
Математическое моделирование физических процессов

УДК 517.954:537.874

Плоские задачи электродинамики несинусоидальных волн для компактных открытых резонаторов с волноводной питающей линией. Решетки как диаграммообразующие структуры*

© Авторы, 2009

В.Ф. Кравченко – д.ф.-м.н., проф., засл. деятель науки РФ, гл. научн. сотр. ИПЭ им. В.А.Котельникова РАН (Москва). E-mail: kvf@pochta.ru

В.Л. Пазынин – к.ф.-м.н., ст. научн. сотр. отдела математической физики Института радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова Национальной академии наук Украины (г. Харьков).

К.Ю. Сиренко – к.ф.-м.н., научн. сотр. Института радиофизики и электроники им. А.Я. Усикова Национальной академии наук Украины (г. Харьков).

Ю.К. Сиренко – д.ф.-м.н., проф., зав. отделом математической физики Института радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова Национальной академии наук Украины (г. Харьков).

Изучена физика процессов, реализуемых в излучателях монохроматических волн, содержащих в качестве одного из основных элементов конечную периодическую структуру; решены численно соответствующие двумерные модельные задачи; использованы оригинальные алгоритмы и программы, базирующиеся на строгих подходах временной области и позволяющие рассматривать пространственно-временные и пространственно-частотные трансформации электромагнитного поля в достаточно сложных объектах и для достаточно широких интервалов изменения основных параметров.

Ключевые слова: несинусоидальные волны, открытые резонаторы, диаграммообразующие структуры.

The paper is concerned with the study of the physical processes occurring in radiators of monochromatic waves with a finite diffraction grating as a principal element. The associated two-dimensional model problems are solved numerically. The original algorithms and software have been used, which allow one to consider space-time and space-frequency transformations of the electromagnetic field for rather complex structures and in rather wide range of basic parameters.

Keywords: the pulsed waves, the open resonators, the pattern forming structures.

Введение. Исследование процессов излучения, распространения и рассеяния импульсных электромагнитных волн в последние годы стало одним из основных направлений в современной теоретической радиофизике, прежде всего, потому, что для проектирования ряда перспективных устройств техники связи, электроники и радиолокации потребовались надежные сведения о пространственно-временных и пространственно-частотных трансформациях поля в достаточно сложных электродинамических структурах, а возможности подходов частотной области в этом отношении существенно ограничены. Ускоренное развитие подходов временной области стимулируется также и тем, что они свободны от ряда идеализаций, присущих частотной области; универсальны – ограничения на геометрические и материальные параметры рассматриваемых объектов минимальны; позволяют строить явные вычислительные схемы, которые не требуют обращения каких-либо операторов и могут быть реализованы за приемлемые промежутки времени на современных компьютерах; приводят к результатам, которые легко переводятся в стандартный набор характеристик частотной области.

Вместе с тем, в теории неустановившихся электромагнитных полей существует ряд проблем, не получивших к настоящему моменту времени универсальных, обоснованных и практически реализуемых

* Работа является продолжением статьи, опубликованной в ЭВ и ЭС, 2009, т. 14, №1, с. 4 – 18.

решений, и это сказывается на качестве модельных построений, ограничивает возможности методов временной области по изучению физики переходных процессов и закономерностей пространственно-временных трансформаций импульсных волн. Это проблема корректного и эффективного ограничения пространства счета в так называемых открытых задачах, т.е. в задачах, область анализа которых уходит на бесконечность вдоль одного или нескольких пространственных направлений. Перечень можно продолжить, включив в него проблему дальней зоны, проблему больших и отдаленных источников поля и др. Существенно продвинуться в решении указанных проблем позволил интенсивно развиваемый в последние годы подход [1 – 9], базирующийся на построении транспортных операторов, действующих в пространстве эволюционных базисов сигналов и определяющих пространственно-временные трансформации импульсных волн на конечных отрезках их свободного распространения в регулярных каналах различной природы: в обычных волноводах, в каналах Флоке, в «правильных» сегментах свободного пространства.

В [10] в рамках этого подхода строго решены модельные двухмерные начально-краевые задачи, позволяющие изучать пространственно-временные и пространственно-частотные трансформации электромагнитного поля в компактных открытых электродинамических системах с волноводными питающими линиями. Построены и программно реализованы алгоритмы, ориентированные на численное решение широкого круга актуальные теоретических и прикладных задач теории и техники антенн, электроники больших мощностей и резонансной квазиоптики. Очень важно то, что эти алгоритмы исключают возможность непрогнозируемого поведения вычислительных ошибок при больших значениях времени наблюдения t и, как следствие, позволяют получать надежные, достоверные данные о процессах, связанных с резонансным рассеянием волн.

В работе подтверждается эффективность построенных в [10] решений. Здесь рассмотрены достаточно сложные прикладные задачи, связанные с анализом излучателей, содержащих в качестве одного из основных элементов конечную периодическую структуру; изучен случай E -поляризации поля ($U(g, t) = E_x$ и $H_x = E_y = E_z \equiv 0$). Все используемые величины ($\eta(k)$ – коэффициент полезного действия излучателя, $D(\phi, k, \infty)$ – диаграмма направленности и др.) определены в [10]. Физические единицы в рассматриваемых задачах имеют размерности системы СИ, только время t измеряется в метрах – это произведение истинного времени на скорость распространения света в вакууме.

Резонансные антенны с полупрозрачными зеркалами-решетками. Выделение резонансных антенн в особый класс оправдано только тогда, когда в анализируемом диапазоне частот соответствующие структуры способны поддерживать слабо затухающие свободные колебания электромагнитного поля. Этим колебаниям отвечают комплексные собственные частоты $\bar{k}_n \in \Omega_k$ (Ω_k – спектр собственных частот), распределение которых в комплексном пространстве K [5,9,11,12] и определяет все особенности динамики основных характеристик резонансных излучателей. Работа на частоте k ($k = 2\pi/\lambda$, λ – длина волны в свободном пространстве), близкой к реальной части одной из собственных частот \bar{k} , позволяет эффективно управлять диаграммой излучения (она связана с конфигурацией поля свободного колебания), энергетическими характеристиками антенны и ее диапазонными свойствами (определяются величинами $k - \text{Re} \bar{k}$, $|\text{Im} \bar{k}|$, наличием или отсутствием в окрестности точки \bar{k} других собственных частот) [13–15].

Считается, что коэффициент полезного действия (КПД) $\eta(k)$ резонансной антенны достигает приемлемых величин в точке $k = K$ из ближней окрестности точки $k = \text{Re} \bar{k}$; \bar{k} – одна из комплексных собственных частот объема V , из которого энергия излучается в свободное пространство. Считается также, что на частоте $k = K$ (или на частоте $k \approx K$ такой, что отклонение k от значения $k = K$ не приводит к заметному уменьшению КПД), направленные свойства антенны полностью определяются пятном поля собственного колебания, отвечающего собственной частоте \bar{k} , на полупрозрачном зеркале резонансного объема V .

Проверим справедливость этих предположений, анализируя излучатель, общая геометрия которого изображена на рис. 1. Пусть этот излучатель возбуждается из плоскопараллельного волновода ${}_1Q$ импульсной H_{01} -волной [10]:

$$U^{i(1)}(g, t) = U_1^{i(1)}(g, t) = v_{11}(y, t) \mu_{11}(z);$$

$$v_{11}(y : g = \{y, z\} \in L_1, t) = 4 \frac{\sin[\Delta k(t - \tilde{T})]}{(t - \tilde{T})} \cos[\tilde{k}(t - \tilde{T})] \chi(\tilde{T} - t) = F_1(t), \quad (1)$$

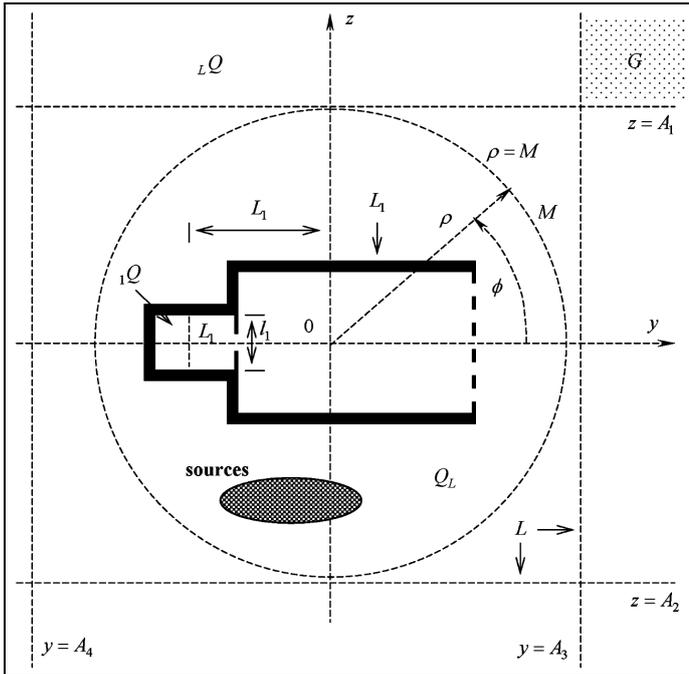


Рис. 1. Геометрия задач

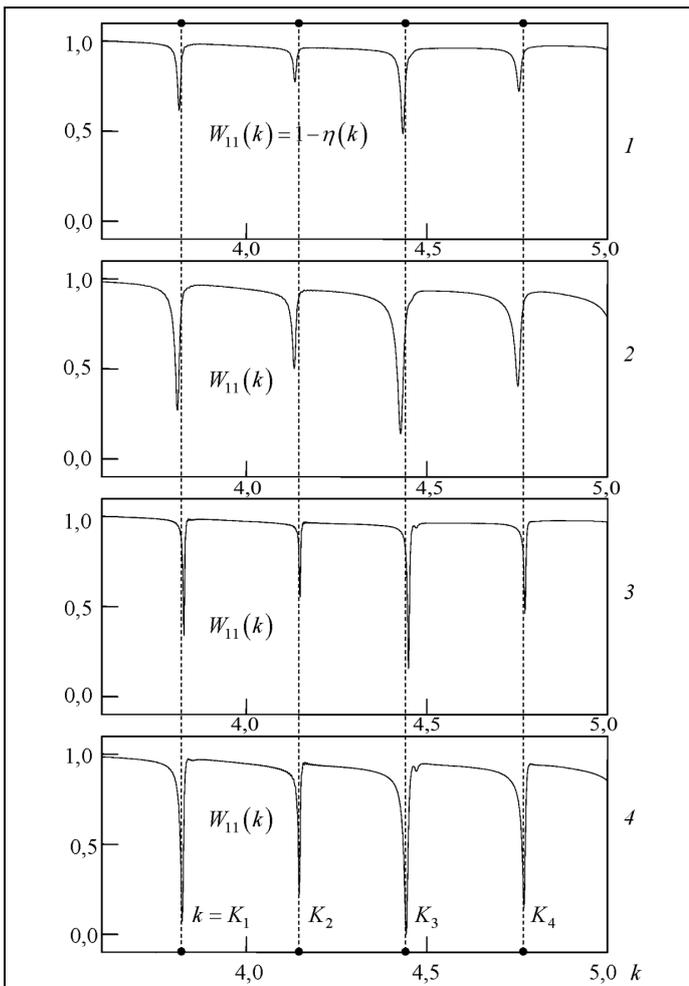


Рис. 2. Зависимости $W_{11}(k) = 1 - \eta(k)$, характеризующие эффективность излучения, для резонансных антенн, отличающихся размерами окна диафрагмы и длиной открытой части периода ленточной решетки (геометрии 1–4): 1 – $a = 0,28$ и $\theta = 0,5$; 2 – $a = 0,36$ и $\theta = 0,5$; 3 – $a = 0,28$ и $\theta = 0,36$; 4 – $a = 0,36$ и $\theta = 0,36$

при $\tilde{k} = 4,3$, $\Delta k = 0,7$, $\tilde{T} = 50$, $\bar{T} = 100$, или, если коротко, волной $U_1^{i(1)}(g, t) : v_1(g \in L_1, t) = F_1(t)$; $\tilde{k} = 4,3$, $\Delta k = 0,7$, $\tilde{T} = 50$, $\bar{T} = 100$ (здесь $\chi(\dots)$ – ступенчатая функция Хевисайда). Параметры \tilde{k} , Δk , \tilde{T} и \bar{T} определяют (см., например, [16]) центральную частоту сигнала (1), его спектральную полосу ($3,6 < k < 5,0$), время запаздывания (момент времени, в который главная часть импульса $U_1^{i(1)}(g, t)$ пересекает границу L_1) и длительность.

В полосе частот $3,6 < k < 5,0$ подводимый волновод – одномодовый ($k_1 = 2,71$, $k_2 = 5,42$; $k_n = n\pi/l_1$ – точки отсечки или критические точки волновода), а функция $W_{11}(k) = 1 - \eta(k)$, характеризующая эффективность излучения, имеет четыре ярко выраженных локальных минимума (рис. 2). Для антенны, в которой размер окна, связывающего волновод $1Q$ и резонансный объем V , равен $a = 0,36$, а длина открытой части периода ленточной решетки – $l\theta = 0,2$, (на рис. 2 геометрия 4) величина $\eta(k)$ максимальна в точках $k = K_j$; $j = 1 \dots 4$ и $\eta(K_3) = 1,0$ ($K_1 = 3,823$, $K_2 = 4,147$, $K_3 = 4,443$, $K_4 = 4,769$). Для антенн с другими значениями параметров a и θ (геометрии 1–3 на рис. 2) точки локальных минимумов функций $W_{11}(k)$ ненамного, но сдвинуты относительно точек $k = K_j$, а эффективность излучения не превышает соответственно 50, 90 и 85%. Более добротные резонансы возбуждаются в объеме, ограниченном ленточной решеткой с меньшей длиной $l\theta$ открытой части периода l . Для такой решетки в полосе частот $3,6 < k < 5,0$ модуль коэффициента отражения $R_{00}(k)$ нормально падающей плоской волны равен приблизительно 0,1 [17]. Для ленточной решетки с половинным заполнением (геометрии 1 и 2 на рис. 2) $|R_{00}(k)| \approx 0,3$. Добротность резонанса, оптимальный размер a окна диафрагмы и эффективность излучения подводимой энергии тесно связаны. Грубо эту связь можно определить следующим образом: при возбуждении более добротных резонансов более высокий уровень $\eta(k)$ можно обеспечить при меньших значениях a .

Сосредоточимся теперь в своем анализе на антенне с геометрией 4 (рис. 3–7). Изучение временных и спектральных амплитуд поля, возбуждаемого волной (1), в точке $g = g_1$, расположенной на оси излучателя на расстоянии, равном приблизительно четверти длины волны $\lambda = 2\pi/k$; $3,6 < k < 5,0$ от его полупрозрачного зеркала, позволяет определить реальные части собственных частот \bar{k} , отвечающих за реализацию резонансных режимов в окрестности точек $k = K_j$; $j = 1 \dots 4$ [18,19] (рис. 3). Здесь и дальше $\tilde{f}(k) \leftrightarrow f(t)$ – спектральное фурье-представление функции $f(t)$: $\text{Re}\bar{k}_1 \approx 3,825$, $\text{Re}\bar{k}_2 \approx 4,149$, $\text{Re}\bar{k}_3 \approx 4,445$, $\text{Re}\bar{k}_4 \approx 4,772$ – режимы с максимальными значениями $\eta(k)$ реализуются на меньших частотах, немного «опережая» режимы возможных свободных колебаний поля в объеме V .

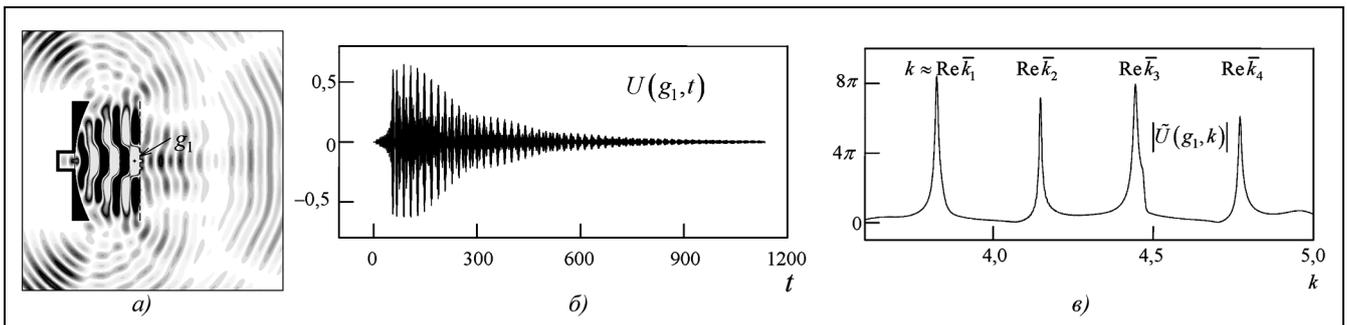


Рис. 3. Возбуждение излучателя с геометрией 4 импульсной H_{01} -волной (1): а – пространственное распределение значений $E_x(g,t)$, $t = 300$; б, в – временные и спектральные амплитуды поля в точке $g = g_1$ вблизи полупрозрачного зеркала резонансной антенны

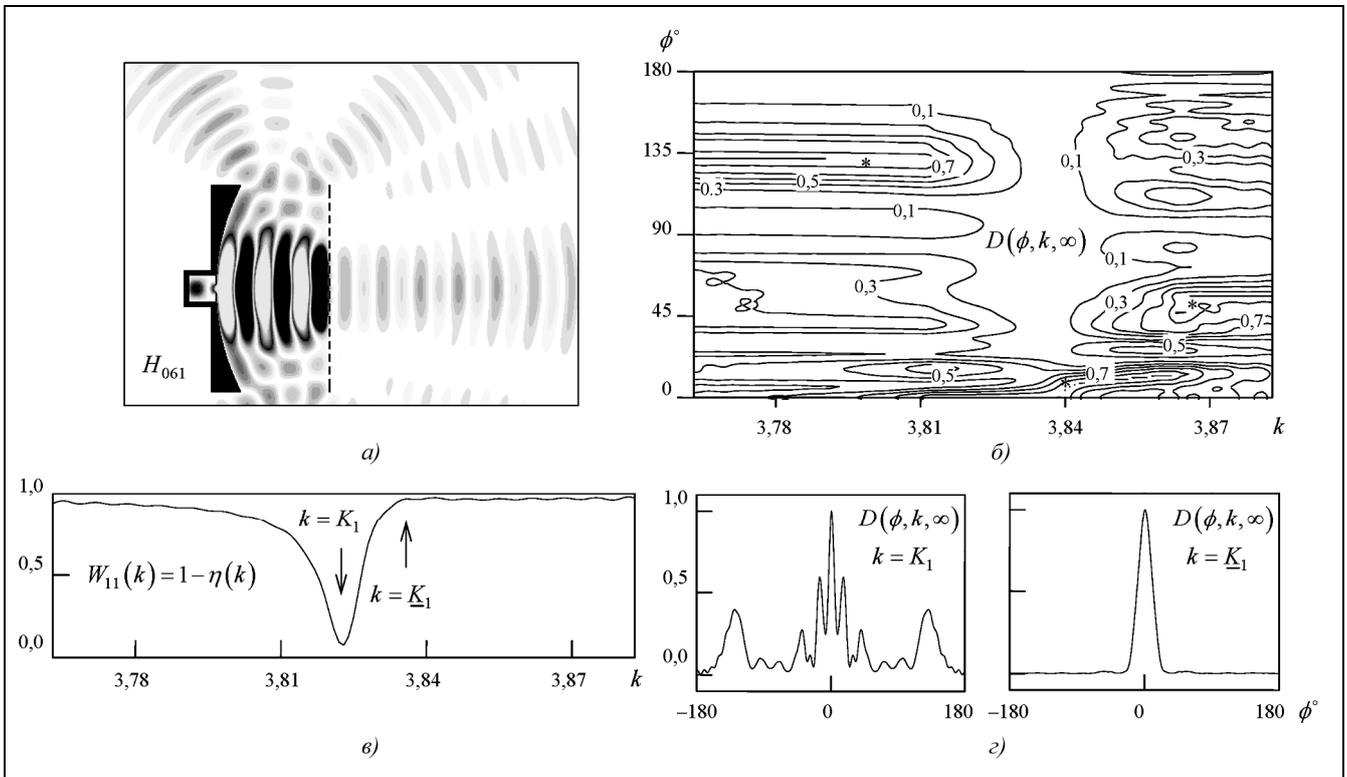
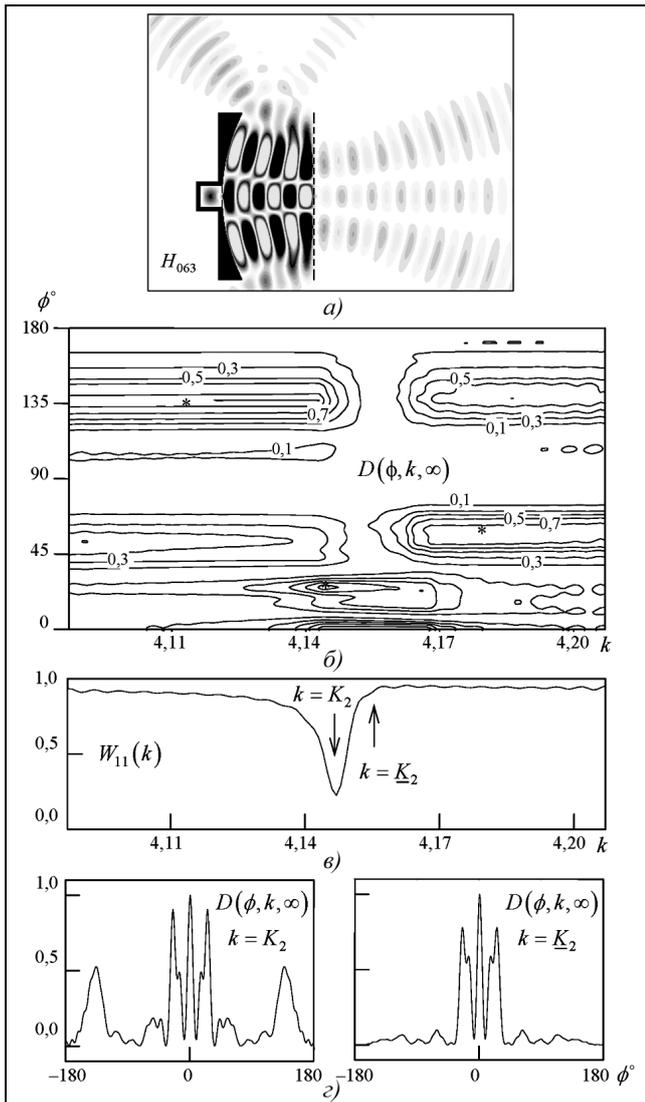
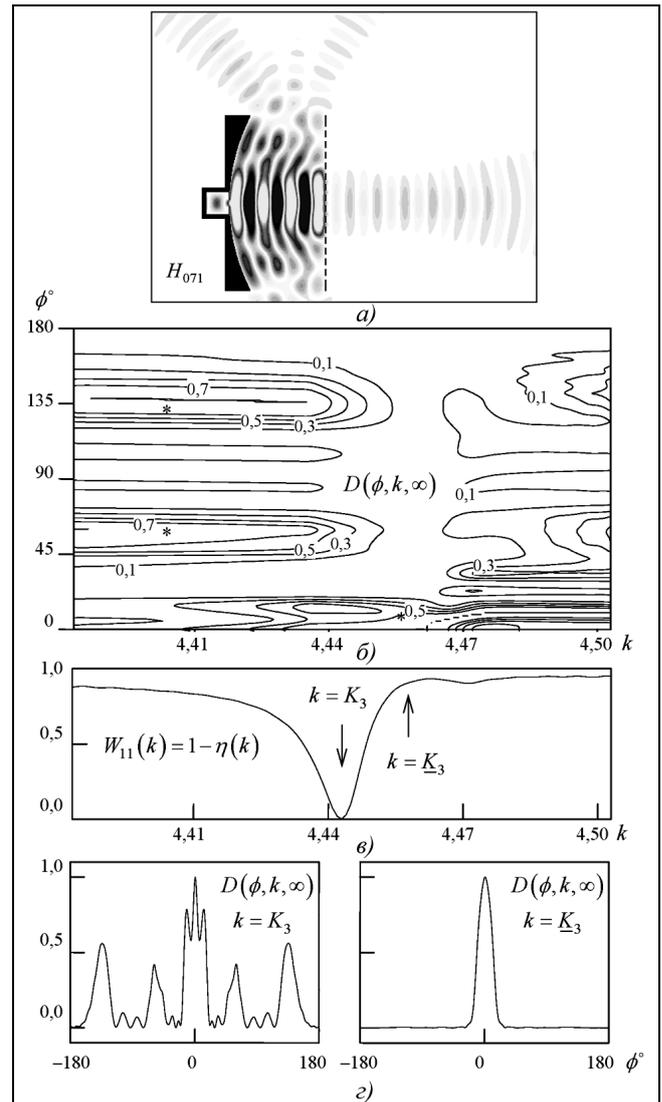
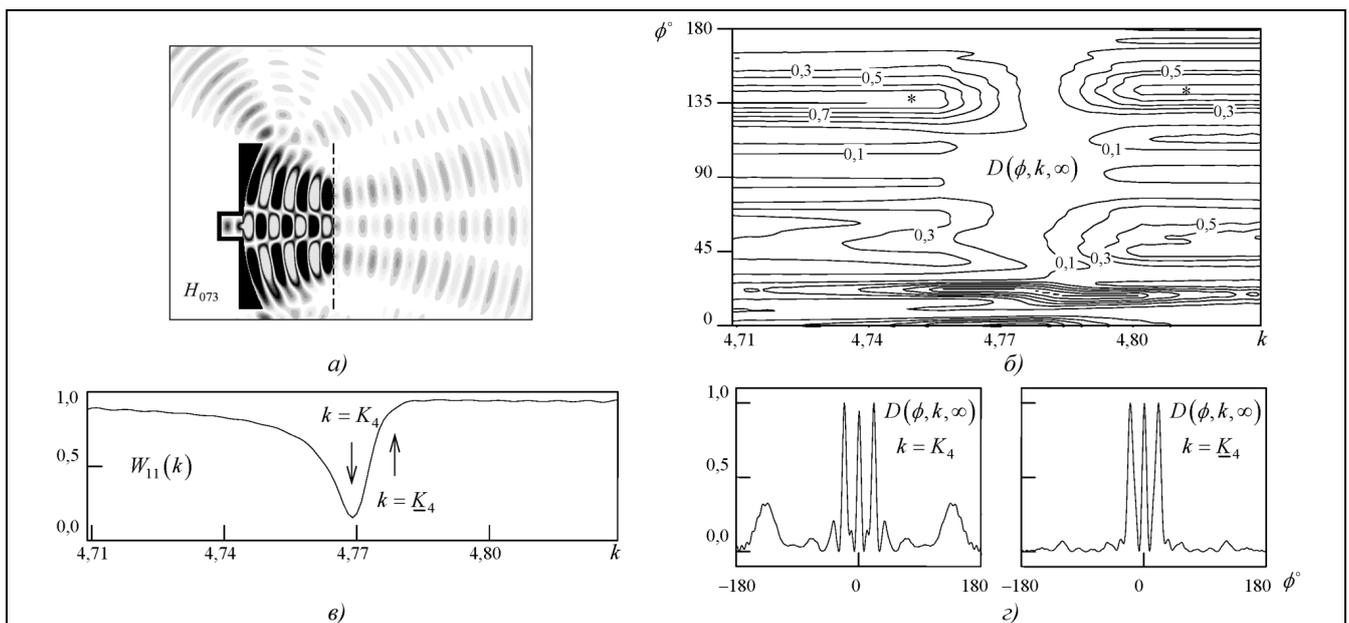


Рис. 4. Возбуждение излучателя с геометрией 4 H_{01} -волной (2) с центральной частотой $\tilde{k} = K_1$: а – пространственное распределение значений $E_x(g,t)$; $t = 302$; б, в – диаграммы направленности $D(\phi,k,\infty)$ – часть областей изменения параметров ϕ и k , в которых $D(\phi,k,\infty) > 0,9$ (здесь и далее помечены символом *); в – функция $W_{11}(k)$

Рис. 5. То же, что и на рис. 4, но для $\tilde{k} = K_2$ Рис. 6. То же, что и на рис. 4, но для $\tilde{k} = K_3$ Рис. 7. То же, что и на рис. 4, но для $\tilde{k} = K_4$

Уравнение возбуждения излучателя квазимонохроматической H_{01} -волной запишем в виде

$$U_1^{i(1)}(g, t) : v_1(g \in L_1, t) = \cos[\tilde{k}(t - \tilde{T})] P(t) = F_2(t); \tilde{k}, \tilde{T} = 0,5; P(t) : 0,1 - 5 - 95 - 99,9, \quad (2)$$

здесь $P(t) : t_1 - t_2 - t_3 - t_4$ – трапецевидная огибающая, равная нулю при $t < t_1, t > t_4$ и единице при $t_2 < t < t_3$

Центральная частота \tilde{k} здесь принимает значения $\tilde{k} = K_j; j = 1 \dots 4$ (рис. 4–7). При этом получаем данные, позволяющие оценить добротность $Q = \text{Re } \bar{k} / 2 |\text{Im } \bar{k}|$ колебаний, отвечающих собственным частотам \bar{k} , определить тип этих колебаний и рассмотреть в деталях (в узкой полосе частот $K_j - 0,06 < k < K_j + 0,06$) поведение функций $\eta(k)$ и $D(\phi, k, \infty)$, характеризующих эффективность излучения и его направленность. Резонансная перестройка диаграмм $D(\phi, k, \infty)$ – переход к диаграммам, точно соответствующим пятну поля свободного колебания на полупрозрачном зеркале резонансной антенны – «опаздывает» как по отношению к режимам с максимальными значениями функции $\eta(k)$, так и по отношению к режимам возможных свободных колебаний поля. В рассматриваемом случае эта перестройка заканчивается в точках $k = K_j; j = 1 \dots 4$ ($K_1 = 3,837, K_2 = 4,154, K_3 = 4,460, K_4 = 4,778$), эффективность излучения в которых ($\eta(K_1) \approx 0,05, \eta(K_2) \approx 0,1, \eta(K_3) \approx 0,08$ и $\eta(K_4) \approx 0,13$) гораздо ниже, чем в точках $k = K_j; j = 1 \dots 4$ ($\eta(K_1) \approx 0,92, \eta(K_2) \approx 0,77, \eta(K_3) = 1,0$ и $\eta(K_4) \approx 0,85$).

Итак, резонансные антенны, рассмотренные выше, позволяют, на определенных частотах, излучить большую часть подводимой энергии в свободное пространство. На определенных частотах можно также обеспечить и прогнозируемую направленность излучения. Проблема в том, что соответствующие наборы частот $k = K_j$ и $k = \underline{K}_j; j = 1 \dots 4$ существенно отличаются, т.е. необходимы какие-то специальные действия для того, чтобы излучение, оставаясь достаточно эффективным, приобретало одновременно и заданную направленность. Испытаем один из возможных вариантов таких действий: заменим открытый с трех сторон резонансный объем V (см. рис. 1) резонатором с одним полупрозрачным зеркалом-решеткой (рис. 8,а, где схема возбуждения из подводящего волновода и периодическая структура здесь те же, что и у антенны с рис. 1). Поперечный размер b резонатора уменьшен более чем в 3 раза – только так можно избежать драматического сгущения спектра Ω_k в рассматриваемой полосе частот $3,6 < k < 5,0$. Под этой полосой обнаружим только те собственные частоты, которые отвечают H_{0m1} - и H_{0m3} -колебаниям поля, т.е. – симметричные относительно продольной оси резонатора колебания не возбуждаются H_{01} -волной питающего волновода, а H_{0m5} -колебания возникают только тогда, когда H_{0m5} -волна в волноводе шириной b начинает распространяться без затухания ($k > k_s \approx 5,24$).

Возбуждая антенну импульсной волной (1), находим функции $W_{11}(k)$ и $|\tilde{U}(g_1, k)|$ (точка $g = g_1$ расположена вблизи полупрозрачного зеркала так же, как и в рассмотренном выше случае), по поведению которых определяем эффективность излучения $\eta(k) = 1 - W_{11}(k)$ и реальные части собственных частот \bar{k} , отвечающих за реализацию резонансных режимов. Лучшей для структуры с параметрами $a = 0,36$ (размер окна диа-

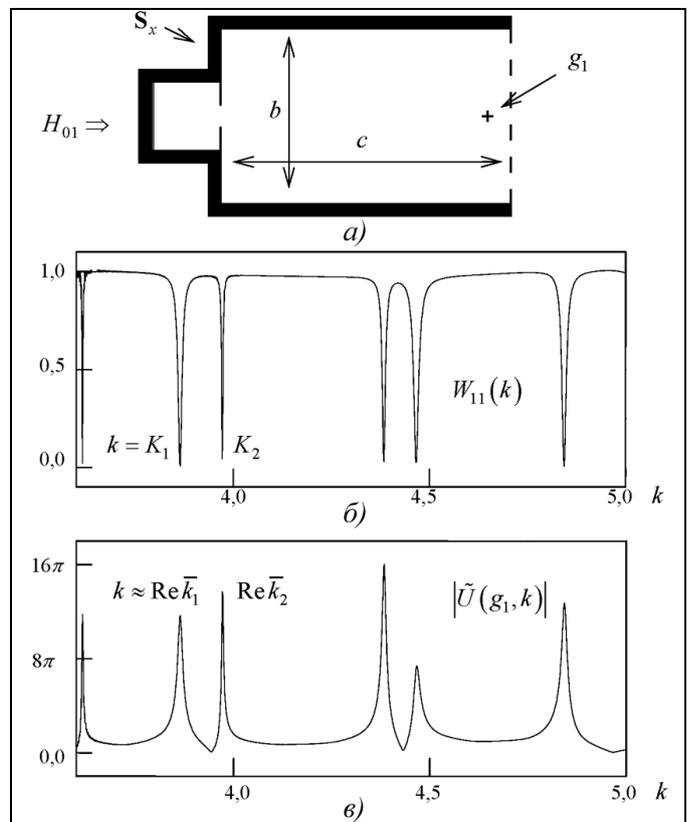


Рис. 8. Геометрия резонансной антенны ($b = 3,0, c = R/2 = 5,0$, размер окна диафрагмы равен $0,36$, длина открытой части периода решетки равна $0,28$) (а), ее энергетические и (б) спектральные характеристики в полосе частот (в)

фрагмы) и $l\theta = 0,28$ (длина открытой части периода решетки) оказывается характеристика $\eta(k)$ в точках $k \in [3,6; 5,0]$, совпадающих с $\text{Re}\bar{k}$, коэффициент полезного действия антенны выше 95% (рис. 8,б и 8,в).

Проанализируем более детально работу такой структуры на частотах $k \in [K_j - 0,06; K_j + 0,06]$; $j = 1, 2$, $K_1 = \text{Re}\bar{k}_1 = 3,864$ и $K_2 = \text{Re}\bar{k}_2 = 3,972$ (рис. 9–11). Полоса частот, за пределами которой спектральные амплитуды волны (2) можно считать пренебрежимо малыми, оказывается слишком широкой для того, чтобы отклик резонансной антенны формировался под влиянием только одной собственной частоты – \bar{k}_1 или \bar{k}_2 . Поэтому используем здесь в качестве возбуждающей H_{01} -волны узкополосный гауссовский импульс

$$U_1^{i(1)}(g, t) : v_1(g \in L_1, t) = \exp\left[-\frac{(t - \bar{T})^2}{4\bar{\alpha}^2}\right] \cos[\tilde{k}(t - \bar{T})] \chi(\bar{T} - t) = F_3(t); \tilde{k}, \bar{\alpha} = 25, \bar{T} = 125, \bar{T} = 250, \quad (3)$$

центральная частота \tilde{k} которого принимает значения $\tilde{k} = K_1$ и $\tilde{k} = K_2$. Абсолютная величина нормированных спектральных амплитуд этого импульса вне полосы $[\tilde{k} - 0,1; \tilde{k} + 0,1]$ не превышает значения 0,0017.

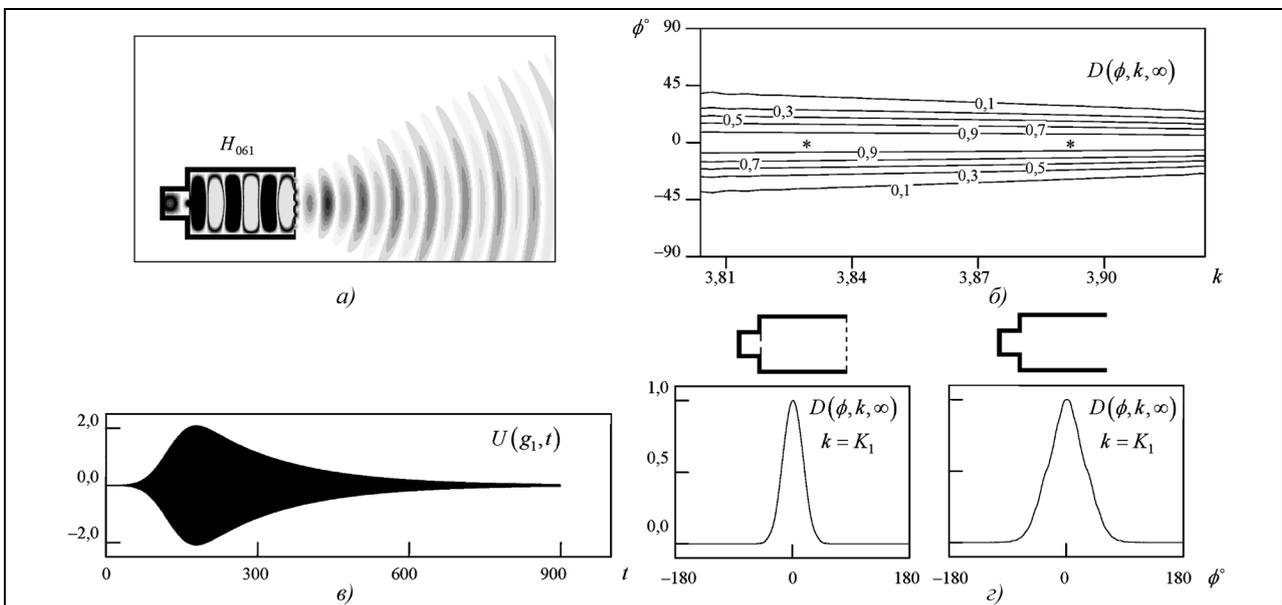


Рис. 9. Возбуждение антенны узкополосным импульсом (3), $\tilde{k} = K_1$: а – распределение значений $E_x(g, t)$; $t = 505$; б – диаграмма направленности $D(\phi, k, \infty)$ в полосе частот; в – функция $U(g_1, t)$; г – диаграммы направленности $D(\phi, k, \infty)$ резонансной и нерезонансной антенн в точке $k = K_1$

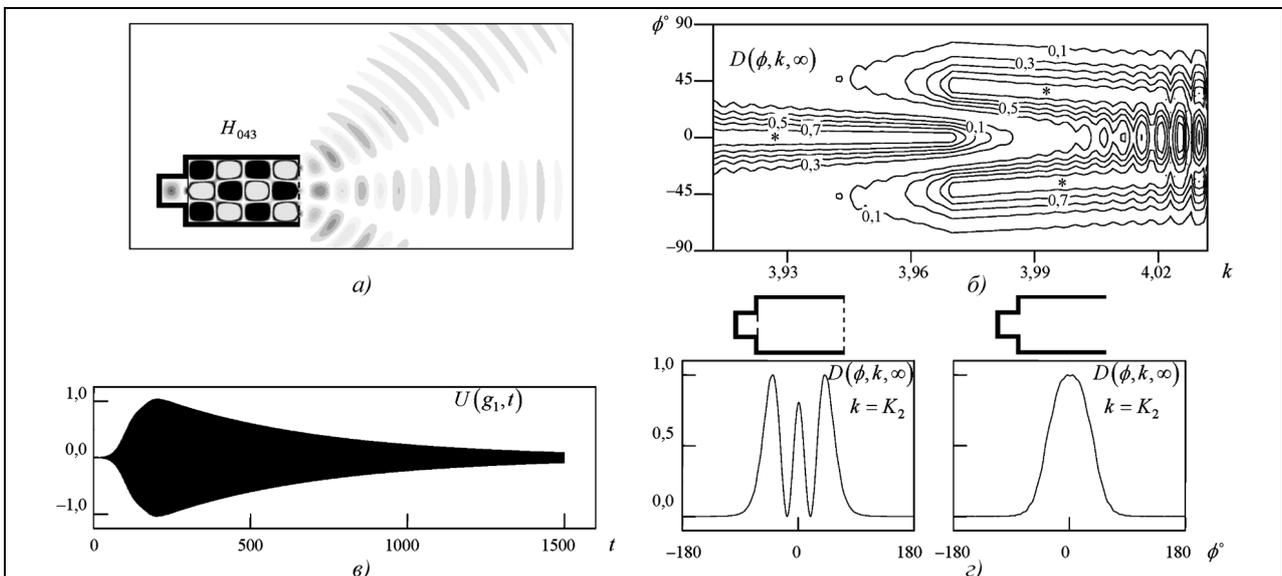


Рис. 10. То же, что и на рис. 9, но для $\tilde{k} = K_2$

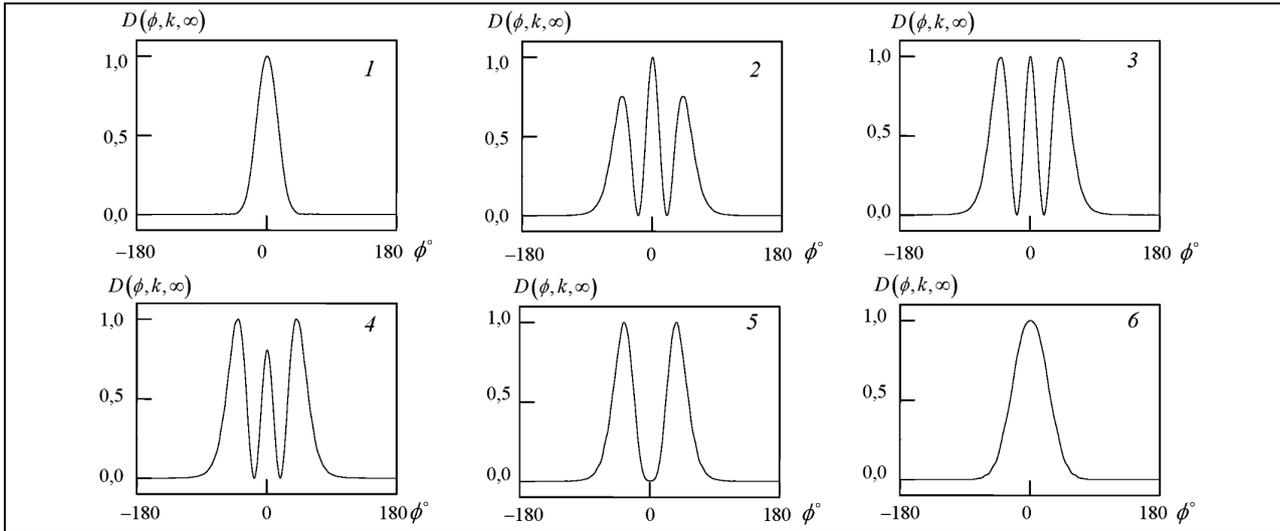


Рис. 11. Изменения в диаграмме направленности $D(\phi, k, \infty)$ и в эффективности излучения $\eta(k)$ резонансной антенны при незначительных изменениях частоты k : 1 – $k = 3,912$, $\eta(k) = 0,03$; 2 – $k = 3,968$, $\eta(k) = 0,2$; 3 – $k = 3,970$, $\eta(k) = 0,4$; 4 – $k = 3,972$, $\eta(k) = 1,0$; 5 – $k = 3,998$, $\eta(k) = 0,03$; 6 – $k = 4,032$, $\eta(k) = 0,02$

На частотах $k = K_1$ и $k = K_2$ вся энергия, подводимая к резонансной антенне синусоидальной H_{01} -волной, излучается в свободное пространство – $\eta(K_1) = \eta(K_2) = 1,0$. Столь высокая эффективность обеспечивается возбуждением в структуре слабозатухающих колебаний на H_{01} - и H_{03} -волнах широкого плоскопараллельного волновода. Этим колебаниям (H_{061} -колебанию и H_{043} -колебанию; рис. 9,а и 10,а) отвечают комплексные собственные частоты $j = 1,2$ и $\bar{k}_2 \approx K_2 - i0,0019$, мнимые части которых однозначно определяют поведение функций $U(\tau) = U(g_1, t)$; $\tau = t - \bar{T} > 0$ (рис. 9,в и 10,в) [18,19].

Для всех $k \in [K_1 - 0,06; K_1 + 0,06]$ конфигурация диаграммы направленности $D(\phi, k, \infty)$ резонансной антенны отвечает конфигурации пятна поля H_{01} -волны на полупрозрачном зеркале-решетке (рис. 9,б). Диаграммы направленности резонансной антенны и такой же по размерам нерезонансной антенны отличаются только шириной главного лепестка [10]: на частоте $k = K_1$, например, $\phi_{0,5}(k) \approx 36^\circ$ в первом случае и $\phi_{0,5}(k) \approx 60^\circ$ – во втором (рис. 9,з).

В окрестности точки $k = K_2$ диаграмма направленности резонансной антенны перестраивается очень резко (рис. 10,б): один главный лепесток на частоте $k = 3,912$, три – на частоте $k = 3,970$, два – на частоте $k = 3,998$ и снова один – на частоте $k = 4,032$ (рис. 11). Так же резко изменяется и эффективность излучения: от $\eta(k) = 0,02$ до $\eta(k) = 1,0$. Конфигурация диаграммы направленности $D(\phi, k, \infty)$ резонансной антенны отвечает конфигурации пятна поля резонирующей H_{03} -волны на полупрозрачном зеркале-решетке только в узкой полосе частот $k \in [K_2 - 0,008; K_2 + 0,003]$. Здесь величина $D(\phi, k, \infty)$ в направлении ϕ , отвечающем каждому из трех лепестков, не опускается ниже уровня. Диаграмма направленности нерезонансной антенны остается, в основном, такой же, как и на интервале $k \in [K_1 - 0,06; K_1 + 0,06]$ (рис. 10,з). Основной вклад в поле излучения вносит H_{01} -волна, набегающая на открытый конец отрезка широкого плоскопараллельного волновода.

2. Двухмерные модели фазированных антенных решеток. Анализ и синтез фазированных антенн базируется, в основном, на методах и результатах электродинамической теории решеток [20]. Естественно, что для расчета реальных конструкций необходимы достаточно универсальные и надежные трехмерные модели, но многие принципиально важные вопросы (в частности, вопросы, касающиеся физики процессов, реализуемых в фазированных антенных решетках) можно эффективно решать и с помощью более простых двухмерных моделей. Ниже будем рассматривать ряд таких вопросов, опираясь на методы, разработанные в [10].

Остановимся сначала на задачах, которые возникают при создании простых фазированных антенных решеток для определенного диапазона $[K_1; K_2]$ частот $k = 2\pi/\lambda = 2\pi\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}f$ (ε_0 и μ_0 – электрическая и магнитная постоянные вакуума) и со сканированием главным лепестком диаграммы направленности в круглом конусе, образующие которого составляют с осью заданный угол β . Пусть, для определенности, $f = 8 \dots 12$ ГГц ($k \in [168; 251]$, $\lambda \in [0,025; 0,0375]$) и $\beta = 45^\circ$. Выберем в качестве излучающего элемента для двумерной модели фазированной решетки диэлектрический стержень в открытом конце плоскопараллельного волновода, возбуждаемый синусоидальной H_{01} -волной (рис. 12,а). Ширину волновода a , относительную диэлектрическую проницаемость ε материала, которым он заполнен, и длину $l > a$ периода решетки из N таких элементов (рис. 12,б) определим следующим образом.

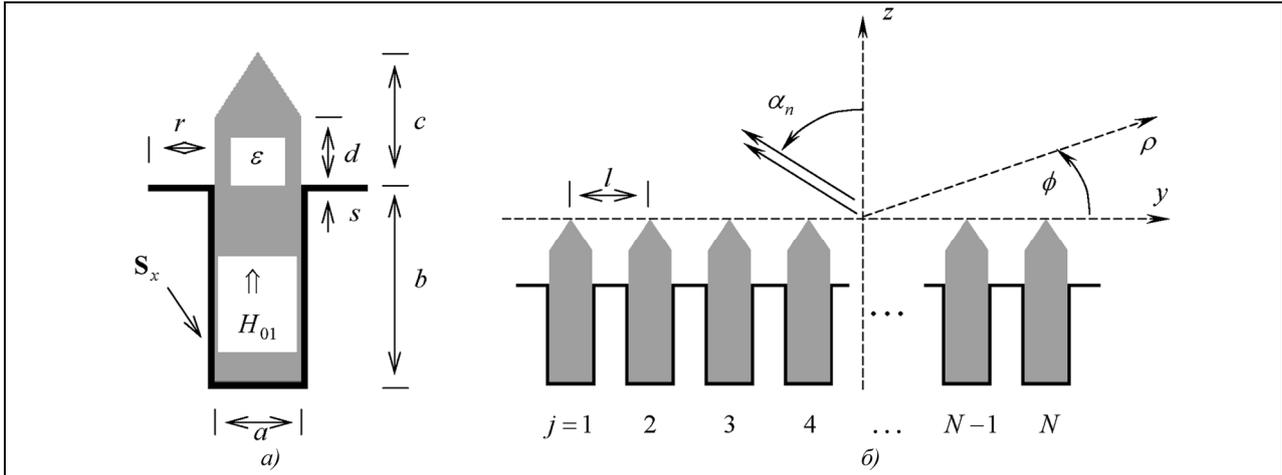


Рис. 12. Геометрия излучающего элемента ($b = 0,03$, $c = 0,02$, $r = 0,01$, $s = 0,001$) (а) и фазированной решетки, состоящей из N таких элементов (б)

Предположим, что решетка, изображенная на рис. 12,б, бесконечна, а фазы поля H_{01} -волн, набегающих на ее раскрыв в плоскости $z = 0$ из двух соседних плоскопараллельных волноводов, отличаются на $2\pi\Phi$. В такой ситуации монохроматическое электромагнитное поле, возникающее в области $z \geq 0$, можно представить в виде [17,21,22]:

$$\tilde{U}(g, k) = \tilde{E}_x(g, k) = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} A_n(k) e^{i[\Phi_n y + \Gamma_n z]}, \quad \tilde{E}_y = \tilde{E}_z = \tilde{H}_x = 0, \quad \tilde{H}_y = \frac{1}{ik\eta_0} \frac{\partial \tilde{U}}{\partial z}, \quad \tilde{H}_z = -\frac{1}{ik\eta_0} \frac{\partial \tilde{U}}{\partial y}; \quad g = \{y, z\}. \quad (4)$$

Здесь $\eta_0 = (\mu_0/\varepsilon_0)^{1/2}$, $\Phi_n = 2\pi(\Phi + n)/l$; $\Gamma_n = \sqrt{k^2 - \Phi_n^2}$, $\text{Re}\Gamma_n \geq 0$, $\text{Im}\Gamma_n \geq 0$ и $\tilde{U}(y+l, z, k) = e^{2\pi i\Phi} \tilde{U}(y, z, k)$.

Величины Φ и k определяют углы $\alpha_n = -\arcsin(\Phi_n/k)$, под которыми распространяющиеся пространственные гармоники $A_n(k) \exp[i(\Phi_n y + \Gamma_n z)]$ (им отвечают номера n такие, что $\text{Im}\Gamma_n = 0$) уходят от решетки в свободное пространство. Обычными для фазированных решеток рассматриваемого типа являются следующие ограничения, накладываемые на точки отсечки $k_m = m\pi/(\sqrt{\varepsilon}a)$, $m = 1, 2, \dots$ подводящих волноводов и точки скольжения (пороговые частоты) $k_n^+ = |2\pi(\Phi + n)/l|$; $n = 0, \pm 1, \dots$ бесконечной периодической структуры:

$$k_1 < K_1 \text{ и } k_2 > K_2;$$

для всех $k \in [K_1; K_2]$ и для всех Φ таких, что $|\Phi_0| \leq k \sin \beta$, $k_0^+ < K_1$ и $k_n^+ > K_2$; $n \neq 0$.

Несоблюдение этих требований приводит, как правило, к снижению КПД антенны и появлению мощных боковых лепестков в ее диаграмме направленности – сказывается влияние пороговых эффектов и изменений в режимах работы питающих волноводов и излучающей структуры. Представим упомянутые ограничения в виде системы неравенств

$$l < 2\pi[(1 + \sin \beta)K_2]^{-1}, \quad l > a, \quad a\sqrt{\varepsilon} > \frac{\pi}{K_1}, \quad a\sqrt{\varepsilon} < \frac{2\pi}{K_2}, \quad (5)$$

из которой, полагая $\varepsilon = 2,5$, найдем оптимальные значения геометрических параметров a и l для заданного диапазона рабочих частот $k \in [168; 251]$ и направлений $|\alpha_0| \leq 45^\circ$: $a = 0,0132$ ($k_1 \approx 151$, $k_2 \approx 301$) и $l = 0,014$.

Под такое определение диэлектрический стержень в открытом конце плоскопараллельного волновода попадает огромное число излучающих элементов. Как из них выбрать те, которые можно будет эффективно использовать при построении конечной фазированной решетки? Обсудим коротко эту проблему, рассматривая излучающие элементы $1-3$ с различной геометрией перехода «диэлектрический стержень – свободное пространство» (рис. 13). Возбудим эти элементы импульсной H_{01} -волной:

$$U_1^{i(q)}(g, t) : v_1(g \in L_q, t) = F_1(t), \quad \tilde{k} = 210, \quad (6)$$

$$\Delta k = 42, \quad \tilde{T} = 1, \quad \bar{T} = 2, \quad (q = 1)$$

и сравним их основные электродинамические характеристики $D(\phi, k, \infty)$ и $\eta(k)$ ($W_{11}^{11}(k)$) в диапазоне частот $168 \leq k \leq 251$ (здесь $U_p^{i(q)}(g_q, t) = v_{pq}(z_q, t) \mu_{pq}(y_q)$ – H_{0p} -волна, набегаящая из виртуального плоскопараллельного волновода ${}_q Q$ на границу (порт) L_q ; $W_{\text{пр}}^{jq}(k)$ – часть энергии, приходящаяся на синусоидальную H_{0n} -волну, отраженную или прошедшую в волновод ${}_j Q$; $\eta(k) = 1 - \sum_{n,j} W_{\text{пр}}^{jq}(k)$ – эффективность излучения и $g_q = \{y_q, z_q\}$ – локальные координаты, связанные с q -м волноводом.

Диаграммы направленности всех трех излучающих элементов качественно одинаковы во всей полосе рабочих частот k , но КПД у второго и третьего излучателя выше, чем у первого. Отбросим первый излучатель и составим из двух оставшихся две решетки с минимальным числом элементов $N = 2$ (рис. 14 и 15): одним – активным (он возбуждается импульсной волной (6)) и одним – пассивным. Сравним характеристики $D(\phi, k, \infty)$, $\eta(k) = 1 - W_{11}^{11}(k) - W_{11}^{21}(k)$ и $W_{11}^{21}(k)$ этих решеток в диапазоне частот $168 \leq k \leq 251$. В рассматриваемой ситуации функции $W_{11}^{21}(k)$ определяют коэффициенты связи по мощности между первым и вторым излучающими элементами [20]. В их поведении так же, как и в поведении функций $\eta(k)$, нет особенностей, позволяющих обоснованно выбрать элемент 2 или элемент 3 для построения многоэлементной антенной решетки. Более информативными оказываются интегральные показатели

$$\bar{\eta} = \frac{1}{K_2 - K_1} \int_{K_1}^{K_2} \eta(k) dk, \quad \bar{W}_{11}^{21} = \frac{1}{K_2 - K_1} \int_{K_1}^{K_2} W_{11}^{21}(k) dk. \quad (7)$$

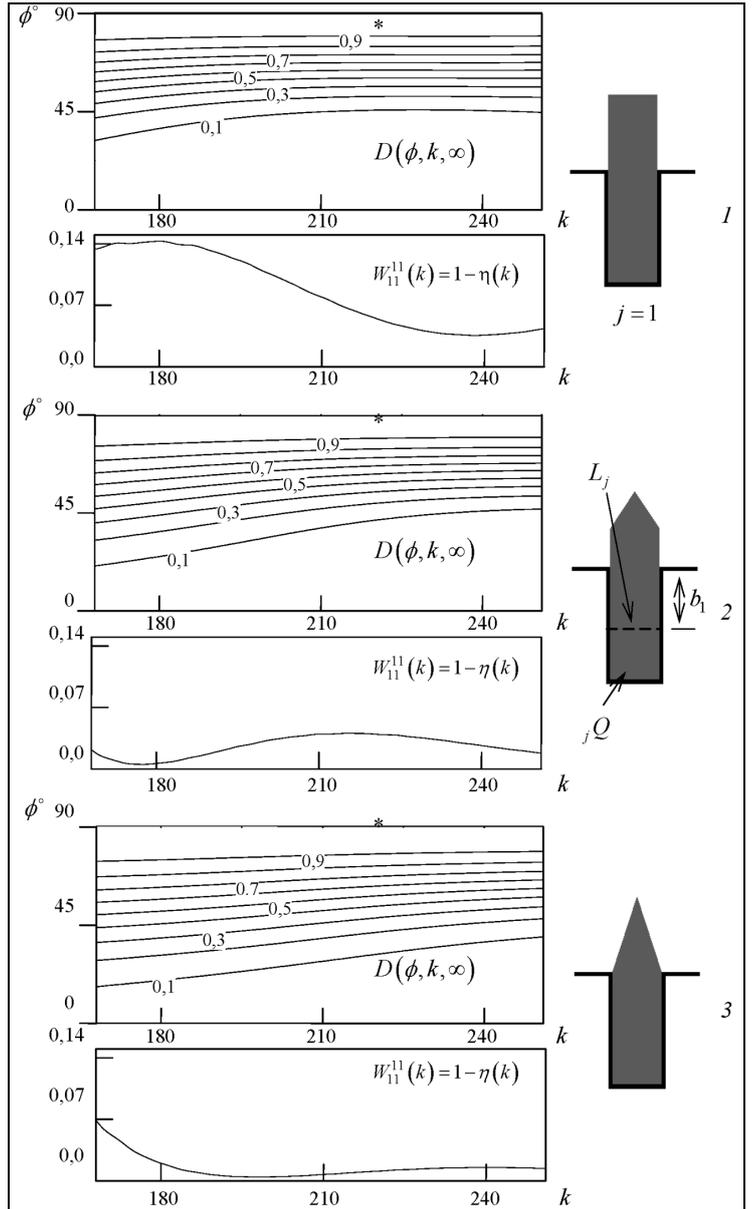


Рис. 13. Диапазонные характеристики излучающих элементов при $a = 0,0132$, $b_1 = b$: 1 – $d = c$; 2 – $d = 0,5c$; 3 – $d = 0$

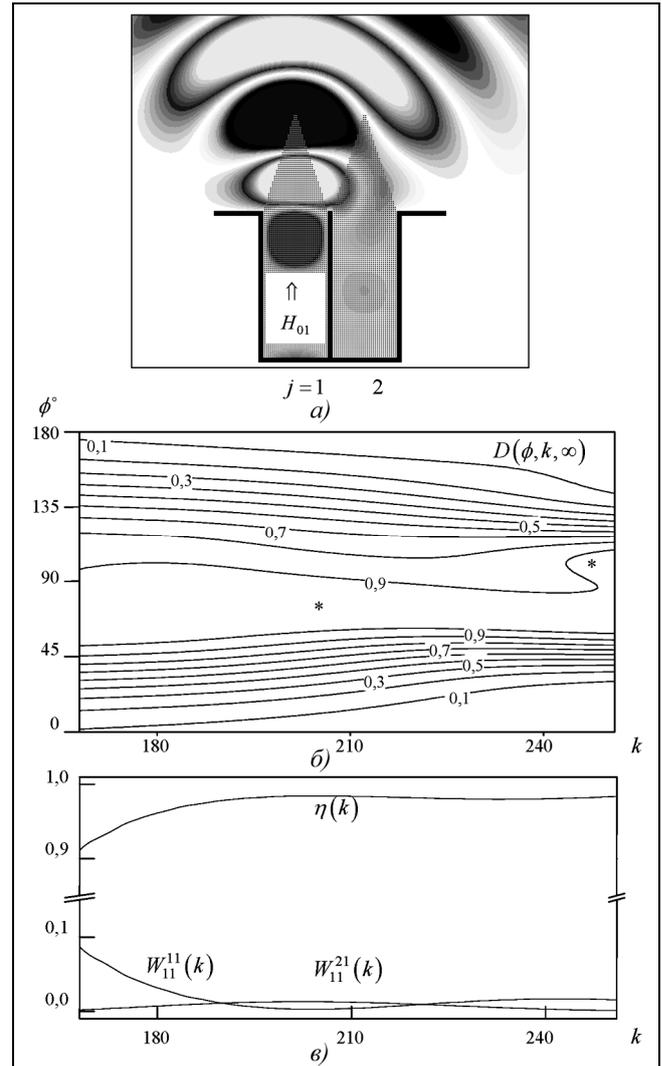
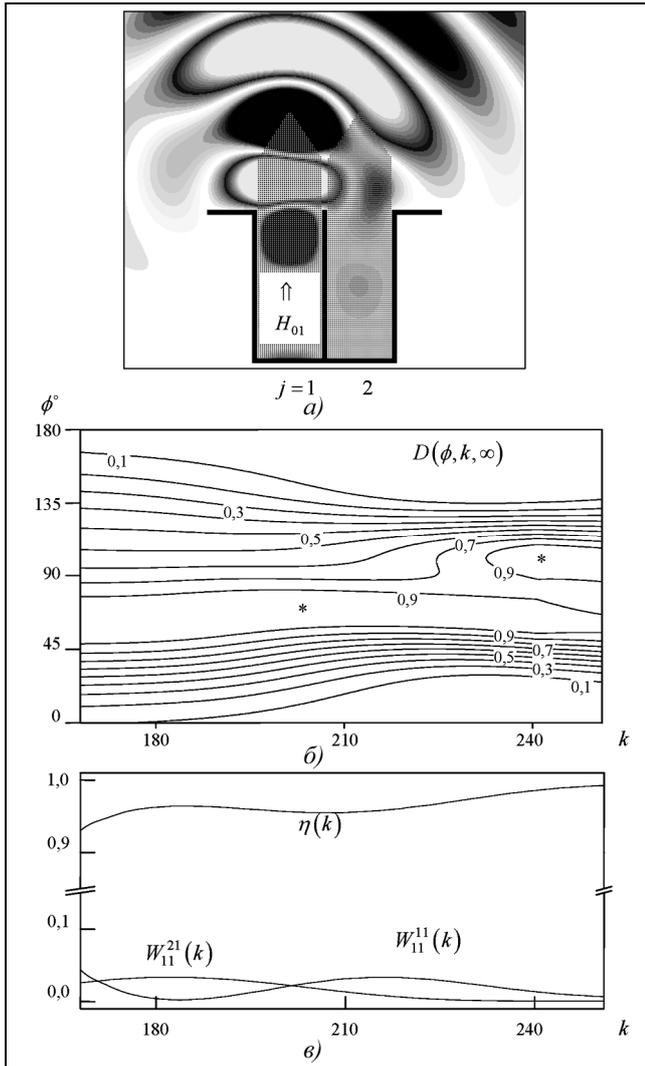


Рис. 14. Возбуждение системы ($l = 0,014$) из двух излучающих элементов 2 ($d = 0,5c$) импульсной H_{01} -волной (6): а – распределение значений $E_x(g, t)$; $t = 1,1$; б – диаграмма направленности $D(\phi, k, \infty)$; $168 \leq k \leq 251$; в – энергетические характеристики системы

Рис. 15. То же, что и на рис. 14, но для системы излучающих элементов 3 ($d = 0$)

Для системы из двух элементов 2 – $\bar{\eta} = 0,966$ и $\bar{W}_{11}^{21} = 0,016$, а для системы из двух элементов 3 – $\bar{\eta} = 0,975$ и $\bar{W}_{11}^{21} = 0,0077$. Опираясь на этот результат, отбросим элемент 2, а из элементов 3 составим решетку, содержащую 13 элементов (рис. 16,а). Диаграммы направленности ее центрального излучающего элемента и коэффициенты связи этого элемента с остальными элементами структуры представлены на рис. 16.

Возбудим теперь 5, 9 и 13 (рис. 17,а–в) центральных элементов этой решетки импульсными H_{01} -волнами $U_1^{i(q)}(g, t)$ (формулу (6)). Это позволит проследить за тем, как изменяется диаграмма направленности структуры (рис. 17: на частоте $k = 210$ $\phi_{0,5}(k) \approx 22,5^\circ$ (а), $\phi_{0,5}(k) \approx 12,4^\circ$ (б), и $\phi_{0,5}(k) \approx 8,0^\circ$ (в)) и ее КПД ($\bar{\zeta} \approx 0,95$ (а), $\bar{\zeta} \approx 0,955$ (б), и $\bar{\zeta} \approx 0,957$ (в)). Здесь, по-прежнему, $\phi_{0,5}(k)$ – ширина главного лепестка диаграммы $D(\phi, k, \infty)$ по уровню $D(\phi, k, \infty) = 0,5$, а интегральный показатель эффективности излучения

$$\bar{\zeta} = \frac{1}{K_2 - K_1} \int_{K_1}^{K_2} \zeta(k) dk$$

и КПД $\zeta(k)$ очевидным образом обобщают характеристики $\bar{\eta}$ (см. формулу

(7)) и $\eta(k)$ на случай возбуждения компактной решеточной структуры одновременно из двух, трех и большего числа подводющих волноводов.

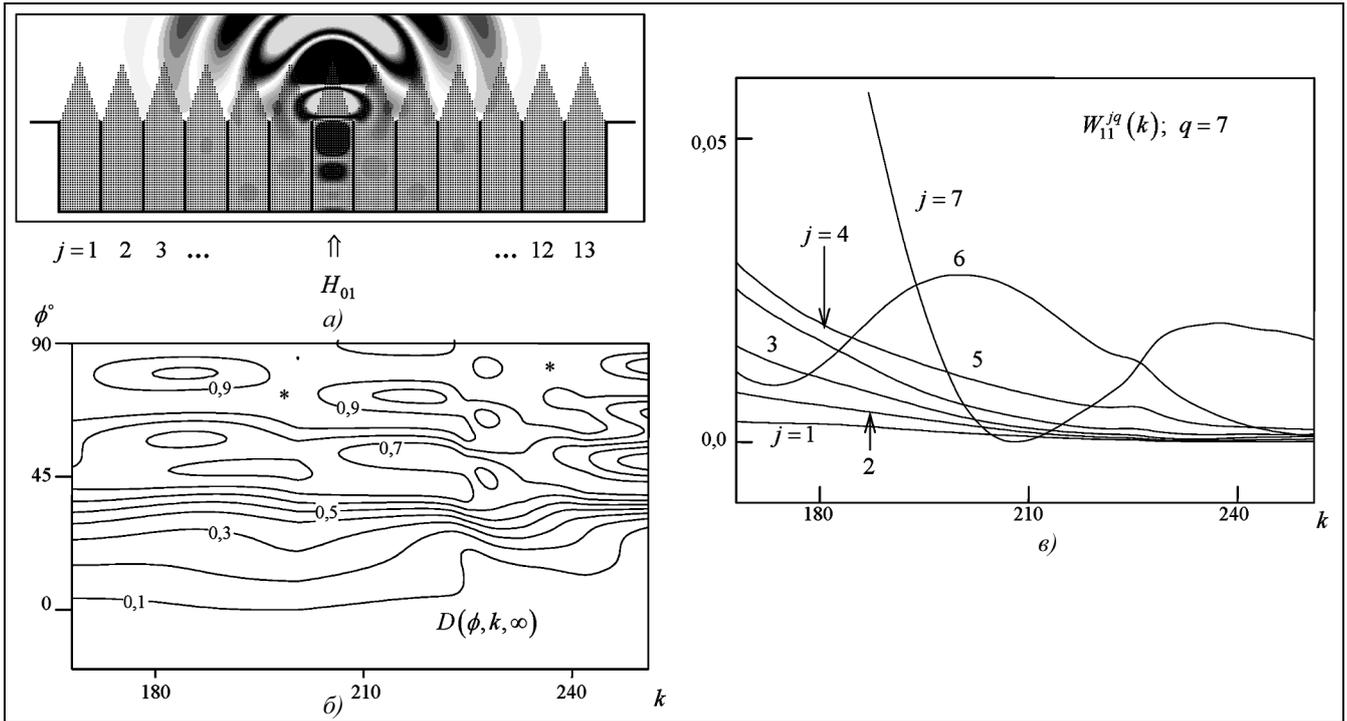


Рис. 16. Возбуждение системы из 13 излучающих элементов 3 импульсной H_{01} -волной (6), $q = 7$: а – распределение значений $E_x(g, t)$; $t = 1, 1$; б – диаграмма направленности $D(\phi, k, \infty)$ в полосе частот $168 \leq k \leq 251$; в – коэффициенты связи по мощности между активным ($j = 7$) и пассивными ($j = 1, 2, \dots, 6$) элементами

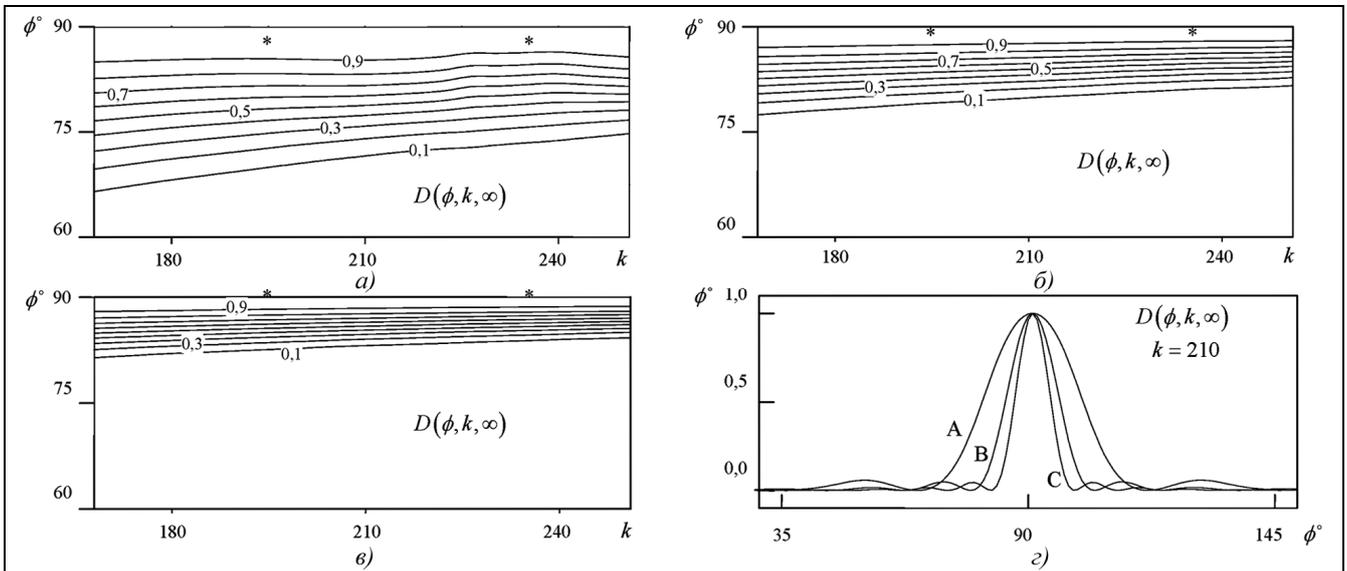


Рис. 17. Диаграммы направленности системы из 13 излучающих элементов 3 (импульсные волны (6) возбуждают 5 центральных элементов (а), 9 центральных элементов (б) и (в) все 13 элементов (г))

Выход из строя одного или двух излучающих элементов решетки (моделируем такие режимы, прекращая подачу энергии через соответствующие питающие волноводы) не сказывается заметно на ее диаграмме направленности (рис. 18). На частоте $k = 210$ ширина главного лепестка $\phi_{0,5}(k)$ изменяется не больше, чем на $0,2^\circ$, а уровень боковых лепестков во всех рассмотренных случаях не превышает значения $D(\phi, k, \infty) = 0,1$.

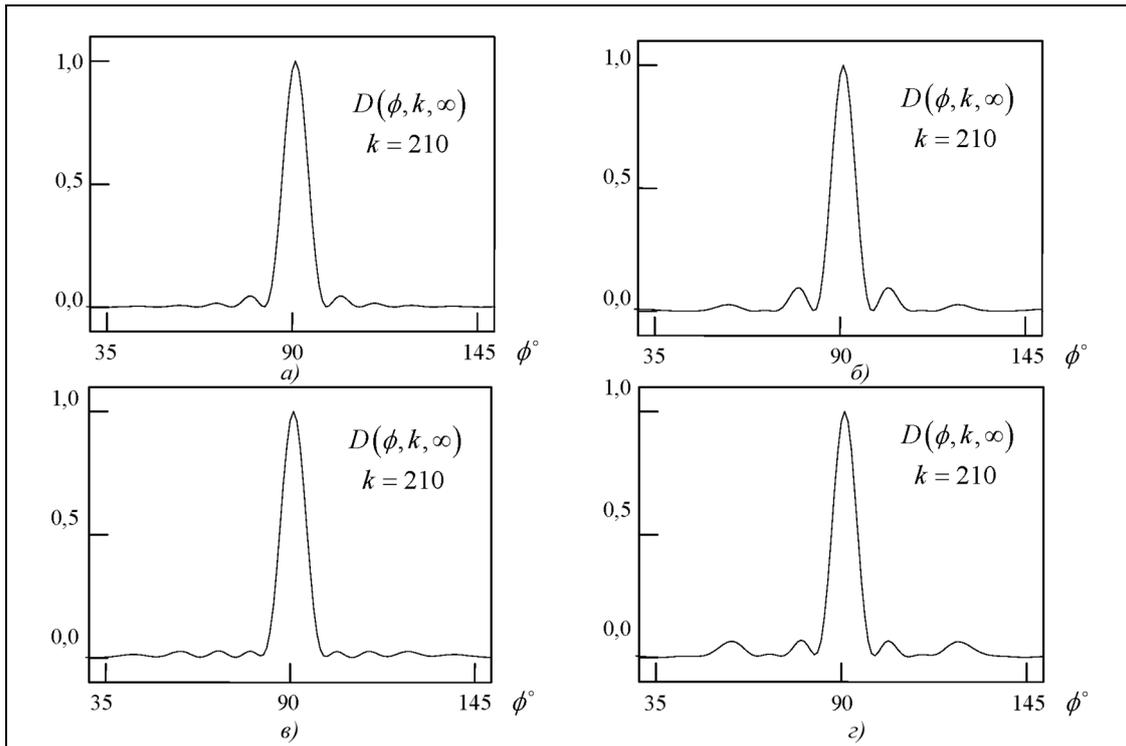


Рис. 18. Диаграммы направленности системы из 13 излучающих элементов 3 на частоте $k = 210$ (импульсные волны (б) возбуждают все 13 элементов (а), все элементы, кроме центрального (б), все элементы, кроме третьего (в), и все элементы, кроме центрального и третьего (з))

Пусть теперь первый элемент решетки возбуждается волной (б), а остальные элементы ($q = 2, 3, \dots, 13$) – волнами $U_1^{i(q)}(g, t)$ такими, что $v_1(g \in L_q, t + \Delta t) = v_1(g \in L_{q-1}, t)$. Нетрудно проверить, что синусоидальные H_{01} -волны $\tilde{U}_1^{i(q)}(g, k) \leftrightarrow U_1^{i(q)}(g, t)$ (см. преобразование (39) в [10]) в этом случае будут подчинены следующему условию квазипериодичности:

$$\tilde{U}_1^{i(q)}(g \in {}_q Q, k) = e^{ik\Delta t} \tilde{U}_1^{i(q-1)}(g \in {}_{q-1} Q, k). \quad (8)$$

Если решетка бесконечна, то выполнение условия (8) обеспечивает отклонение луча, вдоль которого распространяется основная пространственная гармоника $A_0(k) \exp[i(\Phi_0 y + \Gamma_0 z)]$; $\Phi_0 = 2\pi\Phi/l = k\Delta t/l$ в зоне излучения структуры $z > 0$ (см. [21,22]), на угол $\alpha_0 = \phi - 90^\circ$ такой, что

$$-l \sin \alpha_0 = \Delta t. \quad (9)$$

На соотношение (9) и будем ориентироваться, моделируя сканирование главным лепестком диаграммы направленности конечной решетки методами временной области. В диапазоне частот $168 \leq k \leq 251$ и для углов сканирования $45^\circ \leq \phi \leq 135^\circ$ (рис. 19–21), для которых были определены основные параметры периодической структуры, эффективность излучения $\zeta(k)$ не опускается ниже значения $\zeta(k) = 0,9$. Ширина $\phi_{0,5}(k)$ главного лепестка диаграммы изменяется в пределах от $7,0^\circ$ ($k = 251, \phi = 0$) до $13,9^\circ$ ($k = 168, \phi = 90^\circ \pm 45^\circ$), а его направленность $\bar{\phi}(k)$ полностью соответствует ожидаемой: $\bar{\phi}(k) = 75^\circ$ для $\Delta t = \sin(15^\circ)l \approx 0,36$, $\bar{\phi}(k) = 60^\circ$ для $\Delta t = \sin(30^\circ)l \approx 0,7$, и $\bar{\phi}(k) = 45^\circ$ для $\Delta t = \sin(45^\circ)l \approx 0,99$. Такого рода результаты позволяют принять обоснованное решение о целесообразности дальнейшей модельной проработки рассматриваемой конструкции фазированной решетки и иногда дают повод для постановки и решения новых прикладных задач. Так, например, вполне естественным (если учитывать приведенные выше характеристики) было бы продолжение, связанное с анализом и синтезом так называемых идеальных импульсных антенн [16,23], способных направленно излучать радиосигналы, занимающие полосу частот шириной до 40%.

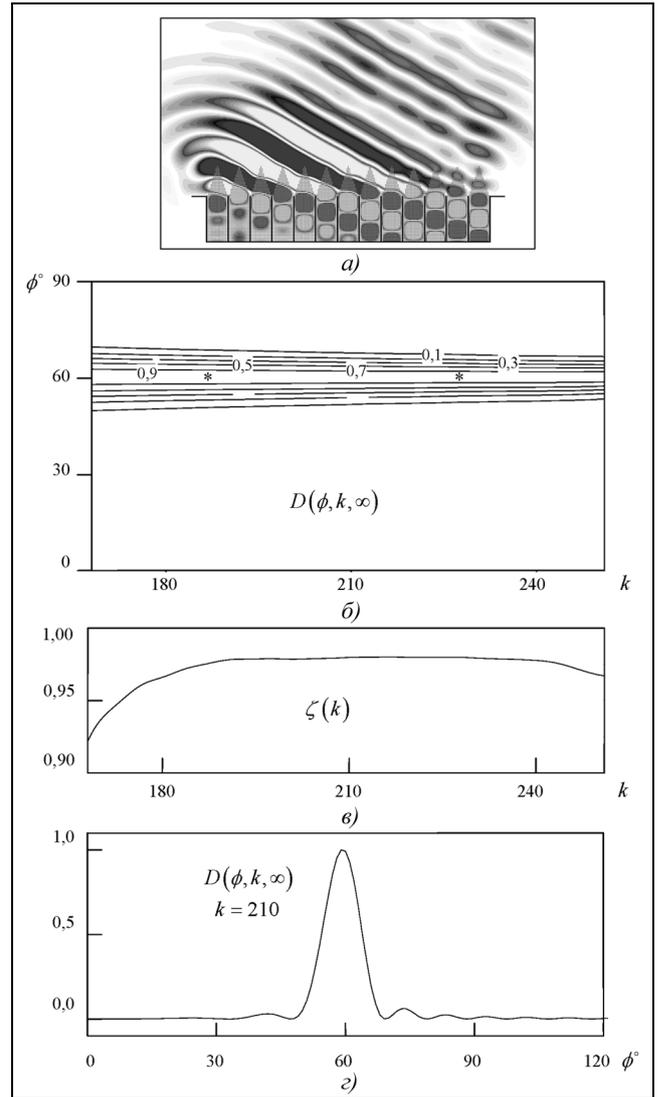
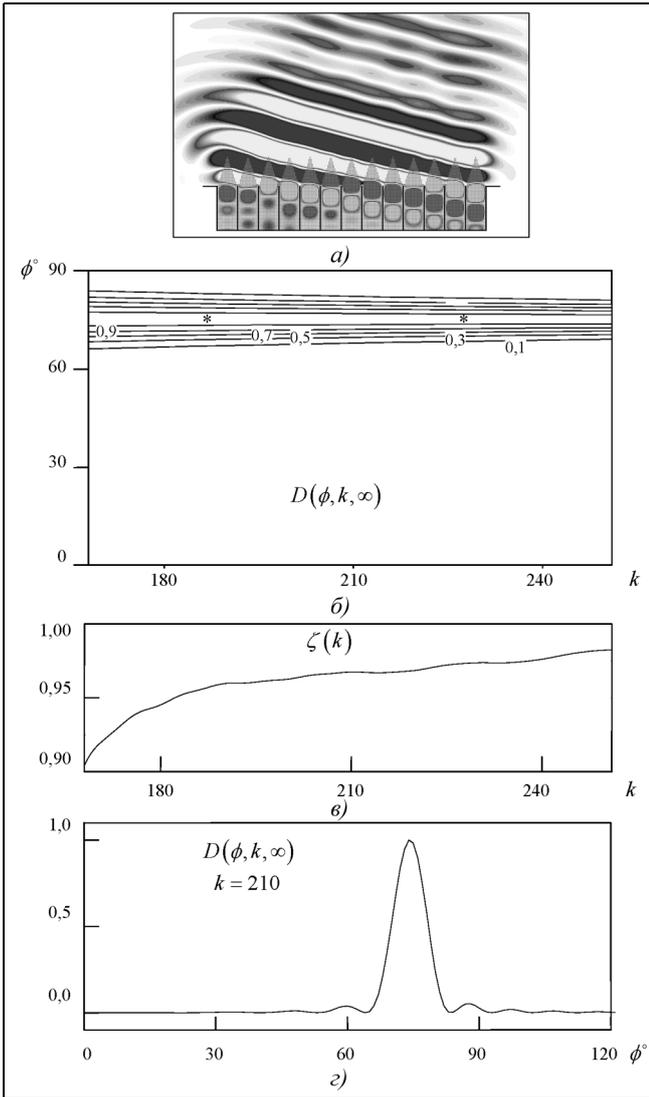


Рис. 19. Возбуждение фазированной решетки системой импульсных волн $U_1^{(a)}(g,t)$, удовлетворяющих условию (8), $\Delta t = \sin(15^\circ)l \approx 0,36$: *a* – распределение значений $E_x(g,t)$; $t = 1,1$; *б* – диаграмма направленности $D(\phi, k, \infty)$; *в* – КПД антенны в полосе частот $168 \leq k \leq 251$; *г* – диаграмма направленности $D(\phi, k, \infty)$ на частоте $k = 210$

Рис. 20. То же, что и на рис. 19, но для $\Delta t = \sin(30^\circ)l \approx 0,7$

Выйдем теперь за границы интервалов вариации параметров k и (или) ϕ , оговоренные при постановке задачи, и изучим последствия такого шага. При $\Delta t = \sin(60^\circ)l \approx 1,21$ (рис. 22) главный лепесток диаграммы направленности отклоняется от нормали к решетке на заданный угол ($\bar{\phi}(k) = 30^\circ$), но интегральный показатель эффективности излучения, монотонно возраставший ранее с ростом Δt от $\bar{\zeta} \approx 0,957$ для $\Delta t = 0$ до $\bar{\zeta} \approx 0,983$ для $\Delta t = 0,99$, в этом случае заметно уменьшается ($\bar{\zeta} \approx 0,92$). В коротковолновой части рассматриваемого диапазона в диаграммах направленности появляется боковой лепесток, который с ростом k все больше отрывается от плоскости решетки и концентрирует в себе все большую часть излучаемой энергии. В поле бесконечной периодической структуры (см. формулу (4)) этому лепестку отвечает минус первая пространственная гармоника $A_{-1}(k) \exp[i(\Phi_{-1}y + \Gamma_{-1}z)]$, которая для частот k , превышающих пороговую частоту $k_{-1}^+ \approx 241$, распространяется в зоне излучения структуры $z > 0$ без затухания и уходит от нее под углом α_{-1} таким (см. рис. 12,б), что $\sin \alpha_{-1} \approx 2\pi/(kl) - 0,866$. На частоте

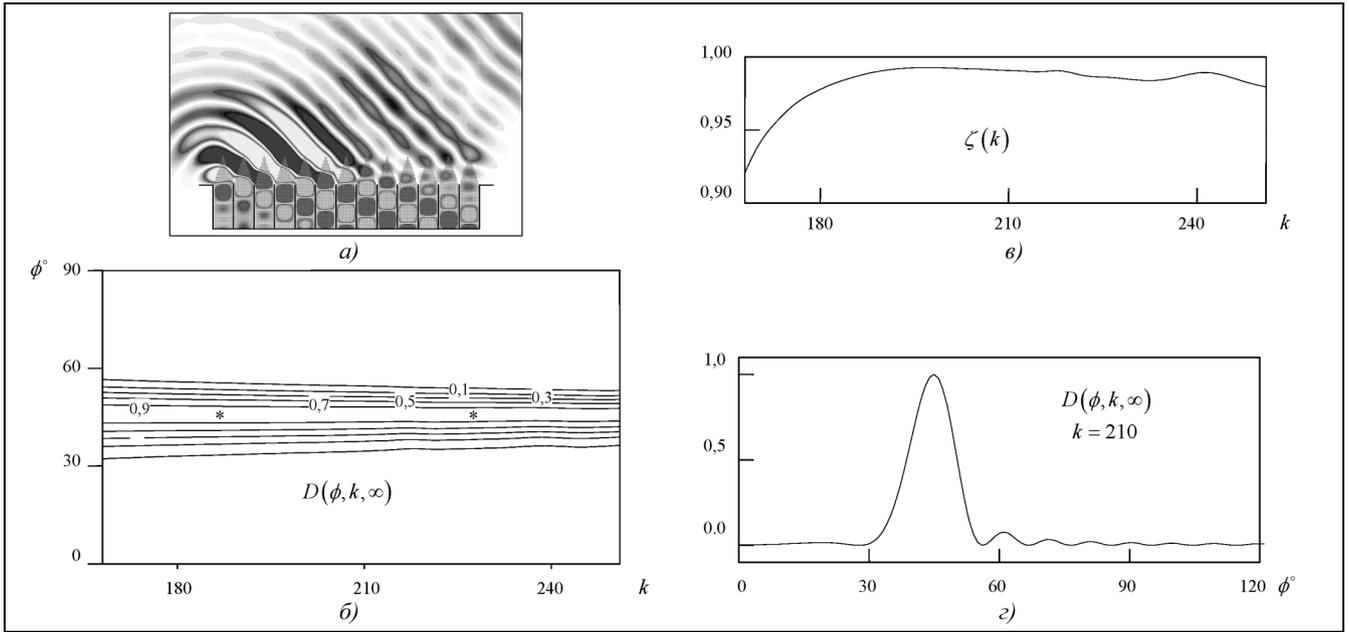


Рис. 21. То же, что и на рис. 19, но для $\Delta t = \sin(45^\circ)l \approx 0,99$

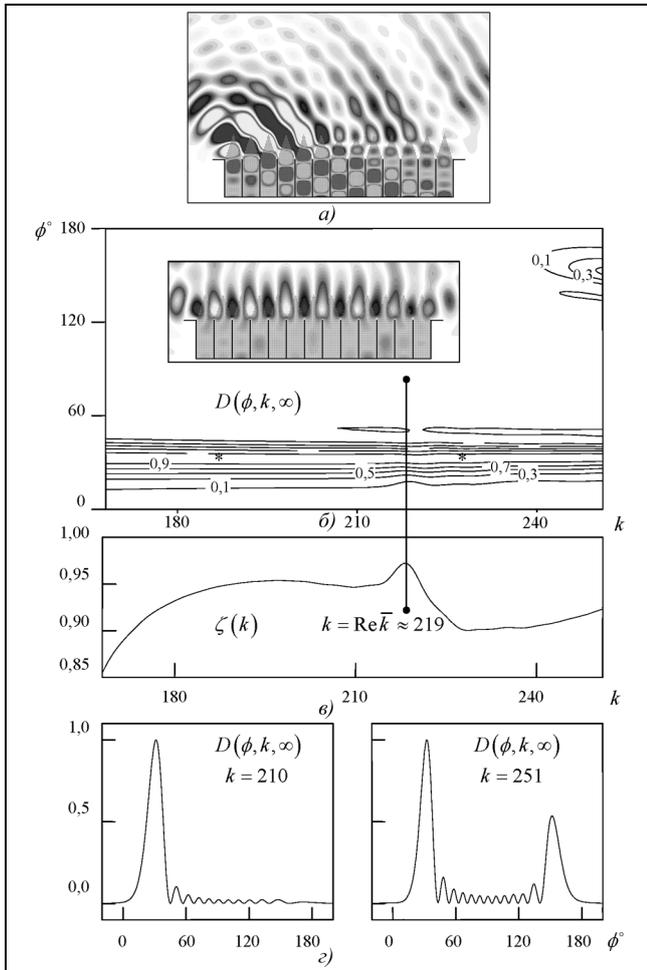


Рис. 22. Возбуждение фазированной решетки системой импульсных волн $U_1^{(a)}(g, t)$, удовлетворяющих условию (8), $\Delta t = \sin(60^\circ)l \approx 1,21$: а – распределение значений $E_x(g, t)$; $t = 1,1$; б – диаграмма $D(\phi, k, \infty)$; в – КПД антенны в полосе частот $168 \leq k \leq 251$; г – диаграммы направленности $D(\phi, k, \infty)$ на частотах $k = 210$ и $k = 251$

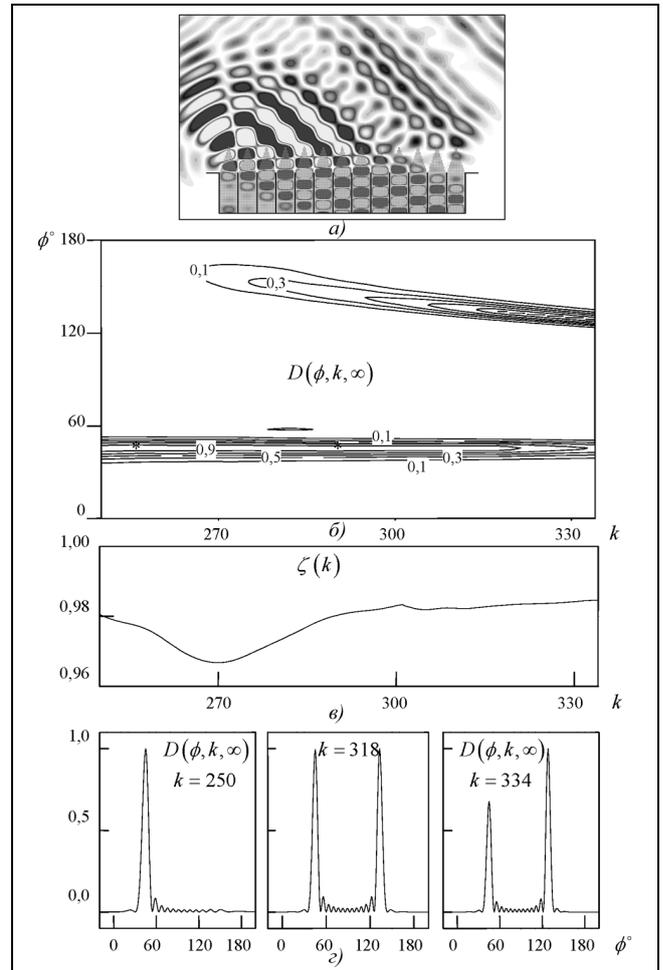


Рис. 23. То же, что и на рис. 22, но для системы импульсных волн $U_1^{(a)}(g, t)$, занимающих полосу частот $250 < k < 334$, и для $\Delta t = \sin(45^\circ)l \approx 0,99$.

$k = \operatorname{Re} \bar{k} \approx 219$ компактная решетчатая структура поддерживает слабозатухающие свободные колебания поля (см. фрагмент на рис. 22,б: пространственное распределение значений $E_x(g, t)$; $t = 3, 0$), возбуждение которых приводит к резкому росту КПД антенны и незначительному сужению ее главного лепестка.

Для $\Delta t = \sin(45^\circ)l \approx 0,99$ переход к более высоким частотам $2,50 < k < 3,34$ (рис. 23) сопровождается трансформацией затухающей H_{02} -волны подводящих плоскопараллельных волноводов в распространяющуюся ($k > k_2 \approx 301$) и появлением бокового лепестка, отвечающего минус первой пространственной гармонике в поле излучения бесконечной периодической структуры ($k_{-1}^+ \approx 263$). В окрестности точки отсечки H_{02} -волны существенных изменений в характеристиках антенны не наблюдаем, а уровень бокового лепестка растет с ростом k . До значения $k = 318$ $\bar{\phi}(k) = 45^\circ$, а затем главным становится боковой лепесток и $\bar{\phi}(k) \approx 90^\circ + \alpha_{-1}(k)$.

Заключение. В работе [10] построены алгоритмы строгого решения двумерных начально-краевых задач, описывающих пространственно-временные трансформации электромагнитного поля в открытых компактных резонаторах с волноводной питающей линией. Эти алгоритмы реализованы в пакете специализированных программ, позволяющих рассчитывать все основные электродинамические характеристики достаточно сложных модельных объектов теории и техники антенн. В этой работе соответствующие результаты использованы для изучения физики процессов, реализуемых в излучателях монохроматических волн, содержащих в качестве одного из основных элементов конечную периодическую структуру. Получены новые сведения об интенсивности и направленности излучения из открытых резонансных структур с полупрозрачными зеркалами-решетками. Впервые строго проанализированы некоторые ключевые теоретические вопросы синтеза фазированных антенных решеток. Следует отметить, что при исследовании формул (1) – (3) может быть использовано семейство атомарных функций [24–27].

Литература

1. Сиренко Ю. К., Шестопалов В. П., Яшина Н. П. Новые методы динамической линейной теории открытых волноводных резонаторов // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1997. Т. 37. № 7. С. 869 – 877.
2. Sirenko Y.K., Yashina N.P. Nonstationary model problems for waveguide open resonator theory // Electromagnetics. 1999. V. 19. No. 5. P. 419–442.
3. Perov A.O., Sirenko Yu.K., Yashina N.P. Explicit conditions for virtual boundaries in initial boundary value problems in the theory of wave scattering // Journ. of Electromag. Waves and Appl. 1999. V. 13. No. 10. P. 1343–1371.
4. Sirenko Y. K., Yashina N. P. Time domain theory of open waveguide resonators: canonical problems and a generalized matrix technique // Radio Science. 2003. V. 38. No. 2. P. VIC 26-1–VIC 26-12.
5. Сиренко Ю. К. Моделирование и анализ переходных процессов в открытых периодических, волноводных и компактных резонаторах. Харьков: ЭДЭНА. 2003.
6. Сиренко Ю.К., Пазынин В.Л., Вязьмитинова А.И., Сиренко К.Ю. Компактные неоднородности свободного пространства: виртуальные границы в скалярных и векторных «открытых» начально-краевых задачах теории рассеяния несинусоидальных электромагнитных волн // Электромагнитные волны и электронные системы. 2003. Т. 8. № 11-12. С. 33–54.
7. Сиренко К.Ю., Сиренко Ю.К. Точные «поглощающие» условия в начально-краевых задачах теории открытых волноводных резонаторов // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2005. Т. 45. № 3. С. 509–525.
8. Сиренко К.Ю. Транспортные операторы в аксиально-симметричных задачах электродинамики несинусоидальных волн // Электромагнитные волны и электронные системы. 2006. Т. 11. № 11. С. 15–26.
9. Sirenko Y.K., Strom S., Yashina N.P. Modeling and analysis of transient processes in open resonant structures. New methods and techniques. New York: Springer. 2007.
10. Кравченко В.Ф., Сиренко Ю.К., Сиренко К.Ю. Транспортные операторы и точные поглощающие условия в плоских задачах электродинамики несинусоидальных волн для компактных открытых резонаторов с волноводной питающей линией // Электромагнитные волны и электронные системы. 2009. Т. 14. № 1. С. 4 – 18.
11. Шестопалов В.П., Сиренко Ю.К. Динамическая теория решеток. Киев: Наукова думка. 1989.
12. Шестопалов В.П., Тучкин Ю.А., Поединчук А.Е., Сиренко Ю.К. Новые методы решения прямых и обратных задач теории дифракции. Аналитическая регуляризация краевых задач электродинамики. Харьков: Основа. 1997.
13. Sauleau R., Coquet Ph., Thouroude D., Daniel J.-P., Matsui T. Radiation characteristics and performance of millimeter-wave horn-fed Gaussian beam antennas // IEEE Trans. on AP. 2003. V. 51. No. 3. P. 378–387.
14. Sauleau R., Coquet Ph., Matsui T., Daniel J.-P. A new concept of focusing antennas using plane-parallel Fabry-Perot cavities with nonuniform mirrors // IEEE Trans. on AP. 2003. V. 51. No. 11. P. 3171–3175.
15. Guerin N., Enoch S., Tayeb G., Sabouroux P., Vincent P., Legay H. A metallic Fabry-Perot directive antenna // IEEE Trans. on AP. 2006. V. 54. No. 1. P. 220–224.
16. Сиренко К.Ю., Пазынин В.Л. Аксиально-симметричные излучатели импульсных и монохроматических TE_{0n} - и TM_{0n} -волн // Успехи современной радиоэлектроники. 2006. № 4. С. 52–69.

17. Шестопалов В. П., Кириленко А. А., Масалов С. А., Сиренко Ю. К. Резонансное рассеяние волн. Т.1. Дифракционные решетки. Киев: Наукова думка. 1986.
18. Sirenko Y. K., Velychko L. G., Erden F. Time-domain and frequency-domain methods combined in the study of open resonance structures of complex geometry // Progress in Electromagnetics Research. 2004. V. 44. P. 57–79.
19. Sirenko Y. K., Velychko L. G., Shafalyuk O. S. Time-domain analysis of open resonators. Analytical grounds // Progress in Electromagnetics Research. 2006. V. 61. P. 1–26.
20. Amitay N., Galindo V., Wu C. P. Theory and Analysis of Phased Array Antennas. New York: Wiley & Sons. 1972.
21. Шестопалов В. П., Литвиненко Л. Н., Масалов С. А., Сологуб В. Г. Дифракция волн на решетках. Харьков: Изд-во Харьковского ун-та. 1973.
22. *Electromagnetic theory of gratings* / Ed. R. Petit. New York: Springer. 1980.
23. Montoya T. P., Smith G. S. A study of pulse radiation from several broad-band monopoles // IEEE Trans. on AP. 1996. V. 44. No. 8. P. 1172–1182.
24. Кравченко В.Ф. Лекции по теории атомарных функций и некоторым их приложениям. М.: Радиотехника. 2003.
25. Зелкин Е.Ф., Кравченко В.Ф., Гусевский В.И. Конструктивные методы аппроксимации в теории антенн. М.: Сайнс-Пресс. 2005.
26. Цифровая обработка сигналов и изображений в радиофизических приложениях / под ред. В.Ф. Кравченко. М.: Физматлит. 2007.
27. Волосюк В.К., Кравченко В.Ф. Статистическая теория радиотехнических систем дистанционного зондирования и радиолокации / под ред. В.Ф.Кравченко. М.: Физматлит. 2008.

Поступила 17 января 2009 г.

The Plane Problems of the Electrodynamics of Pulsed Waves for Compact Open Resonators with the Waveguide Feeder Line. Gratings as Pattern Forming Structures

© Authors, 2009

V.F. Kravchenko, V.L. Pazynin, K.Y. Sirenko, Y.K. Sirenko

In the theory of unsteady electromagnetic waves, there exists a number of problems that have not been yet obtained universal, justified, and practically feasible solutions. This fact affects a quality of models and restricts potentialities of the time-domain methods in the study of transient processes phenomena and regularities of space-time transformations of pulsed waves. Among these problems is a problem of correct and efficient truncation of a computational domain in the so-called open problems, i.e. in the problems whose analysis domain is unlimited along one or several directions. In addition, mention may be made of the far-field zone problem, the problem of large and distant sources, and others. The solution of these problems has advanced greatly within the last few years with the help of the approach based on the construction of transport operators functioning in the space of evolutionary bases of signals. These operators determine space-time transformations of pulsed waves on the finite sections of their free propagation in regular channels of various natures such as waveguides, Floquet channels, and 'regular' segments of free space.

In our previous work [1], within the framework of this approach, we solved rigorously model two-dimensional initial boundary-value problems allowing one to study space-time and space-frequency electromagnetic field transformations in compact electrodynamic systems with waveguide feed lines. The algorithms oriented on numerical solution of a wide class of urgent theoretical and applied problems of antenna theory and engineering, high-power electronics, and resonant quasi-optics have been constructed and implemented in software. It is of first importance that these algorithms eliminate the possibility of unpredictable behavior of computing errors for large observation times and, as a consequence, ensure reliable data on resonant processes. The present paper confirms the efficiency of the solutions constructed in [1]. We consider rather complicated applied problems associated with the analysis of antennas with finite periodic structures as their principal unit. The space-time and space-frequency electromagnetic field transformations in the antennas of this kind have been studied. We have also analyzed physical processes occurring during a directional radiation formation. New data on the intensity and directivity of the radiation from open resonant structures with semitransparent grating-mirrors have been obtained. A number of key theoretical problems of the synthesis of phased antenna arrays have been rigorously analyzed for the first time.