

УДК 621.396

ИСКАЖАЮЩИЕ ПОКРЫТИЯ, КАК АЛЬТЕРНАТИВА МАСКИРУЮЩИМ ПОКРЫТИЯМ

© Авторы, 2013

Л. А. Пазынин — кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Института радиофизики и электроники НАН Украины, Харьков.

E-mail: pazynin@ire.kharkov.ua

Аннотация

На примере простейшего объекта (идеально проводящей сферы) строго доказана возможность радикального искажения его радиолокационного образа, путем нанесения на поверхность специального покрытия из метаматериала. Найдено такое радиальное распределение проницаемостей этой оболочки, при котором рассеянное поле, всюду вне объекта, совпадает с рассеянным полем идеально проводящей сферы любого наперед заданного меньшего радиуса. Требования на материальные параметры такого искажающего покрытия проще, чем в случае маскирующего покрытия.

Ключевые слова: маскирующие покрытия, метаматериалы, волновое обтекание, трансформационная оптика, искажающие покрытия

Abstract

It is strictly proved using simplest example of an object as a perfectly conducting sphere the possibility of a radical distortion of its radar image by applying a special coating on the surface of the metamaterial.

It was found a radial distribution of the permeability of the coating, when the scattered field everywhere outside of the object coincides with the scattered field of the perfectly conducting sphere with any given smaller radius.

The requirements on the material parameters of the distorting coating are easier than in the case of masking coating.

Key words: masking coating, metamaterials, wave flow method, transformation optics, distorting coating

Введение

В. П. Шестопалов высоко ценит аналитические методы исследования. В данной работе, с помощью одного из таких недавно предложенных методов, анализируется известная проблема прикладной радиофизики.

Этой актуальной проблемой является противолокационная маскировка объектов с помощью специальных электромагнитных материалов. В последние годы в этой области произошел концептуальный и методологический прорыв [1]. В [2,3] (2006 г.) предложен новый подход к этой проблеме, основанный на идее волнового обтекания. Физический смысл его заключается в том, что маскирующая оболочка должна искривлять направление распространения попавшего в нее электромагнитного излучения, заставляя его огибать маскируемую область, после чего на выходе должна восстанавливать прежнее направление распространения с сохранением требуемой фазы. Таким образом, закрывается доступ электромагнитным волнам в область ограниченную такой оболочкой: любой объект, помещенный в нее, становится невидимым. Для отыскания параметров такого покрытия используется метод координатных преобразований, основанный на том, что уравнения Максвелла инвариантны относительно произвольных координатных преобразований, если соответствующим образом доопределить диэлектрическую и магнитную проницаемости. Этот подход получил название трансформационная оптика (ТО) (transformation optics) [4]. С помощью ТО был изучен широкий класс укрывающих покрытий [1]. Подавляющее число этих работ основано на численном эксперименте, для трехмерных моделей аналитически

изучен только случай сферических покрытий [5-8]. Было показано, что все эти покрытия являются анизотропными градиентными материалами с тензорами проницаемостей, имеющими компоненты меньше единицы. Проблема практической реализации таких материалов чрезвычайно сложна и далека от решения [9]. Помимо неоднородности и анизотропии, для ряда важных видов покрытий, включая сферическое, требуется еще и обращение в нуль компонент проницаемостей на его внутренней поверхности. То есть, эта поверхность целиком состоит из особых точек, что значительно усложняет, как анализ соответствующей электродинамической задачи, так и практическую реализацию такого покрытия.

Целью данной работы является изучение возможности альтернативного маскировке способа защиты объекта – искажение его образа.

Постановка и решение задачи

Геометрия задачи показана на рис. 1. В сферической системе координат (r, θ, φ) горизонтальный электрический диполь расположен в точке $(b, 0, 0)$, $b > R_3$, временная зависимость определяется множителем $\exp(i\omega t)$. Пусть требуется создать покрытие в виде шарового слоя $(R_2 < r < R_3)$ на идеально проводящей сфере радиуса $r = R_2$. Следуя методике ТО, рассмотрим координатное преобразование

$$r' = \frac{R_3 - R_1}{R_3 - R_2}(r - R_2) + R_1 = f(r), \quad \theta' = \theta, \quad \varphi' = \varphi, \quad (1)$$

отображающее шаровой слой $(0 < R_1 < R_2 \leq r \leq R_3)$ в шаровой слой $(R_1 \leq r' \leq R_3)$.

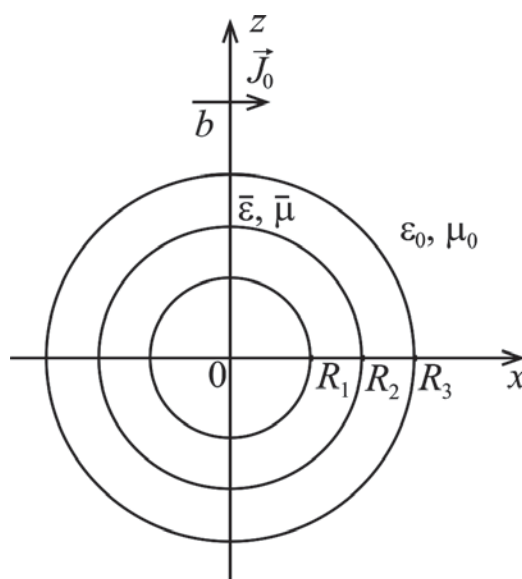


Рис. 1. Геометрия задачи

При таком преобразовании уравнения Максвелла для однородной изотропной среды (ϵ_0, μ_0) переходят в уравнения Максвелла для неоднородной анизотропной среды с проницаемостями, определяемыми [10] следующими диагональными тензорами

$$\bar{\epsilon} / \epsilon_0 = \bar{\mu} / \mu_0 = \text{diag} \{ Q_{\theta'} Q_{\varphi'} / Q_{r'}, Q_{r'} Q_{\varphi'} / Q_{\theta'}, Q_{r'} Q_{\theta'} / Q_{\varphi'} \}, \quad (2)$$

где

$$Q_{r'} = \frac{h_{r'}}{h_r} \frac{\partial r'}{\partial r}, \quad Q_{\theta'} = \frac{h_{\theta'}}{h_{\theta}} \frac{\partial \theta'}{\partial \theta}, \quad Q_{\varphi'} = \frac{h_{\varphi'}}{h_{\varphi}} \frac{\partial \varphi'}{\partial \varphi},$$

$$h_r = 1, h_{\theta} = r, h_{\varphi} = r \sin \theta, \quad h_{r'} = 1, h_{\theta'} = r', h_{\varphi'} = r' \sin \theta'.$$

Получаем выражения для диэлектрической и магнитной проницаемостей

$$\bar{\varepsilon} / \varepsilon_0 = \bar{\mu} / \mu_0 = \text{diag} \{ \alpha_{rr}, \alpha_{\theta\theta}, \alpha_{\varphi\varphi} \}, \quad (3)$$

$$\alpha_{rr} = \frac{R_3 - R_1}{R_3 - R_2} \left(1 - \frac{R_2 - R_1}{R_3 - R_1} \frac{R_3}{r} \right)^2, \quad \alpha_{\theta\theta} = \alpha_{\varphi\varphi} = \frac{R_3 - R_1}{R_3 - R_2}. \quad (4)$$

Легко видеть, что эти проницаемости $\bar{\varepsilon}$ и $\bar{\mu}$ не обращаются в нуль в слое ($R_2 \leq r \leq R_3$).

Для представления полей используем разложения по векторным сферическим гармоникам $\bar{Y}_{lm}^{(j)}(\theta, \varphi)$, где $j = -1, 0, 1$ [11]. Тогда в области ($R_3 < r$) полное электромагнитное поле равно сумме $\bar{E} = \bar{E}^i + \bar{E}^s$, $\bar{H} = \bar{H}^i + \bar{H}^s$ поля горизонтального электрического диполя

$$\begin{aligned} \bar{E}^i = & \frac{J_0}{4\sqrt{\pi} br} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=\pm 1} \sqrt{2l+1} \left\{ m \zeta_l^{(2)'}(k_0 b) \left[\psi_l'(k_0 r) \bar{Y}_{lm}^{(1)}(\theta, \varphi) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\sqrt{l(l+1)}}{k_0 r} \psi_l(k_0 r) \bar{Y}_{lm}^{(-1)}(\theta, \varphi) \right] - \zeta_l^{(2)}(k_0 b) \psi_l(k_0 r) \bar{Y}_{lm}^{(0)}(\theta, \varphi) \right\}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \bar{H}^i = & \frac{J_0}{4\sqrt{\pi} br} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=\pm 1} \sqrt{2l+1} \left\{ m \zeta_l^{(2)'}(k_0 b) \psi_l(k_0 r) \bar{Y}_{lm}^{(0)}(\theta, \varphi) + \right. \\ & \left. + \zeta_l^{(2)}(k_0 b) \left[\psi_l'(k_0 r) \bar{Y}_{lm}^{(1)}(\theta, \varphi) + \frac{\sqrt{l(l+1)}}{k_0 r} \psi_l(k_0 r) \bar{Y}_{lm}^{(-1)}(\theta, \varphi) \right] \right\} \end{aligned} \quad (6)$$

и рассеянного поля

$$\begin{aligned} \bar{E}^s = & \frac{1}{r} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=\pm 1} \left\{ \tilde{E}_{lm} \zeta_l^{(2)}(k_0 r) \bar{Y}_{lm}^{(0)}(\theta, \varphi) + \right. \\ & \left. + \tilde{H}_{lm} \left[\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \zeta_l^{(2)'}(k_0 r) \bar{Y}_{lm}^{(1)}(\theta, \varphi) + \frac{\sqrt{l(l+1)}}{\omega \varepsilon_0 r} \zeta_l^{(2)}(k_0 r) \bar{Y}_{lm}^{(-1)}(\theta, \varphi) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \bar{H}^s = & \frac{1}{r} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=\pm 1} \left\{ \tilde{H}_{lm} \zeta_l^{(2)}(k_0 r) \bar{Y}_{lm}^{(0)}(\theta, \varphi) - \right. \\ & \left. - \tilde{E}_{lm} \left[\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \zeta_l^{(2)'}(k_0 r) \bar{Y}_{lm}^{(1)}(\theta, \varphi) + \frac{\sqrt{l(l+1)}}{\omega \mu_0 r} \zeta_l^{(2)}(k_0 r) \bar{Y}_{lm}^{(-1)}(\theta, \varphi) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (8)$$

Представления (5), (6) приведены для $r < b$, при $b < r$ следует выполнить в них перестановку $\zeta_l^{(2)} \leftrightarrow \psi_l$; $k_0 = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$, J_0 – амплитуда элементарного электрического тока, функции Риккати-Бесселя [12] связаны следующим образом с цилиндрическими функциями:

$$\psi_l(x) = \sqrt{\pi x/2} J_{l+1/2}(x), \quad \zeta_l^{(2)}(x) = \sqrt{\pi x/2} H_{l+1/2}^{(2)}(x).$$

В области анизотропного слоя ($R_2 < r < R_3$) полное поле можно представить в виде разложения [13]

$$\begin{aligned} \bar{E} = & \frac{1}{r} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=\pm 1} \left\{ \left[\hat{E}_{lm}^{(1)} f_l^{(1)}(r) + \hat{E}_{lm}^{(2)} f_l^{(2)}(r) \right] \bar{Y}_{lm}^{(0)}(\theta, \varphi) + \right. \\ & + \frac{1}{\omega \varepsilon_t} \left[\hat{H}_{lm}^{(1)} g_l^{(1)'}(r) + \hat{H}_{lm}^{(2)} g_l^{(2)'}(r) \right] \bar{Y}_{lm}^{(1)}(\theta, \varphi) + \\ & \left. + \frac{\sqrt{l(l+1)}}{\omega \varepsilon_r r} \left[\hat{H}_{lm}^{(1)} g_l^{(1)}(r) + \hat{H}_{lm}^{(2)} g_l^{(2)}(r) \right] \bar{Y}_{lm}^{(-1)}(\theta, \varphi) \right\}, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \vec{H} = & \frac{1}{r} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=\pm 1} \left\{ \left[\hat{H}_{lm}^{(1)} g_l^{(1)}(r) + \hat{H}_{lm}^{(2)} g_l^{(2)}(r) \right] \vec{Y}_{lm}^{(0)}(\theta, \varphi) - \right. \\ & - \frac{1}{\omega \mu_t} \left[\hat{E}_{lm}^{(1)} f_l^{(1)'}(r) + \hat{E}_{lm}^{(2)} f_l^{(2)'}(r) \right] \vec{Y}_{lm}^{(1)}(\theta, \varphi) - \\ & \left. - \frac{\sqrt{l(l+1)}}{\omega \mu_t r} \left[\hat{E}_{lm}^{(1)} f_l^{(1)}(r) + \hat{E}_{lm}^{(2)} f_l^{(2)}(r) \right] \vec{Y}_{lm}^{(-1)}(\theta, \varphi) \right\}, \end{aligned} \quad (10)$$

где $f_l^{(j)}(r)$ есть независимые решения уравнения

$$\mu_r \frac{d}{dr} \frac{1}{\mu_t} \frac{df_l}{dr} + \left[\omega^2 \varepsilon_t \mu_r - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] f_l = 0, \quad (11)$$

а $g_l^{(j)}(r)$ – независимые решения уравнения

$$\varepsilon_r \frac{d}{dr} \frac{1}{\varepsilon_t} \frac{dg_l}{dr} + \left[\omega^2 \varepsilon_r \mu_t - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] g_l = 0, \quad (12)$$

$$\varepsilon_r = \varepsilon_0 \alpha_{rr}, \quad \varepsilon_t = \varepsilon_0 \alpha_{\theta\theta} = \varepsilon_0 \alpha_{\varphi\varphi}, \quad \mu_r = \mu_0 \alpha_{rr}, \quad \mu_t = \mu_0 \alpha_{\theta\theta} = \mu_0 \alpha_{\varphi\varphi}.$$

Учитывая вид компонент тензоров (3), (4) легко получить независимые решения уравнений

$$(11), (12) \quad f_l^{(1)} = g_l^{(1)} = \zeta_l^{(1)}(k_0 \hat{r}), \quad f_l^{(2)} = g_l^{(2)} = \zeta_l^{(2)}(k_0 \hat{r}), \quad \hat{r} = \frac{R_3 - R_1}{R_3 - R_2} r - R_3 \frac{R_2 - R_1}{R_3 - R_2}. \quad (13)$$

Условия непрерывности касательных составляющих полного поля на границе $r = R_3$ приводят к равенствам

$$\begin{aligned} \hat{E}_{lm}^{(1)} f_l^{(1)}(R_3) + \hat{E}_{lm}^{(2)} f_l^{(2)}(R_3) &= \tilde{E}_{lm} \zeta_l^{(2)}(k_0 R_3) - \frac{J_0}{4\sqrt{\pi b}} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \sqrt{2l+1} \zeta_l^{(2)}(k_0 b) \psi_l(k_0 R_3), \\ \hat{H}_{lm}^{(1)} g_l^{(1)'}(R_3) + \hat{H}_{lm}^{(2)} g_l^{(2)'}(R_3) &= \left[\tilde{H}_{lm} \zeta_l^{(2)'}(k_0 R_3) + \right. \\ & \left. + \frac{J_0 m}{4\sqrt{\pi b}} \sqrt{2l+1} \zeta_l^{(2)'}(k_0 b) \psi_l'(k_0 R_3) \right] k_0 \frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_0} \Big|_{r=R_3}, \\ \hat{H}_{lm}^{(1)} g_l^{(1)}(R_3) + \hat{H}_{lm}^{(2)} g_l^{(2)}(R_3) &= \tilde{H}_{lm} \zeta_l^{(2)}(k_0 R_3) + \frac{J_0 m}{4\sqrt{\pi b}} \sqrt{2l+1} \zeta_l^{(2)'}(k_0 b) \psi_l(k_0 R_3), \\ \hat{E}_{lm}^{(1)} f_l^{(1)'}(R_3) + \hat{E}_{lm}^{(2)} f_l^{(2)'}(R_3) &= \left[\tilde{E}_{lm} \zeta_l^{(2)'}(k_0 R_3) - \right. \\ & \left. - \frac{J_0}{4\sqrt{\pi b}} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \sqrt{2l+1} \zeta_l^{(2)}(k_0 b) \psi_l'(k_0 R_3) \right] k_0 \frac{\mu_t}{\mu_0} \Big|_{r=R_3}, \end{aligned} \quad (14)$$

а условия на идеально проводящей сфере $r = R_2$ к равенствам

$$\hat{E}_{lm}^{(1)} f_l^{(1)}(R_2) + \hat{E}_{lm}^{(2)} f_l^{(2)}(R_2) = 0, \quad \hat{H}_{lm}^{(1)} g_l^{(1)'}(R_2) + \hat{H}_{lm}^{(2)} g_l^{(2)'}(R_2) = 0. \quad (15)$$

Решая систему (14), (15) относительно неизвестных $\hat{E}_{lm}^{(1)}, \hat{E}_{lm}^{(2)}, \hat{H}_{lm}^{(1)}, \hat{H}_{lm}^{(2)}, \tilde{E}_{lm}, \tilde{H}_{lm}$, в частности находим

$$\tilde{E}_{lm} = \frac{J_0}{4\sqrt{\pi b}} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \sqrt{2l+1} \zeta_l^{(2)}(k_0 b) \frac{\psi_l(k_0 R_1)}{\zeta_l^{(2)}(k_0 R_1)}, \quad (16)$$

$$\tilde{H}_{lm} = \frac{-J_0 m}{4\sqrt{\pi b}} \sqrt{2l+1} \zeta_l^{(2)'}(k_0 b) \frac{\psi_l'(k_0 R_1)}{\zeta_l^{(2)'}(k_0 R_1)}. \quad (17)$$

Подставляя эти коэффициенты в представления (7), (8), получаем выражения для поля горизонтального электрического диполя, рассеянного идеально проводящей сферой радиуса R_2 , покрытой слоем магнито-диэлектрика толщиной $R_3 - R_2$ с проницаемостями (3), (4). Легко видеть, что в области вне слоя ($R_3 < r$), оно в точности совпадает с полем того же источника, но рассеянным идеально проводящей сферы радиуса $R_1 < R_2$ [14].

Заключение

На примере идеально проводящей сферы строго доказано, что, нанося на нее специальное покрытие, можно добиться того, чтобы рассеянное ею электромагнитное поле в точности совпало с полем идеально проводящей сферы любого наперед заданного меньшего радиуса. При этом создать такое искажающее покрытие существенно проще, так как не требуется обращения в нуль некоторых компонент его диэлектрической и магнитной проницаемостей, как это имеет место в случае маскирующего покрытия. В [15] показана возможность полной замены образа реального объекта на образ любого другого объекта, не используя метод волнового обтекания, (так называемая Illusion Optics). Однако эта сложная процедура, основанная на двукратном применении метода ТО, может быть промоделирована только численно.

Список литературы

1. Дубинов А. Е., Мытарева Л. А. Маскировка материальных тел методом волнового обтекания // Успехи физических наук. 2010. Т. 180. № 5. С. 475–501.
2. Pendry, J.B., Schurig, D., Smith, D.R. Controlling Electromagnetic Fields // Science. 2006. Vol. 312. P. 1780–1782.
3. Leonhardt, U. Notes on Conformal Invisibility Devices // New J. Phys. 2006. Vol. 8. P. 118.
4. Килдышев А. В., Шалаев В. М. Трансформационная оптика и метаматериалы // Успехи физических наук. 2011. Т. 181. № 1. С. 59–70.
5. Chen, H., Wu, B.-I., Zhang, B., et al. Electromagnetic Wave Interactions with a Metamaterial Cloak // Phys. Rev. Lett. 2007. Vol. 99. 063903.
6. Gao, L., Fung, T.H., Yu, K.W. et al. Electromagnetic Transparency by Coated Spheres with Radial Anisotropy // Phys. Rev. 2008. Vol. E 78. 046609.
7. Qiu, C.W., Hu, L., Zhang, B. et al. Spherical Cloaking Using Nonlinear Transformations for Improved Segmentation Into Concentric Isotropic Coatings // Opt. Express. 2009. Vol. 17. No. 16. P. 13467–13478.
8. Meng, F.Y., Liang, Y., Wu, Q. et al. Invisibility of a Metamaterial Cloak Illuminated by Spherical // Appl. Phys. A. 2009. Vol. 95. P. 881–888.
9. Cheng, X.X., Chen, H.S., Zhang, X.M. Cloaking a Perfectly Conducting Sphere with Rotationally Uniaxial Nihilty Media in Monostatic Radar System // Progress in Electromagnetics Research. (PIER). 2010. Vol. 100. P. 285–298.
10. Chen, H. Transformation Optics in Orthogonal Coordinates // J. Opt. A: Pure Appl. Opt. 2009. Vol. 11. 075102.
11. Варшалович Д. А., Москалев А. Н., Херсонский В. К. Квантовая теория углового момента. Ленинград: Наука, 1975. 439 с.
12. Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям. М.: Наука, 1979. 832 с.
13. Zhu, G. Scalar Theory of Electromagnetic Wave in a Spherically Symmetric Radially Anisotropic and Inhomogeneous Medium: Photonic Atoms. // J. Appl. Phys. 2010. Vol. 108. 073118.
14. Джексон Дж. Классическая электродинамика. М.: Мир, 1965. 704 с.
15. Lai, Y., Ng, J., Chen, H. et al. Illusion Optics: the Optical Transformation of an Object Into Another Object // Phys. Rev. Lett. 2009. Vol. 102. 253902.

Поступила 30 июля 2012 г.

DISTORTING COATING AS AN ALTERNATIVE TO THE MASKING COATING

L. A. PAZYNIN

It is known that the special coating requires the vanishing of tensor permeability components on its inner surface in addition to heterogeneity and anisotropy for achieve of perfect radar masking from special coating. The practical implementation of such materials is much difficult and far from being solved. In this paper, we investigate the possibility of alternative way to protect the object – the distortion of its image.

It is strictly proved using simplest example of an object as a perfectly conducting sphere the possibility of a radical distortion of its radar image by applying a special coating on the surface of the metamaterial.

It was found a radial distribution of the permeability of the coating, when the scattered field everywhere outside of the object coincides with the scattered field of the perfectly conducting sphere with any given smaller radius.

So-called transformation optics is used to find the parameters of coating. This method is based on the invariance of Maxwell's equations relatively to arbitrary coordinate transformations if appropriate redefine the dielectric permittivity and the magnetic permeability of the media.

The requirements on the material parameters of the distorting coating are easier than in the case of masking coating.

Уважаемые читатели!

Подписка на журнал оформляется через подписное
агентство «Книга-Сервис» и объединенный каталог
«Пресса России» (подписной индекс **29196**)