June, 2016).

**Публікації.** Матеріали дисертації своєчасно та повністю опубліковано у 14 наукових працях, з них – 7 статей у провідних фахових журналах [1–7] і 7 тез

доповідей [8–14] в матеріалах міжнародних конференцій. Особисто автором опубліковано 4 роботи [8, 10, 12, 13].

**Структура та обсяг дисертації.** Дисертаційна робота складається з вступу, трьох розділів основного тексту з рисунками, висновків та списку використаних джерел. Обсяг дисертації становить 158 сторінок. Вона містить 28 рисунків (з них 2 розміщені на 2 окремих сторінках), список використаних джерел з 98 найменувань на 11 сторінках, висновки і додаток.

## ОСНОВНИЙ ЗМІСТ ДИСЕРТАЦІЇ

У **вступі** обґрунтовано актуальність теми дисертаційної роботи, визначено мету й задачі досліджень та методи їх досягнення, сформульовано основні положення й результати роботи, розкрито наукове та практичне значення результатів, наведено дані щодо публікацій, особистого внеску здобувача, апробації роботи та описано структуру дисертації.

У **розділі 1** «Електродинамічні структури, періодичні у двох напрямках: методи й результати аналізу. Огляд» зроблено огляд робіт, що стосуються теми дисертації. Наведено історію дослідження періодичних ґраток та короткий огляд робіт за тематикою фотонних кристалів. Цитуються найважливіші роботи, які надали поштовх вивченню властивостей електромагнітних хвиль, розсіяних двовимірно-періодичними структурами. Обговорено проблемні питання теорії двовимірно-періодичних ґраток і 2-D фотонних кристалів.

Під терміном «двовимірно-періодичні структури» розуміють такі структури, які є періодичними у двох ортогональних просторових напрямках. Це – звичайні дифракційні ґратки (напівпрозорі та відбивні), обмежені за товщиною, та 2-D фотонні кристали – структури, що є періодичними у двох просторових напрямках і нескінченні, однорідні в третьому. Фотонними кристалами зазвичай називають новий клас штучних матеріалів з трансляційною симетрією, період якої порівняний з довжиною хвилі.

При аналізі літературних джерел увага приділяється, здебільшого, оригінальним, досить строгим та ефективним підходам до аналізу періодичних структур, досягненням і проблемам в їх електродинамічній теорії, фізичним результатам (резонансні й аномальні просторово-часові та просторово-частотні трансформації електромагнітних хвиль), що становлять очевидний інтерес для практики. Мета такої роботи полягає в обґрунтованому виборі задач і напрямів дослідження, у визначенні методів і засобів, які дозволили б досягти поставленої мети дисертаційної роботи.

У **розділі 2** «Двовимірно-періодичні ґратки в полі імпульсних і монохроматичних хвиль», який складається з семи основних підрозділів, надано аналітичні результати, що становлять теоретичну основу для числового аналізу хвильових і коливальних процесів у двовимірно-періодичних ґратках.

У підрозділі 1.1 наведено основні рівняння, початкові й крайові умови для тривимірних моделей періодичних структур в часовій області. Визначено проблему, яка виникає під час постановки модельних початково-крайових задач



у випадку похилого падіння плоских імпульсних хвиль на двовимірнопіриодичну структуру. Такі хвилі для будь-якого початкового часу встигають «замести» частину поверхні ґратки та породити розсіяну хвилю, тобто дані, необхідні для постановки початково-крайової задачі, визначаються фактично її розв'язком. Вирішенню цієї проблеми та проблеми коректного та ефективного обмеження області аналізу в задачах, що описують просторово-часові трансформації електромагнітних хвиль в двовимірнопіриодичних ґратках, присвячено підрозділи 2.2 і 2.3 роботи. Оригінальна відкрита початково-крайова задача (задача, область аналізу якої простирається до нескінченності) для періодичної структури, що збуджується компактними струмовими ( $\vec{j}(g,t)$ ) і миттєвими ( $\vec{E}(g,0) = \vec{\varphi}_E(g)$ ,  $\vec{H}(g,0) = \vec{\varphi}_H(g)$ ) джерелами, тобто задача

$$\begin{cases} \text{rot } \vec{H}(g,t) = \eta_0^{-1} \frac{\partial [\vec{E}(g,t) + \chi_\epsilon(g,t) * \vec{E}(g,t)]}{\partial t} + \chi_\sigma(g,t) * \vec{E}(g,t) + \vec{j}(g,t), \\ \text{rot } \vec{E}(g,t) = -\eta_0 \frac{\partial [\vec{H}(g,t) + \chi_\mu(g,t) * \vec{H}(g,t)]}{\partial t}; & g = \{x, y, z\} \in Q; \quad t > 0 \\ \vec{E}(g,0) = \vec{\varphi}_E(g), \quad \vec{H}(g,0) = \vec{\varphi}_H(g); & g \in \bar{Q}, \\ \vec{E}_{tg}(g,t)|_{g \in S} = 0, \quad \vec{H}_{nr}(g,t)|_{g \in S} = 0; & t \geq 0; \end{cases} \quad (1)$$

заміщується еквівалентною закритою задачею з обмеженою областю аналізу  $Q_L = \{g \in Q : 0 < x < l_x, 0 < y < l_y, |z| < L\}$ . Така замита задача вже може бути розв'язана чисельно в межах стандартних розрахункових схем методу кінцевих різниць і дозволяє отримати всі характеристики періодичної структури – як просторово-часові, так і просторово-частотні.

В системі (1) (див. також рис. 1)  $\vec{E}(g,t)$  та  $\vec{H}(g,t)$  – вектори напруженості електричного й магнітного полів;  $\eta_0 = (\mu_0/\epsilon_0)^{1/2}$  – імпеданс вільного простору,  $\epsilon_0$  та  $\mu_0$  – електрична та магнітна сталі вакууму;  $\vec{j}(g,t)$  – густина сторонніх струмів;  $\chi_\epsilon(g,t)$ ,  $\chi_\mu(g,t)$  та  $\chi_\sigma(g,t)$  – електрична, магнітна сприйнятливості та сприйнятливості провідності (кусково-неперервні функції);  $g = \{x, y, z\} \in \mathbb{R}^3$ ,  $x$ ,  $y$  та  $z$  – декартові координати; через

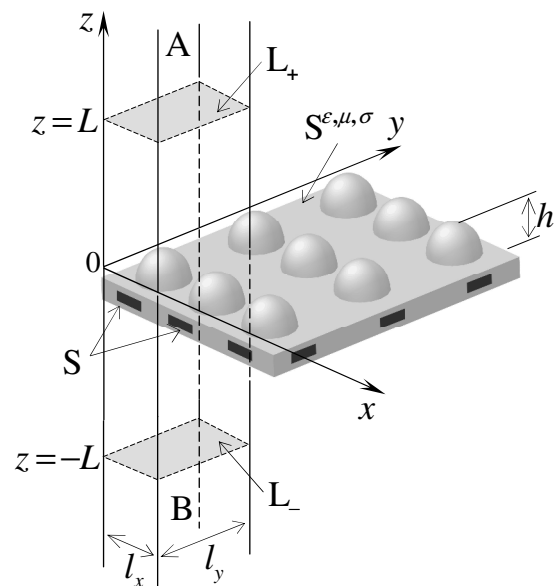


Рисунок 1 – Геометрія задачі

$f_1(t) * f_2(t)$  позначено операцію згортки.

У тривимірній векторній задачі (1) областю аналізу  $Q = \mathbb{R}^3 \setminus \overline{\text{int}S}$  є частина простору  $\mathbb{R}^3$ , яка обмежена поверхнями  $S$ , що являють собою межі областей  $\text{int}S$ , заповнених ідеальним металом;  $\bar{Q}$  – замикання області  $Q$ . Припускається також, що виконуються всі умови, пов'язані з вимогами безперервності тангенційних компонент векторів напруженості електромагнітного поля. Всі фізичні одиниці, що використовуються в дисертації, мають розмірності системи СІ, тільки змінна часу  $t$  (це добуток істинного часу й швидкості поширення світла у вакуумі) вимірюється в метрах.

Перехід від (1) до еквівалентної закритої початково-крайової задачі з обмеженою областю аналізу  $Q_L$  (частиною регулярного каналу Флоке  $R = \{g \in \mathbb{R}^3 : 0 < x < l_x, 0 < y < l_y\}$ ) забезпечується на першому кроці застосуванням замість функцій  $f(g, t)$ , що описують реальні джерела в задачі (1), їх образів  $f^N(g, t, \Phi_x, \Phi_y)$ :

$$\begin{aligned} f(g, t) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(z, t, \Phi_x, \Phi_y) \exp\left(2\pi i \Phi_x \frac{x}{l_x}\right) \exp\left(2\pi i \Phi_y \frac{y}{l_y}\right) d\Phi_x d\Phi_y \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f^N(g, t, \Phi_x, \Phi_y) d\Phi_x d\Phi_y. \end{aligned} \quad (2)$$

З (2) випливають трансляційні (по  $x$  та по  $y$ ) умови

$$\begin{aligned} f^N \left\{ \frac{\partial f^N}{\partial x} \right\} (x + l_x, y, z, t, \Phi_x, \Phi_y) &= e^{2\pi i \Phi_x} f^N \left\{ \frac{\partial f^N}{\partial x} \right\} (x, y, z, t, \Phi_x, \Phi_y), \\ f^N \left\{ \frac{\partial f^N}{\partial y} \right\} (x, y + l_y, z, t, \Phi_x, \Phi_y) &= e^{2\pi i \Phi_y} f^N \left\{ \frac{\partial f^N}{\partial y} \right\} (x, y, z, t, \Phi_x, \Phi_y), \end{aligned}$$

якім задовольняють джерела  $f^N(g, t, \Phi_x, \Phi_y)$  та електромагнітні поля, що ними збуджуються. Використання цих умов (джерел  $f^N(g, t, \Phi_x, \Phi_y)$ ) і принципу суперпозиції дозволяє замінити задачу (1) такою, що має область аналізу  $Q^N = \{g \in Q : 0 < x < l_x; 0 < y < l_y\}$ .

Подальше скорочення області аналізу до  $Q_L$  (другий крок) відбувається після побудови та використання на віртуальних межах  $L_{\pm}$  у поперечному перерізі каналу Флоке  $R$  так званих точних поглинаючих умов, загальна теорія яких будувалася протягом останніх десяти років групою авторів під керівництвом Ю.К. Сіренка. В дисертаційній роботі застосовані як локальні, так і нелокальні умови, умови для випадку, коли всі джерела знаходяться в області  $Q_L$ , і також умови для випадку, коли джерела розташовані у регулярному каналі  $A$  (у зоні видбиття ґраток). Останній випадок дозволяє

аналізувати процеси розсіяння імпульсних хвиль  $\vec{U}^i(g,t) = \{\vec{E}^i(g,t), \vec{H}^i(g,t)\}$ , що приходять на ґратки з області А через віртуальну межу  $L_+$ .

У підрозділі 2.4 із застосуванням скалярних функцій Борґніса аналізуються властивості нестационарних хвиль, які породжуються у прямокутному каналі Флоке заданою системою струмових і миттєвих джерел. Доведено, зокрема, що всі компоненти таких хвиль з ненульовими поперечними числами за межами розташування джерел повністю визначаються їх поздовжніми компонентами. Цей результат використовується в підрозділі 2.5, який присвячено розвиненню методу транспортних операторів і операторів розсіяння для багатошарових двовимірно-періодичних структур і структур на товстих підкладках. Побудовано повну систему таких операторів, що діють в просторі еволюційних базисів сигналів, які поширюються у відрізках регулярного каналу Флоке, та продемонстровано принципіальні кроки реалізації розрахункових схем операторного методу. Треба зазначити, що цей метод є просторово-часовим аналогом методу узагальнених матриць розсіяння частотної області. Отже, з часом він може стати і таким же затребуваним дослідниками, що вивчають доволі складні, композитні структури.

У підрозділі 2.6 наведено аналітичні результати, що описують низку важливих властивостей монохроматичних електромагнітних хвиль, які виникають у регулярних частинах прямокутного каналу Флоке, в зонах відбиття та проходження двовимірно-періодичних структур при збудженні ґраток незгасаючими при поширенні та згасаючими просторовими гармоніками. Ці результати значною мірою пов'язані з математичним формулюванням і нетривіальним фізичним трактуванням співвідношень закону збереження енергії та співвідношень взаємності для випадків, коли двовимірно-періодична структура збуджується плоскими хвилями, що надходять з різних (протилежних) напрямків. Відомо, яку значну роль співвідношення такого типу відіграють в класичній теорії ґраток та в теорії хвилеводів.

Вивчення фізичних процесів резонансного розсіяння хвиль періодичними структурами різного типу не обмежується розрахунками їх електродинамічних характеристик. Аналіз аномальних просторово-часових і просторово-частотних трансформацій електромагнітного поля вимагає залучення результатів спектральної теорії, яка вивчає особливості аналітичного продовження крайових задач в область комплексних (нефізичних) значень різних параметрів. У підрозділі 2.7 розширено результати, раніше отримані в роботах В.П. Шестопалова та Ю.К. Сіренка – сформульовано загальні твердження спектральної теорії двовимірно-періодичних ґраток. Роль спектрального параметра відводиться частотному параметру, а двовимірно-періодична ґратка розглядається як відкритий періодичний резонатор. Визначено природну область варіації спектрального параметра, здобуто результати, які дозволяють оцінити область локалізації елементів спектральної множини, вказано на наступні кроки щодо подальшого просування в цьому напрямку.

У розділі 3 «2-D фотонні кристали: моделі методу точних поглинаючих умов і основи спектральної теорії» метод точних поглинаючих умов вперше

застосовано для розв'язання ряду актуальних задач теорії просторово обмежених у площині  $yOz$  2-D фотонних кристалів, де вони періодичні, і під час розгляду кожної з таких задач отримано нові фізичні результати. У другій частині розділу досліджуються класичні (необмежені) 2-D фотонні кристали, вивчається низка важливих для теорії питань, пов'язаних з дослідженням якісних характеристик частотних спектрів і з коректною алгоритмізацією відповідних спектральних задач.

У підрозділі 3.1 для випадків  $E$ - ( $E_y = E_z = H_x \equiv 0$ ) і  $H$ - поляризацій поля ( $H_y = H_z = E_x \equiv 0$ ) сформульовано закриті початково-крайові задачі методу точних поглинаючих умов, в межах яких можна ефективно досліджувати просторово-часові та просторово-частотні трансформації електромагнітних полів в обмежених за товщиною та компактних кристалах в умовах можливого резонансного розсіяння хвиль. Розв'язок цих задач – результати часової області – легко конвертується у стандартні амплітудно-частотні характеристики. Геометрія елементарних комірок кристалів і їх матеріальні параметри практично нічим не обмежені – результати можна здобувати як для мікрохвильового діапазону, так і для оптичного діапазону.

У підрозділі 3.2 вивчено особливості формування заборонених зон в обмежених за товщиною (вздовж напрямку  $z$ ) і компактних фотонних кристалах. За основу тут і в підрозділах 3.3–3.5 взято кристал, елементарні комірки якого розміром  $l_y \times l_z = l \times l$  у площині  $yOz$  створюються періодично розташованими круглими діелектричними циліндрами з напрямними, паралельними осі  $x$ . Радіус циліндрів  $r = 0,38l$ , їх діелектрична проникність  $\epsilon$  дорівнює 8,9, питома провідність  $\sigma = 0$ .

Обмежені за товщиною кристали – це звичайні одновимірні-періодичні ґратки, що містять скінченне число  $N$  однакових шарів з діелектричних циліндрів. Їх збудження надширокосмуговими імпульсами, у смузі частот яких вони працюють в одномодовому режимі (в зонах відбиття й проходження періодичних структур лише основні просторові гармоніки з номером  $n=0$  поширюються без загасання), дозволило вивчити процеси формування заборонених зон кристала, дати оцінку кількості шарів, якої достатньо для того, щоб звичайна ґратка перетворилася у повноцінний фотонний кристал (див. рис. 2 і рис. 3; тут  $\kappa = l/\lambda$  – безрозмірний частотний параметр,  $\lambda$  – довжина хвилі у вільному просторі,  $\tau = 2\pi t/l$  – безрозмірний часовий параметр, параметр  $\Phi$  пов'язаний з кутом падіння  $\alpha_0^i$  плоскої хвилі на ґратки формулою  $\alpha_0^i = \arcsin(\Phi/\kappa)$ , кут  $\alpha_0^i$  відлічується у площині  $yOz$  від осі  $z$  проти годинникової стрілки,  $W_{00}^T(\kappa)$  визначає частку розсіяної ґраткою енергії, що припадає на просторову гармоніку вторинного поля, що поширюється в зоні ( $z < -L_2$ ) періодичної структури без загасання).

Заборонені зони (смуги частот, де  $W_{00}^T(\kappa) = 0$ ), контури яких у випадку кристала з трьох шарів тільки позначені, остаточно формуються структурами,

що містять десять і більше шарів (рис. 2; справа від графіків тут надано геометрію одного періоду ґратки). До лівої межі першої такої зони (до значень  $\kappa \approx 0,2$ ) фотонний кристал кінцевої товщини працює як однорідна діелектрична пластина – він повністю пропускає нормально падаючу плоску хвилю при значеннях  $\kappa$ , що відповідають півхвильовим резонансам за її товщиною. Еквівалентна діелектрична проникність такої пластини в разі ґратки з десяти шарів приблизно дорівнює 5,2.

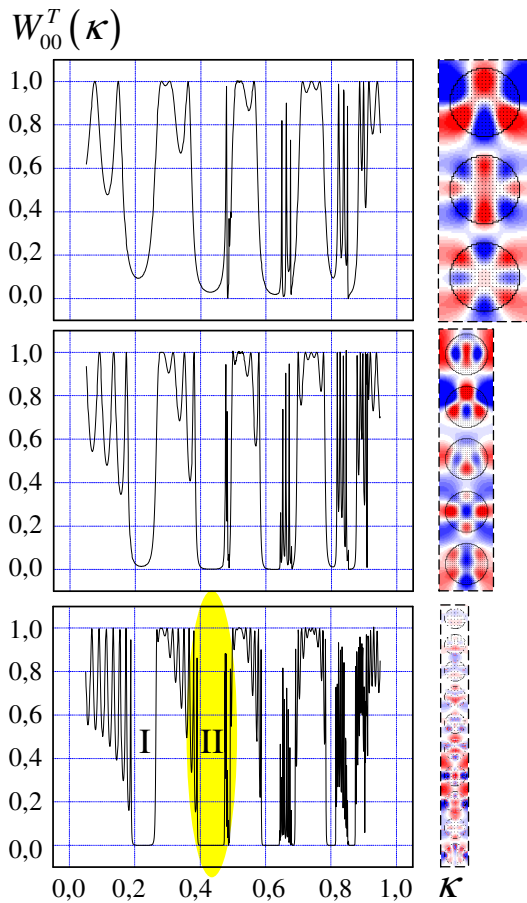


Рисунок 2 –  $E$ -поляризація поля. Формування заборонених зон I, II і т. д. при збільшенні кількості шарів в ґратці. Вільні коливання поля в структурах – розподілення значень  $E_x(g, \tau)$  у фіксований момент часу

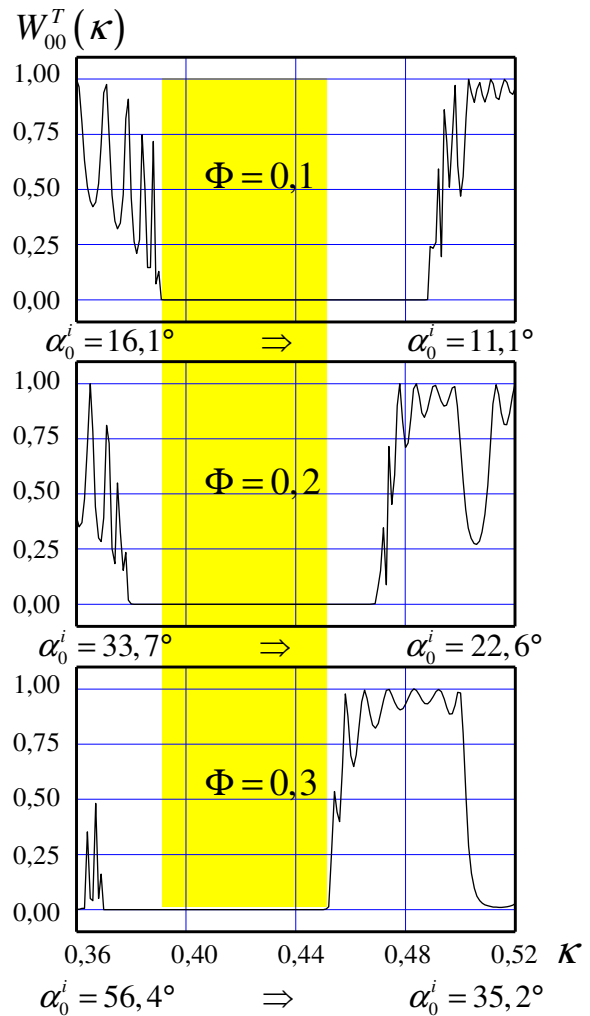


Рисунок 3 –  $H$ -поляризація поля. «Дрейф» забороненої зони I при зміні параметру  $\Phi$  (кута падіння  $\alpha_0^i$  первинної плоскої хвилі).  $N = 10$

У випадку  $H$ -поляризації поля (рис. 3) процес формування заборонених зон також закінчується при збільшенні кількості шарів в структурі до десяти. Смуги частот, які займають ці зони, частково перетинаються зі смугами непропускання нормально падаючих  $E$ -поляризованих хвиль (див. рис. 2 і рис. 3). Так, зона II у випадку  $E$ -поляризації перетинається із зоною I у

випадку  $H$ -поляризації на смузі  $0,397 \leq \kappa \leq 0,47$  (ширина смуги  $B_\kappa \approx 17\%$ ). Зона III у випадку  $E$ -поляризації перетинається із зоною II в  $H$ -випадку на смузі  $0,61 \leq \kappa \leq 0,64$  (ширина смуги  $B_\kappa \approx 5\%$ ).

З ростом параметра  $\Phi$  заборонена зона I, практично не змінюючись за шириною, «дрейфує» у бік менших значень  $\kappa$  (рис. 3). Слід відзначити, що великим значенням  $\Phi$  при однакових значеннях частотного параметра  $\kappa$  відповідають великі кути  $\alpha_0^i$ , які задають напрямок приходу первинної плоскої хвилі на ґратку. Якщо підсумувати інформацію, наведену на рис. 3, то можна зробити висновок, що кристал з десяти шарів не пропускає  $H$ -поляризовані хвилі, що приходять під кутами  $0 \leq \alpha_0^i \leq 56,4^\circ$  для всіх  $0,396 \leq \kappa \leq 0,45$ .

Заборонені зони компактного кристала, співпадаючи загалом за характером розподілу на осі частот із забороненими зонами обмеженого за товщиною кристала (див. рис. 2 і рис. 4 –  $E$ -поляризація поля, збудження кристала широкосмуговим імпульсом струму з носієм  $G(g) = \chi[R - |g - g_0|]$ ,  $\chi(\dots)$  – функція Хевісайда, точка  $g_0$  розташована в центрі кристала,  $2\pi R/l = 0,65$ ,  $g = \{y, z\}$ ). Вони трохи вужче останніх і не для всіх значень  $\kappa$  з відповідних інтервалів дозволяють повністю погасити збурення, що наводиться в кристалі. Це необхідно враховувати при створенні різного типу пристроїв, ефективна робота яких забезпечується існуванням заборонених зон в таких фотонних структурах. Заборонені зони компактного кристала визначалися при збудженні структури імпульсним струмом, спектральні складові якого були рівномірно розподілені на інтервалі частот  $0,05 \leq \kappa \leq 0,95$ . Їх положення на цьому інтервалі досить точно окреслюють значення спектральних амплітуд поля, що виникає у по-різному розташованих точках спостереження  $g = g_j$ ,  $j = 1 \div 6$ .

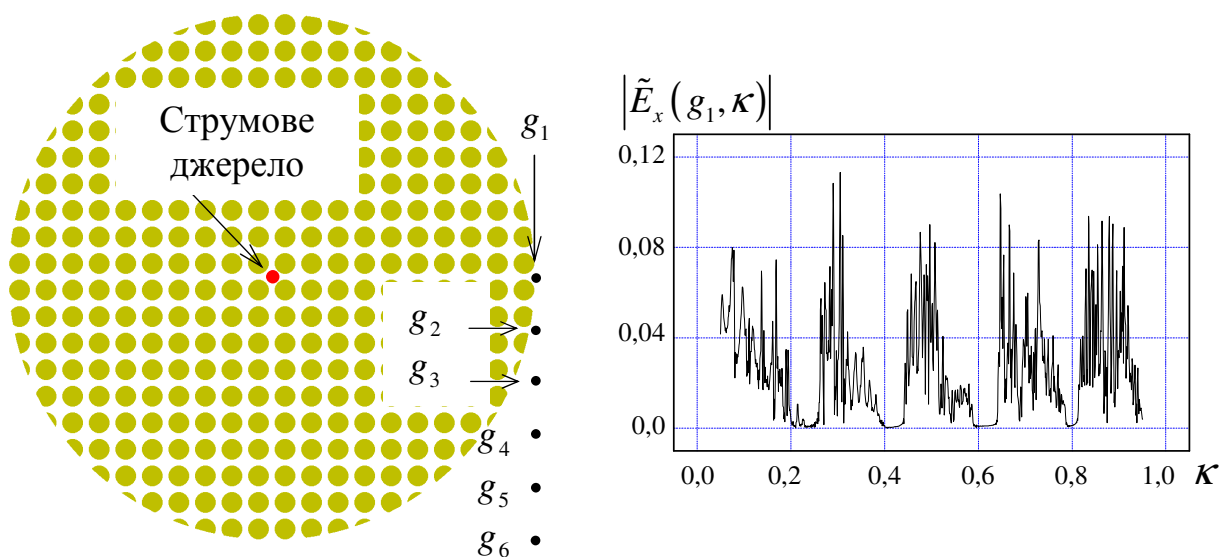


Рисунок 4 – Геометрія структури та спектральні амплітуди  $E_x$ -компоненти поля в точці спостереження  $g = g_1$

У підрозділах 3.3–3.5 запропоновано та реалізовано (для випадку  $E$ -поляризації поля) нову методологію аналізу функціональних елементів, що будуються на так званих «дефектах» компактних фотонних кристалів. Для заборонених зон таких структур вирішена проблема визначення основних параметрів регулярних хвилеводів, розглянуто ряд резонансних структур, для яких виявлено та проаналізовано ефекти накопичення енергії поля, ефекти повного відбиття хвилі, що поширюється у регулярному хвилеводі на його симетричному розширенні (рис. 5) і Т-подібному розгалуженні (рис. 6) та ін.

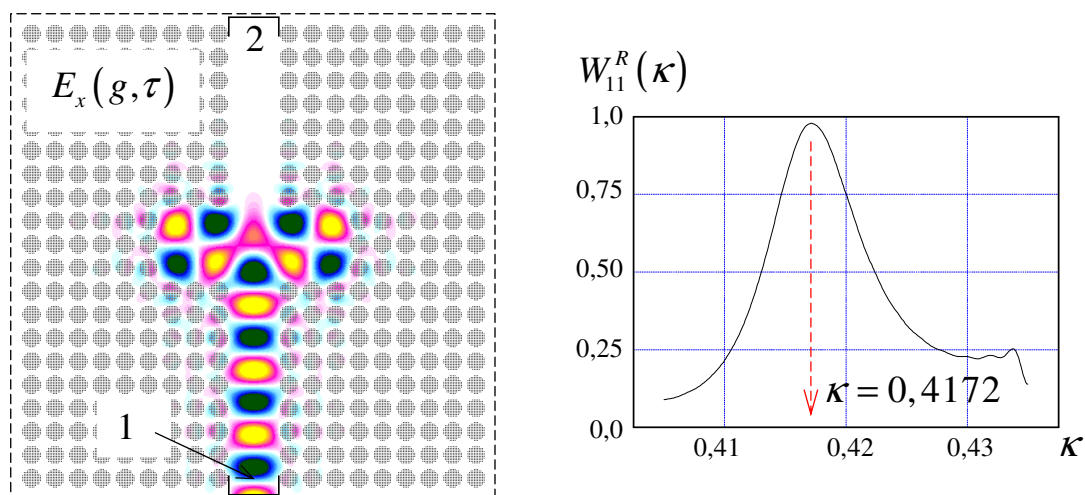


Рисунок 5 – Ефект повного відбиття  $H_{01}$ -хвилі симетричним розширенням хвилеводу. На лівому фрагменті – розподілення значень  $E_x(g, \tau)$  у фіксований момент часу

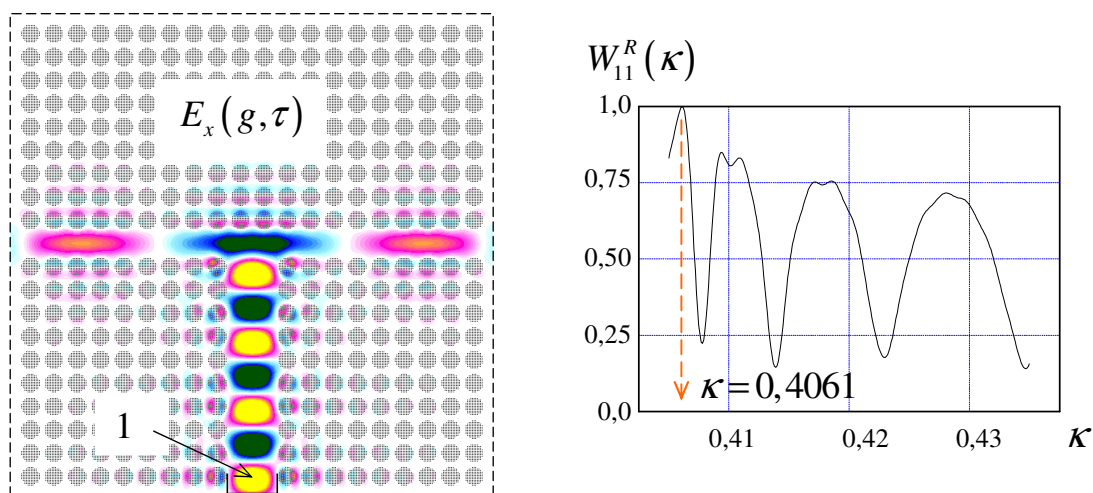


Рисунок 6 – Характеристики Т-розгалуження з вузькими бічними плечима. На лівому фрагменті – розподілення значень  $E_x(g, \tau)$  у фіксований момент часу



Для того, щоб вірно оцифрувати ефекти, що вивчаються, у геометрію кристалів введено віртуальні хвилеводи (на рис. 5 це порти 1 і 2). Структура збуджується з хвилеводу 1 єдиною, що поширюється тут без згасання,  $H_{01}$ -хвилею. Характеристика  $W_{11}^R(\kappa)$  визначає частку підведеної енергії, що повертається у порт 1 неоднорідністю хвилеводного тракту.

У підрозділі 3.5 розглянуто коротко радіаційні ефекти в смугах пропускання компактного кристала. Тут, зокрема, при збудженні хвилеводу (рис. 7) надширокосмуговою імпульсною  $H_{01}$ -хвилею, частотний спектр якої охоплював зону пропускання компактної структури між її другою і третьою забороненими зонами, ми зафіксували поширення хвиль в кристалі, динаміка фронтів яких дозволяла ототожнити їх із хвилями, що виникають при зворотному випромінюванні Вавілова-Черенкова.

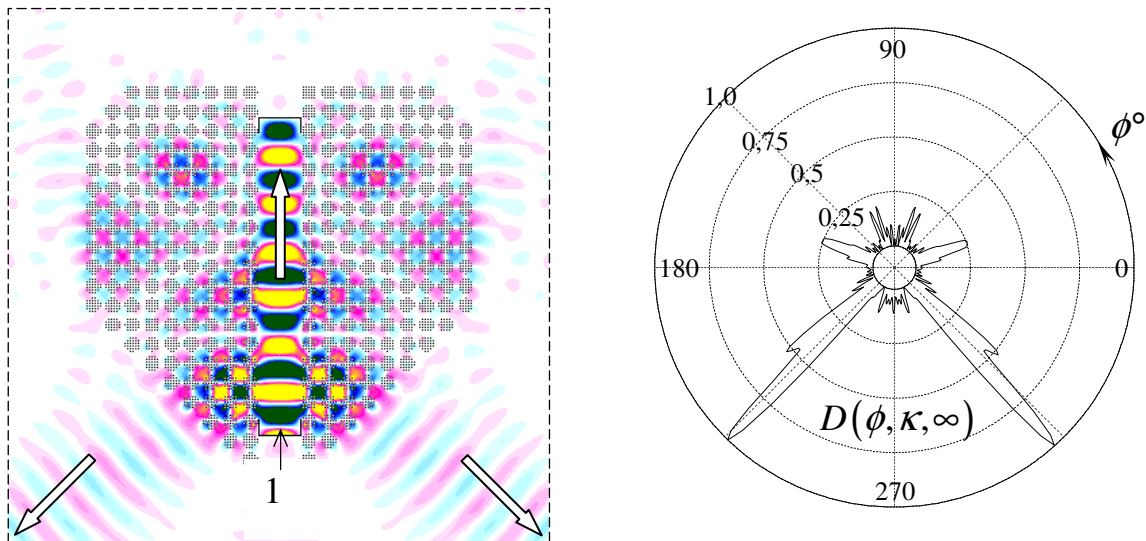


Рисунок 7 – Просторовий розподіл значень  $E_x(g, \tau)$  у фіксований момент часу та діаграма спрямованості  $D(\phi, \kappa, \infty)$  на частоті  $\kappa = 0,4441$

Одна з проблем, розгляду яких присвячено підрозділ 3.6 дисертації, в теорії 2-D фотонних кристалів пов'язана з порушенням збіжності або стійкості, які часто спостерігаються в обчислювальних схемах, що реалізують стандартні для відповідного напрямку алгоритми розрахунку спектрів вільних коливань електромагнітного поля у відповідних періодичних структурах і спектрів їх власних хвиль. Маються на увазі алгоритми сіткових методів в частотній області і так званого методу розкладання за плоскими хвилями. У підрозділі розглянуто на одному простому прикладі умови, виконання яких може гарантувати збіжність і стійкість алгоритмів розв'язання спектральних задач, і показано, що за стандартного підходу відповідні умови можуть і не виконуватися. Це означає, що зазвичай реалізовані обчислювальні схеми не є достатньо коректними й потребують регуляризації. Наведено опис простого і



досить надійного способу аналітичної регуляризації, його добре протестовано на задачах теорії несамоспряжених операторів.

У підрозділі наведено також аналітичні результати, які можуть стати основою для побудови повноцінної спектральної теорії 2-D фотонних кристалів. Такі теорії вже створені для класичних електродинамічних структур – компактних неоднорідностей вільного простору, хвилеводних вузлів і одновимірно-періодичних ґраток. Без них неможливо досить обґрунтовано й ефективно вивчати фізику процесів резонансного розсіяння хвиль, розв'язувати практично важливі задачі, що пов'язані з синтезом різних типів резонансних структур, які формують, направляють і випромінюють монохроматичні й імпульсні електромагнітні сигнали.

## ВИСНОВКИ

В дисертаційній роботі вирішена важлива наукова задача, яка пов'язана з розробкою ефективних підходів до дослідження процесів резонансного розсіяння імпульсних і монохроматичних хвиль двовимірно-періодичними структурами – дифракційними ґратками і просторово обмеженими 2-D фотонними кристалами.

Основні оригінальні результати дисертаційної роботи полягають в наступному:

1. Вперше здійснена фізично і математично коректна постановка модельних початково-крайових задач електродинамічної теорії двовимірно-періодичних ґраток, яка дозволяє використовувати в повній мірі властивості трансляційної симетрії структури під час скорочення області аналізу до прямокутного в поперечному перерізі каналу Флоке і допускає строгий аналіз випадку похилого падіння монохроматичних плоских хвиль;

2. Розвинуто метод строгого розв'язання модельних задач теорії двовимірно-періодичних структур (ґраток і просторово обмежених 2-D фотонних кристалів), що базується на побудові точних поглинаючих умов, які коректно обмежують простір розрахунку в стандартних сіткових методах;

3. Отримано аналітичні результати, що описують ряд важливих властивостей імпульсних і монохроматичних електромагнітних хвиль, які поширюються в регулярних частинах прямокутного каналу Флоке – в зонах відбиття і проходження двовимірно-періодичних структур. Зокрема, вперше для двовимірно-періодичних ґраток скінченної товщини, що збуджуються поперечно-електричними і поперечно-магнітними плоскими хвилями, виведено строгі аналітичні та фізичні наслідки з теореми Пойнтінга про комплексну потужність і леми Лоренца – співвідношення балансу енергії за гармоніками, що поширюються і загасають, співвідношення взаємності та ін.;

4. Розвинуто метод транспортних операторів, який значно знижує вимоги до ресурсів комп'ютерів під час розрахунку багаточарових ґраток і ґраток на товстих діелектричних підкладках, які часто зустрічаються в оптиці;

5. Вирішено ряд ключових питань спектральної теорії двовимірно-періодичних ґраток і 2-D фотонних кристалів, побудова якої необхідна для вірного фізичного аналізу процесів резонансного розсіювання хвиль відповідними структурами. Зокрема, побудовано канонічні функції Гріна зазначених структур, визначено природні області варіації спектральних параметрів, сформульовано твердження, що дозволяють оцінити області локалізації елементів спектральної множини та ін.;

6. Розроблена ефективна схема аналітичної регуляризації спектральних задач теорії 2-D фотонних кристалів. Вивчено умови, що необхідні для обґрунтованого використання методу редукції під час розв'язання нескінченних систем лінійних рівнянь, до яких спектральні задачі для 2-D фотонних кристалів зводяться методом розкладання за плоскими хвилями, який широко використовується на практиці;

7. В обчислювальних експериментах з моделями методу точних поглинаючих умов отримано нові фізичні результати, що пов'язані: з процесами формування заборонених зон в обмежених за товщиною 2-D фотонних кристалах; з визначенням стандартних (таких, як у класичній теорії хвилеводів) характеристик дефектів в компактних кристалах, що спрямовують і розсіюють електромагнітні хвилі; з можливістю побудови на таких дефектах різних функціональних елементів, які ефективно перетворюють сигнал, що надходить на них (розширення, що запирає, T-розгалуження, резонансні накопичувачі енергії, випромінювачі).

В дисертації проведено досить повний і акуратний аналіз проблем, що виникають під час розрахунку електродинамічних характеристик двовимірно-періодичних дифракційних ґраток і 2-D нескінченних і просторово обмежених фотонних кристалів. Створено надійну аналітичну базу для вирішення актуальних фізичних і прикладних задач, пов'язаних з використанням таких структур в техніці міліметрових і субміліметрових хвиль, оптиці і мікрохвильовій електроніці. Це – задачі аналізу і синтезу нових штучних матеріалів з характерними розмірами включень від мікро- до нанометрів; задачі *in situ* моніторингу періодичних структур, що виготовлено літографічним способом; задачі створення повноцінної елементної бази на компактних фотонних кристалах і т.п.

В роботі ще раз переконливо продемонстрована універсальність і ефективність підходів, які базуються на побудові точних поглинаючих умов, що забезпечують стійкість і збіжність відповідних обчислювальних схем, вірогідність і надійність результатів, що описують фізику процесів резонансного розсіювання імпульсних і монохроматичних хвиль. Підтверджено, що метод точних поглинаючих умов можна застосовувати для розв'язання дуже широкого кола різноманітних задач, які мають як теоретичний, так і практичний інтерес, задач, що виникають в різних областях радіофізики, оптики, в фотоніці та антенній техніці. Але в самій теорії методу точних поглинаючих умов і в напрямках, що з ним пов'язані (один із таких напрямків – операторний метод, який розвинуто в дисертації), є ще багато питань,

вирішення яких допомогло б значно розширити область його застосування не тільки в обчислювальній електродинаміці, але і в обчислювальній фізиці в цілому.

## СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Величко Л.Г. Двумерно-периодические решетки. Часть I. Начально-краевые задачи и точные поглощающие условия для прямоугольного канала Флоке / Л.Г. Величко, А.А. Кривчикова\*, Ю.К. Сиренко // Радиофизика и электроника. – 2012. – Т. 3(17), № 2. – С. 3–10.
2. Величко Л.Г. Двумерно-периодические решетки. Часть II. Свойства нестационарных и установившихся полей в прямоугольном канале Флоке / Л.Г. Величко, А.А. Кривчикова // Радиофизика и электроника. – 2012. – Т. 3(17), № 2. – С. 10–19.
3. Величко Л.Г. Двумерно-периодические решетки. Часть III. Элементы спектральной теории / Л.Г. Величко, А.А. Кривчикова, Ю.К. Сиренко // Радиофизика и электроника. – 2012. – Т. 3(17), № 3. – С. 3–7.
4. Sirenko K. Analytical grounds for spectral theory of 2-D photonic crystals / K. Sirenko, Yu. Sirenko, H. Sliusarenko, N. Yashina // Telecommunications and Radio Engineering. – 2016. – Vol. 75, no. 16. – P. 1417–1433.
5. Sirenko Yu. Doubly-periodic electrodynamic structures: methods and analysis results. A review / Yu. Sirenko, H. Sliusarenko, K. Balabekov // Telecommunications and Radio Engineering. – 2016. – Vol. 75, no. 19 – P. 1705–1719.
6. Sautbekov S. Doubly-periodic photonic crystals: spectral problems analysis / S. Sautbekov, Yu. Sirenko, H. Sliusarenko // Progress In Electromagnetics Research Letters. – 2017. - Vol. 66. – P. 71–77.
7. 2-D photonic crystals: electromagnetic models of the method of exact absorbing conditions / M. Ney, K. Sirenko, Yu. Sirenko, H. Sliusarenko, N. Yashina // Telecommunications and Radio Engineering. – 2017. – Vol. 76, no. 3 – P. 185–207.
8. Kryvchikova A.A. Electrodynamic properties of nonstationary and steady-state fields in the Floquet channel of a three-dimensional periodic structure [Електронний ресурс] / А.А. Кривчикова // Proc. of 11 Kharkiv young scientist conference on radiophysics, electronics, photonics and biophysics. – Kharkiv, 2011. – 1 електрон. опт. диск (CD-ROM).
9. Velychko L. Elements of the spectral theory of double-periodic gratings [Електронний ресурс] / L. Velychko, A. Kryvchikova // Proc. of International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory. – Kharkiv, 2012. – 1 електрон. опт. диск (CD-ROM).
10. Kryvchikova A.A. Energy balance equations and reciprocity relations for two dimensionally periodic structures [Електронний ресурс] / А. А. Кривчикова //

---

\* Кривчикова є прізвищем автора до реєстрації шлюбу.

Proc. of 6 International Conference on Ultra Wideband and Ultrashort Impulse Signals. – Sevastopol, Ukraine, 2012. – 1 електрон. опт. диск (CD-ROM).

11. Velychko L. Analysis of photonic crystals using FDTD technique [Електронний ресурс] / L. Velychko, H. Sliusarenko // Proc. of the 7th International Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics. – Bordeaux, France, 2013. – 1 електрон. опт. диск (CD-ROM).

12. Sliusarenko H.O. Two-dimensionally periodic structures: investigation, application and methods for solving problems of diffraction of electromagnetic waves [Електронний ресурс] / H.O. Sliusarenko // Proc. of International Young Scientists Forum on Applied Physics. – Dnipropetrovsk, Ukraine, 2015. – 1 електрон. опт. диск (CD-ROM).

13. Sliusarenko H.O. Accurate simulation of 2D Periodic Structures excitation by an obliquely incident plane wave [Електронний ресурс] / H.O. Sliusarenko // Proc. of 9<sup>th</sup> international Kharkiv Symposium on Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter and Submillimeter Waves MSMW'2016. – Kharkiv, Ukraine, 2016. – 1 електрон. опт. диск (CD-ROM).

14. Sirenko K. Time domain discontinuous Galerkin method with exact absorbing boundary conditions for analyzing three-dimensionally diffraction gratings [Електронний ресурс] / K. Sirenko, A. Kryvchikova, Y. Sirenko, H. Bagci // Proc. IEEE International Symposium on Antennas and Propagation and USNC-URSI National Radio science Meeting. – Chicago, USA, 2012. – 1 електрон. опт. диск (CD-ROM).

## АНОТАЦІЯ

**Слюсаренко Г.О. Розсіяння електромагнітних хвиль двовимірно-періодичними структурами: розробка і реалізація строгих методів аналізу в часовій області.** – На правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.03 – радіофізика. – Інститут радіофізики та електроніки ім. О.Я. Усикова НАН України, Харків, 2017.

Дисертаційна робота присвячена побудові та реалізації строгих і ефективних методів розв'язання модельних початково-крайових задач теорії двовимірно-періодичних структур – ґраток і просторово обмежених 2-D фотонних кристалів. Наведено аналітичні результати, що складають теоретичний фундамент для числового розв'язання задач розсіяння електромагнітних хвиль двовимірно-періодичними структурами в часовій області. Надано математично строгі формулювання відповідних початково-крайових задач, які містять точні поглинаючі умови.

Отримано аналітичні результати, що описують низку важливих властивостей імпульсних і монохроматичних електромагнітних хвиль, які поширюються в зонах відбиття та проходження двовимірно-періодичних ґраток. Ці результати пов'язані з математичним формулюванням і фізичним трактуванням співвідношень закону збереження енергії та співвідношень

взаємності. Розроблено метод транспортних операторів для розрахунку багатопарових періодичних структур. Отримані аналітичні результати стосовно аналізу якісних характеристик частотних спектрів двовимірно-періодичних ґраток і 2-D фотонних кристалів.

Розв'язано низку актуальних прикладних задач, пов'язаних із процесами формування заборонених зон в просторово обмежених 2-D фотонних кристалах та процесами накопичення енергії в їх резонансних порожнинах. Вивчено процеси поширення і випромінювання імпульсних і монохроматичних хвиль в компактних фотонних кристалах, дефекти в структурі яких відіграють роль різних класичних функціональних елементів.

**Ключові слова:** просторово-часові трансформації поля, двовимірно-періодична ґратка, фотонний кристал, резонансна область, метод точних поглинаючих умов, початково-крайова задача, спектральна задача, часова область.

## АННОТАЦІЯ

**Слюсаренко А.А. Рассеяние электромагнитных волн двумерно-периодическими структурами: разработка и реализация строгих методов анализа во временной области.** – На правах рукописи.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.03 – радиофизика. – Институт радиофизики и электроники им. А.Я. Усикова НАН Украины, Харьков, 2017.

Диссертационная работа посвящена построению и реализации строгих и эффективных методов решения модельных начально-краевых задач теории двумерно-периодических структур – решеток и пространственно ограниченных 2-D фотонных кристаллов. Приведены аналитические результаты, которые составляют теоретический фундамент для численного решения задач о рассеянии электромагнитных волн двумерно-периодическими структурами во временной области. Математически строго сформулированы соответствующие начально-краевые задачи, которые содержат, в частности, точные поглощающие условия.

Получены аналитические результаты, которые описывают ряд важных свойств импульсных и монохроматических электромагнитных волн, распространяющихся в зонах отражения и прохождения двумерно-периодических решеток. Эти результаты связаны с математической формулировкой и физической трактовкой соотношений закона сохранения энергии и соотношений взаимности. Разработан метод транспортных операторов для расчета многослойных периодических структур. Получены аналитические результаты, касающиеся анализа качественных характеристик частотных спектров двумерно-периодических решеток и 2-D фотонных кристаллов.

Решен ряд актуальных прикладных задач, связанных с процессами формирования запрещенных зон в пространственно ограниченных 2-D

фотонных кристаллах и процессами накопления энергии в их резонансных полостях. Исследованы процессы распространения и излучения импульсных и монохроматических волн в компактных фотонных кристаллах, дефекты в структуре которых выполняют роль разных классических функциональных элементов.

**Ключевые слова:** двумерно-периодическая структура, фотонный кристалл, резонансная область, метод точных поглощающих условий, начально-краевая задача, спектральная задача, временная область.

## ABSTRACT

**Sliusarenko H. Electromagnetic waves scattering by two-dimensional periodic structures: development and implementation of rigorous methods of analysis in the time domain.** – Manuscript.

Thesis for scientific degree of candidate of science in physics and mathematics on speciality 01.04.03 – radiophysics. – O.Ya. Usykov Institute for Radiophysics and Electronics NAS of Ukraine, Kharkiv, 2017.

The thesis is devoted to the construction and realization of rigorous and efficient methods for solving model initial-boundary value problems of the theory of two-dimensional periodic structures such as gratings and 2-D photonic crystals. Analytical results that form the theoretical basis for numerical solution of the problems of electromagnetic wave scattering by two-dimensional periodic structures in the time domain are presented. Mathematically rigorous formulation of the corresponding initial-boundary value problems, which contain, in particular, exact absorbing conditions is given.

Analytical results that describe important properties of pulsed and monochromatic electromagnetic waves propagating in the reflection and transmission zones of two-dimensional periodic gratings have been obtained. These results are related to the mathematical formulation and physical interpretation of the energy conservation laws and the reciprocity relations. The method of transport operators for calculating multilayered periodic structures has been developed. Analytical results concerning the analysis of qualitative characteristics of frequency spectra of two-dimensional periodic gratings and 2-D photonic crystals have been obtained.

A number of topical applied problems related to the processes of formation of band gaps in 2-D photonic crystals, processes of energy accumulation in their resonant cavities have been solved. The processes of propagation and radiation of pulsed and monochromatic waves have been studied for the compact photonic crystals, whose structural defects act as classical functional elements.

**Key words:** two-dimensional periodic structure, photonic crystal, resonance region, method of exact absorbing conditions, initial-boundary value problem, spectral problem, time domain.